# ЭЛЕКТРОННАЯ СТРУКТУРА, МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА И МЕХАНИЗМ ПЕРЕХОДА ДИЭЛЕКТРИК-МЕТАЛЛ В LaCoO<sub>3</sub> С УЧЕТОМ СИЛЬНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ

С. Г. Овчинников<sup>а,b,c</sup>, Ю. С. Орлов<sup>а</sup><sup>\*</sup>, И. А. Некрасов<sup>d</sup>, З. В. Пчелкина<sup>e</sup>

<sup>а</sup> Институт физики им. Л. В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук 660036, Красноярск, Россия

> <sup>b</sup> Сибирский федеральный университет 660041, Красноярск, Россия

<sup>с</sup> Сибирский аэрокосмический университет 660014, Красноярск, Россия

<sup>d</sup> Институт электрофизики Уральского отделения Российской академии наук 620016, Екатеринбург, Россия

<sup>е</sup> Институт физики металлов Уральского отделения Российской академии наук 620990, Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 17 мая 2010 г.

Методом LDA+GTB рассчитана электронная структура LaCoO<sub>3</sub> при конечных температурах с учетом сильных электронных корреляций и возможного спинового кроссовера с ростом температуры. В энергетическом спектре LaCoO<sub>3</sub> выявлены внутрищелевые состояния, уменьшающие ширину диэлектрической щели при повышении температуры, что позволило описать переход диэлектрик-металл, наблюдаемый в этом соединении при T = 500-600 K. Температурная зависимость магнитной восприимчивости с максимумом при  $T \approx 100$  K объясняется вкладом Кюри от термически возбужденных термов иона  $Co^{3+}$ . При высоких температурах добавляется паулиевский вклад от зонных электронов и полная намагниченность LaCoO<sub>3</sub> рассматривается в виде суммы  $M_{tot} = M_{loc} + M_{band}$ . Второе слагаемое описывает зонный вклад, возникающий при переходе диэлектрик-металл и способствующий появлению высокотемпературной аномалии магнитной восприимчивости LaCoO<sub>3</sub>.

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Кобальтиты редкоземельных металлов с общей химической формулой LnCoO<sub>3</sub>, где Ln обозначает лантан (La) или лантаноид (Gd, Ho, Eu, Sm и т.д.), а также соединения с частичным замещением лантаноида на щелочноземельный элемент в течение уже более тридцати лет привлекают к себе пристальное внимание как материалы с яркими физическими свойствами [1], такими как колоссальное магнитосопротивление [2], высокотемпературный ферромагнетизм [3], зарядовое упорядочение [4], электронное разделение фаз [5], переходы металл-диэлектрик [6], эффекты памяти [7], каскад магнитных переходов [8], образование гигантских поляронов [9]. Кроме того, в последнее время наметились перспективы практического применения этих материалов в качестве катодов в твердотельных элементах питания. Базовым представителем этого ряда кобальтитов является LaCoO<sub>3</sub> с валентной формулой La<sup>3+</sup> Co<sup>3+</sup>O<sub>3</sub><sup>2-</sup>.

Впервые соединение LaCoO<sub>3</sub> привлекло к себе внимание благодаря необычной температурной зависимости его магнитной восприимчивости  $\chi(T)$ [10], которая имеет два широких максимума при  $T_1 \approx 100$  К и  $T_2 = 500-600$  К. Высокотемпературная аномалия магнитной восприимчивости LaCoO<sub>3</sub> сопровождается плавным переходом диэлектрик-металл в проводимости, свидетельствующим о делокализации носителей заряда [11, 12]. При

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup>E-mail: jso.krasn@mail.ru

этом значительное уменьшение сопротивления наблюдается и в области температур выше 500 К. Необходимо отметить, что появление высокотемпературной особенности в литературе часто соотносится с переходом в проводящее состояние. Изучение рассеяния поляризованных нейтронов [13] в LaCoO<sub>3</sub> показало, что при низких температурах ионы кобальта находятся в немагнитном низкоспиновом состоянии, а при повышении температуры это состояние сменяется парамагнитным. Конкуренция низкоспинового  $({}^{1}A_{1}), t_{2g}^{6},$  высокоспинового  $({}^{5}T_{2}), t_{2g}^{4}e_{g}^{2},$ и промежуточноспинового  $({}^{3}T_{1}), t_{2q}^{5}e_{q}^{1},$  состояний иона Со<sup>3+</sup> ответственна за основные особенности магнитных, структурных и транспортных свойств редкоземельных кобальтитов. Изначально в наиболее ранних работах предлагалось, что вместо высокоспинового состояния благодаря наличию кристаллического поля для  $d^6$ -конфигурации иона  $\operatorname{Co}^{3+}$  реализуется низкоспиновое состояние с энергетическим интервалом между ними, определяемым величиной спиновой щели  $\Delta_S = E(HS) - E(LS) \sim 100$  К. Термическое заселение высокоспинового состояния обеспечивает быстрое увеличение магнитной восприимчивости с максимумом в районе 100 К. Существенная разница между величиной спиновой щели и величиной энергии активации электрической проводимости  $E_a \approx 0.1$  эВ для незначительных температур подразумевает, что LaCoO<sub>3</sub> не является простым зонным диэлектриком [11]. Более того, значительное различие между величиной зарядовой щели  $2E_a \approx 2300~{\rm K}$ и температурой перехода диэлектрик-металл  $T_{IMT} \approx 600$  К означает, что последний вряд ли может быть просто объяснен в рамках модели узкощелевого полупроводника [14].

Несмотря на большое количество публикаций, посвященных проблемам магнитной восприимчивости и переходу диэлектрик-металл в LaCoO<sub>3</sub>, следует признать отсутствие консенсуса как в теоретических, так и в экспериментальных работах. Это означает необходимость дальнейших исследований. Мы предлагаем теоретическое описание этого перехода с учетом сильных электронных корреляций (СЭК), играющих важную роль в формировании различных свойств оксидов переходных металлов. Традиционные одноэлектронные подходы оказываются не в состоянии описать многие из них, к тому же все более понятным становится то, что для описания этих свойств необходимо принять во внимание орбитальные, спиновые, зарядовые и решеточные степени свободы. Обычно даже в многоэлектронных моделях для описания электрон-электронного взаимодействия используется в лучшем случае приближение

