

# СТАЦИОНАРНАЯ СТРУКТУРА ВЫСОКОЧАСТОТНОГО РАЗРЯДА, ПОДДЕРЖИВАЕМОГО РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ИСТОЧНИКОМ ПРИ НАЛИЧИИ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

*В. А. Есѣкин, А. В. Кудрин\**

*Нижегородский государственный университет  
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 21 октября 2009 г.

Исследуется стационарная структура осесимметричного высокочастотного разряда, поддерживаемого заданным источником во внешнем постоянном магнитном поле. Предполагается, что источник представляет собой волну тока, бегущую по поверхности разрядной трубки в направлении внешнего магнитного поля. Ток источника имеет единственную азимутальную составляющую, его частота принадлежит нижегибридному диапазону. Основное внимание сосредоточено на частном случае, когда характерный масштаб электронной теплопроводности поперек внешнего магнитного поля существенно превышает радиус трубки. Применительно к этому случаю найдены зависимости параметров разрядной плазмы от амплитуды тока и его постоянной распространения вдоль трубки. Приведены результаты численных расчетов распределения поля и мощности джоулевых потерь в разряде.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В последние два десятилетия ведутся активные исследования особенностей формирования высокочастотного (ВЧ) индукционного разряда, поддерживаемого электромагнитным источником нижегибридного диапазона частот при наличии внешнего постоянного магнитного поля. Изучение стационарной структуры такого разряда представляет значительный интерес при решении широко обсуждаемых в настоящее время прикладных задач, связанных с разработкой геликонных источников плотной низкотемпературной плазмы [1–10], которые находят применение в плазмохимических реакторах [1, 2], устройствах для напыления пленочных покрытий [2], при создании активных сред для газовых лазеров [3] и т. д.

В подавляющем большинстве теоретических работ по данной проблематике рассматриваются плазменные источники с заданными характеристиками плазмы в цилиндрической разрядной камере, на поверхности которой имеется сторонний вихревой электрический ток, обеспечивающий поддержание

ВЧ-разряда (см., например, [4–10]). В ряде работ исследовался разряд в поле поверхностной волны, направляемой столбом разрядной плазмы [11]. В работе [12] была построена самосогласованная одномерная модель геликонного разряда в поле волны поверхностного тока, заданного на бесконечной плоскости, перпендикулярной внешнему постоянному магнитному полю. Однако такая модель довольно далека от условий работы реальных геликонных источников плазмы.

Настоящая статья посвящена исследованию стационарной самосогласованной структуры осесимметричного газового разряда, создаваемого в бесконечно длинной цилиндрической трубке, параллельной внешнему постоянному магнитному полю, волной высокочастотного азимутального электрического тока, бегущего по поверхности трубки вдоль ее образующей. Данная модель соответствует условиям работы сравнительно протяженных (в направлении внешнего магнитного поля) геликонных источников плазмы, антенная система которых возбуждает поле с пространственным спектром, локализованным в относительно малой окрестности некоторого заданного продольного волнового числа.

\*E-mail: kud@rf.unn.ru

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим осесимметричный газовый разряд в бесконечно длинной цилиндрической трубке радиуса  $a$ . Предполагается, что трубка находится в свободном пространстве и ориентирована вдоль внешнего постоянного магнитного поля  $\mathbf{B}_0$ , направленного по оси  $z$  цилиндрической системы координат  $(\rho, \phi, z)$ . Рабочий газ, заполняющий трубку, — аргон. Стенка трубки является диэлектрической и имеет пренебрежимо малую толщину.

Разряд поддерживается гармоническим во времени (пропорциональным  $\exp(i\omega t)$ ) электрическим током, заданным на поверхности разрядной трубки и имеющим плотность

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \phi_0 I_0 \delta(\rho - a) \exp(-ik_0 p z), \quad (1)$$

где  $I_0$  — амплитуда поверхностной плотности тока,  $\delta$  — дельта-функция Дирака,  $k_0 = \omega/c$  — волновое число в свободном пространстве,  $p$  — нормированная (на  $k_0$ ) постоянная распространения тока. Частота источника  $\omega$  принадлежит нижнегибридному (свистовому) диапазону частот

$$\omega_{LH} \ll |\omega - i\nu_e| \ll \omega_H \ll \omega_p, \quad (2)$$

где  $\omega_{LH}$  — нижняя гибридная частота,  $\nu_e$  — эффективная частота электронных соударений в плазме,  $\omega_H$  — гирочастота электронов,  $\omega_p$  — плазменная частота электронов, соответствующая максимальной плотности плазмы в разряде.

Для описания стационарного распределения концентрации электронов (плотности плазмы)  $N$  в разрядном объеме воспользуемся уравнением баланса [13]

$$\frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left( \rho D_{\perp} \frac{dN}{d\rho} \right) + \nu^i N = 0, \quad (3)$$

в котором  $\nu^i$  — частота ионизации нейтральных атомов аргона электронным ударом,  $D_{\perp}$  — коэффициент амбиполярной диффузии поперек внешнего магнитного поля. При записи уравнения (3) мы пренебрегли объемной рекомбинацией, вклад которой в баланс плотности является малым в широкой области параметров геликонного ВЧ-разряда в аргоне. Плотность плазмы должна удовлетворять условиям

$$\left. \frac{dN}{d\rho} \right|_{\rho=0} = 0, \quad (4)$$

$$N \Big|_{\rho=a} = 0,$$

первое из которых вытекает непосредственно из уравнения (3) при конечности частоты ионизации, а второе является условием полного поглощения электронов на стенке разрядной трубки.

