

ОСОБЕННОСТИ СПЕКТРАЛЬНО-УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЧАСТИЦЫ В ДВУГРАННОМ УГЛЕ

*А. В. Кольцов**, *А. В. Серов***

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 28 декабря 2010 г.

Исследованы пространственные распределения переходного излучения релятивистских частиц, влетающих и вылетающих из ребра двугранного угла, образованного идеально проводящими плоскими поверхностями. Выполнены расчеты угловых распределений интенсивности излучения в двугранных углах с различными углами раствора. Показано, что угловые распределения излучения вперед (когда частица вылетает из двугранного угла) и излучения назад (когда частица влетает в двугранный угол) существенно различаются.

1. ВВЕДЕНИЕ

Задача о переходном излучении заряда на плоской границе раздела двух сред, одна из которых обладает идеальной проводимостью, была рассмотрена уже в первой работе Гинзбурга и Франка, посвященной теории переходного излучения [1]. В работе [1] исследовался случай, когда частица с зарядом q движется со скоростью v перпендикулярно плоскости. Было показано, что переходное излучение частицы, падающей на идеально проводящую плоскость, можно рассматривать как излучение двух зарядов (реального заряда q и его зеркального изображения $-q$), движущихся навстречу друг другу и мгновенно останавливающихся в точке перехода. Предполагалось, что заряд настолько быстрый, что изменение его скорости, вызванное силами изображения, пренебрежимо мало. Поэтому поле излучения формируется в тот момент, когда заряд и его изображение встречаются в точке пересечения границы раздела. При вылете частицы из плоскости поле излучения представляет собой сумму полей двух разноименно заряженных частиц, мгновенно стартующих в точке перехода и движущихся в противоположных направлениях.

В работе [1] рассматривался случай, в котором скорости зарядов направлены перпендикулярно гра-

нице раздела. В действительности применение метода зеркальных изображений возможно даже в более общем случае. Если при любом законе движения заряда и при произвольном направлении его скорости заряд-изображение движется по зеркально-симметричной кривой, то на плоскости симметрии выполняются такие же условия, как и на границе с идеально проводящей поверхностью [2].

Переходное излучение в двугранном угле имеет особенности в распределении интенсивности, расширяющие возможности его использования в различных приложениях. Свойства переходного излучения, генерируемого при пересечении частицей двугранного угла, исследовались теоретически [2–4] и экспериментально [5]. В работе [3] было рассмотрено переходное излучение заряженной частицы для случая идеально проводящей поверхности, образованной двумя полуплоскостями, составляющими двугранный угол с раствором $\alpha = 90^\circ$. В работе [2] рассматривался более общий случай, когда полуплоскости пересекаются под углом $\alpha = \pi/n$, где n — целое число. В этих работах для описания переходного излучения использовался метод зеркальных изображений.

Переходное излучение в двугранном угле с произвольным углом раствора рассмотрено в работе [4]. В ней описаны свойства излучения для двух различных траекторий движения частицы. В первом случае частица вылетает из ребра двугранного угла и

*E-mail: koltsov@x4u.lebedev.ru

**E-mail: serov@x4u.lebedev.ru

движется по прямой, перпендикулярной ребру. Во втором случае частица вылетает под прямым углом с одной из плоскостей, образующей двугранный угол, движется внутри двугранного угла по дуге окружности и падает на вторую плоскость также под прямым углом.

В настоящей работе рассматривается переходное излучение, генерируемое релятивистской частицей, падающей в двугранный угол. Проведено сравнение спектрально-угловых распределений излучения частиц, падающих в двугранный угол и вылетающих из него. Показано, что в общем случае при изменении направления движения частицы по заданной траектории на противоположные пространственные распределения излучения существенно меняются. Определены условия, при которых изменение направления движения частицы не влияет на угловое распределение излучения.

2. ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ДВУГРАННОМ УГЛЕ С УГЛОМ РАСТВОРА, РАВНЫМ $\alpha = \pi/n$

Некоторые существенные различия в переходном излучении частиц, влетающих в двугранный угол и вылетающих из него, могут быть выявлены при описании излучения частиц в двугранных углах с раствором $\alpha = \pi/n$. Для таких углов возможно использование метода зеркальных изображений.

Геометрия задачи представлена на рис. 1. Введем цилиндрическую систему координат ρ, φ, z . Направим ось z вдоль ребра двугранного угла. Поверхности двугранного угла определим уравнениями $\varphi = \pm\alpha/2$. Будем считать, что заряд q движется в плоскости $z = 0$. Рассмотрим поля в точке P , рас-

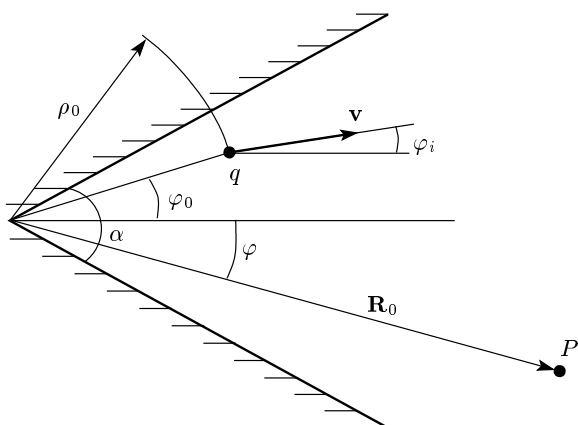


Рис. 1. Геометрия задачи

положенной на расстоянии R_0 от начала координат в волновой зоне в плоскости $z = 0$. Заряд q движется со скоростью v под углом инжекции φ_i . Излучение генерируется при мгновенном старте заряда из точки с координатами ρ_0, φ_0 .