Канамори, в котором из всей совокупности кулоновских матричных элементов сохраняются взаимодействие плотность-плотность и обменное взаимодействие. В работе [15] была подчеркнута и обоснована важность учета именно полного гамильтониана для электрон-электронного взаимодействия и продемонстрирована ее роль в формировании энергетической щели Мотта – Хаббарда:

$$U(d^{n}) = E(d^{n-1}) + E(d^{n+1}) - 2E(d^{n}).$$

Чем точнее и корректнее определяется набор термов для рассматриваемых  $d^{n-1}$ -,  $d^n$ -,  $d^{n+1}$ -конфигураций иона переходного металла, тем лучше определяется параметр Хаббарда U. Это становится особенно важным при наличии кроссоверов между многоэлектронными термами с изменением каких-то внешних условий, например, давления или температуры. В работе [16] было показано, как спиновые кроссоверы изменяют величину  $U(d^n)$  и влияют на переход Мотта-Хаббарда. Одним из адекватных способов рассмотрения таких систем, учитывающих необходимые замечания, являются обобщенный метод сильной связи (GTB) [17] и его ab initio версия LDA+GTB [18], представляющие, по сути, реализацию идей Хаббарда для многоэлектронных и многоорбитальных систем. Ниже, в разд. 2 приведено краткое изложение основных положений этого метода. Построение функций Ванье и расчет параметров многоорбитальной *p*-*d*-модели из LDA-вычислений ab initio приведены в разд. 3. Результаты LDA+GTB-расчетов электронной структуры LaCoO<sub>3</sub> для различных значений температуры представлены в разд. 4. Раздел 5 посвящен электронным свойствам. Поведение магнитной восприимчивости и ее особенности рассматриваются в разд. 6.

## 2. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЛЕМАНА И ОБОБЩЕННЫЙ МЕТОД СИЛЬНОЙ СВЯЗИ

Согласно точному спектральному представлению Лемана [19], одноэлектронная функция Грина с проекцией спина  $\sigma$  при T = 0 может быть представлена в виде

$$G_{\sigma}\left(k,\omega\right)=\sum_{m}\left(\frac{A_{\sigma m}\left(k,\omega\right)}{\omega-\Omega_{m}^{+}}+\frac{B_{\sigma m}\left(k,\omega\right)}{\omega-\Omega_{m}^{-}}\right),$$

где энергия квазичастиц равна

$$\Omega_m^+ = E_m (N+1) - E_0 (N) - \mu,$$
  
$$\Omega_m^- = E_0 (N) - E_m (N-1) - \mu,$$

а их спектральные веса определяются матричными элементами

$$A_{\sigma m} (k, \omega) = |\langle 0, N | a_{k\sigma} | m, N + 1 \rangle|^2,$$
  
$$B_{\sigma m} (k, \omega) = |\langle m, N - 1 | a_{k\sigma} | 0, N \rangle|^2.$$

Здесь  $|m, N\rangle$  обозначает многоэлектронное собственное состояние системы с N электронами и порядковым номером m,

$$H|m,N\rangle = E_m|m,N\rangle,$$

индекс *m* нумерует квазичастицу со спином 1/2, зарядом *e*, энергией  $\Omega_m^+(\Omega_m^-)$  и спектральным весом  $A_{\sigma m}(B_{\sigma m})$ .

Представление Лемана описывает электрон как суперпозицию различных квазичастиц, для которых индекс *m* служит зонным индексом квазичастицы.

При конечных температурах представление Лемана может быть записано, например, для запаздывающей функции Грина (см. [20, 21]) следующим образом:

$$G_{\sigma}(k,\omega) = \sum_{m,n} W_n \frac{A_{\sigma,mn}(k,\omega)}{\omega - \Omega_{mn}^+} \left[ 1 + \exp\left(-\frac{\Omega_{mn}^+}{T}\right) \right].$$

Здесь

$$\Omega_{mn}^{+} = E_m \left( N + 1 \right) - E_n \left( N \right) - \mu,$$

статистический вес состояния  $|n\rangle$  определяется распределением Гиббса с термодинамическим потенциалом  $\Omega$ ,

$$W_n = \exp\frac{\Omega - E_n + \mu N}{T}.$$

Поскольку при  $T \neq 0$  заселено не только основное состояние  $|0, N\rangle$ , но и возбужденные состояния  $|n, N\rangle$ , квазичастица нумеруется двумя индексами, m и n, и определяется как возбуждение в многоэлектронной системе, связанное с добавлением к N-электронной системе в состоянии  $|n, N\rangle$  электрона с переходом в конечное состояние  $|m, N + 1\rangle$ .

В представлении Лемана  $|m, N\rangle$  есть неизвестное состояние всего кристалла. В схеме обобщенного метода сильной связи представление Лемана реализуется по теории возмущений. Локальная функция Грина  $G^{(0)}$  имеет такую же структуру, но определяется она локальными многоэлектронными термами  $|m, N\rangle$ . В нашем случае для LaCoO<sub>3</sub> существенны термы с N = 5, 6, 7, соответствующие конфигурациям  $d^5$ ,  $d^6$ ,  $d^7$  иона кобальта.

Представим гамильтониан обобщенной многозонной модели Хаббарда в виде

$$H = H_0 + H_1, \quad H_0 = \sum_f H_c(f),$$

$$H_1 = \sum_{fg} H_{cc} \left( f, g \right),$$

где  $H_c(f)$  — внутриячеечная часть гамильтониана  $H, H_{cc}(f,g)$  описывает перескок и взаимодействие между f-й и g-й ячейками. Обобщенный метод сильной связи можно схематично представить состоящим из трех шагов.

а) С помощью точной диагонализации внутриячеечной части  $H_c(f)$  находятся собственные многоэлектронные состояния  $|m, N\rangle \equiv |p\rangle$  для различных секторов гильбертова пространства, нумеруемых количеством N электронов в ячейке. В предыдущей работе [22] изложен метод построения такого набора собственных волновых функций в представлении вторичного квантования с учетом электронных корреляций, спин-орбитального взаимодействия и ковалентности.

б) X-оператор на узле f определяется как

$$X_f^{pq} = \left| p \right\rangle \left\langle q \right| = \left| m, N \right\rangle \left\langle m', N' \right|.$$

Предполагается, что собственные состояния  $|p\rangle$  для соседних ячеек ортогональны. Если же это неверно, как, например, в случае кобальтитов, где два соседних CoO<sub>6</sub>-кластера содержат общий кислород, необходимо использовать процедуру ортогонализации. Для LaCoO<sub>3</sub> вместо групповых кислородных молекулярных орбиталей, классифицированных по неприводимым представлениям группы  $O_h$ , были явно выписаны функции Ванье.