Плазма разряда при наличии внешнего постоянного магнитного поля  $\mathbf{B}_0$  описывается тензором диэлектрической проницаемости

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon & -ig & 0 \\ ig & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{pmatrix}, \quad (5)$$

компоненты которого в диапазоне частот (2) даются формулами [14]

$$\epsilon = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_H^2} \left( 1 - i \frac{\nu_e}{\omega} \right),$$

$$g = -\frac{\omega_p^2}{\omega_H \omega} \left( 1 - i \frac{2\nu_e \omega}{\omega_H^2} \right), \quad (6)$$

$$\eta = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left( 1 - i \frac{\nu_e}{\omega} \right)^{-1}.$$

В выражениях (6) не учтено бесстолкновительное поглощение поля в плазме, которым, как будет ясно из дальнейшего, можно пренебречь при рассматриваемых параметрах задачи.

Поле, возбуждаемое источником (1), будем искать в виде

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}(\mathbf{r}) \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}(\rho) \\ \mathbf{H}(\rho) \end{bmatrix} \exp(-ik_0 p z), \quad (7)$$

где  $\mathbf{E}(\rho)$  и  $\mathbf{H}(\rho)$  — векторные функции, описывающие распределение поля по радиусу. Компоненты поля могут быть выражены через две скалярные функции  $E_{\phi}(\rho)$ ,  $E_z(\rho)$ , которые в осесимметричном случае при  $\rho < a$  являются решениями системы уравнений [15]

$$\frac{d^2 E_{\phi}}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dE_{\phi}}{d\rho} - \frac{E_{\phi}}{\rho^2} + k_0^2 \left( \frac{g^2}{p^2 - \epsilon} - p^2 + \epsilon \right) E_{\phi} =$$

$$= \frac{k_0 p g}{p^2 - \epsilon} \frac{dE_z}{d\rho}, \quad (8)$$

$$\frac{d^2 E_z}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dE_z}{d\rho} + \frac{p^2}{(p^2 - \epsilon)\epsilon} \frac{d\epsilon}{d\rho} \frac{dE_z}{d\rho} - k_0^2 \frac{\eta}{\epsilon} (p^2 - \epsilon) E_z =$$

$$= \frac{k_0 p}{\epsilon} (p^2 - \epsilon) \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left( \frac{\rho g E_{\phi}}{p^2 - \epsilon} \right). \quad (9)$$

Для области  $\rho > a$  в уравнениях (8), (9) следует положить  $\epsilon = \eta = 1$ ,  $g = 0$ . Решения системы уравнений (8), (9) должны быть регулярными на оси  $\rho = 0$  и удовлетворять граничным условиям при  $\rho = a$ :

$$\begin{aligned}
E_\phi(a-0) &= E_\phi(a+0), \\
E_z(a-0) &= E_z(a+0), \\
H_\phi(a-0) &= H_\phi(a+0), \\
H_z(a-0) &= H_z(a+0) + \frac{4\pi}{c} I_0.
\end{aligned} \tag{10}$$

Запишем теперь стационарное уравнение баланса энергии, полагая, что в плазме выполняются следующие соотношения:

$$\nu_{ei} \ll \nu_{en}, \quad \delta_{en}\nu_{en} \ll \omega, \quad \delta_{ei}\nu_{ei} \ll \nu_{in}. \tag{11}$$

Здесь  $\nu_{en}$ ,  $\nu_{in}$  и  $\nu_{ei}$  — частоты соответственно электрон-нейтральных, ион-нейтральных и электрон-ионных соударений ( $\nu_e = \nu_{en} + \nu_{ei} \approx \nu_{en}$ ),  $\delta_{en}$  и  $\delta_{ei}$  — средние относительные доли энергии, теряемой электроном при соударениях с нейтральными частицами и ионами. Последнее неравенство в (11) позволяет не учитывать нагрев ионов [16] и считать, что их температура  $T_i$  равна температуре нейтральных частиц  $T$ , совпадающей с невозмущенной температурой электронов. С учетом этих условий уравнение баланса энергии принимает вид [13,17]

$$\begin{aligned}
\operatorname{div}_\perp \mathbf{q}_e - NT_e \operatorname{div}_\perp \left( \frac{D_\perp}{N} \nabla_\perp N \right) + \\
+ \frac{3}{2} \delta_{en} \nu_e N (T_e - T) - Q = 0, \tag{12}
\end{aligned}$$

где  $T_e$  — температура электронов,  $\mathbf{q}_e = -(3/2)\kappa_{e\perp} \nabla_\perp T_e$  — плотность электронного потока тепла ( $\kappa_{e\perp}$  — коэффициент поперечной электронной теплопроводности, определенный согласно [16]),

$$Q = \frac{3}{2} \nu_e N \tilde{Q}$$

— средняя по времени объемная плотность мощности джоулевых потерь. Величина  $\tilde{Q}$  может быть представлена в виде

$$\begin{aligned}
\tilde{Q} = \frac{e^2}{3m\omega^2} \left[ \frac{\omega^2}{\omega_H^2} (|E_\rho|^2 + |E_\phi|^2) + \right. \\
\left. + 4 \frac{\omega^3}{\omega_H^3} \operatorname{Im}(E_\rho E_\phi^*) + \frac{\omega^2}{\omega^2 + \nu_e^2} |E_z|^2 \right], \tag{13}
\end{aligned}$$

где  $m$  и  $e$  — соответственно масса и абсолютное значение заряда электрона. При получении формулы (13) были использованы выражения (6) для компонент тензора диэлектрической проницаемости плазмы.

Уравнение (12) следует дополнить граничными условиями для потока тепла или температуры электронов при  $\rho = a$ . Вид этих условий, равно как

и результаты решения системы уравнений (3), (8), (9), (12) в целом, в значительной степени определяются соотношениями между характерными параметрами задачи, а также зависимостями величин, входящих в указанные уравнения, от температуры электронов и других факторов. Поэтому для получения каких-либо результатов необходимо конкретизировать эти зависимости.