Поле излучения, генерируемое мгновенно стартовой частицей, может быть записано в виде [6]

$$E(t) = \frac{q}{R} \frac{\beta \sin \psi}{1 - \beta \cos \psi} \delta(R - ct), \quad (1)$$

где R — расстояние от точки старта до импульса излучения, $\beta = v/c$ — приведенная скорость частицы, ψ — угол между вектором скорости и направлением наблюдения. Дельта-функция аргумента $R - ct$ подчеркивает то обстоятельство, что поле излучения отличается от нуля только на сфере $R = ct$, расширяющейся со скоростью света.

Когда $\alpha = \pi/n$, где n — целое число, к полю реального заряда, находящегося в точке $(\rho_0, \varphi_0, 0)$, добавляются поля $2n - 1$ зарядов-изображений. Изображения, заряды которых имеют тот же знак, что и реальная частица, будут расположены в точках с координатами $(\rho_0, 2j\alpha + \varphi_0, 0)$, где $j = 1, 2, \dots, n - 1$, а изображения с противоположным знаком заряда — в точках $(\rho_0, (2j + 1)\alpha - \varphi_0, 0)$, где $j = 0, 1, \dots, n - 1$.

Поскольку вектор скорости заряда лежит в плоскости $z = 0$, перпендикулярной ребру угла, для распределения поля излучения в этой плоскости при $R_0 > \rho_0$ имеем выражение

$$E = \frac{qv}{cR_0} \sum_{j=0}^{n-1} [\delta[R_0 - \rho_0 \cos(\varphi - \varphi_0 - 2j\alpha) - ct] \times \frac{\sin(\varphi - \varphi_i - 2j\alpha)}{1 - \beta \cos(\varphi - \varphi_i - 2j\alpha)} - \delta[R_0 - \rho_0 \cos(\varphi + \varphi_0 - (2j - 1)\alpha) - ct] \times \frac{\sin[\varphi + \varphi_i - (2j - 1)\alpha]}{1 - \beta \cos[\varphi + \varphi_i - (2j - 1)\alpha]}], \quad (2)$$

а фурье-гармоника поля излучения определяется формулой

$$E_\omega = \frac{qv}{cR_0} \frac{\exp(-ikR_0)}{2\pi} \times \sum_{j=0}^{n-1} \left[\frac{\sin(\varphi - \varphi_i - 2j\alpha)}{1 - \beta \cos(\varphi - \varphi_i - 2j\alpha)} \times \exp\{ik\rho_0 \cos(\varphi - \varphi_0 - 2j\alpha)\} - \frac{\sin[\varphi + \varphi_i - (2j - 1)\alpha]}{1 - \beta \cos[\varphi + \varphi_i - (2j - 1)\alpha]} \times \exp\{ik\rho_0 \cos[\varphi + \varphi_0 - (2j - 1)\alpha]\} \right], \quad (3)$$

где $k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны излучения. Напомним, что $\alpha = \pi/n$.

Из геометрии задачи следует, что азимутальный угол точки старта частицы φ_0 удовлетворяет условию $\varphi_0 \leq \pm\alpha/2$. Когда $\rho_0 = 0$, выражение (3) описывает спектрально-угловое распределение поля излучения, генерируемого при вылете частицы из ребра угла. В этом случае интенсивность излучения заряда, так же как и при испускании заряда в свободном пространстве [5], не зависит от длины волны.

Если $\rho_0 \neq 0$, то при $\varphi_0 = \pm\alpha/2$ выражение (3) описывает излучение, генерируемое частицей, вылетающей из граней угла, а при условии $\varphi_0 < \pm\alpha/2$ — излучение, возникающее при испускании частицы из точки, расположенной в пространстве двугранного угла. Поле излучения является суммой полей $2n$ частиц, стартующих из разных точек пространства и движущихся под различными углами. В зависимости от отношения расстояния ρ_0 к длине волны λ излучения зарядов-изображений могут как усиливать, так и ослаблять излучение реальной частицы, поэтому интенсивность излучения в точке наблюдения будет зависеть от длины волны.

Сравним угловые распределения излучения в двух случаях: когда заряд вылетает из ребра двугранного угла ($\rho_0 = 0$) и когда заряд влетает в двугранный угол и падает на ребро. На рис. 2 представлены зависимости энергии W , излучаемой в интервал частот $d\omega$ в телесный угол $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$, от угла φ . Зависимости получены для частиц с приведенной энергией $\gamma = (1 - \beta)^{-1/2} = 15$, движущихся в двугранных углах с раствором $\alpha = \pi, \pi/2, \pi/3, \pi/4$ под углом $\varphi_i = 0.3$ к биссектрисе двугранного угла. Числа у кривых на рис. 2 соответствуют величине раствора двугранного угла. В левых верхних углах рисунков показаны схемы движения частицы. Из рисунков следует, что изменение угла раствора α по-разному влияет на угловое распределение переходного излучения.

При вылете заряда из ребра уменьшение угла раствора увеличивает асимметрию распределения относительно направления движения частицы (рис. 2а), но при любых α излучение сосредоточено под углами близкими к траектории частицы.

