

ИОНИЗАЦИЯ МНОГОУРОВНЕВОГО АТОМА УЛЬТРАКОРОТКИМИ ЛАЗЕРНЫМИ ИМПУЛЬСАМИ

А. В. Андреев^а, С. Ю. Стремouxов^{а*}, О. А. Шuтова^б

^а Физический факультет,
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119991, Москва, Россия

^б Международный учебно-научный лазерный центр,
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119991, Москва, Россия

Поступила в редакцию 6 октября 2009 г.

Исследуется специфика процесса ионизации одиночных атомов лазерными полями околоатомной напряженности. Расчеты проводятся для атомов серебра, взаимодействующих с фемтосекундными лазерными импульсами с длиной волны $\lambda = 800$ нм (Ti:Sapphire) и $\lambda = 1.064$ мкм (Nd:YAG). Обсуждаются зависимости вероятности ионизации и вида энергетических спектров фотоэлектронов от напряженности лазерных импульсов при различных значениях их длительности. Показано, что в области субатомных значений напряженности поля лазерного импульса зависимость вероятности ионизации хорошо согласуется с формулой Келдыша. Однако при приближении напряженности поля к области околоатомных значений возникают различия, состоящие как в уменьшении скорости ионизации (эффект стабилизации ионизации), так и в ее увеличении (ускоренная ионизация). Указанные различия обусловлены зависимостью динамики населенности возбужденных дискретных уровней атома от амплитуды поля лазерного импульса.

1. ВВЕДЕНИЕ

Теория ионизации атома полем электромагнитной волны, развитая Келдышем [1], нашла широкое применение для описания результатов экспериментов по взаимодействию атома с лазерными импульсами. Основным параметром теории является параметр адиабатичности (или параметр Келдыша)

$$\gamma = \frac{\omega \sqrt{2mU_0}}{eE_0}, \quad (1)$$

где U_0 — энергия ионизации атома, E_0 — амплитуда напряженности поля электромагнитной волны, ω — частота. При $\gamma < 1$ вероятность ионизации определяется выражением $w \propto \exp(-4N_0\gamma/3)$, а при $\gamma > 1$ принимает вид $w \propto \gamma^{-2N_0}$, где $N_0 = U_0/\hbar\omega$ — степень многофотонности процесса, т. е. отношение энергии ионизации атома к энергии кванта поля. Режим ионизации принято называть туннельным при

$\gamma < 1$ и многофотонным при $\gamma > 1$. За прошедшие годы теория ионизации непрерывно совершенствовалась и развивалась. Обзор современного состояния исследований в этой области приведен в работе [2].

Необходимость модификации теории была обусловлена появлением экспериментально наблюдаемых особенностей в зависимости вероятности ионизации от напряженности поля. Одной из таких особенностей является эффект стабилизации ионизации, состоящий в том, что в полях высокой напряженности вероятность ионизации растет медленнее, чем это предсказывается формулой Келдыша, и даже может уменьшаться с ростом напряженности поля лазерного импульса [3–17].

К настоящему времени наибольшее развитие получили две интерпретации эффекта стабилизации ионизации. Первая основана на эффекте пленения населенности ридберговских состояний атома с одинаковыми значениями углового момента [3–7]. Ввиду большой спектральной ширины ультракороткого импульса эти состояния могут оказаться связанными посредством процессов резонансного комбина-

*E-mail: sustrem@gmail.com

ционного рассеяния, где в качестве третьего уровня выступают состояния континуума. В антисимметричной суперпозиции состояний (n, l) и (n', l') (в данном случае ридберговских состояний) атом, как известно, практически не взаимодействует с внешним полем. Следует отметить, что рамановская связь может осуществлять пленение населенностей и близкорасположенных нижних уровней атома [8]. Вторая интерпретация базируется на модели атома Крамерса–Хенненбергера, т. е. «атома, одетого полем», который характеризуется уменьшением потенциала ионизации с ростом напряженности поля лазерной волны [9–17]. Большинство теоретических расчетов проводится с использованием модели атома, дискретный спектр состояний которого совпадает с дискретным спектром атома водорода, а непрерывный спектр аппроксимируется волковскими волновыми функциями. Однако волковские волновые функции качественно отличаются от волновых функций сплошного спектра атома водорода, поскольку последние имеют расходимости в нуле. Это неизбежно сказывается на точности расчета матричных элементов в состоянии сплошного спектра. Для того чтобы избежать расходимостей, при прямом численном решении уравнения Шредингера кулоновский потенциал часто аппроксимируется конечным в нуле потенциалом (см., например, [15–17]).

Следует отметить, что существенное изменение потенциала ионизации атома Крамерса–Хенненбергера происходит лишь в полях околоатомной напряженности. Вместе с тем, экспериментально эффект стабилизации ионизации наблюдается и в полях гораздо меньшей интенсивности. Вполне естественно поэтому предположить, что природа эффекта стабилизации ионизации различна в полях субатомной и околоатомной напряженности.

В рамках теории Келдыша полагается, что атом имеет один связанный уровень, поэтому вероятность ионизации зависит лишь от энергии ионизации основного состояния атома. Вместе с тем, естественно предположить, что учет дискретных возбужденных состояний может привести к появлению специфики в зависимости вероятности ионизации от напряженности поля лазерного импульса. Наиболее вероятно, что в отсутствие резонансов между энергиями переходов по состояниям дискретного спектра атома и энергией кванта электромагнитного поля, эти отличия будут расти по мере того, как напряженность поля лазерного импульса приближается к внутриатомной, поскольку с ростом напряженности поля, с одной стороны, растет населенность состояний дискретного спектра и, с другой стороны, рас-

тут энергетические сдвиги уровней атома во внешнем поле.

Настоящая статья посвящена обсуждению результатов численного моделирования процесса ионизации многоуровневого атома лазерными импульсами длительностью несколько периодов оптических колебаний. Проведенные расчеты позволили определить зависимость вероятности ионизации от напряженности поля лазерного импульса в широком диапазоне изменения величины напряженности поля — от существенно субатомных до околоатомных значений. Основная цель проведенных исследований состояла в том, чтобы выяснить, насколько движение населенности по состояниям дискретного спектра атома влияет как на вид энергетических спектров фотоэлектронов, так и на зависимость интегральной вероятности ионизации. Суть проблемы состоит в следующем. В отсутствие резонансных переходов между состояниями дискретного спектра населенность основного состояния существенно превышает населенность всех остальных дискретных состояний в полях субатомной напряженности. Следовательно, в многофотонном режиме ионизации доминирующую роль играют переходы из основного состояния атома. Как результат, в указанном диапазоне значений напряженности поля поведение вероятности ионизации должно, хотя бы качественно, совпадать с теорией Келдыша. Вместе с тем, с ростом напряженности поля лазерной волны происходят сдвиги энергетических уровней атома, что может привести к возникновению резонансных условий для переходов между состояниями дискретного спектра атома. При достаточно большой длительности импульса населенность возбужденных состояний атома в этом случае может оказаться сравнимой с населенностью основного состояния. В качестве характерного временного масштаба изменения населенности уровней при взаимодействии атома со стационарными полями выступает обратная величина частоты Раби. При взаимодействии атома с импульсным электромагнитным полем и частота Раби, и величина сдвига уровней зависят от мгновенного значения напряженности поля, а в случае импульсов с длительностью порядка нескольких периодов оптических колебаний эти понятия в значительной степени уже теряют свой изначальный смысл. Таким образом, несложно видеть, что ответ на вопрос, «влияет ли учет или неучет движения населенности по дискретным возбужденным состояниям атома на его отклик», в случае взаимодействия атома с ультракороткими лазерными импульсами становится весьма нетривиальным.