Будем рассматривать ионизационные эффекты, имеющие место в аргоне при типичных разрядных температурах  $T_e \approx 1-5$  эВ. В этом случае температурные зависимости величин, входящих в уравнения (3), (12), могут быть приближенно описаны следующими модельными выражениями [18]:

$$\begin{aligned}
\nu_e \approx \nu_{en} &= 1.3 \cdot 10^9 P T_e, \\
\nu^i &= 8.4 \cdot 10^{-8} N_n \left( \frac{T_e}{I} \right)^{1/2} \left( 1 + \frac{2T_e}{I} \right) \times \\
&\times \exp \left( -\frac{I}{T_e} \right), \tag{14}
\end{aligned}$$

в которых величины  $\nu_e$  и  $\nu^i$  выражены в  $\text{с}^{-1}$ ,  $T_e$  — в эВ, давление газа  $P$  — в Торр, концентрация нейтральных атомов  $N_n$  — в  $\text{см}^{-3}$ ;  $I = 15.8$  эВ — потенциал ионизации атома аргона. Значения частот ион-нейтральных соударений  $\nu_{in}$  могут быть взяты из экспериментальных зависимостей, представленных в работах [18,19] (мы не будем приводить здесь довольно громоздкие формулы, аппроксимирующие такие зависимости).

Для величин  $\delta_{en}$ ,  $D_\perp$ ,  $\kappa_{e\perp}$  справедливы выражения

$$\begin{aligned}
\delta_{en} &= \frac{2m}{M}, \quad D_\perp = \frac{(T_e + T_i)\nu_e}{m\omega_H^2 + (M/2)\nu_e\nu_{in}}, \\
\kappa_{e\perp} &= \kappa_0 N \frac{T_e \nu_e}{m\omega_H^2}, \tag{15}
\end{aligned}$$

в которых  $M$  — масса иона,  $\kappa_0$  — фактор порядка единицы (в выражении для  $D_\perp$  учтено, что приведенная масса иона аргона в ион-нейтральных соударениях составляет  $M/2$ ). При принятом виде функции  $\nu_e(T_e)$  и максвелловском распределении электронов по энергиям величину  $\kappa_0$  можно приближенно считать не зависящей от  $T_e$  для рассматриваемых значений электронной температуры:  $\kappa_0 \approx 3$  (данную величину несложно вычислить по общим формулам, приведенным в работе [16]).

### 3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЯ И ПЛАЗМЫ

Нахождение решения системы уравнений (3), (8), (9), (12) является довольно сложной задачей. В

настоящей работе ограничимся рассмотрением важного для приложений частного случая, когда исследование этих уравнений может быть выполнено в рамках некоторого упрощенного подхода. Предположим, что характерный поперечный масштаб электронной теплопроводности  $L_T = (\kappa_{e\perp}/\delta_{en}\nu_e N)^{1/2}$  существенно превышает радиус разрядной трубки:

$$L_T^2 \gg a^2. \quad (16)$$

В этом случае температуру электронов  $T_e$ , а следовательно, и содержащие ее величины  $D_\perp, \nu^i$  (с учетом условия  $\nu_{ei} \ll \nu_{en}$  в (11)) можно считать не зависящими от пространственной координаты  $\rho$ . В результате решение уравнения (3), удовлетворяющее условиям (4), принимает вид

$$N(\rho) = N_0 J_0 \left( \left( \frac{\nu^i}{D_\perp} \right)^{1/2} \rho \right), \quad (17)$$

где

$$\left( \frac{\nu^i}{D_\perp} \right)^{1/2} a = \mu_0^{(1)}. \quad (18)$$

Здесь и далее  $N_0$  — концентрация плазмы на оси столба,  $J_m$  — функция Бесселя порядка  $m$ ,  $\mu_0^{(1)}$  — первый нуль функции Бесселя нулевого порядка ( $\mu_0^{(1)} \approx 2.405$ ). Соотношение (18) позволяет, очевидно, определить температуру электронов разрядной плазмы.

Решение уравнений (8), (9) для поля внутри плазменного столба с профилем плотности (17) может быть получено лишь численно. Поле в области  $\rho < a$  представляется в виде суммы линейно независимых решений системы дифференциальных уравнений (8), (9). При этом из четырех линейно независимых решений этих уравнений только два решения являются регулярными при  $\rho \rightarrow 0$ . Обозначая их через  $E_{\phi,z}^{(1)}(\rho)$  и  $E_{\phi,z}^{(2)}(\rho)$ , запишем выражения для компонент поля при  $\rho < a$  в виде

$$\begin{bmatrix} E_\phi(\rho) \\ E_z(\rho) \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^2 B_k \begin{bmatrix} E_\phi^{(k)}(\rho) \\ E_z^{(k)}(\rho) \end{bmatrix}, \quad (19)$$

где  $B_{1,2}$  — некоторые константы. В приосевой части плазменного столба (т. е. при  $\rho \rightarrow 0$ ) решения  $E_\phi^{(k)}(\rho)$  и  $E_z^{(k)}(\rho)$  допускают аналитическое представление [15]

$$\begin{aligned} E_\phi^{(k)}(\rho) &= J_1(k_0 q_k \rho), \\ E_z^{(k)}(\rho) &= \eta^{-1} n_k q_k J_0(k_0 q_k \rho), \end{aligned} \quad (20)$$

где величины  $n_k$  и  $q_k$  определяются формулами

$$\begin{aligned} n_k(p) &= -\frac{\varepsilon}{pg} \left( p^2 + q_k^2(p) + \frac{g^2}{\varepsilon} - \varepsilon \right), \\ q_k(p) &= \left\{ \frac{1}{2\varepsilon} \left[ \varepsilon^2 - g^2 + \varepsilon\eta - (\eta + \varepsilon)p^2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (-1)^k R(p) \right] \right\}^{1/2}. \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь

$$\begin{aligned} R(p) &= -(\eta - \varepsilon) \left[ (p^2 - \mathcal{P}_b^2)(p^2 - \mathcal{P}_c^2) \right]^{1/2}, \\ \mathcal{P}_{b,c} &= \left\{ \varepsilon - (\eta + \varepsilon) \frac{g^2}{(\eta - \varepsilon)^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2\chi_{b,c}}{(\eta - \varepsilon)^2} [\varepsilon g^2 \eta (g^2 - (\eta - \varepsilon)^2)]^{1/2} \right\}^{1/2}, \\ \chi_b &= -\chi_c = -1. \end{aligned} \quad (22)$$

В выражениях (20)–(22) компоненты тензора диэлектрической проницаемости берутся соответствующими плотности плазмы  $N_0$  на оси разрядной трубки. Зная значения функций (20) и их производных при  $\rho = 0$ , можно найти функции  $E_\phi^{(k)}(\rho)$ ,  $E_z^{(k)}(\rho)$  и, следовательно, получить полное поле во всей области  $\rho < a$ .