В стандартной записи X-операторов приходится иметь дело с громоздкими и неуклюжими обозначениями, нумерующими начальное и конечное состояния. Для их упрощения воспользуемся идеей Зайцева [23] и введем вместо пары индексов (p,q) так называемый корневой вектор  $(p,q) \leftrightarrow \alpha(p,q) \equiv \alpha$ . Более того, поскольку множество таких векторов счетно, пронумеруем каждый из них  $\alpha \leftrightarrow \alpha_n$ , и в дальнейшем будем указывать только номер корневого вектора n:

$$X_f^{pq} \leftrightarrow X_f^{\alpha(p,q)} \leftrightarrow X_f^{\alpha_n} \leftrightarrow X_f^n.$$

Определим векторы  $\alpha$  так, чтобы они соответствовали процессу уничтожения электрона, т.е.  $N_q - N_p = +1$ . Тогда операторы уничтожения (рождения) электрона в состоянии  $|f\lambda\sigma\rangle$  могут быть точно записаны в X-представлении в виде

$$a_{f\lambda\sigma} = \sum_{n} \gamma_{\lambda\sigma} (n) X_{f}^{n},$$

$$a_{f\lambda\sigma}^{\dagger} = \sum_{n} \gamma_{\lambda\sigma}^{*} (n) (X_{f}^{n})^{\dagger},$$

$$\gamma_{\lambda\sigma} (n) = \langle p | a_{f\lambda\sigma} | q \rangle.$$
(1)

Индекс  $\lambda$  пробегает весь набор рассматриваемых электронных орбиталей.

в) В представлении X-операторов полный гамильтониан примет вид

$$H = \sum_{f,p} E_p X_f^{pp} + \sum_{fg} \sum_{nn'} t_{fg}^{nn'} X_f^{\dagger n} X_g^{n'}.$$
 (2)

Поскольку гамильтониан  $H_c$  в представлении операторов Хаббарда диагонален, локальная функция Грина вычисляется непосредственно и равна

$$G_{\lambda\sigma}^{(0)}(k,\omega) = \sum_{n} |\gamma_{\lambda\sigma}(n)|^2 \frac{F(n)}{\omega - \Omega_n},$$
(3)

где  $\Omega_n = E_{m'} (N+1) - E_m (N)$ , фактор заполнения  $F(n) = \left\langle X_f^{pp} \right\rangle + \left\langle X_f^{qq} \right\rangle$ . Очевидно, что функция Грина (3) реализует

Очевидно, что функция Грина (3) реализует представление Лемана внутри элементарной ячейки, но в отличие от невычисляемых энергий и матричных элементов в представлении Лемана все величины, входящие в формулу (3), вычисляются через локальные характеристики термов. Здесь индекс n нумерует квазичастицы с зарядом e, спином 1/2, энергией  $\Omega_n$  и спектральным весом

$$A_{\lambda\sigma}(n) = |\gamma_{\lambda\sigma}(n)|^2 F(n).$$

В то же время в силу полноты базиса многоэлектронных состояний  $|p\rangle$  суммарный спектральный вес сохраняется таким же, как для свободных электронов. Очевидное сходство формулы (2) с гамильтонианом модели Хаббарда позволяет применить многие методы теории возмущений по параметру  $t/U \ll 1$ , известные для модели Хаббарда.

В диаграммной технике для X-операторов [24, 25] ряды теории возмущений строятся не для электронной функции Грина

$$G_{\lambda\lambda',\sigma}\left(k,\omega\right) = \left\langle \left\langle a_{k\lambda\sigma}a^{\dagger}_{k\lambda'\sigma}\right\rangle \right\rangle,\,$$

а для матричной функции Грина

$$D_{nn'}(k,\omega) = \left\langle \left\langle X_k^n \middle| \left( X_k^{n'} \right)^{\dagger} \right\rangle \right\rangle_{\omega}$$

связанных в силу соотношений (1) равенством

$$G_{\lambda\lambda',\sigma}(k,\omega) = \sum_{n,n'} \gamma_{\lambda\sigma}(n) \gamma^*_{\lambda'\sigma}(n') D_{nn'}(k,\omega).$$

Через фермиевскую одночастичную функцию Грина выражаются спектральная плотность одночастичных возбуждений

$$A_{\sigma}(k,\omega) = -\frac{1}{\pi} \sum_{\lambda,n,n'} \gamma_{\lambda\sigma}(n) \gamma^{*}_{\lambda\sigma}(n') \times \\ \times \operatorname{Im} D_{nn'}(k,\omega+i\delta) = -\frac{1}{\pi} \sum_{\lambda} \operatorname{Im} \left( G_{\lambda\lambda,\sigma}(k,\omega) \right)$$

и плотность одночастичных состояний для данной проекции спина ( $N_k$  — нормировочный множитель):

$$N_{\sigma}(\omega) = \frac{1}{N_k} \sum_k A_{\sigma}(k, \omega).$$

Для функции Грина  $\hat{D}$  может быть записано обобщенное уравнение Дайсона [24]

$$\hat{D}_{\sigma}(k,\omega) = \left\{ \left[ G_{\sigma}^{0}(k,\omega) \right]^{-1} + \hat{\Sigma}_{\sigma}(k,\omega) \right\}^{-1} \times \hat{P}_{\sigma}(k,\omega) . \quad (4)$$

Здесь  $\hat{\Sigma}_{\sigma}(k,\omega)$  и  $\hat{P}_{\sigma}(k,\omega)$  — соответственно массовый и силовой операторы. Наличие силового оператора связано с перераспределением спектрального веса и является принципиальным эффектом СЭК. Функция Грина  $G^{0}_{\sigma}(k,\omega)$  в формуле (4) определяется соотношением

$$\left[\hat{G}_{\sigma}^{0}\left(k,\omega\right)\right]^{-1} = \hat{G}_{0}^{-1}\left(\omega\right) - \hat{P}_{\sigma}\left(k,\omega\right)\hat{T}_{\sigma}\left(k\right),$$

где  $\hat{G}_0(\omega)$  — локальный (внутрия чеечный) пропагатор,  $\hat{T}_{\sigma}(k)$  — матричный элемент взаимодействия.