К настоящему моменту выполнен обширный цикл исследований по математическому моделированию процессов взаимодействия атома с интенсивными лазерными полями. Ввиду того, что спектр состояний атомного электрона является не только бесконечным, но и несчетным, все используемые подходы неизбежно связаны с теми или иными приближениями. Ряд используемых приближений мы уже обсудили выше. Математическая модель, рассматриваемая в настоящей работе, базируется на непертурбативной теории взаимодействия атома с электромагнитным полем, предложенной в работе [18] и развитой далее в работах [19–25] для объяснения различных аспектов специфики взаимодействия атома со сверхсильными лазерными полями. Суть такого подхода состоит в том, что в качестве базиса разложения волновой функции нестационарного уравнения Шредингера используется базис собственных функций цилиндрически симметричной краевой задачи о движении атома во внешнем поле. Указанный базис состояний связан с базисом состояний собственных функций свободного атома посредством оператора преобразования V , матричные элементы которого по состояниям свободного атома имеют вид

$$V_{nm} = \langle n | \exp \left(-i \frac{e \mathbf{A} \cdot \mathbf{r}}{\hbar c} \right) | m \rangle. \quad (2)$$

Как видно, в отсутствие внешнего поля $V_{nm} = \delta_{nm}$, а вклад состояний свободного атома, участвующих в эволюции при заданных значениях параметров лазерного импульса, определяется величиной управляющего параметра, имеющего в случае атома водорода следующий вид:

$$\mu_0 = \frac{e A_0 a_B}{\hbar c} = \frac{e E_0 a_B}{\hbar \omega}. \quad (3)$$

Отметим, что в случае атома водорода параметр Келдыша (1) принимает вид

$$\gamma = \frac{m e \omega}{\hbar E_0} = \frac{\hbar \omega}{e E_0 a_B} = \frac{1}{N_0} \frac{E_{at}}{E_0}. \quad (4)$$

Как видно, между параметром μ_0 и параметром адиабатичности теории Келдыша γ существует взаимно однозначное соответствие: $\mu_0 = \gamma^{-1}$. В рамках развиваемого подхода не накладывается каких-либо ограничений на величину параметра μ_0 , что позволяет исследовать специфику нелинейно оптического отклика атома в полях околоатомной напряженности, состоящую в насыщении частоты отсечки [20–22], стабилизации скорости одноквантовой ионизации атома водорода [20–23], нарушении дипольных правил отбора [22–24] и ряда других яв-

лений. Матричные элементы V_{nm} линейны по напряженности поля лишь в области существенно субатомных полей $E_0 \ll E_{at}$:

$$V_{nm} \approx \delta_{nm} - i \frac{e}{\hbar c} (\mathbf{A} \cdot \mathbf{r})_{nm},$$

а в общем случае являются нелинейными функциями напряженности поля. Мы покажем, что именно нелинейная зависимость матричных элементов V_{nm} от напряженности поля лазерного импульса приводит к изменению зависимости вероятности ионизации от напряженности поля лазерного импульса по мере приближения напряженности поля к внутриатомным значениям.

Для определенности численное моделирование мы проводили для случая атомарного серебра. Выбор атомарного серебра в качестве объекта моделирования обусловлен тем, что, во-первых, в настоящее время имеются обширные литературные данные по исследованию генерации высоких оптических гармоник в парах серебра (см. обзор [26]). Во-вторых, энергетическое расстояние между нижними уровнями этого атома близко к энергии квантов Nd:YAG- и Ti:Sapphire-лазеров, широко используемых на практике. Однако, учитывая, что управляющий параметр задачи μ_0 является безразмерным, полученные результаты могут быть легко обобщены на случай произвольных атомов.

Статья имеет следующую структуру. В разд. 2 приводятся базовые уравнения, которые лежат в основе используемой математической модели. Раздел 3 посвящен расчету матричных элементов V_{nm} , обсуждению их общих свойств и качественных зависимостей. В разд. 4 обсуждаются энергетические спектры фотоэлектронов. Раздел 5 посвящен анализу зависимости вероятности ионизации от параметров лазерных импульсов. Краткие итоги проведенного исследования приведены в Заключение.

2. ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ И ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ

Нестационарное уравнение Шредингера в случае взаимодействия одиночного атома с электромагнитным полем имеет вид

$$i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[\frac{1}{2m} \left(\mathbf{p} - \frac{q}{c} \mathbf{A} \right)^2 + U \right] \psi, \quad (5)$$

где $U(\mathbf{r})$ — потенциальная энергия внутриатомного поля, $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ — векторный потенциал электромагнитного поля внешней волны.

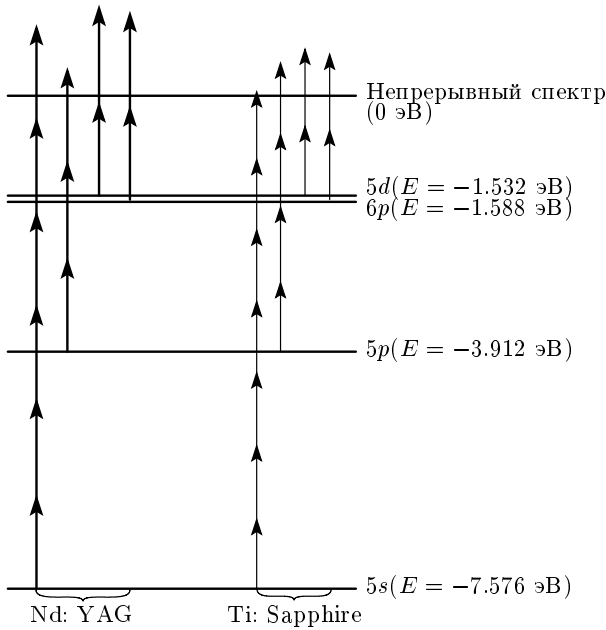


Рис. 1. Схематическое изображение уровней атома серебра и фотонов излучения

Используя метод, предложенный в работе [18], который базируется на разложении волновой функции уравнения (5) в ряд по собственным волновым функциям краевой задачи об атоме во внешнем аксиально-симметричном поле, из уравнения (5) получаем систему дифференциальных уравнений для амплитуд населенностей уровней состояний свободного атома (подробнее см. [20–24]). Общий вид уравнений системы записывается следующим образом:

$$i\hbar \frac{da_{nl}}{dt} = \sum_{m,k} (V^{-1})_{nk}^{(l'l')} E_k' V_{km}^{(l'l'')} a_{ml''}, \quad (6)$$

где $a_{nl}(t)$ — амплитуда населенности состояния атома. Под n в данном уравнении понимается либо главное квантовое число, либо волновой вектор фотона, l — угловой момент, $V_{km}^{(l'l'')}$ — матричные элементы оператора эволюции (2).

При выводе указанной системы уравнений мы не использовали каких-либо приближений, поэтому ее решение эквивалентно точному решению нестационарного уравнения Шредингера. Однако, в силу того, что система состоит из бесконечного числа уравнений, решение ее в данном виде не представляется возможным. Поэтому необходимо сделать ряд упрощений для ограничения числа входящих в систему уравнений.

Обратимся к атому серебра. Эффект генерации высоких оптических гармоник в парах серебра наб-

людался в целом ряде экспериментальных работ (см., например, обзор [26]). Как и в любом водородоподобном атоме, число дискретных состояний бесконечно велико. В численных расчетах будем рассматривать взаимодействие атомарного серебра с излучением Ti:Sapphire- и Nd:YAG-лазеров. Энергии фотонов этих лазеров равны соответственно $\hbar\omega \approx 1.472 \text{ эВ}$ и $\hbar\omega \approx 1.107 \text{ эВ}$. На рис. 1 представлена схематическая диаграмма, показывающая соотношение между энергиями квантов указанных лазеров и энергиями переходов между нижними дискретными уровнями атома. Несложно видеть, что как переходы из основного состояния в возбужденные дискретные, так и переходы между возбужденными дискретными состояниями не удовлетворяют условиям N -фотонных резонансов. Учитывая свойства матричных элементов переходов, можно предположить, что в отсутствие резонансов наибольшую населенность будут иметь возбужденные дискретные состояния, наиболее близкие к основному. Как мы отмечали во Введении, одна из основных целей нашего исследования состоит в том, чтобы выяснить, влияет ли учет движения населенности возбужденных дискретных состояний атома на спектр его отклика. Из рис. 1 видно, что для ответа на этот вопрос мы можем ограничиться учетом следующих уровней: $5s$ (основное состояние), $5p$, $5d$ и $6p$.

Что касается состояний непрерывного спектра, то возможность оптимальной дискретизации указанного пространства состояний обусловлена тем, что матричные элементы (2) для переходов между состояниями дискретного и непрерывного спектров в случае водородоподобного атома вычисляются в аналитическом виде. Ранее [20–24] мы исследовали характерные зависимости величины матричных элементов дискретно-континуальных переходов от напряженности поля лазерной волны и мультипольности перехода для случая однофотонной ионизации атома водорода. В следующем разделе будут приведены зависимости величины матричных элементов дискретно-континуальных переходов для атомарного серебра. Как и в случае атома водорода, характерной чертой указанных зависимостей является то обстоятельство, что величина матричных элементов переходов отлична от нуля лишь в ограниченной области значений величины волнового вектора ионизованного электрона.