Вне плазменного столба ( $\rho > a$ ) компоненты поля  $E_\phi(\rho)$ ,  $E_z(\rho)$  выражаются через функции Макдональда  $K_m(k_0 s \rho)$  нулевого ( $m = 0$ ) и первого ( $m = 1$ ) порядков [10]:

$$\begin{aligned} E_\phi &= C_1 K_1(k_0 s \rho), \\ E_z &= C_2 s K_0(k_0 s \rho), \end{aligned} \quad (23)$$

где  $s = \sqrt{p^2 - 1}$ ,  $C_{1,2}$  — константы.

Далее величины  $B_k$  и  $C_k$  находятся из граничных условий (10) для тангенциальных компонент поля.

Плотность плазмы  $N_0$  на оси симметрии разряда находится с помощью уравнения баланса энергии (12), которое в рассматриваемом случае удобно проинтегрировать по поперечному сечению в пределах  $0 < \rho < a$ . При этом во всех слагаемых, за исключением первого, температура электронов внутри плазменного столба считается не зависящей от  $\rho$ . В итоге уравнение (12) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \Gamma_1 + \Gamma_2 + 3\pi\delta_{en}\nu_e (T_e - T) N_0 a^2 (\mu_0^{(1)})^{-1} J_1(\mu_0^{(1)}) &= \\ &= J_Q. \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь

$$\Gamma_1 = 2\pi a q_{e\alpha}, \quad (25)$$

$$\Gamma_2 = -2\pi D_{\perp} T_e \int_0^a N \frac{d}{d\rho} \left( \rho \frac{1}{N} \frac{dN}{d\rho} \right) d\rho, \quad (26)$$

$$J_Q = 3\pi\nu_e \int_0^a N \tilde{Q} \rho d\rho, \quad (27)$$

где  $q_{ea}$  — радиальная компонента плотности потока тепла на границе  $\rho = a$ . При получении выражения (25) использована двумерная теорема Остроградского–Гаусса. Величина  $\Gamma_1$  допускает сравнительно простое аналитическое представление в частном случае

$$\nu_e \nu_{in} \gg \omega_H \Omega_H, \quad (28)$$

рассматриваемом далее ( $\Omega_H$  — гирочастота ионов). Заметим, что условие (28) реализуется в геликонных разрядах высокого давления. Подчеркнем, что несмотря на выполнение неравенства (28) электроны плазмы являются замагниченными в силу условий (2).

В случае (28) величина  $D_{\perp}$  при дополнительном условии  $T_e \gg T_i$ , выполняющемся в разрядной плазме, принимает вид

$$D_{\perp} = \frac{2T_e}{M\nu_{in}}, \quad (29)$$

совпадающий с представлением коэффициента амбиполярной диффузии в изотропной плазме. Данное обстоятельство (с учетом того факта, что гирорадиус электронов в типичных разрядных условиях значительно превышает толщину пристеночного слоя, равную нескольким радиусам Дебая) позволяет использовать для величины  $\Gamma_1$  выражение, полученное в работе [13] применительно к случаю незамагниченной плазмы:

$$\Gamma_1 = 2\pi D_{\perp} T_e N_0 \times \left[ 2 + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{M}{2\pi m} \right) \right] \mu_0^{(1)} J_1(\mu_0^{(1)}). \quad (30)$$

Величина  $\Gamma_2$  так же, как и  $\Gamma_1$ , может быть найдена на основе подхода, изложенного в работе [13]:

$$\Gamma_2 = 2\pi D_{\perp} T_e N_0 \left[ 1 + \ln \left( \frac{N_0}{N_a} \right) \right] \mu_0^{(1)} J_1(\mu_0^{(1)}). \quad (31)$$

Здесь  $N_a = N_0 \sqrt{T_e/M\xi}/(\nu_{in}a)$  — плотность плазмы на границе пристеночного слоя, т.е. области нарушения квазинейтральности,  $\xi = 2\mu_0^{(1)} J_1(\mu_0^{(1)}) \approx 2.5$ . Заметим, что при выводе формул (30), (31) были

использованы профиль плотности плазмы в виде (17), соотношения (18), (29), а также неравенство  $D_{\perp} \ll \kappa_{e\perp}/N$  [13], выполняющееся при условии (28). Указанное неравенство позволяет считать температуру электронов в пристеночном слое приближенно равной температуре  $T_e$  в плазменном столбе (подробности см. в работе [13]).

С учетом (30), (31) формула (24) может быть записана в удобном для дальнейших расчетов виде:

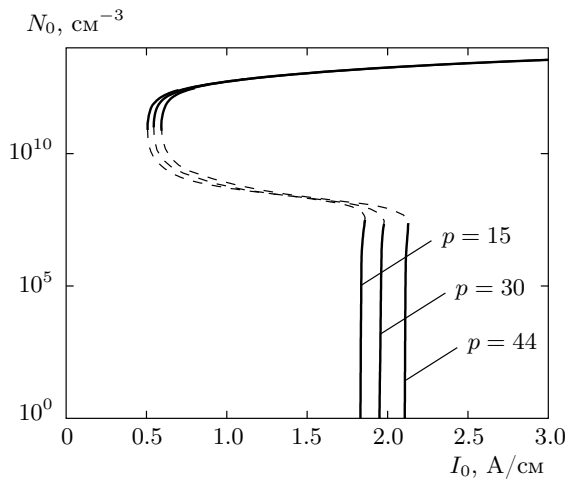
$$\begin{aligned} & \frac{3\mu_0^{(1)}\nu_e}{2J_1(\mu_0^{(1)})a^2} \int_0^a J_0 \left( \left( \frac{\nu^i}{D_{\perp}} \right)^{1/2} \rho \right) \tilde{Q} \rho d\rho = \\ & = \frac{D_{\perp}\mu_0^{(1)2}}{a^2} T_e \left[ 3 + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{M}{2\pi m} \right) + \ln \left( \frac{\nu_{in}a}{\sqrt{T_e/M\xi}} \right) \right] + \\ & \quad + \frac{3}{2} \delta_{en} \nu_e (T_e - T). \quad (32) \end{aligned}$$