Качественно другое влияние на угловое распределение оказывает изменение угла раствора в случае, когда частица падает на ребро. Для углов раствора $\alpha = \pi/n$, соответствующих четному числу n , распределения излучения при вылете и при влете частицы совпадают (зависимости, соответствующие $\alpha = \pi/2$ и $\alpha = \pi/4$ на рис. 2а и рис. 2б). Когда n — нечетное число, угловые распределения излучения

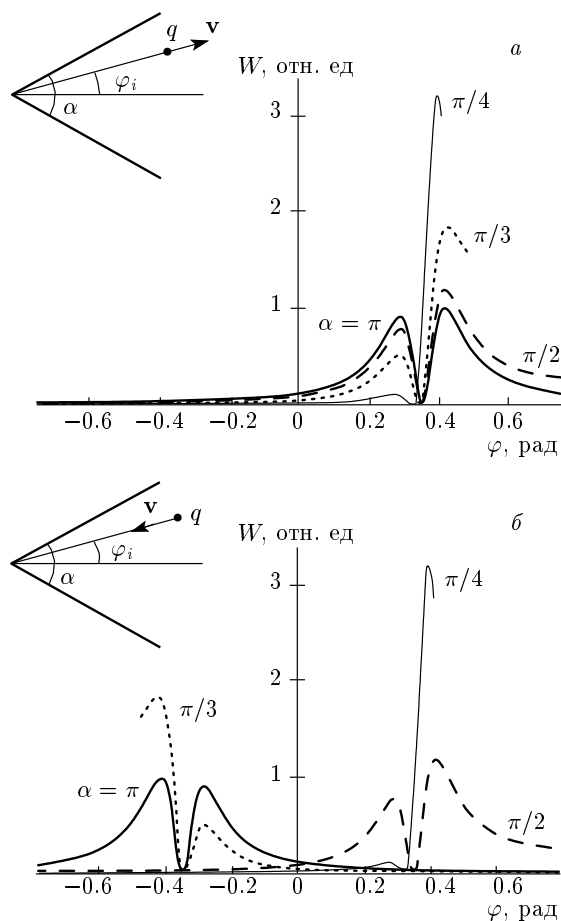


Рис. 2. Угловые распределения энергии излучения частиц $W(\varphi)$ при различных углах раствора $\alpha = \pi/n$. Частицы вылетают из двугранного угла (а) и влетают в двугранный угол (б) под углом $\varphi_i = 0.3$. $\gamma = 15$

вылетающих и падающих частиц симметричны относительно биссектрисы двугранного угла (кривые для $\alpha = \pi$ и $\alpha = \pi/3$ на рис. 2а и рис. 2б).

Чтобы объяснить такую особенность углового распределения интенсивности переходного излучения частицы, рассмотрим эквивалентные схемы, которые можно применить для описания излучения, при $\alpha = \pi/n$. На рис. 3 приведены схемы для расчета спектрально-угловых распределений в двугранных углах при различных значениях α . На схемах реальные заряды обозначены кружками, а заряды-изображения — прямоугольниками. Жирными линиями показаны полуплоскости, образующие двугранный угол, а штриховыми — полуплоскости, делящие все пространство на двугранные углы. Стрелки указывают направление скорости частиц: сплошные линии — при вылете из угла, штриховые — при падении в угол.

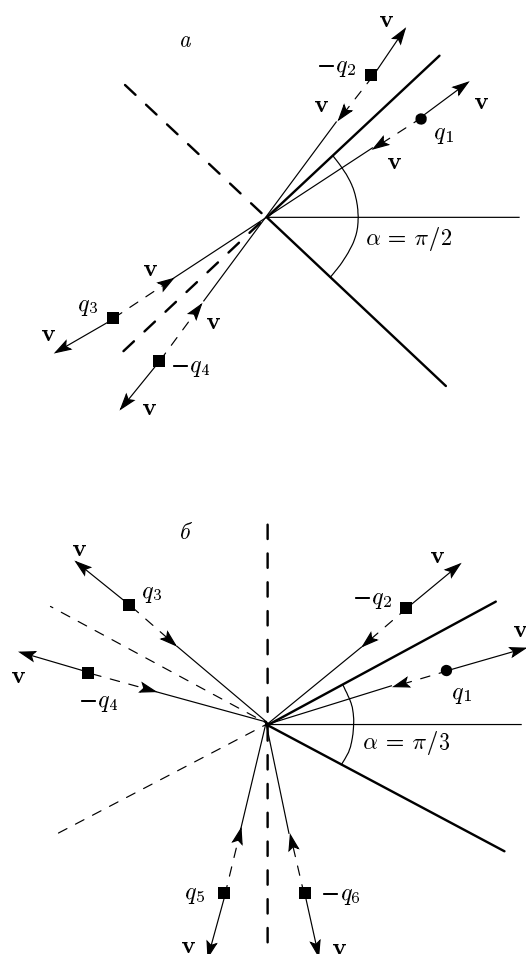


Рис. 3. Эквивалентные схемы для расчета спектрально-углового распределения переходного излучения заряда, вылетающего из двугранного угла и влетающего в двугранный угол

Напомним, что релятивистская частица при старте и остановке излучает в основном в направлении своего движения в интервал углов $\Delta\varphi \approx \pm\gamma^{-1}$. Поэтому при вылете частиц главный вклад в поле излучения в двугранный угол будет давать реальный заряд q_1 (рис. 3), а при влете частиц — заряды-изображения. В случае $\alpha = \pi/2$ это заряд-изображение q_3 (рис. 3а), а при $\alpha = \pi/3$ — заряд-изображение $-q_4$ (рис. 3б).