Таким образом, расчет матричных элементов переходов V_{nm} между состояниями дискретного и непрерывного спектров атома при заданных параметрах лазерного излучения позволяет оптимальным образом выбрать как наиболее существенные

уровни дискретного спектра, так размер и шаг сетки в энергетическом пространстве состояний непрерывного спектра.

3. МАТРИЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ОПЕРАТОРА ЭВОЛЮЦИИ

В численных расчетах будем полагать, что лазерный импульс имеет гауссов профиль

$$E = E_0 \exp\left(-\frac{(t-t_0)^2}{\tau_0^2}\right) \sin(\omega t), \quad (7)$$

где ω — несущая частота лазерного импульса, значения которой соответствуют излучению Ti:Sapphire- и Nd:YAG-лазеров, а τ_0 — длительность импульса, которая будет полагаться равной 3 и 10 периодам оптических колебаний (T). Величина времени задержки t_0 принципиального значения не имеет и определяется удобством выбора временной шкалы интегрирования. Поле будем считать линейно поляризованным и пространственно-однородным.

Для расчета матричных элементов переходов нам нужно знать полный ортонормированный базис собственных функций. Как известно, в случае многоэлектронных атомов аналитические выражения для собственных функций неизвестны. Однако следует отметить, что волновые функции сплошного спектра с высокой степенью точности совпадают с соответствующими волновыми функциями водородоподобных атомов [27]:

$$\Psi_{klm}(r, \theta, \varphi) = \frac{C_{kl}}{(2l+1)!} (2kr)^l \times e^{-ikr} F\left(\frac{i}{k} + l + 1, 2l + 2, 2ikr\right) Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (8)$$

где

$$C_{kl} = 2ke^{\pi/2k} \left| \Gamma\left(l + 1 - \frac{i}{k}\right) \right|,$$

$F(a, b, z)$ — вырожденная гипергеометрическая функция, $\Gamma(z)$ — гамма-функция, $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ — сферические функции.

При энергии фотона, меньшей потенциала ионизации, отклик атома зависит от населенности состояний дискретного спектра. Спектр состояний атома серебра отличается от нерелятивистского спектра состояний водородоподобного атома:

$$E_n = \frac{Z^2 e^4 m}{2\hbar^2 n^2},$$

где Z — заряд ядра водородоподобного атома. Это обусловлено следующими причинами. Во-первых,

валентный $5s$ -электрон движется в поле, создаваемом ионным остатком, при этом эффективный заряд ионного остатка отличен от единичного, поскольку электроны внутренних оболочек атома с угловым моментом, отличным от нуля, не полностью экранируют заряд ядра. Во-вторых, учет спина составляющих атом частиц приводит к сверхтонкому расщеплению уровней $5d$ и $6p$, которое в случае атомарного серебра достигает приблизительно 0.056 эВ. Несмотря на малость этой величины по сравнению с энергией квантов рассматриваемых лазеров, учет обоих указанных уровней принципиален, поскольку вид волновых функций этих состояний существенно различен. Отметим, что выражение для спектра состояний водородоподобного атома, учитывающее сверхтонкое расщепление уровней, было получено в работе [25] и имеет вид

$$E_{nj}^{(l=j\mp 1/2)} = \frac{mc^2(n + \nu_{\pm})}{\sqrt{(n + \nu_{\pm})^2 + Z^2\alpha^2}},$$

где

$$\nu_{\pm} = \frac{1 + \sqrt{1 - 4\gamma_{\pm}}}{2},$$

$$\gamma_{\pm} = Z^2\alpha^2 - \left(j + \frac{1}{2}\right)^2 \pm \sqrt{\left(j + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{Z\mu_0}{\mu_B}\right)^2}.$$

Здесь μ_0 — магнетон электрона, μ_B — магнетон Бора, α — постоянная тонкой структуры.

В принципе, можно было бы воспользоваться решениями релятивистской краевой задачи об атоме во внешнем поле, которые были определены в работе [25]. Однако в настоящей работе мы ограничимся областью субрелятивистских значений напряженности поля лазерного импульса, поэтому использование волновых функций релятивистской задачи приводит к неоправданным усложнениям, тем более, что при $Z\alpha \ll 1$ собственные волновые функции релятивистской задачи близки к нерелятивистским и для свободного атома имеют хорошо известный вид

$$\Psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = \frac{2}{n^2} \sqrt{\frac{Z^3(n-l-1)!}{a_B^3(n+l)!}} \left(\frac{2Zr}{na_B}\right)^l \times \exp\left(-\frac{Zr}{na_B}\right) L_{n-l-1}^{(2l+1)}\left(\frac{2Zr}{na_B}\right) Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (9)$$

где $L_{n-l-1}^{(2l+1)}(x)$ — обобщенные полиномы Лагерра. Отметим, что выражения для волновых функций непрерывного спектра (8) записаны в атомных единицах, а для волновых функций дискретного спектра (9) — в ненормированных.

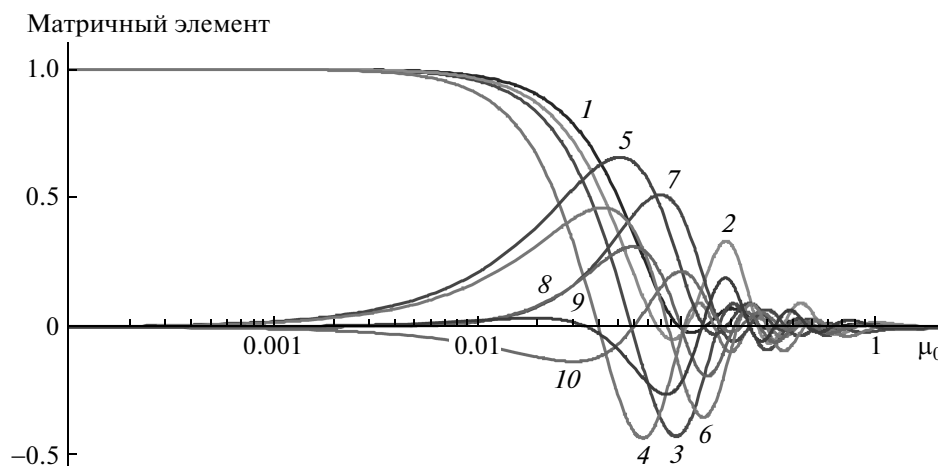


Рис. 2. Зависимости матричных элементов дискретно-дискретных переходов от амплитуды напряженности поля электромагнитной волны: V_{5s5s} (1), V_{5d5d} (2), V_{5p5p} (3), V_{6p6p} (4), V_{5s5p} (5), V_{5p5d} (6), V_{5s5d} (7), V_{5p6p} (8), V_{5d6p} (9), V_{5s6p} (10)

Для того чтобы сделать результаты расчетов более наглядными, воспользуемся еще одним приближением. Волновые функции многоэлектронного атома отличны от водородоподобных. Однако, учитывая, что степень экранировки заряда ядра электронами внутренних оболочек атома зависит от расстояния до центра ядра, мы можем ввести различный эффективный заряд ионного остатка для различных состояний спектра, с тем чтобы реальный спектр состояний совпал с водородоподобным. Для уровней $5s$, $5p$, $5d$ и $6p$ эффективные заряды ядра имеют соответственно следующие значения: $Z_{5s} \approx 3.7309$, $Z_{5p} \approx 2.6811$, $Z_{5d} \approx 1.6778$, $Z_{6p} \approx 2.0499$. Видно, что с увеличением энергии уровня величина эффективного заряда уменьшается. Как следует из формулы (9), формальная замена $Z \rightarrow Z_{eff}$ и $a_B \rightarrow a_{nl} = a_B Z_{eff}$ не меняет свойства ортогональности собственных функций (9). Следовательно, мы можем воспользоваться этим базисом для расчета требуемых матричных элементов. Ясно, что полученный таким образом базис волновых функций является приближенным. Однако физически измеряемыми величинами являются спектр собственных значений и величина матричных элементов переходов. Указанная замена позволяет получить неплохое соответствие между теоретически рассчитываемыми и экспериментально наблюдаемыми значениями. При этом изменение величины характерного радиуса атомных орбит, используемое нами, находит вполне естественное объяснение, связанное с учетом конечности массы ядра и его размеров. Хорошо известно, что спектр электрона в кулоновском поле

эквивалентен спектру водородоподобного атома или иона с бесконечно тяжелым точечным ядром.

В рамках указанной модели были проведены расчеты матричных элементов переходов оператора V для дискретно-дискретных и дискретно-континуумных переходов. Отметим, что, как было показано в наших предыдущих работах [20–24], матричные элементы континуум-континуумных переходов пренебрежимо малы.