Во избежание недоразумений отметим, что в формуле (32) так же, как и в исходном уравнении (12), опущен член, описывающий потери энергии электронов при неупругих столкновениях. Нетрудно убедиться, что в рассматриваемых здесь условиях эти потери дают сравнительно малый вклад в баланс энергии.

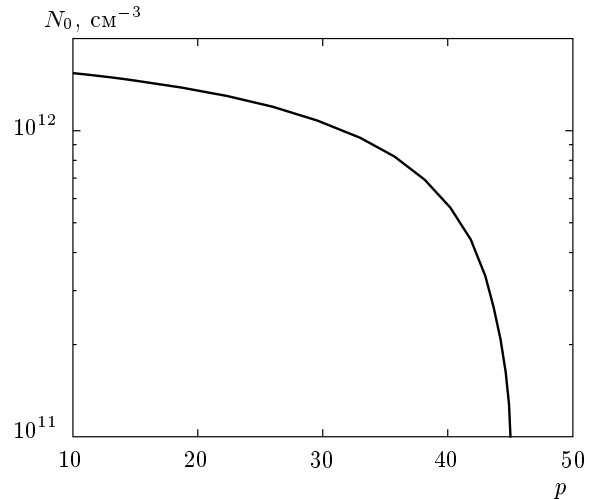
Очевидно, что величина  $\tilde{Q}$ , стоящая под знаком интеграла в левой части соотношения (32), зависит неявно от плотности плазмы  $N_0$  на оси разрядной трубки. Поэтому уравнение баланса энергии (32) может быть использовано для определения величины  $N_0$  методом итераций. Итерационная процедура выполняется следующим образом. Для профиля плотности (17) и температуры  $T_e$ , определяемой соотношением (18), вычисляются компоненты поля и величина  $\tilde{Q}$ , соответствующие различным значениям  $N_0$ , при заданных параметрах  $I_0$  и  $p$ . Значение  $N_0$  в разряде, отвечающее выбранным параметрам источника  $I_0$  и  $p$ , должно, очевидно, обеспечивать равенство левой и правой частей соотношения (32). Поэтому итерации по  $N_0$  повторяются до тех пор, пока для некоторого значения  $N_0$  соотношение (32) не будет выполняться с заданной точностью.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Для проведения численных расчетов были выбраны следующие значения параметров: радиус разрядной трубки  $a = 2$  см, внешнее магнитное поле  $B_0 = 100$  Гс, давление нейтрального газа (аргона)  $P = 0.2$  Торр, частота источника  $\omega/2\pi = 27.12$  МГц. Данные значения отвечают условиям геликонного разряда высокого давления в сравнительно узкой трубке [20].



**Рис. 1.** Зависимости плотности плазмы  $N_0$  на оси разряда от амплитуды линейной плотности тока  $I_0$  для заданных значений постоянной распространения волны тока  $p = 15, p = 30, p = 44$  при  $a = 2$  см,  $B_0 = 100$  Гс,  $P = 0.2$  Торр,  $\omega/2\pi = 27.12$  МГц



**Рис. 2.** Зависимость плотности плазмы  $N_0$  на оси разряда от постоянной распространения волны тока  $p$  при  $I_0 = 0.6$  А/см; значения остальных параметров те же, что и на рис. 1

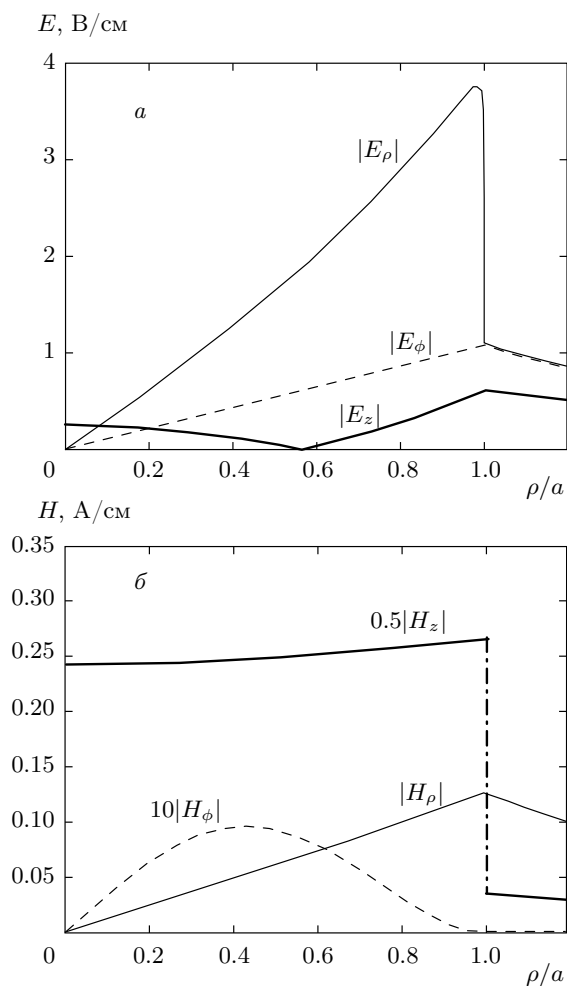
Из уравнения (18) легко получить температуру электронов в разряде. Для принятых значений параметров она составляет  $T_e = 1.73$  эВ. Частоты электронных и ион-нейтральных соударений при данной температуре принимают значения соответственно  $\nu_e = 4.5 \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}$  и  $\nu_{in} = 4.9 \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}$ . Нетрудно убедиться, что в этом случае все указанные выше условия применимости используемого здесь приближенного описания (см. неравенства (2), (11), (16), (28)) выполняются с достаточным запасом, если только величина  $N_0$  существенно не превышает значение порядка  $10^{13} \text{ cm}^{-3}$ .