В приближении Хаббард-I сохраняется структура точной функции Грина (4), но массовый оператор полагается равным нулю, а силовой оператор  $P_{\sigma}^{mn}(k,\omega) \to P_{0\sigma}^{mn} = \delta_{mn} F_{\sigma}^{m}$ , где

$$F_{\sigma}^{m} \equiv F\left(p,q\right) = \left\langle X_{f}^{pp} \right\rangle + \left\langle X_{f}^{qq} \right\rangle$$

 фактор заполнения, названный в диаграммной технике для X-операторов [23] концевым множителем. Используя приближение Хаббард-I, из уравнения (4) получаем

$$\hat{D}_{\sigma}^{(0)}(k,\omega) = \left\{ \hat{G}_{0}^{-1}(\omega) - \hat{P}_{0\sigma}\hat{T}_{\sigma}(k) \right\}^{-1} \hat{P}_{0\sigma}.$$

В результате для закона дисперсии квазичастиц получается следующее дисперсионное уравнение:

$$\det \left\| \delta_{nn'} \left( \omega - \Omega_n \right) / F\left( n \right) - T_{nn'} \left( k \right) \right\| = 0.$$

Это уравнение близко по виду к дисперсионному уравнению метода сильной связи в одноэлектронной зонной теории, отличаясь от него несколькими обстоятельствами: индексы m, n нумеруют одночастичные возбуждения (квазичастицы) в многоэлектронной системе; локальные энергии  $\Omega_n$  уже содержат внутриячеечные кулоновские взаимодействия в



Рис.1. Зонная LDA-структура LaCoO<sub>3</sub> показана сплошными черными и серыми линиями. Штриховые линии — зоны, полученные при помощи проекционной процедуры для пяти *d*-орбиталей кобальта и трех *p*-орбиталей кислорода, полностью воспроизводят зоны LDA. Уровень Ферми соответствует нулевой энергии на графике

отличие от одноэлектронных энергий; через факторы заполнения F(n) зонная структура квазичастиц зависит от концентрации электронов, температуры и внешних полей; одноэлектронной модели жесткой зоны для квазичастиц быть не может.

Для нахождения чисел заполнения и факторов F(n) необходимо решать уравнение для химического потенциала, которое в X-представлении может быть записано в виде

$$N_e = \sum_{f,m,N} N \left\langle X_f^{mN,mN} \right\rangle.$$

Здесь  $\langle X_f^{mN,mN} \rangle$  — число заполнения терма с номером m конфигурации  $d^N$  на узле f, каждый терм конфигурации  $d^N$  дает вклад в число электронов, равный N, их сумма по всем состояниям равна полному числу электронов  $N_e$ .

## 3. ОДНОЭЛЕКТРОННАЯ ЗОННАЯ СТРУКТУРА LaCoO<sub>3</sub> И ПАРАМЕТРЫ МНОГОЗОННОГО ГАМИЛЬТОНИАНА

Результаты расчетов GTB-методом количественно зависят от используемого набора микроскопических параметров, таких как, например, интегралы перескока металл-кислород  $t_{pd}$ , кислород-кислород *t*<sub>pp</sub>. Используя формализм функций Ванье, можно рассчитать параметры соответствующей модели, основываясь на реальной кристаллической структуре исследуемых систем и связывая тем самым модельный подход с характерными особенностями реальных химических соединений. На рис. 1 представлены LDA-расчеты зонной структуры LaCoO<sub>3</sub> в базисе линеаризованных орбиталей muffin-tin (LMTO) [26], используя структурные данные [27]. Сами по себе зоны LDA, полученные без дополнительного учета СЭК, неправильно определяют металлическое состояние, что характерно для LDA-расчетов всех окислов 3d с эффектами СЭК. Мы используем волновые функции LDA  $\psi_{\lambda}(k)$  для расчета функций Ванье с помощью



Рис. 2. Набор низкоэнергетических термов для  $d^{N_e}$ ,  $N_e = 5, 6, 7$  электронных конфигураций в кристаллическом поле. При T = 0 заселен только основной низкоспиновый синглет  ${}^1A_1$  ( $N_e = 6$ ), фермиевские возбуждения, формирующие дно зоны проводимости и потолок валентной зоны, обозначены сплошными линиями. Штриховыми линиями отмечены переходы, ответственные за формирование внутрищелевых состояний с ростом температуры. Их спектральный вес определяется заселенностью высокоспинового состояния конфигурации  $d^6$ 

проекционной техники [28], в базисе которых вычислены одноэлектронные параметры гамильтониана сильной связи. С этими параметрами также вычислена зонная структура, показанная на рис. 1 штриховыми линиями. Совпадение двух разных расчетов показывает надежность вычисленных параметров перескока и одноцентровых одноэлектронных энергий. Эти параметры равны:  $t_{pd}^{\sigma} = 1.57$  эВ,  $t_{pd}^{\pi} = 0.84$  эВ,  $t_{pp} = 0.3$  эВ,  $E_{xy,yz,xz} = 2.356$  эВ,  $E_{3z^2-r^2,x^2-y^2} = 1.902$  эВ,  $E_{px} = 3.744$  эВ,  $E_{py} = 3.961$  эВ,  $E_{pz} = 3.792$  эВ.

#### 4. ЭЛЕКТРОННАЯ СТРУКТУРА LaCoO<sub>3</sub> ПРИ КОНЕЧНЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ

Рассмотрим схему формирования электронной структуры LaCoO<sub>3</sub> с учетом СЭК. Последние, как известно, приводят к тому, что 3*d*-электроны иона переходного металла можно считать достаточно локализованными. Поэтому можно говорить о совокупности ионов с электронной конфигурацией  $d^n$  (n = 6для Co<sup>3+</sup>) в кристаллическом поле. Как и в диэлектрике Мотта – Хаббарда, кинетическая энергия электронов мала по сравнению с их потенциальной энергией, но все же приводит к флуктуациям заряда типа

$$d^n + d^n \leftrightarrow d^{n+1} + d^{n-1}. \tag{5}$$

Наличие лигандов с их электронной структурой приводит к возможности существования эффектов, связанных с переносом заряда и флуктуациям типа

$$d^n \leftrightarrow d^{n+1}\underline{L} \tag{6}$$

 $(\underline{L}$  — спектроскопическое обозначение дырки на лигандах). Поэтому о конфигурации иона  $d^n$  нужно говорить как о суперпозиции вида  $d^n + d^{n+1}\underline{L}$ . Такую суперпозицию можно назвать эффектом ковалентности или ковалентного подмешивания. В дальнейшем рассмотрение состояний иона будет проводиться с учетом указанной суперпозиции. Описание распространения возмущений (5) и (6) с помощью функций Грина и квазичастичных представлений в схеме обобщенного метода сильной связи является предметом настоящей работы для LaCoO<sub>3</sub>. Для этого на рис. 2 приведен необходимый набор низкоэнергетических термов  $d^n$  (n = 5, 6, 7) конфигураций

иона кобальта в октаэдрическом поле. Хорошо развитый математический аппарат теории кристаллического поля позволяет находить положения многоэлектронных термов различных конфигураций и их волновые функции при наличии спин-орбитального взаимодействия и компонент кристаллического поля с симметрией более низкой, чем кубическая. Однако в такой чисто ионной картине, как теория кристаллического поля, не учитывается электронная структура лигандов. Указанное ковалентное подмешивание было рассмотрено в работе [22], предваряющей данную в качестве методологического введения. Волновые функции многоэлектронных термов на рис. 2 были определены с учетом орбиталей кислородного окружения.