На рис. 2 представлены зависимости матричных элементов дискретно-дискретных переходов от напряженности поля падающей электромагнитной волны (выраженной через управляющий параметр μ_0). Как видно, матричные элементы V_{nm} являются нелинейными функциями напряженности поля. При $\mu_0 \rightarrow 0$, т. е. при $E_0 \ll E_{at}$, правила отбора для матричных элементов $V_{nm} = \delta_{nm}$ совпадают с правилами отбора для матричных элементов $(e\mathbf{r})_{nm}$. Однако при $\mu_0 \geq 10^{-2}$ матричные элементы V_{nm} для дипольно-разрешенных переходов начинают уменьшаться, а для дипольно-запрещенных переходов — расти и даже превышать величину матричных элементов дипольно-разрешенных переходов. Как результат, следует ожидать, что в области околоатомных полей зависимость отклика атома от параметров лазерного импульса будет качественно отличаться от соответствующих зависимостей, характерных для области субатомных полей $\mu_0 \ll 1$. Отметим, что в области околоатомной напряженности поля лазерной волны диагональный матричный элемент основного состояния атома серебра V_{5s5s} при возрастании напряженности поля убывает наиболее медленно по сравне-

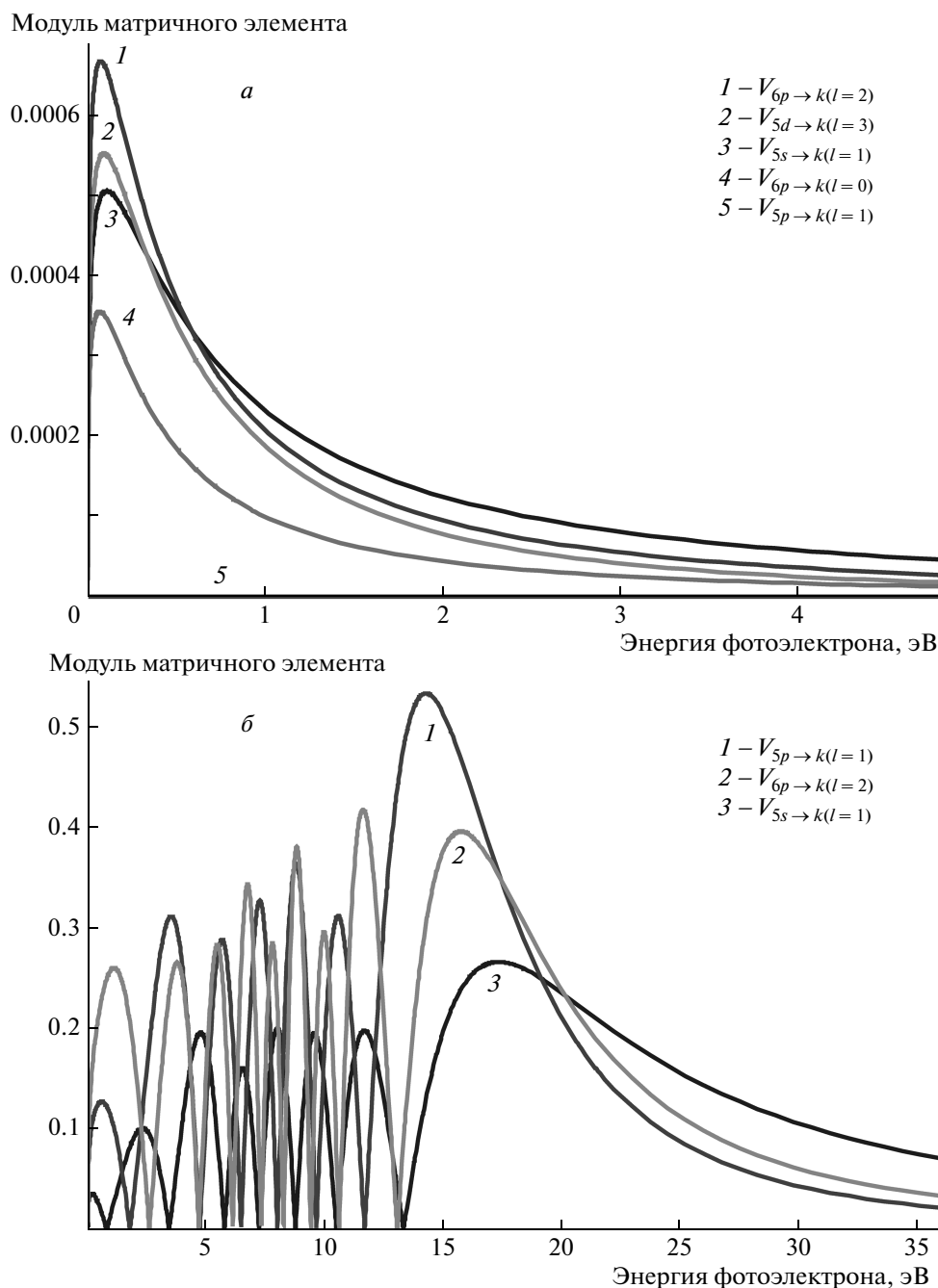


Рис. 3. Зависимости величины модуля матричных элементов дискретно-континуумных переходов от энергии фотоэлектрона при напряженности поля электромагнитной волны, равной $\mu_0 = 0.00005$ (а), 0.8 (б)

нию с другими диагональными матричными элементами. Следовательно, вклад состояния $5s$ в ионизационный процесс в области околоатомной напряженности поля будет доминирующим при условии, что населенность основного состояния превышает населенность возбужденных уровней или сопоставима с ними.

Зависимости матричных элементов $V_{kn}^{(l,\lambda)}$ дискретно-континуумных переходов от энергии фотоэлектрона с волновым вектором k при заданной величине напряженности электромагнитной волны представлены на рис. 3. На рис. 3а изображены зависимости модуля матричного элемента в случае слабых полей. Видно, что матричные элементы, вычис-

ленные для дипольно-разрешенных переходов, т. е. для переходов, при которых величина орбитального квантового числа меняется на 1, по абсолютной величине больше остальных. В области околоатомных полей дипольные правила отбора нарушаются [23, 24], и матричные элементы переходов другой мультипольности становятся сопоставимы и даже превышают матричные элементы дипольно-разрешенных переходов (см. рис. 3б).

Как отмечалось выше, основной спецификой развиваемого подхода является то обстоятельство, что расчет матричных элементов переходов позволяет оптимальным образом выбрать размер области вариации величины волнового вектора ионизованных электронов и величину шага дискретизации состояний сплошного спектра при заданных значениях параметров лазерного импульса. Рисунок 3 наглядно иллюстрирует эти преимущества, поскольку при численном решении системы уравнений (6) мы вынуждены заменять интегрирование по волновому вектору k на дискретное суммирование. Модифицированная таким образом система (6) решается численно. Результаты численного решения системы дифференциальных уравнений позволяют определять и исследовать энергетические спектры фотоэлектронов и полную вероятность ионизации при различных значениях параметров лазерного импульса.

4. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СПЕКТРЫ ФОТОЭЛЕКТРОНОВ

Настоящий раздел посвящен обсуждению результатов численных расчетов энергетических спектров фотоэлектронов. Проведенные расчеты наглядно демонстрируют различие энергетических спектров в области субатомных и околоатомных полей, а также их зависимость от длительности лазерного импульса в последнем случае.

На рис. 4 показаны спектры фотоэлектронов, возникающих при взаимодействии атомарного серебра с импульсами Ti:Sapphire- и Nd:YAG-лазеров с напряженностью поля $\mu_0 = 10^{-4}$. Длительность импульсов излучения обоих лазеров выбиралась равной десяти оптическим периодам $\tau_0 = 10T$. Для сравнения на рис. 4 показан также спектр фотоэлектронов при длительности импульса Ti:Sapphire-лазера, равной $\tau_0 = 3T$. При напряженности поля лазерного импульса, много меньшей внутриатомной, энергетический спектр имеет одногорбый вид с максимумом при энергии фотоэлектронов, равной $E_{el} \approx 0.106317$ эВ. Как видно из рисунка, положение

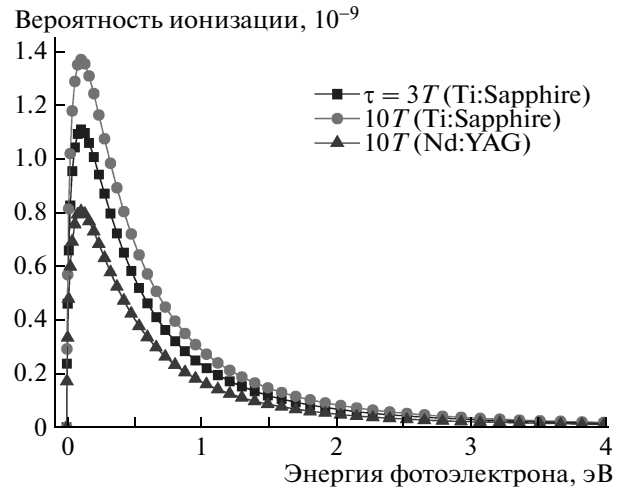


Рис. 4. Энергетические спектры фотоэлектронов, возникающие при взаимодействии атомарного серебра с импульсами Ti:Sapphire- и Nd:YAG-лазеров длительностью $3T$ и $10T$ и пиковой напряженностью поля, равной $\mu_0 = 0.0001$

этого пика не зависит от длины волны излучения и длительности лазерного импульса при фиксированной амплитуде.