На рис. 1 показаны зависимости плотности плазмы  $N_0$  на оси разряда от амплитуды линейной плотности тока  $I_0$ , рассчитанные численно при фиксированных постоянных распространения волны тока  $p = 15, p = 30, p = 44$  и указанных выше значениях параметров  $a, B_0, P, \omega$ . Как следует из представленных данных, связь между  $N_0$  и  $I_0$  при заданной постоянной распространения  $p$  является неоднозначной: в определенном интервале значений амплитуды тока одному значению  $I_0$  соответствуют три различных значения стационарной плотности плазмы, так что зависимость  $N_0(I_0)$  имеет гистерезисный характер. На рис. 1 из трех значений  $N_0$  только два, соответствующие верхней и нижней ветвям  $N_0(I_0)$ , являются устойчивыми. Состояние, отвечающее средней ветви, показанной штриховой линией, неустойчиво. Обратим внимание на то, что нижняя устойчивая кривая берет начало в точке, соответствующей нену-

левому току  $I_0 = I_0^*$ . Например, для  $p = 44$  этот ток равен  $I_0^* = 2.1$  А/см. Далее на чрезвычайно коротком интервале значений  $I_0$  происходит быстрый рост плотности плазмы с увеличением тока источника (для того же значения  $p = 44$  данный интервал лежит между  $I_0 = 2.1$  А/см и  $I_0 = 2.13$  А/см).

Как следует из рис. 1, с ростом величины  $p$  происходит сдвиг зависимостей  $N_0(I_0)$  в сторону больших значений тока источника  $I_0$ . Данное поведение иллюстрирует рис. 2, на котором построена зависимость стационарной плотности плазмы  $N_0$  на оси разряда для верхней устойчивой ветви  $N_0(I_0)$  от постоянной распространения волны тока  $p$  при  $I_0 = 0.6$  А/см. На данном рисунке видно, что с ростом величины  $p$  при фиксированном значении  $I_0$  происходит уменьшение плотности плазмы в разряде. Указанное уменьшение имеет место вплоть до значения  $p$ , при котором верхняя устойчивая ветвь обрывается.

Пространственное распределение компонент поля в разряде показано на рис. 3 при  $I_0 = 0.6$  А/см,  $p = 44$  (в этом случае плотность плазмы на оси разрядного столба составляет  $N_0 = 2.55 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ ). Как видно на рис. 3, поперечные компоненты электрического поля и радиальная компонента магнитного поля возрастают почти линейно при приближении к границе разрядной трубки; компоненты  $E_z$  и  $H_\phi$  характеризуются немонотонным поведением по радиусу. Продольная компонента магнитного поля имеет квазистационарный характер и практически не изменяется по радиусу в области  $\rho < a$ . Примечатель-



**Рис. 3.** Распределение по поперечной координате компонент полного поля источника при  $I_0 = 0.6$  А/см,  $p = 44$ ; плотность плазмы на оси разряда  $N_0 = 2.55 \cdot 10^{11}$  см<sup>-3</sup>, значения остальных параметров те же, что и на рис. 1

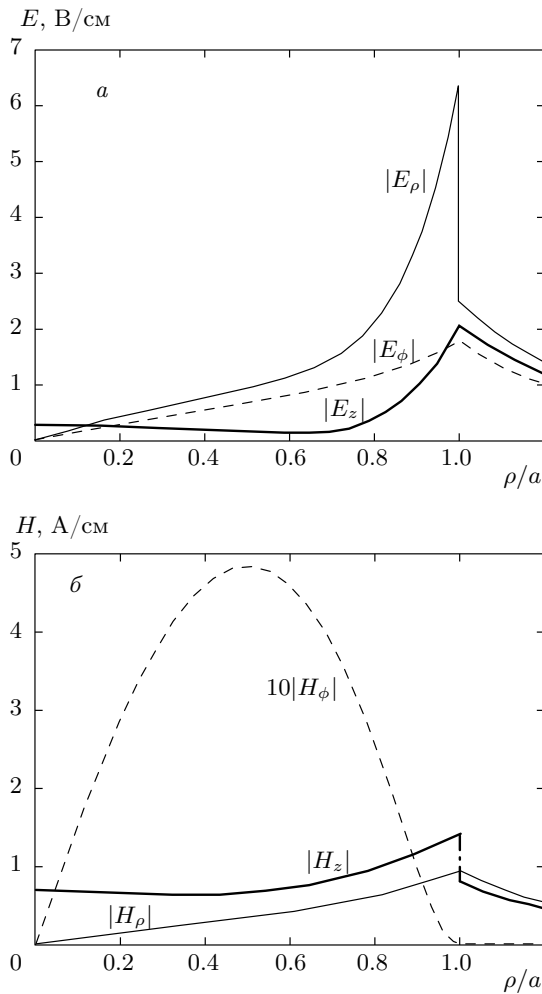
но, что в этой области абсолютное значение продольной компоненты магнитного поля  $|H_z| \approx 0.5$  А/см оказывается довольно близким к абсолютному значению квазистационарного поля  $H_z^{(QS)} = 4\pi I_0/c$ , составляющему  $|H_z^{(QS)}| = 0.6$  А/см при выбранной плотности тока  $I_0$ . Заметим, что при указанных значениях параметров плазменный столб не может поддерживать собственные моды с постоянными распространения, близкими к постоянной распространения волны тока. Как показывают численные расчеты, в данном случае нормированные (на  $k_0$ ) комплексные постоянные распространения  $(k'_z - ik''_z)/k_0$  мод, поддерживаемых столбом, имеют действительные части, превышающие величину  $\mathcal{P}_0 = \text{Re}(\varepsilon - g)^{1/2}$ , где компоненты тензора диэлек-