Положение термов в  $d^6$ -секторе ( $N_e = 6$  на рисунке) соответствует работе [29]. Основным термом при низкой температуре является низкоспиновый синглет  ${}^1A_1$ , отделенный от триплетного уровня щелью  $\Delta_{s-t} \approx 140$  К. В рамках этой схемы удается описать ЭПР-спектры для LaCoO<sub>3</sub> [30] и получить g-фактор, совпадающий с экспериментальным. Важный общий вывод, сделанный авторами работы [29], состоит в том, что орбитальный момент в LaCoO<sub>3</sub> «разморожен» в отличие от такового в привычной картине спинового магнетизма в оксидах 3d-металлов.

При температуре равной нулю заселен только основной терм — низкоспиновый синглет  ${}^{1}A_{1}$ , поэтому ненулевой вклад имеют только те переходы (возбуждения), которые показаны сплошными линиями на рис. 2 (остальные переходы запрещены правилом отбора по спину и проекции спина). Их фактор заполнения равен единице. Переходы

$$d^{6} {}^{1}A_{1} \rightarrow d^{5} {}^{2}T_{2} \tilde{J} = 1/2, \tilde{J} = 3/2$$

с энергиями

$$\Omega_{V1} = E\left(d^{6}, {}^{1}A_{1}\right) - E\left(d^{5}, {}^{2}T_{2}, \tilde{J} = 1/2\right),$$
$$\Omega_{V2} = E\left(d^{6}, {}^{1}A_{1}\right) - E\left(d^{5}, {}^{2}T_{2}, \tilde{J} = 3/2\right)$$

формируют валентную зону, а переходы

$$d^{6} {}^{1}A_{1} \to d^{7} {}^{2}E, \quad \Omega_{C} = E(d^{7}, {}^{2}E) - E(d^{6}, {}^{1}A_{1})$$

— зону проводимости, см. рис. 3. Энергии переходов определяют положение центров зон. Валентная зона является полностью заполненной, а химический потенциал лежит в щели шириной  $E_g \approx 1.5$  эВ. Очевидно, что зоны  $\Omega_{V1,2}$  и  $\Omega_C$  являются аналогами нижней (LHB) и верхней (UHB) хаббардовских подзон в модели Хаббарда. Полную спектральную интенсивность  $A(k, \omega)$  можно представить в виде суммы спектральных интенсивностей

$$A(k,\omega) = \sum_{\lambda} A_{\lambda}(k,\omega),$$

где индекс  $\lambda$  нумерует как орбитали иона переходного металла, так и групповые кислородные орбитали, классифицированные по строкам неприводимых представлений  $e_g$  и  $t_{2g}$  группы  $O_h$ . Видно, что для зоны проводимости ненулевой вклад имеют орбитали е<sub>a</sub>-подсистемы, а для валентной зоны — орбитали  $t_{2q}$ -подсистемы. Действительно, явная запись волновых функций  $|p\rangle$  энергетических термов, изображенных на рис. 2, в представлении вторичного квантования [22] позволяет вычислять матричные элементы  $\gamma_{\lambda\sigma}(m) = \langle p | a_{\lambda\sigma} | q \rangle$  амплитуды переходов соответствующих корневых векторов  $\alpha_m$  (pq). Ненулевыми матричными элементами для переходов  $d^{6} {}^{1}A_{1} \rightarrow d^{7} {}^{2}E$  являются матричные элементы, для которых  $\lambda = x^2 - y^2, 3z^2 - r^2,$  а для переходов  $d^{6-1}A_1 \rightarrow d^{5-2}T_2 \; \tilde{J} = 1/2, \tilde{J} = 3/2$  — матричные элементы, для которых  $\lambda = xy, yz, xz$ .

С повышением температуры квазичастичный спектр претерпевает существенные изменения. Увеличивается термическая заселенность подуровней  $\tilde{J} = 1$  и  $\tilde{J} = 2$  <sup>5</sup> $T_2$ -терма и, как следствие, появляются вклады от всевозможных переходов, не запрещенных правилом отбора по спину и проекции спина. Переходы

$$d^{6} {}^{5}T_{2} \tilde{J} = 1, \quad \tilde{J} = 2 \to d^{5} {}^{6}A_{1},$$

показанные штриховыми линиями на рис. 2, с энергией

$$\Omega_{V1}^* = E\left(d^6, {}^5T_{2g}, \tilde{J} = 1\right) - E\left(d^5, {}^6A_1\right),$$
$$\Omega_{V2}^* = E\left(d^6, {}^5T_{2g}, \tilde{J} = 2\right) - E\left(d^5, {}^6A_1\right)$$

ответственны за появление внутрищелевых состояний (величина возбуждений  $\Omega_{V1}^*$  и  $\Omega_{V2}^*$  больше  $\Omega_{V1}$ и  $\Omega_{V2}$ , но меньше  $\Omega_C$ ) и уменьшение диэлектрической щели. Результаты самосогласованного расчета зонной структуры и положения химического потенциала  $\mu$  (штриховые линии) для температур T = 100 К и T = 600 К представлены на рис. 4. Спектральный вес и ширина внутрищелевой зоны пропорциональны заселенности подуровней  $\tilde{J} = 1$  и  $\tilde{J} = 2$  высокоспинового состояния. При T = 100 К LaCoO<sub>3</sub> все еще сохраняет диэлектрические свойства, ширина щели составляет немногим более 0.2 эВ. Повышение температуры до



Рис. 3. Квазичастичный спектр и плотность состояний при T = 0, LaCoO<sub>3</sub> — диэлектрик с переносом заряда и с шириной щели  $E_g \approx 1.5$  эВ; G(0,0,0),  $M(\pi,\pi,0)$ ,  $X(\pi,0,0)/(0,\pi,0)$ ,  $R(\pi,\pi,\pi)$  — симметричные точки зоны Бриллюэна

 $T_{IMT}\approx 600$  К приводит к тому, что зоны, образованные переходами  $d^{6}\ {}^5T_2\ \tilde{J}=1,\ \tilde{J}=2 \rightarrow d^5\ {}^6A_1,\ d^6\ {}^5T_2\ \tilde{J}=1,\ \tilde{J}=2 \rightarrow d^7\ {}^4T_1\ \tilde{J}=1/2,\ \tilde{J}=3/2,\ \tilde{J}=5/2$  и  $d^6\ {}^1A_1 \rightarrow d^7\ {}^2E,$  начинают перекрываться и диэлектрическая щель исчезает вовсе (см. рис. 5), LaCoO<sub>3</sub> приобретает металлические свойства.