Дальнейшее увеличение напряженности поля лазерного импульса в области субатомных значений не приводит к качественному изменению профиля энергетического спектра. Однако результаты математического моделирования показывают, что с ростом напряженности поля пик спектра смещается в низкоэнергетическую область.

При приближении напряженности поля лазерного импульса к внутриатомной ($\mu_0 \geq 10^{-2}$) в спектре происходят качественные изменения: наряду с околопороговым пиком в спектре появляются дополнительные пики, положение которых определяется законом сохранения энергии в процессе N -фотонной ионизации с различных дискретных состояний атома ($n = 5s, 5p, 5d$ или $6p$):

$$E_{Nn} = \frac{\hbar^2 k_{Nn}^2}{2m} = E_n + N\hbar\omega, \quad (10)$$

где E_n — энергия дискретного уровня атома, $\hbar\omega$ — энергия фотона электромагнитного поля. Сделаем важное замечание. Как мы отмечали ранее [18–25], собственные значения краевой задачи для «атома во внешнем поле» совпадают с собственными значениями краевой задачи для свободного атома. Различия указанных двух краевых задач состоят в различии вида собственных волновых функций. Следовательно, собственные значения E_n , фигурирующие в фор-

муле (10), совпадают с собственными значениями энергии свободного атома, находящегося в указанных состояниях.

На рис. 5а показаны энергетические спектры фотоэлектронов, возникающие при взаимодействии атомарного серебра с импульсами Nd:YAG- и Ti:Sapphire-лазеров. Используя формулу (10), мы привели привязку пиков в указанных энергетических спектрах к значениям квантовых чисел n и N . Получившаяся идентификация пиков спектров приведена в табл. 1, 2. В столбцах таблиц представлены энергетические уровни дискретного спектра атома, в строках — количество N поглощенных фотонов. Число, находящееся на пересечении строки и столбца, соответствует порядковому номеру пика, который образовался путем N -фотонного перехода с соответствующего столбца дискретного уровня.

Обобщая приведенные выше результаты, можно отметить следующие закономерности. Во-первых, в полях субатомной напряженности энергетический спектр фотоэлектронов является одногорбым. Во-вторых, при дальнейшем увеличении напряженности поля лазерного импульса растет количество пиков в энергетическом спектре фотоэлектронов. В-третьих, максимум в спектре, лежащий вблизи порога ионизации, наблюдается как в области субатомных значений напряженности лазерного импульса, так и в области околоатомных значений.

Интерпретация полученных зависимостей непосредственно следует из вида энергетических зависимостей матричных элементов, рассчитанных в предыдущем разделе, поскольку указанные матричные элементы определяют сечения соответствующих процессов. Действительно, как следует из рис. 3а, в области субатомных значений напряженности поля лазерного импульса максимум сечения фотопоглощения из $5s$ -состояния достигается при энергии фотоэлектрона, равной $E_{el} \approx 0.106317$ эВ. Как видно, это значение в точности совпадает с поглощением максимума спектра фотоэлектронов, представленного на рис. 4. Таким образом, в отличие от случая взаимодействия атома с монохроматическим полем или длинным импульсом положение максимума в энергетическом спектре фотоэлектронов определяется не столько соотношением (10), сколько энергетической зависимостью сечения фотоионизации. Действительно, при рассматриваемых нами значениях длительности импульса ширина спектра импульса сопоставима с несущей частотой и близка по величине к энергетической ширине сечения фотопоглощения. Учитывая многофотонность процесса ионизации (минимальное число квантов поля, необходи-

Таблица 1. Связь пиков в энергетическом спектре фотоэлектронов, который образуется при взаимодействии с импульсом Nd:YAG-лазера, пиковая напряженность которого $\mu_0 = 1.6$, длительность $\tau = 10T$, с количеством N поглощенных фотонов и уровнем энергетического спектра атома

N	Уровень дискретного спектра атома			
	5s	5p	5d	6p
3				4
4		3	5	
6			6	
7	2			
13			8	8
14	7			
21	9			
24	10			
25			11	11
27		11		
36	12			
39		13	14	14
41		14		
42	13			
44	14			
56			15	15
58		15		
61	15			

мое для преодоления потенциала ионизации, в случае взаимодействия с излучением Nd:YAG-лазера равно семи, а в случае взаимодействия с излучением Ti:Sapphire-лазера — шести), несложно видеть, что энергетическая зависимость сечения фотоионизации будет играть в рассматриваемом случае определяющую роль. Это дает наглядную интерпретацию специфики спектров фотоэлектронов в полях субатомной напряженности, которую иллюстрирует рис. 4.

С ростом напряженности поля все более многофотонные процессы вносят вклад в сечение фотопоглощения. Действительно, как видно на рис. 3б,

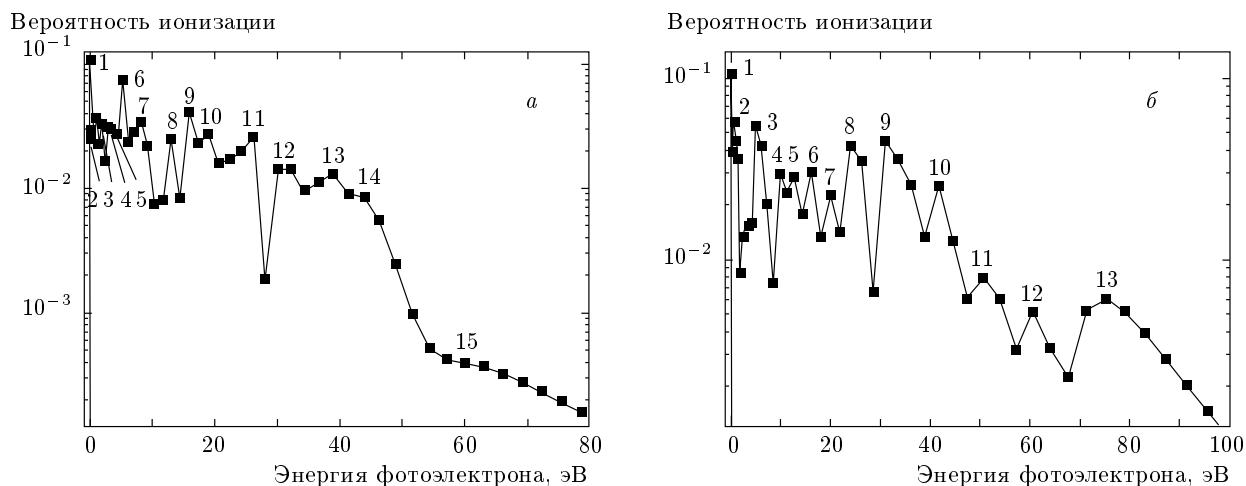


Рис. 5. Энергетические спектры фотоэлектронов, возникающие при взаимодействии атомарного серебра с импульсом Nd:YAG-лазера с пиковой напряженностью поля, равной $\mu_0 = 1.6$, (а) и с импульсом Ti:Sapphire-лазера с пиковой напряженностью поля, равной $\mu_0 = 2$, (б) с длительностью $\tau = 10T$

энергетическая ширина сечения фотопоглощения с ростом напряженности поля значительно увеличивается. Одновременно, ввиду движения населенности по энергетическим уровням атома, увеличивается вклад ионизации с возбужденных дискретных состояний.