Из рис. 3 следует, что при $\alpha = \pi/2$, т.е. когда n — четное, траектории реального заряда q_1 и заряда-изображения q_3 лежат на одной прямой. Поэтому и при вылете, и при влете энергия излучения сосредоточена около траектории реального заряда φ_i .

При нечетных значениях n угол между траекториями реального заряда и заряда-изображения ра-

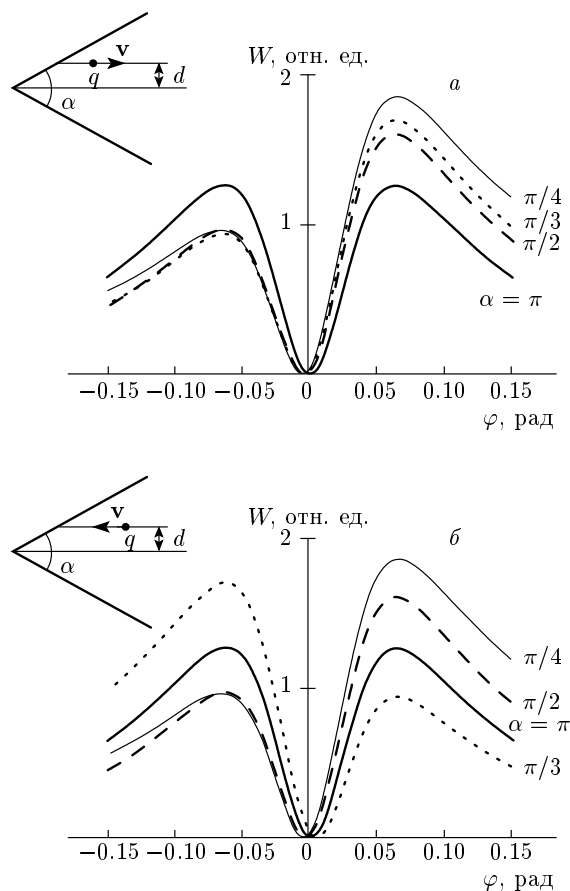


Рис. 4. Влияние изменения положения точки перехода d на угловое распределение энергии излучения при различных углах раствора $\alpha = \pi/n$. Траектория частиц смещена параллельно биссектрисе на расстояние $d = \lambda/4$, частицы вылетают из двугранного угла (а) и влетают в двугранный угол (б). $\gamma = 15$

вен $\Delta\varphi = \pi - 2\varphi_i$ и при $\varphi_i \neq 0$ траектории не лежат на одной прямой. Поэтому при влете частиц в двугранный угол энергия излучения сосредоточена не вблизи траектории реального заряда, а около траектории заряда-изображения. Угловые распределения излучения частиц, влетающих в двугранный угол и вылетающих из угла, будут симметричны относительно биссектрисы двугранного угла.

Пространственные распределения переходного излучения будут совпадать при любых углах инжекции только в том случае, когда двугранный угол равен $\alpha = \pi/n$, где n — четное, а при других углах раствора — только при условии движения частицы вдоль биссектрисы угла ($\varphi_i = 0$).

На рис. 4 показаны угловые распределения для частицы, вылетающей из грани двугранного

угла. Траектория заряда параллельна биссектрисе ($\varphi_i = 0$) и смещена относительно нее на некоторое расстояние d . Как было отмечено выше, в этом случае интенсивность излучения в точке наблюдения зависит от соотношения между длиной волны λ и смещением траектории d . При $n = 1$ угол $\alpha = \pi$ и изменение направления движения частиц на противоположное не влияет на угловое распределение. Отметим, что в обоих случаях частицы движутся перпендикулярно плоскости. Для всех других нечетных значений n распределения излучения влетающих и вылетающих частиц симметричны относительно биссектрисы. При четных значениях n распределения излучения не зависят от направления движения частицы.

3. ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЧАСТИЦЫ, ВЛЕТАЮЩЕЙ В ДВУГРАННЫЙ УГОЛ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ УГЛОМ РАСТВОРА И ПЕРЕСЕКАЮЩЕЙ РЕБРО

Случай излучения частицы, вылетающей из ребра двугранного угла с произвольным углом раствора и движущейся в плоскости, перпендикулярной ребру, рассматривался в работе [4]. При вычислении энергии излучения, возбужденного внешним источником в двугранном угле, использовался традиционный электродинамический метод представления поля в виде линейной комбинации полей собственных волн двух различных типов: поперечно-электрических волн (H -волн) и поперечно-магнитных волн (E -волн). Было показано, что составляющие E_z и H_z электромагнитной волны могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} E_z &= K_E(\omega \cos \theta) \frac{e^{-i\omega r}}{r}, \\ H_z &= K_H(\omega \cos \theta) \frac{e^{-i\omega r}}{r}, \end{aligned} \quad (4)$$