Необходимо отметить, что переход из диэлектрического состояния в металлическое, а вернее в полуметаллическое не является в LaCoO<sub>3</sub> фазовым переходом, диэлектрическая щель не является термодинамическим параметром порядка.

Яркой особенностью редкоземельных кобальтитов является их аномальное тепловое расширение. К тому же известно, что LaCoO<sub>3</sub> проявляет аномально большую сжимаемость длины L Co–O-связи,  $\beta_L = -L^{-1} (\partial L/\partial P)_T = 4.8 \cdot 10^{-3}$  ГПа<sup>-1</sup> [31]. Это рекордно большое значение для сжимаемости В–O-связи во всех перовскитах ABO<sub>3</sub>. По-видимому, такая большая сжимаемость приводит к достаточно сильной температурной зависимости длин связи. Так, при T = 5 К L = 1.9254 Å, а при T = 550 К величина L = 1.9446 Å [27]. Отсюда следует, что и кристаллическое поле Dq должно заметно уменьшаться с ростом температуры. В обычной теории кристаллического поля величина расщепления  $\Delta = 10$  Dq определяется выражением

$$\Delta = \varepsilon \left( E_g \right) - \varepsilon \left( T_{2g} \right) = \frac{5}{3} e q F_4 \left( R \right),$$

где R — расстояние от шести отрицательных зарядов q до центрального атома. По мнению авторов работы [32], подобное уменьшение кристаллического поля приводит к тому, что интервал  $\Delta_{s-t}$  становится равным нулю при T = 500-600 К. Другими словами, происходит кроссовер между низкоспиновым синглетом  ${}^{1}A_{1}$  и триплетом  $\tilde{J} = 1$ . Такие особенности в поведении могут быть учтены при расчете электронной структуры LaCoO<sub>3</sub> с помощью простой линейной зависимости кристаллического поля от температуры. Действительно, характерным размером в атомной физике является первый боровский радиус  $a_{0} \approx 0.53 \mathring{A}$ , а изменение длины Co–O-связи составляет примерно 0.02 Å.



Рис. 4. Квазичастичный спектр и плотность состояний для двух характерных значений температуры. При T = 100 K (a) наблюдается рост внутрищелевых состояний, а при T = 600 K (b) зонная структура уже имеет металлический тип

## 5. ЭЛЕКТРОННЫЕ СВОЙСТВА

# 5.1. Температурная зависимость электропроводности

Предполагая, что подвижность носителей слабо зависит от температуры, а концентрация при  $T < T_{IMT}$  определяется активационным возбуждением через щель  $E_g$ , для определения удельной электрической проводимости  $\sigma$  воспользуемся классической формулой

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E_a}{kT}\right).$$

Здесь k — постоянная Больцмана,  $E_a$  — энергия активации проводимости. Попытаемся с ее помощью описать, насколько это возможно, экспериментально известное поведение электрического сопротивления LaCoO<sub>3</sub>.

Удельное электрическое сопротивление равно:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \rho_0 \exp \frac{E_g}{2kT}.$$

Важно отметить то, что в нашем случае величина щели есть функция температуры, см. рис. 5. Значение  $\rho_0$  взято из эксперимента при T = 800 К.

Результаты вычислений и экспериментальные данные [11] для сравнения представлены на рис. 6. Как видно, теоретическая кривая описывает общую закономерность, исключая особенность при  $T \approx 300$  К. Это расхождение может быть обусловлено дополнительными взаимодействиями, не рассматриваемыми нами. Так, коэффициент теплового расширения имеет схожую особенность в том же температурном диапазоне [33], поэтому, возможно, спин-фононное и электрон-фононное взаимодействиям.



**Рис.5.** Зависимость ширины диэлектрической щели  $E_g$  от температуры,  $E_g=0$  при  $T=T_{IMT}\approx$   $\approx$   $587~{\rm K}$ 



Рис. 6. Температурная зависимость сопротивления. Сплошной линией представлены экспериментальные данные [11], пунктирной — полученные теоретически

# 5.2. Температурная зависимость среднего магнитного момента

Пусть  $\hat{Q}$  — произвольный оператор. Представление одноузельных операторов через операторы Хаббарда проще всего записать, если воспользоваться дираковской системой обозначений. Тогда

$$\hat{Q} = \hat{1} \cdot \hat{Q} \cdot \hat{1} = \sum_{pq} |p\rangle \langle p|\hat{Q}|q\rangle \langle q| = \sum_{pq} \left\langle p\left|\hat{Q}\right|q\right\rangle X^{pq},$$

где матричный элемент  $\langle p | \hat{Q} | q \rangle$  может рассматриваться как количественная мера, определяющая интенсивность перехода из состояния  $|q\rangle$  в состояние  $|p\rangle$ , при физическом воздействии, описываемом оператором  $\hat{Q}$ . Кет-векторы  $|p\rangle$  и  $|q\rangle$  по-прежнему определяют полный набор собственных ортонормированных одноионных или одноячеечных состояний.

В качестве оператора  $\hat{Q}$  возьмем квадрат оператора полного углового момента. Тогда для среднего значения квадрата углового момента получим выражение

$$\left\langle \hat{J}^{2} \right\rangle = \sum_{pq} \left\langle p \left| \hat{J}^{2} \right| q \right\rangle \left\langle X^{pq} \right\rangle$$

В нашем случае состояния  $|p\rangle$  и  $|q\rangle$  — собственные состояния оператора  $\hat{J}^2$  (см. рис. 2), поэтому

$$\left\langle \hat{J}^{2} \right\rangle = \sum_{N} \sum_{p(N)} \left\langle p(N) \left| \hat{J}^{2} \right| p(N) \right\rangle \left\langle X^{p(N)p(N)} \right\rangle,$$

где сумма по N есть сумма по секторам гильбертова пространства (N = 5, 6, 7).