Следует отметить, что спектры, представленные на рис. 5, являются интегральными по времени действия импульса. Однако напряженность поля на фронте и хвосте импульса существенно меньше пикового значения амплитуды поля. В этом проявляется еще одна специфичная черта процесса ионизации короткими и ультракороткими лазерными импульсами. Выше мы отмечали, что пик в энергетическом спектре, лежащий вблизи порога ионизации, наблюдается как в субатомных, так и в околоатомных полях. Следовательно, в случае импульсов околоатомной напряженности этот пик формируется на фронте и хвосте импульса. Поскольку на хвосте импульса населенность возбужденных дискретных состояний атома достаточно велика, вклад ионизации с этих уровней становится существенным. В свою очередь, максимум сечения фотопоглощения с возбужденных состояний атома в полях субатомной напряженности, как это видно на рис. 3, сдвигается в низкоэнергетическую область. Это позволяет объяснить отмеченную нами ранее особенность, состоящую в сдвиге максимума пика, лежащего вблизи порога ионизации, с ростом напряженности поля лазерного импульса.

На рис. 6 показаны в сравнении энергетические спектры фотоэлектронов, возникающие при

взаимодействии атомарного серебра с импульсом Nd:YAG-лазера, для двух значений длительности импульса при фиксированном значении пиковой напряженности поля, равной $\mu_0 = 1.6$. Ранее мы видели (см. рис. 4), что в полях существенно субатомной напряженности изменение длительности импульса не приводит к качественному изменению профиля энергетических спектров фотоэлектронов. С другой стороны, как видно на рис. 6, в полях околоатомной напряженности вид спектра фотоэлектронов существенно зависит от длительности импульса. Действительно, различия указанных двух спектров нельзя объяснить лишь изменением спектральной ширины импульсов, поскольку меняется как число максимумов и минимумов в спектре, так и их положения и амплитуды. Это обусловлено тем, что в полях околоатомной напряженности, как видно из табл. 1, 2, в формирование энергетического спектра фотоэлектронов существенный вклад вносят возбужденные состояния дискретного спектра. Вместе с тем, как мы покажем ниже, динамика изменения населенности уровней дискретного спектра существенно зависит от параметров лазерных импульсов.

5. ЗАВИСИМОСТЬ ВЕРОЯТНОСТИ ИОНИЗАЦИИ ОТ НАПРЯЖЕННОСТИ ПОЛЯ ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА

Обратимся теперь к анализу зависимости интегральной вероятности ионизации от параметров лазерного импульса. Под интегральной вероятностью ионизации мы понимаем сумму населенностей всех

Таблица 2. Связь пиков в энергетическом спектре фотоэлектронов, который образуется при взаимодействии с импульсом Ti:Sapphire-лазера, пиковая напряженность которого $\mu_0 = 2$, длительность $\tau = 10T$, с количеством N поглощенных фотонов и уровнем энергетического спектра атома

N	Уровень дискретного спектра атома			
	5s	5p	5d	6p
3		2		
6		3		
9		4		
12			6	6
14	5			
16	6	7		
19		8		
22			9	9
26	9			
29			10	
31		10		
37		11		
42			12	12
44		12		
46	12			
52			13	13
54		13		
56	13			

уровней непрерывного спектра после окончания действия лазерного импульса:

$$w_{ion} = \sum_{k,l} |a_{k,l}(t \rightarrow \infty)|^2.$$

На рис. 7 показаны зависимости интегральной вероятности ионизации атомарного серебра от напряженности поля импульса Ti:Sapphire-лазера для двух значений его длительности τ . Сплошная линия изображает зависимость вероятности ионизации от напряженности поля импульса, рассчитанную на

Вероятность ионизации

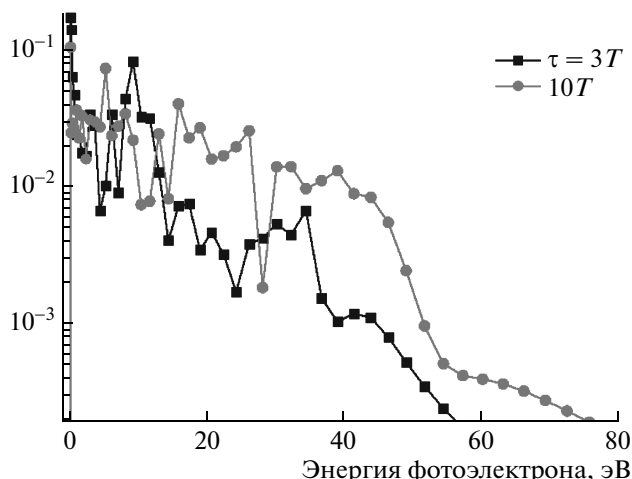


Рис. 6. Энергетические спектры фотоэлектронов, возникающие при взаимодействии атомарного серебра с импульсом Nd:YAG-лазера с пиковой напряженностью поля $\mu_0 = 1.6$ для двух значений длительности импульса τ

Вероятность ионизации

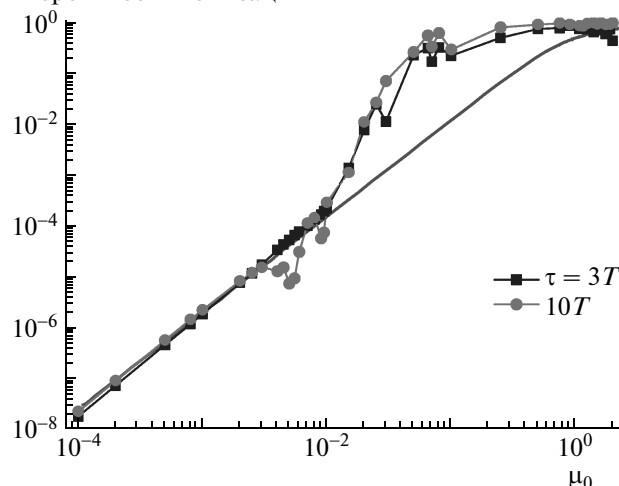


Рис. 7. Зависимости вероятности ионизации атома серебра от амплитуды напряженности электрического поля электромагнитной волны ($\lambda = 800$ нм) при различных значениях τ

основе теории Келдыша [1]:

$$w_{Keldysh}(\mu_0) \sim \exp \left[-2Im \left[\int_{\tau}^{\tau_0} \mu_0^2 \sin^2 \left(\frac{\hbar\omega}{U_0} \tau' \right) d\tau' + \tau_0 \right] \right].$$