трической проницаемости  $\varepsilon$  и  $g$  соответствуют плотности  $N_0$  на оси плазменного столба. В то же время постоянная распространения тока  $p$  находится в области

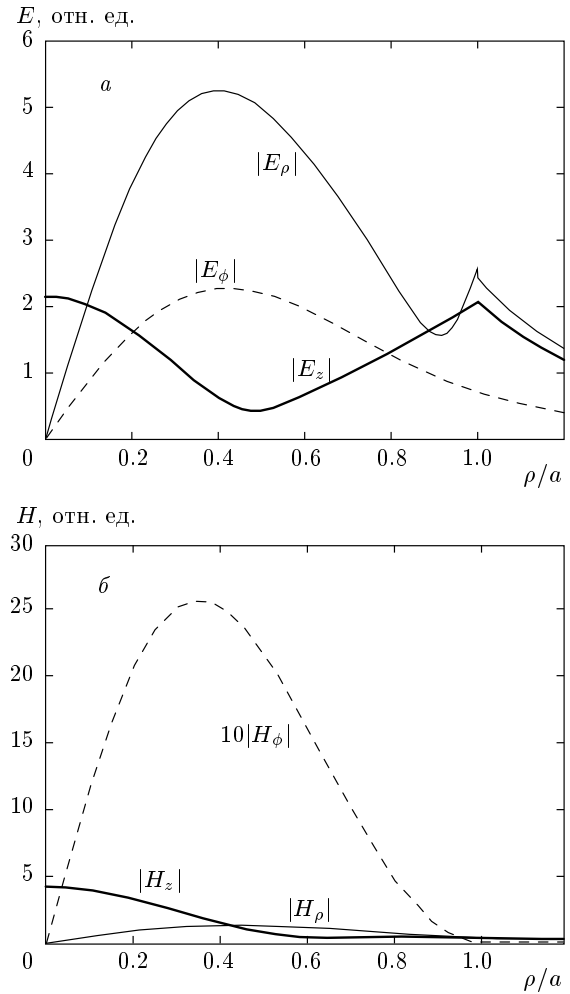
$$p < \mathcal{P}_0. \tag{33}$$

Напомним, что при соблюдении неравенства (33) в полном поле (по крайней мере, в приосевой части плазменного столба) можно выделить вклады, отвечающие геликонным волнам и квазиэлектростатическим волнам Трайвеллписа–Гоулда. Указанные составляющие описываются слагаемыми с индексами  $k = 1$  и  $k = 2$  соответственно в выражениях (19), (20). Отметим, что вклады обеих составляющих в компоненты  $E_\rho$ ,  $E_z$  поля, представленного на рис. 3, оказываются примерно одинаковыми по порядку величины. Что же касается компоненты  $E_\phi$ , то ее структура близка к квазистатической, т. е.  $E_\phi \approx -ik_0\rho H_z^{(QS)}/2$  (при  $\rho < a$ ).

При увеличении тока источника  $I_0$  плотность плазмы в разряде соответственно увеличивается. В результате появляются собственные моды, действительные части нормированных постоянных распространения которых лежат в области (33) так же, как и постоянная распространения тока  $p$ . На рис. 4 показано пространственное распределение компонент полного поля источника при  $I_0 = 2.18$  А/см,  $p = 203$ . В этом случае плотность плазмы на оси разряда составляет  $N_0 = 10^{13}$  см<sup>-3</sup>, а поле источника имеет более выраженный волновой характер. В частности, компонента  $H_z$  заметно отличается от  $H_z^{(QS)}$ . Примечательно, что в этом случае комплексная постоянная распространения  $k_z/k_0 = 203 - i92$  одной из собственных мод имеет действительную часть, равную постоянной распространения волны тока  $p$ . На рис. 5 показано распределение по поперечной координате  $\rho$  компонент поля данной моды. Следует отметить, что ее геликонная составляющая имеет объемный характер и доминирует в приосевой части, в то время как квазиэлектростатическая составляющая, являющаяся поверхностной, локализована вблизи границы  $\rho = a$ . Другой особенностью этой моды является минимальное значение ее постоянной затухания  $k''_z/k_0$  по сравнению с другими модами, поддерживаемыми плазменным столбом при выбранных значениях параметров. Заметим, что для моды, поле которой показано на рис. 5, справедливо соотношение  $\nu_e/2\omega_H < k''_z/k'_z < \nu_e/\omega$ . Несмотря на совпадение величин  $p$  и  $\text{Re}(k_z/k_0)$  данная мода, как ясно из сопоставления рис. 4 и 5, не вносит определяющего вклада в полное поле. Это



**Рис. 4.** Распределение по поперечной координате компонент полного поля источника при  $I_0 = 2.18$  А/см,  $p = 203$ ; плотность плазмы на оси разряда  $N_0 = 10^{13}$  см $^{-3}$ , значения остальных параметров те же, что и на рис. 1



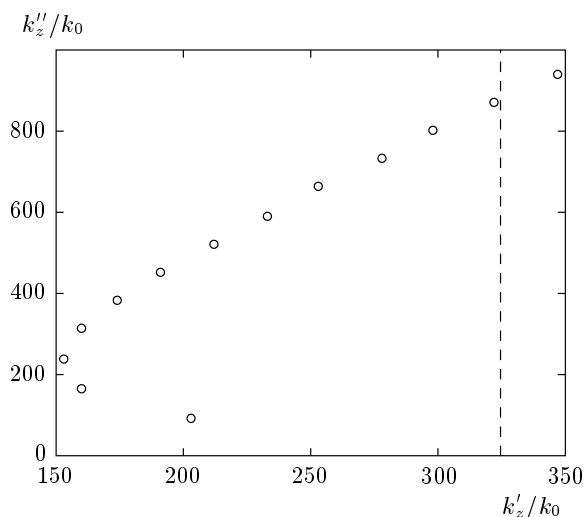
**Рис. 5.** Распределение по поперечной координате компонент поля собственной моды с постоянной распространения  $k_z/k_0 = 203 - i92$  при условиях, отвечающих рис. 4