В качестве меры среднего значения оператора углового момента возьмем корень квадратный из среднего значения квадрата углового момента

$$J_{av} = \sqrt{\left\langle \hat{J}^2 \right\rangle},$$

а поскольку средние значения  $\langle X^{pp} \rangle$  зависят от температуры, то и  $J_{av}$  есть функция температуры, см. рис. 7.

При довольно низких значениях температуры среднее значение углового момента близко к нулю, что соответствует немагнитному состоянию LaCoO<sub>3</sub>. Ожидаемое для высокоспинового состояния значение  $J_{av} \approx 2$  достигается только при  $T \approx 1000$  К. При температуре равной 100 К среднее значение углового момента близко к единице. По нашему мнению, это может быть причиной широко распространенной точки зрения об определяющем вкладе промежуточноспинового состояния в спиновый переход при температуре 100 К в LaCoO<sub>3</sub>.

#### 6. МАГНИТНАЯ ВОСПРИИМЧИВОСТЬ

За последнее время LaCoO<sub>3</sub> был удостоен значительного внимания, поскольку испытывает два широких магнитоэлектронных перехода с ростом температуры, часто называемых кроссоверами. Первый



Рис.7. Зависимость среднего значения углового момента от температуры. Переход из немагнитного низкоспинового состояния при  $T \approx 0$  в парамагнитное состояние с ростом температуры. При температуре спинового перехода  $T \sim 100$  К величина  $J_{av} \approx 1$ 

кроссовер, ярко выраженный в поведении магнитной восприимчивости  $\chi$ , рассматривают как спиновый переход. При незначительных значениях температуры (T < 30 K) ионы кобальта в LaCoO<sub>3</sub> существуют в немагнитном низкоспиновом состоянии  ${}^{1}A_{1}$ ,  $\chi \approx 0$ . Резкое увеличение магнитной восприимчивости до максимального значения в районе T = 100 K свидетельствует о термическом возбуждении состояния с более высоким спином и с ненулевым магнитным моментом. При увеличении температуры выше 100 K снова наблюдается спад. Второй высокотемпературный кроссовер ( $T \approx 600$  K) наблюдается при переходе диэлектрик–металл.

Решая самосогласованное уравнение для среднего значения магнитного момента  $\langle \mu \rangle$  на узел в пределах теории среднего поля, авторы работы [34] смогли описать экспериментальное поведение магнитной восприимчивости при  $T \leq 200$  К с учетом ближних антиферромагнитных корреляций. При этом во внимание брались только основной немагнитный низкоспиновый синглет  ${}^{1}A_{1}$  и триплет  $\tilde{J} = 1$ , что, по мнению авторов, послужило причиной их ограниченного рассмотрения по температуре. Однако в рамках предложенного подхода не составит труда включить в рассмотрение и вышележащий квинтетный уровень  $\tilde{J} = 2$ . На рис. 8a, следуя работе [34], сплошной линией показан результат вычисления для  $\langle \mu \rangle / g \mu_B$ , в магнитном поле 10 Тл. Ниже приведем значения используемых величин:  $\Delta_{s-t} = 145$  K; одноосное тригональное искажение (расщепление в нулевом кристаллическом поле) D = 7 K; факторы Ланде g = 3.4 для триплета  $\tilde{J} = 1$  и g' = 3.1, g'' = 1.8для квинтета  $\tilde{J} = 2$ ; константа антиферромагнитного взаимодействия J = -28 K. Природа взаимодействия между ионами кобальта в LaCoO<sub>3</sub> до конца не ясна, однако характерное кюри-вейссовское поведение магнитной восприимчивости при T > 130 K дает основания полагать о наличии антиферромагнитных корреляций, изначально обсуждаемых и отмеченных в работах [5, 11, 35].

Полную намагниченность  $LaCoO_3$  можно представить в виде суммы

$$M_{tot} = M_{loc} + M_{band}$$

Первое слагаемое  $M_{loc} = N_A \langle \mu \rangle$  описывает вклад локализованных магнитных моментов ионов Co<sup>3+</sup>, а второе — зонный вклад коллективизированных электронов, имеющий место в окрестности и выше перехода в металлическое состояние. Для его оценки поведение валентной зоны и зоны проводимости в окрестности точки их пересечения (рис. 4) в области температуры  $T_{IMT}$  рассматривается с помощью эффективной двухзонной модели, схематично представленной на рис. 9, с квадратичным законом дисперсии  $E_k = \hbar^2 k^2 / 2m^*$  и эффективной массой  $m^* \approx 4.5m_e$ .

В магнитном поле Н зоны 1 и 2 расщепляются на две подзоны с противоположными проекциями спина. Более заселенной оказывается лежащая ниже (низкоэнергетическая) подзона, у электронов которой спиновый магнитный момент направлен по полю, что приводит к формированию магнитного момента  $M_{band} = \chi_{Pauli} H$ . Восприимчивость Паули  $\chi_{Pauli}$  определяется стандартным образом [36]. На рис. 8а штриховой линией показан паулиевский вклад зонных электронов в среднее значение магнитного момента из расчета на одну структурную единицу вещества. Итоговое (суммарное) поведение магнитной восприимчивости (сплошная линия) на фоне экспериментальной зависимости [37] (точки) представлено на рис. 86. Как видно, оба графика имеют схожие особенности. Примечательно, что температурное плато сопряжено с плавным переходом диэлектрик-металл и поэтому, возможно, обусловливается появлением дополнительной намагниченности от электронов проводимости.