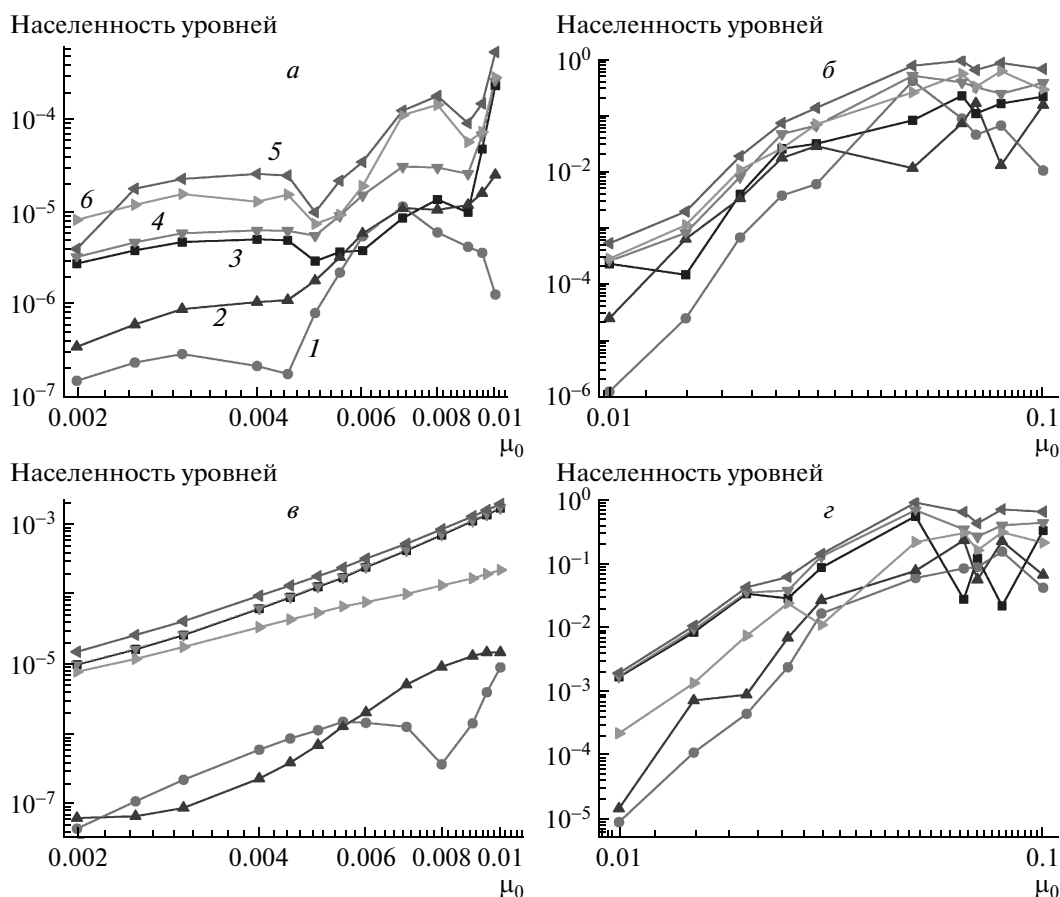


Рис. 8. Зависимости населенности возбужденных уровней, суммарной населенности континуума, суммарной населенности дискретных уровней от пиковой напряженности лазерного поля ($\lambda = 800$ нм) при $\tau = 10T$ (*a, б*), $3T$ (*в, г*) На всех рисунках 1 — $|a_{5d}|^2$, 2 — $|a_{6p}|^2$, 3 — $|a_{5p}|^2$, 4 — $|a_{5p}|^2 + |a_{5d}|^2 + |a_{6p}|^2$, 5 — $1 - |a_{5s}|^2$, 6 — суммарная населенность континуума

Напомним, что U_0 — энергия ионизации атома, ω — несущая частота излучения.

Из представленного рисунка видно, что в области существенно субатомной напряженности поля лазерной волны ($\mu_0 \leq 10^{-3}$) скорость роста вероятности ионизации практически не зависит от длительности лазерного импульса и совпадает с соответствующей зависимостью, предсказываемой формулой Келдыша. Вместе с тем, мы видим, что в полях околоатомной напряженности $10^{-3} \leq \mu_0 \leq 4 \cdot 10^{-1}$ зависимость вероятности ионизации от напряженности поля лазерного импульса демонстрирует ряд качественно новых особенностей: она перестает быть монотонной функцией и зависит не только от напряженности поля импульса, но и от его длительности, т. е. энергии импульса. При этом вероятность ионизации принимает значения как большие, так и меньшие значений, предсказываемых теорией Келдыша.

В области $\mu_0 \geq 4 \cdot 10^{-1}$ вероятность ионизации достигает значения насыщения. Как видно, в области околоатомных полей вероятность ионизации существенно зависит от длительности импульса, а следовательно, от его энергии.

Остановимся на обсуждении специфики зависимости вероятности ионизации от напряженности поля лазерного импульса.

5.1. Субатомные поля

На рис. 8 представлены зависимости населенности состояний дискретного и непрерывного спектров по окончании действия лазерного импульса как функции амплитуды напряженности поля для двух значений длительности импульса Ti:Sapphire-лазера. Как видно из рис. 7, при длительности импульса, равной $\tau = 3T$, вероятность ионизации определяется

формулой Келдыша вплоть до значений $\mu_0 \leq 10^{-2}$. В этой области, как следует из рис. 8в, наблюдается монотонный рост населенности возбужденных дискретных состояний атома. Суммарная населенность всех возбужденных дискретных состояний меньше одной десятой процента, при этом населенность состояния $5p$ существенно превышает населенность лежащих выше состояний. При длительности импульса, равной $\tau = 10T$, совпадение с формулой Келдыша имеет место в области $\mu_0 \leq 2.5 \cdot 10^{-3}$. В этом случае также наблюдается монотонный рост населенности возбужденных дискретных состояний атома. При этом распределение населенности возбужденных уровней имеет «квазиравновесный» характер, т. е. населенность нижних энергетических уровней превышает населенность верхних, а суммарная населенность возбужденных состояний меньше одной сотой процента.

Таким образом, обобщая указанные зависимости, можно сказать, что совпадение с формулой Келдыша наблюдается в той области значений напряженности поля лазерного импульса, где ионизация из основного состояния атома является доминирующей, а населенность возбужденных дискретных состояний невелика и монотонно растет с увеличением напряженности поля лазерного импульса.

5.2. Стабилизация ионизации

При длительности импульса $\tau = 10T$ и напряженности поля $\mu_0 \geq 2.5 \cdot 10^{-3}$ вероятность ионизации начинает принимать значения, меньшие значений, предсказываемых формулой Келдыша. Уменьшение скорости роста вероятности ионизации с ростом напряженности поля лазерного импульса по сравнению с зависимостью, определяемой формулой Келдыша, называется эффектом стабилизации ионизации (см., например, [2]). Рисунок 8а дает наглядную интерпретацию причины возникающих изменений. Действительно, на рисунке видно, что суммарная населенность состояний континуума в этом случае превышает суммарную населенность возбужденных дискретных состояний. Следовательно, скорость процессов рекомбинации из состояний континуума на возбужденные дискретные уровни начинает превышать скорость ионизации из основного состояния, имеющего в указанном диапазоне наибольшую населенность. Дополнительным аргументом в пользу указанной интерпретации служит соотношение населенностей дискретных уровней. Действительно, при $\mu_0 > 0.0045$ распределение населенности дискретных уровней становится неравно-

весным, поскольку скорость рекомбинации на высоколежащие дискретные уровни больше. Резкое возрастание населенности уровня $5d$ свидетельствует о том, что в указанной области основную роль играют дипольно-разрешенные переходы $\Delta l = 1$, а именно, $5s \rightarrow E_{kp} \rightarrow 5d$, где E_{kp} — состояние континуума с энергией $E_k = (\hbar k)^2/2m$ и угловым моментом $l = 1$. Такое поведение полностью согласуется с общими свойствами матричных элементов V_{nm} , обсуждавшихся в разд. 4.

Таким образом, мы видим, что учет движения населенностей возбужденных дискретных состояний атома, даже в полях субатомной напряженности, может приводить не только к стабилизации ионизации атома, но и к понижению вероятности ионизации с ростом напряженности поля лазерного импульса.

5.3. Ускоренная ионизация

При напряженности поля $\mu_0 \geq 10^{-2}$ вероятность ионизации начинает превышать значения, предсказываемые формулой Келдыша. Это явление имеет очень простую интерпретацию и обусловлено движением населенности по дискретным уровням атома. На рис. 8б,г представлены зависимости населенности состояний атома по окончании действия импульса от напряженности поля лазерного импульса. Несложно видеть, что суммарная населенность возбужденных дискретных состояний атома превышает 10% уже при напряженности поля $\mu_0 = 3 \cdot 10^{-2}$. Несмотря на то что в случае $\tau = 10T$ суммарная населенность состояний континуума близка к величине суммарной населенности дискретных уровней, энергетическая плотность населенности состояний континуума $d|a|^2/dE$ мала, поскольку, как видно из рис. 3, энергетическая ширина сечения фотопоглощения резко растет в области околоатомных значений напряженности поля. Как результат, в указанной области напряженности поля лазерной волны доминирующую роль играют процессы ионизации с возбужденных дискретных состояний атома. Несмотря на то что скорость ионизации в этом случае превышает значения, предсказываемые теорией Келдыша, это возрастание можно легко интерпретировать и в рамках указанной теории. Действительно, параметр Келдыша γ существенно зависит от степени многофотонности процесса $N_0 = U_0/\hbar\omega$ (см. (4)), которая, как видно из рис. 1, значительно уменьшается для возбужденных состояний дискретного спектра.

Согласно рис. 7, вероятность ионизации является немонотонной функцией напряженности поля в

диапазоне $10^{-2} \leq \mu_0 < 1$. Причина указанной немонотонности связана с немонотонностью распределения населенности по состояниям дискретного спектра атома (см. рис. 8б,2) и обусловлена конкуренцией процессов возбуждения и девозбуждения дискретных состояний атома, сечения которых являются нелинейными функциями напряженности поля лазерного импульса (см. рис. 2, 3). Провалы в вероятности ионизации возникают при тех значениях напряженности поля, при которых скорость процессов рекомбинации вносит доминирующий вклад в интегральную скорость заселения дискретных состояний.