где ω — частота, а через θ обозначен угол между продольной осью z и прямой, направленной в точку наблюдения. Функции K_E и K_H описываются выражениями

$$\begin{aligned} K_E &= \frac{2iqk_z}{\alpha} \sum_{m=1}^{\infty} \exp \frac{i\nu m\pi}{2} \sin \left(\nu m\varphi + \frac{\pi m}{2} \right) \times \\ &\times \int J_{\nu m}[k_{\perp}\rho_q(t)] \sin \left[\nu m\varphi_q(t) + \frac{\pi m}{2} \right] e^{-i\omega t} dt, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} K_H &= -\frac{q}{\alpha} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \exp \frac{i\nu m\pi}{2} \cos \left(\nu m\varphi + \frac{\pi m}{2} \right) \times \\ &\times \int \left\{ k_{\perp} v_{\varphi}(t) J'_{\nu m}[k_{\perp}\rho_q(t)] \cos \left[\nu m\varphi_q(t) + \frac{\pi m}{2} \right] + \right. \\ &\left. + v_{\rho}(t) \frac{J_{\nu m}[k_{\perp}\rho_q(t)]}{\rho_q(t)} \nu m \sin \left[\nu m\varphi_q(t) + \frac{\pi m}{2} \right] \right\} \times \\ &\times e^{-i\omega t} dt. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $\varepsilon_0 = 1$, $\varepsilon_m = 2$, при $m > 0$, v_{φ} и v_{ρ} — составляющие скорости частицы вдоль φ и ρ , $k_z = k \cos \theta$ и $k_{\perp} = k \sin \theta$ — продольное и поперечное волновые числа, $k_z^2 + k_{\perp}^2 = k^2$, $k = \omega$, $J'_p(u) = dJ_p(u)/du$, $\nu = \pi/\alpha$.

При этом энергия W , излучаемая в интервал частот $d\omega$ в телесный угол $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$, описывается выражением

$$W = \frac{|K_E|^2 + |K_H|^2}{\sin^2 \theta}. \quad (7)$$

Здесь и в дальнейшем используется система единиц, в которой скорость света $c = 1$.

При заданном законе движения заряженной частицы $(\rho_q(t), \varphi_q(t))$ выражения (5) и (6) позволяют вычислить составляющие E_z и H_z электромагнитной волны, по которым можно определить все остальные компоненты. В работе [4] был рассмотрен случай, когда частица вылетает из двугранного угла, а ее траектория описывается соотношениями

$$\rho_q(t) = vt, \quad \varphi_q(t) = \varphi_i. \quad (8)$$

При этом

$$\begin{aligned} K_E(\omega \cos \theta) &= \frac{q \cos \theta}{\alpha \sqrt{1 - v^2 \sin^2 \theta}} \times \\ &\times \left(\frac{1 - h_{out} \cos \nu(\varphi - \varphi_i)}{1 + h_{out}^2 - 2h_{out} \cos \nu(\varphi - \varphi_i)} - \right. \\ &\left. - \frac{1 + h_{out} \cos \nu(\varphi + \varphi_i)}{1 + h_{out}^2 + 2h_{out} \cos \nu(\varphi + \varphi_i)} \right), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} K_H(\omega \cos \theta) &= \frac{qh_{out}}{\alpha} \times \\ &\times \left(\frac{\sin \nu(\varphi - \varphi_i)}{1 + h_{out}^2 - 2h_{out} \cos \nu(\varphi - \varphi_i)} + \right. \\ &\left. + \frac{\sin \nu(\varphi + \varphi_i)}{1 + h_{out}^2 + 2h_{out} \cos \nu(\varphi + \varphi_i)} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Функция h_{out} определяется траекторией движения заряда. Для частицы, стартующей из ребра двугранного угла, функция h_{out} имеет вид

$$h_{out} = \left(\frac{v \sin \theta}{1 + \sqrt{1 - v^2 \sin^2 \theta}} \right)^{\nu}. \quad (11)$$