Рис. 8. а) Средний магнитный момент на узел (ячейку) в единицах магнетона Бора  $\mu_B$  для локализованных (сплошная линия) и коллективизированных (штриховая линия) электронных состояний. б) Восприимчивость Кюри ионов  $\mathrm{Co}^{3+}$ . Точки — экспериментальная зависимость [37], сплошная линия — модельный расчет



Рис.9. Эффективная двухзонная модель для рассмотрения намагниченности Паули. В магнитном поле зоны 1 и 2 (сплошные линии) расщепляются на две подзоны (пунктирные и штриховые линии) с противоположными проекциями спина;  $\mu$  — положение химического потенциала

#### 7. ВЫВОДЫ

Модель Хаббарда призвана описывать переходные металлы, в которых атомные магнитные моменты 3*d*-оболочек частично коллективизируются в кристалле, так что одни и те же *d*-электроны ответственны и за проводимость (наряду с *s*-электронами внешних оболочек атомов), и за локальные магнитные моменты. Упрощенная от конкретных деталей, эта модель дает возможность описать самые общие явления в веществах с СЭК. Когда задача со-

стоит в более детальном описании какой-либо узкой группы веществ, модель может быть расширена добавлением многоорбитальности и специфических взаимодействий, например, магнитной анизотропии, спин-орбитального взаимодействия, кристаллического поля и т. д. Различного рода взаимодействия и ковалентность были учтены при рассмотрении свойств и электронной структуры LaCoO<sub>3</sub>. Корректное описание электрона в сильнокоррелированной системе в виде линейной комбинации квазичастичных возбуждений между различными многоэлектронными состояниями позволяет рассчитать и проанализировать поведение зонной структуры. Математическим языком, позволяющим осуществить такой подход, является представление Х-операторов Хаббарда. Спектральный вес квазичастичных возбуждений определяется заселенностью локальных многоэлектронных состояний. Так, в случае LaCoO<sub>3</sub> особый интерес представляют внутрищелевые состояния, обусловленные переходами из высокоспинового состояния  $d^6$ -конфигурации в высокоспиновое состояние конфигурации  $d^5$ . С ростом температуры вклад таких состояний становится определяющим, что приводит к уменьшению диэлектрической щели, а в конечном итоге к переходу диэлектрик-металл. Таким образом, несмотря на температурное различие между спиновым переходом ( $T=80{-}120~{\rm K})$ и переходом диэлектрик-металл (T = 500-600 K), основополагающий механизм этих явлений остается неизменным и обусловливается термической заселенностью высокоспинового состояния  ${}^{5}T_{2g}$ .

Авторы выражают благодарность Г. А. Заватскому, М. В. Хаверкорту, С. В. Николаеву и В. А. Гавричкову за обсуждение ряда вопросов, возникших при подготовке статьи. Работа выполнена при финансовой поддержке СОРАН–УРОРАН (интеграционный проект № 40), отделения физических наук РАН (программа 2.3), РФФИ (гранты №№ 09-02-00171-а, 10-02-00251) и фонда «Династия».

# ЛИТЕРАТУРА

- 1. Н. Б. Иванова, С. Г. Овчинников, М. М. Коршунов и др., УФН 179, 837 (2009).
- A. A. Taskin, A. N. Lavrov, and Y. Ando, Phys. Rev. Lett. 90, 227201 (2003).
- W. Kobayashi, S. Ishiwata, I. Terasaki et al., Phys. Rev. B 72, 104408 (2005).
- Y. Morimoto, M. Takeo, X. J. Liu et al., Phys. Rev. B 58, R13334 (1998).
- D. Phelan, Despina Louca, S. Rosenkranz et al., Phys. Rev. Lett. 96, 027201 (2006).
- J. Baier, S. Jodlauk, M. Kriener et al., Phys. Rev. B 71, 014443 (2005).
- V. P. S. Awana, J. Nakamura, M. Karppinen et al., J. Magn. Magn. Mater. 250, 6 (2002).
- Н. Б. Иванова, Н. В. Казак, С. R. Michel и др., ФТТ 49, 1427 (2007).
- A. Podlesnyak, M. Russina, A. Furrer et al., Phys. Rev. Lett. 101, 247603 (2008).
- V. G. Bhide, D. S. Rajoria, G. Rama Rao et al., Phys. Rev. B 6, 1021 (1972).
- S. Yamaguchi, Y. Okimoto, H. Taniguchi et al., Phys. Rev. B 53, R2926 (1996).
- M. Abbate, J. C. Fuggle, A. Fujimori et al., Phys. Rev. B 47, 16124 (1993).
- K. Asai, P. Gehring, H. Chou et al., Phys. Rev. B 40, 10982 (1989).
- 14. S. Yamaguchi, Y. Okimoto, and Y. Tokura, Phys. Rev. B 54, R11022 (1996).
- 15. M. W. Haverkort, arXiv:cond-mat/0505214v1.
- 16. С. Г. Овчинников, ЖЭТФ 134, 172 (2008).

- 17. S. G. Ovchinnikov and I. S. Sandalov, Physica C 161, 607 (1989).
- 18. M. M. Korshunov, V. A. Gavrichkov, S. G. Ovchinnikov et al., Phys. Rev. B 72, 165104 (2005).
- 19. H. Lehman, Nuovo Cim. 11, 342 (1954).
- 20. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, Методы квантовой теории поля в статистической физике, Физматгиз, Москва (1962).
- **21**. Д. Н. Зубарев, УФН **71**, 71 (1960).
- 22. Ю. С. Орлов, С. Г. Овчинников, ЖЭТФ 136, 377 (2009).
- **23**. Р. О. Зайцев, ЖЭТФ **70**, 1100 (1976).
- 24. В. В. Вальков, С. Г. Овчинников, *Квазичастицы в* сильнокоррелированных системах, СО РАН, Новосибирск (2001).
- 25. Ю. А. Изюмов, М. И. Кацнельсон, Ю. Н. Скрябин, Магнетизм коллективизированных электронов, Физматгиз, Москва (1994).
- 26. O. K. Andersen and O. Jepsen, Phys. Rev. Lett. 53, 2571 (1984).
- 27. P. G. Radaelly and S. W. Cheong, Phys. Rev. B 66, 094408 (2002).
- 28. V. I. Anisimov et al., Phys. Rev. B 71, 125119 (2005).
- 29. Z. Ropka and R. J. Radwanski, Phys. Rev. B 67, 172401 (2003).
- 30. S. Noguchi, S. Kawamata, and K. Okuda, Phys. Rev. B 66, 094404 (2002).
- 31. T. Vogt, J. A. Hriljac, N. C. Hyatt et al., Phys. Rev. B 67, 140401 (2003).
- 32. R. J. Radwanski and Z. Ropka, arXiv:cond-mat/ /0404713v1.
- 33. K. Asai, O. Yokokura, and N. Nishimori, Phys. Rev. B 50, 3025 (1994).
- 34. M. J. R. Hoch, S. Nellutla, J. van Tol et al., Phys. Rev. B 79, 214421 (2009).
- M. A. Senaris-Rodriguez and J. B. Goodenough, J. Sol. St. Chem. 116, 224 (1995).
- 36. Н. Ашкрофт, Н. Мермин, Физика твердого тела, т. 2, Мир, Москва (1979).
- 37. J. Baier, S. Jodlauk, M. Kriener et al., Phys. Rev. B 71, 014443 (2005).