5.4. Насыщение вероятности ионизации

Как видно из рис. 7, в области $\mu_0 > 0.1$ вероятность ионизации начинает выходить в режим насыщения — становится близкой к единице. Такая зависимость вероятности ионизации от напряженности поля лазерного импульса вполне предсказуема из общих соображений, а результаты численных расчетов свидетельствуют о том, что развиваемый нами подход [18–25] действительно является непертурбативным, т. е. не зависит от величины соотношения E/E_{at} , поскольку вероятность ионизации нигде не превосходит единицу. Более того, в полном соответствии со свойствами матричных элементов, проиллюстрированных на рис. 2, 3, вероятность ионизации атомарного серебра с ростом напряженности поля лазерного импульса длительностью $\tau = 3T$ начинает уменьшаться с ростом напряженности поля в области $\mu_0 > 1$.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты проведенных исследований наглядно показывают, что учет движения населенности возбужденных дискретных состояний атома оказывает существенное влияние на вид зависимости вероятности ионизации от напряженности поля лазерного импульса.

При взаимодействии атомов с лазерными импульсами, напряженность поля которых много меньше внутриатомной ($\mu_0 < 10^{-3}$), зависимость вероятности ионизации от напряженности поля хорошо согласуется с формулой Келдыша [1]. Спектры фотоэлектронов имеют в этом случае одногорбый вид с максимумом вблизи порога ионизации. Положение пика в спектре не зависит от параметров лазерного импульса и определяется положением максимума сечения ионизации из основного состояния атома, что обусловлено следующими причинами.

Во-первых, ширина спектра рассматриваемых импульсов сопоставима с несущей частотой и поэтому динамика процесса ионизации качественно отличается от случая взаимодействия атома с квазимонохроматическим электромагнитным полем. Во-вторых, проведенные расчеты показывают, что населенность дискретных возбужденных состояний в этом случае мала и поэтому основным каналом ионизации является ионизация из основного состояния. В-третьих, правила отбора для матричных элементов V_{nm} в указанной области практически совпадают с правилами отбора для электродипольного взаимодействия.

В диапазоне $10^{-3} \leq \mu_0 \leq 10^{-2}$ начинают проявляться эффекты, связанные с учетом возбужденных дискретных состояний атома. Возникающие отличия отражаются как на энергетических спектрах фотоэлектронов, так и на зависимости вероятности ионизации от напряженности поля лазерного импульса. В энергетических спектрах фотоэлектронов появляются пики, обусловленные ионизацией с возбужденных состояний атома, а вероятность ионизации становится немонотонной функцией напряженности поля. Следует отметить, что область околоатомных значений напряженности поля неизбежно связана с использованием ультракоротких лазерных импульсов с длительностью близкой к нескольким периодам оптических колебаний. Физика процессов взаимодействия таких импульсов с атомарными средами существенно отличается от физики процессов взаимодействия со стационарными и квазистационарными полями. Наиболее принципиальное отличие проявляется в том, что энергетические сдвиги уровней зависят от мгновенного значения напряженности поля, поэтому понятие резонансных переходов между состояниями дискретного спектра атома в околоатомной области теряет смысл. Большое значение спектральной ширины ультракороткого импульса приводит к тому, что в определенном интервале значений амплитуды поля вероятность ионизации может превышать вероятность возбуждения состояний дискретного спектра атома. В результате скорость заселения возбужденных дискретных состояний атома начинает в значительной степени определяться скоростью процессов рекомбинации. Это находит свое отражение в стабилизации интегральной вероятности ионизации и даже ее уменьшении с ростом напряженности поля лазерного импульса.

При дальнейшем увеличении напряженности поля лазерного импульса учет возбужденных дискретных состояний атома становится принципиально важным, поскольку населенность указанных состояний увеличивается, а вероятность их ионизации пре-

вышает вероятность ионизации основного состояния ввиду того, что степень многофотонности процесса $N_0 = U_0/\hbar\omega$ становится ниже. Это приводит к увеличению скорости ионизации по сравнению с ее значениями для модели атома с одним связанным уровнем.

Следует отметить, что немонотонный вид зависимости вероятности ионизации от напряженности поля лазерного импульса отчетливо наблюдается в ряде недавних экспериментов [28, 29], где значения напряженности приближаются к околоатомным значениям. Это дает нам основание говорить о качественном совпадении результатов, проведенных нами расчетов с результатами экспериментальных измерений.

В области $\mu_0 > 0.1$ наблюдается насыщение вероятности ионизации. Причиной этому служит близость полной вероятности ионизации к единице. В энергетических спектрах появляются дополнительные пики, соответствующие N -фотонным переходам, а первый пик смещается в область меньших значений энергий фотоэлектронов. Количество и положение пиков в энергетическом спектре фотоэлектронов существенным образом зависит от параметров лазерного излучения.

Сделаем в заключение следующее замечание. Поскольку матричные элементы $V_{nm}(t)$ являются функциями времени, населенности атомных состояний являются осциллирующими функциями времени. На рис. 8 мы привели значения населенности уровней по окончании действия лазерного импульса, поэтому, говоря о конкуренции скоростей возбуждения и девозбуждения уровней, мы имели в виду интегральные по длительности импульса значения. Тем не менее, мы видим, что приведенные результаты позволяют объяснить все особенности зависимости интегральной вероятности ионизации от напряженности поля лазерного импульса. Данные численных расчетов позволяют изобразить временную динамику населенности уровней. Однако соответствующие кривые являются крайне громоздкими и малоинформативными. Вместе с тем, количественные различия кривых, приведенных на рис. 7 для двух значений длительности лазерного импульса, свидетельствуют о том, что именно интегральные значения скоростей указанных процессов представляют интерес с практической точки зрения.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 08-02-00448) и фонда «Династия».

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Келдыш, ЖЭТФ **47**, 1945 (1964).
2. В. С. Попов, УФН **174**, 921 (2004).
3. K. Burnett, P. L. Knight, B. R. M. Piraux et al., Phys. Rev. Lett. **66**, 301 (1991).
4. L. D. Noordam, H. Stapelfeldt, D. I. Duncan et al., Phys. Rev. Lett. **68**, 1496 (1992).
5. R. B. Vrijen, J. H. Hoogenraad, H. G. Muller et al., Phys. Rev. Lett. **70**, 3016 (1993).
6. J. H. Hoogenraad, R. B. Vrijen, and L. D. Noordam, Phys. Rev. A **50**, 4133 (1994).
7. R. R. Jones, D. W. Schumacher, and P. H. Bucksbaum, Phys. Rev. A **47**, R49 (1993).
8. J. Parker and C. R. Stroud, Phys. Rev. A **41**, 1602 (1990).
9. H. R. Reiss, Phys. Rev. A **22**, 1786 (1980).
10. H. R. Reiss, Phys. Rev. A **42**, 1476 (1990).
11. M. Pont and M. Gavrilu, Phys. Rev. Lett. **65**, 2362 (1990).
12. K. C. Kulander, K. J. Schafer, and J. L. Krause, Phys. Rev. Lett. **66**, 2601 (1991).
13. P. Marte and P. Zoller, Phys. Rev. A **43**, 1512 (1991).
14. H. R. Reiss, Phys. Rev. A **46**, 391 (1992).
15. Е. А. Волкова, А. М. Попов, О. В. Тихонова, ЖЭТФ **120**, 1336 (2001).
16. Е. А. Волкова, В. В. Гридчин, А. М. Попов и др., ЖЭТФ **129**, 48 (2006).
17. Е. А. Волкова, А. М. Попов, М. А. Тихонов, О. В. Тихонова, ЖЭТФ **132**, 596 (2007).
18. А. В. Андреев, ЖЭТФ **116**, 793 (1999).
19. А. В. Андреев, А. В. Заякин, Вестник МГУ, Физика. Астрон. **6**, 29 (2004).
20. A. V. Andreev and O. A. Shoutova, Phys. Lett. A **350**, 309 (2006).
21. A. V. Andreev, O. A. Shoutova, and V. A. Makarov, Proc. SPIE **6259**, 625901-1 (2006).

22. A. V. Andreev, O. A. Shoutova, and S. Yu. Stremoukhov, *Laser Phys.* **17**, 496 (2007).
23. А. В. Андреев, С. Ю. Стремоухов, О. А. Шутова, *Теор. физ.* **9**, 36 (2008).
24. A. V. Andreev, O. A. Shoutova, and S. Yu. Stremoukhov, *J. Rus. Laser Res.* **29**, 203 (2008).
25. А. В. Андреев, *Релятивистская квантовая механика: частицы и зеркальные частицы*, Физматлит, Москва (2009).
26. Р. А. Ганеев, *УФН* **179**, 65 (2009).
27. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, Наука, Москва (1989).
28. А. А. Ионин, С. И. Кудряшов, Л. В. Селезнев и др., *Письма в ЖЭТФ* **90**, 199 (2009).
29. A. D. DiChiara, I. Ghebregziabher, J. M. Waesche et al., *Phys. Rev. A* **81**, 043417 (2010).