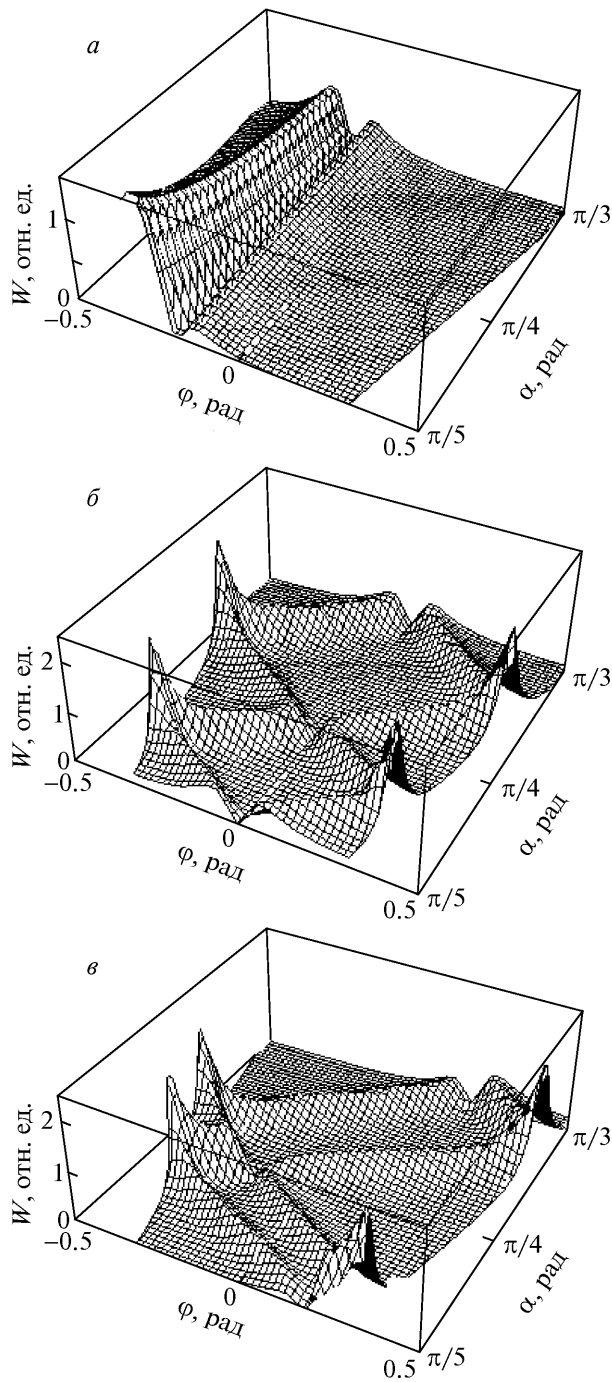


Рис. 5. Угловые распределения энергии излучения частиц $W(\varphi)$ при различных углах раствора α . Частицы вылетают под углом $\varphi_i = -0.2$ (а), влетают вдоль биссектрисы (б) и под углом $\varphi_i = -0.2$ (в). $\gamma = 15$

Выражения (7), (9)–(11) позволяют рассчитать угловые распределения интенсивности переходного излучения. Результаты расчетов для углов раствора $\pi/5 \leq \alpha \leq \pi/3$ приведены на рис. 5а. Переходное излучение генерировалось частицей с энергией $\gamma = 15$, вылетающей под углом $\varphi_i = 0.2$ к биссектрисе двугранного угла. Из рисунка следует, что угловое распределение асимметрично относительно направления движения частицы. Асимметрия распределения и интенсивность излучения в максимуме плавно уменьшается при увеличении угла раствора. Обратим внимание на то, что при всех α излучение сосредоточено в области малых углов $\Delta\varphi \approx \pm\gamma^{-1}$ к направлению скорости частицы.

Рассмотрим излучение частицы, перемещающейся в противоположном направлении. Получим выражения, описывающие свойства переходного излучения частицы, влетающей в двугранный угол с произвольным раствором $0 < \alpha < 2\pi$ и движущейся по прямолинейной траектории, проходящей через ребро угла. В этом случае движение описывается соотношениями

$$\rho_q(t) = -vt, \quad \varphi_q(t) = \varphi_i. \quad (12)$$

Следуя работе [4], т. е. подставляя (12) в (5) и (6) и учитывая, что движение происходит в интервале времени $-\infty < t \leq 0$, после интегрирования и суммирования получаем для функций K_E и K_H следующие выражения:

$$K_E(\omega \cos \theta) = -\frac{q \cos \theta}{\alpha \sqrt{1 - v^2 \sin^2 \theta}} \times \left(\frac{1 - h_{in} \cos \nu(\varphi - \varphi_i)}{1 + h_{in}^2 - 2h_{in} \cos \nu(\varphi - \varphi_i)} - \frac{1 + h_{in} \cos \nu(\varphi + \varphi_i)}{1 + h_{in}^2 + 2h_{in} \cos \nu(\varphi + \varphi_i)} \right), \quad (13)$$

$$K_H(\omega \cos \theta) = -\frac{qh_{in}}{\alpha} \times \left(\frac{\sin \nu(\varphi - \varphi_i)}{1 + h_{in}^2 - 2h_{in} \cos \nu(\varphi - \varphi_i)} + \frac{\sin \nu(\varphi + \varphi_i)}{1 + h_{in}^2 + 2h_{in} \cos \nu(\varphi + \varphi_i)} \right). \quad (14)$$

Функция h_{in} в этом случае будет иметь вид

$$h_{in} = e^{i\nu\pi} \left(\frac{v \sin \theta}{1 + \sqrt{1 - v^2 \sin^2 \theta}} \right)^\nu. \quad (15)$$

Отметим, что функция h_{in} существенно отличается от h_{out} . Значение h_{out} всегда действительно, а величина h_{in} при углах раствора $\alpha \neq \pi/n$ является

комплексной. Это обстоятельство приводит к принципиальным различиям в характере угловых распределений интенсивности излучения частиц, вылетающих из угла и влетающих в него. Анализ выражений показывает, что в первом случае временная зависимость электромагнитного поля представляет собой δ -импульс, возбуждаемый частицей в момент пересечения поверхности двугранного угла. Во втором случае, когда частица влетает в угол, временная зависимость имеет более сложный характер: наряду с δ -импульсом могут возбуждаться электромагнитные поля, протяженные во времени, амплитуда которых в данной точке при больших временах обратно пропорциональна t .

На рис. 5б и 5в показаны рассчитанные по формулам (10) и (13)–(15), угловые распределения переходного излучения частицы, влетающей в двугранный угол. При расчетах энергия частицы принималась равной $\gamma = 15$, а угол раствора α изменялся от $\pi/5$ до $\pi/3$. Отметим, что в этом диапазоне углы раствора α больше угла $\Delta\varphi = \pm\gamma^{-1}$, в пределах которого концентрируется излучение. На рис. 5б приведены распределения для угла влета $\varphi_i = 0$, а на рис. 5в для $\varphi_i = 0.2$. На рис. 5б видно, что при движении частицы вдоль биссектрисы ($\varphi_i = 0$) вариация угла раствора α приводит к изменениям углового распределения. Когда раствор двугранного угла удовлетворяет условию $\alpha = \pi/n$, угол φ_{max} , под которым излучение максимально, определяется энергией частиц и равен $\varphi_{max} \approx \gamma^{-1}$. Когда условие не выполняется, величина угла φ_{max} определяется не только энергией частицы, но и углом раствора α . Плавное изменение угла раствора приводит к колебаниям угла φ_{max} . При углах раствора $\alpha = \pi/(n+1/2)$ угол φ_{max} не зависит от энергии частиц и принимает значения, равные $\pm\alpha/2$, т. е. при таких углах раствора интенсивность излучения имеет максимальное значение вдоль плоскостей двугранного угла.

В случае, когда частица влетает в двугранный угол не вдоль биссектрисы, а под некоторым углом $\varphi_i \neq 0$ к ней (рис. 5в), картина распределения меняется. При плавном изменении величины раствора α угол φ_{min} , при котором излучение минимально, колеблется от $-\varphi_i$ до φ_i .

Как показали расчеты, частицы, влетающие в двугранный угол $\alpha = \pi/(m+1/2)$, под любым направлением инжекции φ_i возбуждают излучение с угловым распределением интенсивности, симметричным относительно биссектрисы двугранного угла. Если траекторию заряда приближать к грани угла ($\varphi_i \rightarrow \pm\alpha/2$), излучение будет концентрироваться около биссектрисы, т. е. $\varphi_{max} \rightarrow 0$, а когда

траектория влетающего заряда совпадает с биссектрисой ($\varphi_i = 0$), $\varphi_{max} = \pm\alpha/2$. При $\gamma \gg 1$ угол $\varphi_{max} \approx \pm\alpha/2 - \varphi_i$ и слабо зависит от энергии частицы.

Выражения, описывающие поля, генерируемые при влете частицы в двугранный угол и при вылете из него, позволяют определить спектрально-угловые распределения излучения, возбуждаемого при других траекториях движения заряда. Практический интерес представляют случаи, которые могут быть реализованы при углах раствора, больших π . При таких углах траектория частицы может состоять из двух отрезков. На первом отрезке частица подлетает к ребру под углом φ_{in} , а на втором отлетает от ребра под углом φ_{out} . В общем случае направление начальной скорости не совпадает с направлением конечной скорости. Это может иметь место, например, при упругом рассеянии заряда на ребре.

Когда направление скорости частицы в процессе движения не изменяется, суммирование полей, генерируемых при влете частицы в двугранный угол и при вылете из него, позволяет описать спектрально-угловое распределение излучения, возбуждаемого при пролете частицы через вершину угла. Функции K_E и K_H при таком движении имеют вид

$$K_E(\omega \cos \theta) = \frac{q \cos \theta}{\alpha \sqrt{1 - v^2 \sin^2 \theta}} \times \left(\frac{1 - h_{out} \cos \nu(\varphi - \varphi_i)}{1 + h_{out}^2 - 2h_{out} \cos \nu(\varphi - \varphi_i)} - \frac{1 + h_{out} \cos \nu(\varphi + \varphi_i)}{1 + h_{out}^2 + 2h_{out} \cos \nu(\varphi + \varphi_i)} - \frac{1 - h_{in} \cos \nu(\varphi - \varphi_i - \pi)}{1 + h_{in}^2 - 2h_{in} \cos \nu(\varphi - \varphi_i - \pi)} + \frac{1 + h_{in} \cos \nu(\varphi + \varphi_i + \pi)}{1 + h_{in}^2 + 2h_{in} \cos \nu(\varphi + \varphi_i + \pi)} \right), \quad (16)$$

$$K_H(\omega \cos \theta) = \frac{q}{\alpha} \times \left(\frac{h_{out} \sin \nu(\varphi - \varphi_i)}{1 + h_{out}^2 - 2h_{out} \cos \nu(\varphi - \varphi_i)} + \frac{h_{out} \sin \nu(\varphi + \varphi_i)}{1 + h_{out}^2 + 2h_{out} \cos \nu(\varphi + \varphi_i)} - \frac{h_{in} \sin \nu(\varphi - \varphi_i - \pi)}{1 + h_{in}^2 - 2h_{in} \cos \nu(\varphi - \varphi_i - \pi)} - \frac{h_{in} \sin \nu(\varphi + \varphi_i + \pi)}{1 + h_{in}^2 + 2h_{in} \cos \nu(\varphi + \varphi_i + \pi)} \right). \quad (17)$$

На рис. 6 представлены угловые распределения излучения, возбуждаемого частицей, пролетающей через вершину двугранного угла. Распределения по-

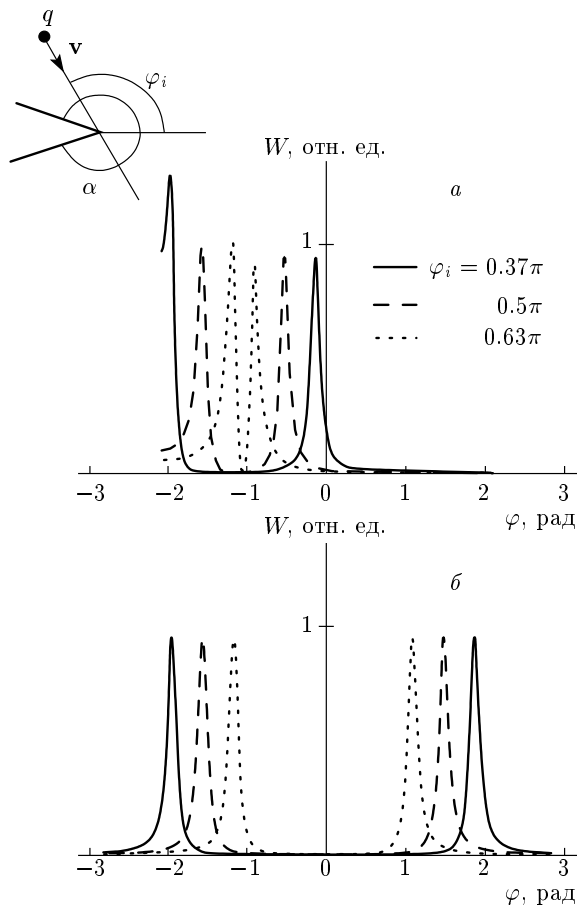


Рис. 6. Угловые распределения энергии излучения частиц, пересекающих вершину двугранного угла с раствором $\alpha > \pi$: $\alpha = 1.3\pi$ (а), 1.99π (б)

строены для разных значений углов раствора α при различных углах инжекции φ_i .

Из рис. 6 следует, что характер распределения зависит не только от направления движения частицы, но и от величины двугранного угла. При больших углах раствора двугранный угол можно рассматривать как полуплоскость, а излучение, описываемое выражениями (11), (16) и (17), — как излучение частицы, пролетающей над ребром проводящей полуплоскости. В этом случае (рис. 6б) интенсивность излучения равна нулю вдоль биссектрисы и имеет максимумы при углах $\varphi_{max} = \pm\pi - \varphi_i$. Распределение симметрично относительно полуплоскости при любых углах пролета частицы, т. е. для всех значений φ_i часть излучения направлена в полупространство, в котором частица движется до пересечения с ребром, другая часть — в полупространство, в котором частица движется после пересечения ребра.

Максимумы энергии излучения приходятся на углы

$$\varphi_{max1} \approx -\pi + \alpha - \varphi_i, \quad \varphi_{max2} \approx -\pi + \varphi_i, \quad (18)$$

а минимум наблюдается при угле

$$\varphi_{min} = -\pi + \frac{\alpha}{2}. \quad (19)$$

Видно (рис. 6а), что при некоторых углах раствора оба пика энергии излучения направлены в одно полупространство — то, в котором частица движется после пересечения ребра двугранного угла. Угол между максимумами энергии излучения $\Delta\varphi_{max}$ зависит от угла раствора α и направления движения частицы φ_i :

$$\Delta\varphi_{max} = \alpha - 2\varphi_i. \quad (20)$$

В случае, когда угол между траекторией частицы и одной из плоскостей двугранного угла имеет величину, сравнимую с γ^{-1} , угловое распределение излучения становится асимметричным (кривая, соответствующая $\varphi_i = 0.37\pi$, на рис. 6а). Интенсивность излучения, распространяющегося вдоль плоскости, существенно больше интенсивности в другом максимуме.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены особенности спектрально-углового распределения переходного излучения релятивистских частиц, пересекающих поверхность двугранного угла, сформированного идеально проводящими плоскостями. Показано, что в общем случае распределения излучения частиц, влетающих в двугранный угол и вылетающих из него, существенно различаются.

Для углов раствора двугранного угла, удовлетворяющих условию $\alpha = \pi/n$, при помощи метода зеркальных изображений проведены расчеты углового распределения энергии излучения частиц. Расчеты проведены для различных траекторий частиц: для траекторий, проходящих через ребро и направленных под углом φ_i к биссектрисе, а также для траекторий, смещенных параллельно биссектрисе на расстояние d . Использование метода изображений позволяет объяснить полученные различия в распределениях излучения влетающих и вылетающих частиц.

Показано, что при углах раствора $\alpha = \pi/n$, где n — четное число, пространственные распределения интенсивности излучения влетающих $W_{in}(\theta, \varphi)$ и вылетающих $W_{out}(\theta, \varphi)$ частиц совпадают ($W_{in}(\theta, \varphi) = W_{out}(\theta, \varphi)$). При нечетных значениях n распределения интенсивности излучения влетающих и выле-

тающих частиц симметричны относительно плоскости, проходящей через ребро и биссектрису двугранного угла ($W_{in}(\theta, \varphi) = W_{out}(\theta, -\varphi)$).

Получено выражение для интенсивности переходного излучения релятивистской частицы, влетающей в двугранный угол с произвольным углом раствора $0 < \alpha < 2\pi$ и движущейся по траектории, проходящей через ребро двугранного угла. Проведены расчеты углового распределения интенсивности излучения частиц. Для углов раствора $\alpha = \pi/n$ результаты расчетов совпадают с полученными ранее при помощи метода зеркальных изображений. Расчеты показали, что характер углового распределения переходного излучения сильно зависит не только от направления влета и вылета заряженных частиц, но и от величины двугранного угла. Сравнительно небольшие изменения величины двугранного угла могут приводить к качественным изменениям углового распределения.

Рассмотрено излучение, возбуждаемое релятивистской частицей, пролетающей через вершину

двугранного угла с раствором $\alpha > \pi$. Проведены расчеты углового распределения излучения частицы в этом случае.

Авторы благодарны Б. М. Болотовскому за обсуждение работы. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 10-02-01481).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, ЖЭТФ **16**, 15 (1946).
2. А. В. Серов, Б. М. Болотовский, ЖЭТФ **131**, 904 (2007).
3. M. I. Ryazanov and A. N. Safronov, Laser Phys. **6**, 708 (1996).
4. А. В. Кольцов, А. В. Серов, ЖЭТФ **136**, 44 (2009).
5. А. В. Серов, ЖЭТФ **135**, 679 (2009).
6. Б. М. Болотовский, Труды ФИАН **140**, 95 (1982).