нетрудно понять, если принять во внимание довольно заметное затухание указанной моды, вследствие чего ее возбуждение не является резонансным, а также тот факт, что плазменный столб в рассматриваемом случае поддерживает и другие собственные моды с еще большим затуханием. Сказанное иллюстрируется рис. 6, показывающим расположение комплексных постоянных распространения собственных мод на плоскости  $(k'_z, k''_z)$  в этом случае. В отличие от моды, поле которой показано на рис. 5, поля остальных (сильнозатухающих) мод характеризуются преобладающим вкладом квазиэлектростатических волн, поперечная структура которых имеет объемный, а не поверхностный характер (подроб-

ности см. в работах [10, 21]). Именно поэтому такие моды отличаются гораздо большим затуханием, так что  $k''_z/k'_z \approx \nu_e/\omega$ . Примечательно, что геликонные части полей данных мод имеют, напротив, поверхностный характер (в отличие от моды, поле которой представлено на рис. 5). В качестве примера на рис. 7 показано распределение по поперечной координате  $\rho$  компонент поля сильнозатухающей моды с постоянной распространения  $k_z/k_0 = 322 - i870$ <sup>1)</sup>. Заметим, что аналогичный вид имеют структуры

<sup>1)</sup> Нормировка компонент полей собственных мод на рис. 5 и 7 соответствует использованию единиц СИ. Для сопоставления электрических и магнитных полей мод в системе СГС значения компонент магнитного поля на рис. 5б и 7б следует умножить на коэффициент  $120\pi$ .

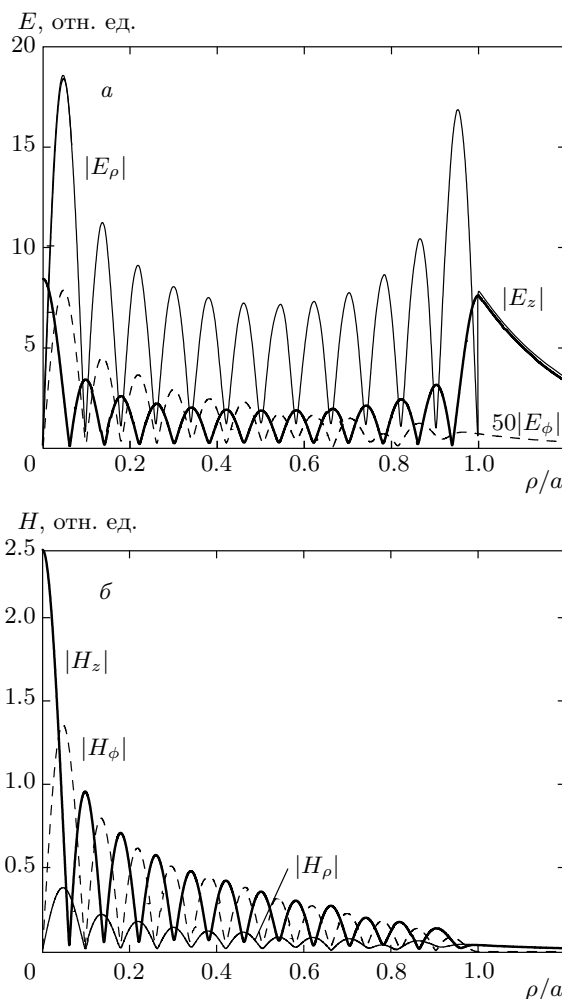




**Рис. 6.** Расположение комплексных постоянных распространения собственных мод на плоскости  $(k'_z, k''_z)$  при условиях, отвечающих рис. 4. Вертикальная штриховая линия отмечает верхнюю границу области (33)

полей всех мод, для которых имеет место соотношение  $k''_z/k'_z \approx \nu_e/\omega$ . Таким образом полное поле, показанное на рис. 4, представляет собой некоторую суперпозицию поперечных волновых структур, близких к полям мод, действительные части постоянных распространения которых находятся в интервале  $|k'_z - k_0\rho| \lesssim k''_z$ . При этом полное поле в приосевой части разряда определяется вкладом объемных квазиэлектростатических волн.

На рис. 8 представлено распределение объемной плотности мощности джоулевых потерь  $Q$  в разряде при значениях параметров, отвечающих рис. 3 и 4. На рис. 8 видно, что величина  $Q$  достигает максимума вблизи границы плазменного столба. На самой же границе эта величина убывает до нуля, что объясняется видом профиля плотности  $N(\rho)$ , которая обращается в нуль на границе  $\rho = a$ . Существенно, что нагрев плазмы происходит не только в пристеночной области, но может быть довольно существенным и в приосевой части разряда (см. кривую 2 на рис. 8). Полученный результат объясняется отмеченным выше заметным вкладом объемных квазиэлектростатических волн в полное поле в приосевой части разряда и согласуется с имеющимися экспериментальными данными [20]. Более «острый» максимум кривой 2 на рис. 8 связан, очевидно, с преимущественно волновым характером поля в данном случае. Кроме того, можно убедиться, что в рассматриваемых условиях потери, обусловленные соударениями частиц,



**Рис. 7.** Распределение по поперечной координате компонент поля сильнозатухающей собственной моды с постоянной распространения  $k_z/k_0 = 322 - i870$  при условиях, отвечающих рис. 4

значительно превышают бесстолкновительные потери, которыми мы пренебрегли при анализе поведения поля в разряде.

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе предложена теоретическая модель, которая позволяет исследовать стационарную самосогласованную структуру осесимметричного высокочастотного разряда, поддерживаемого заданным источником при наличии внешнего магнитного поля, в условиях, когда поперечная длина электронной теплопроводности существенно превышает радиус разрядной трубки. В рамках данной модели удастся найти распределение

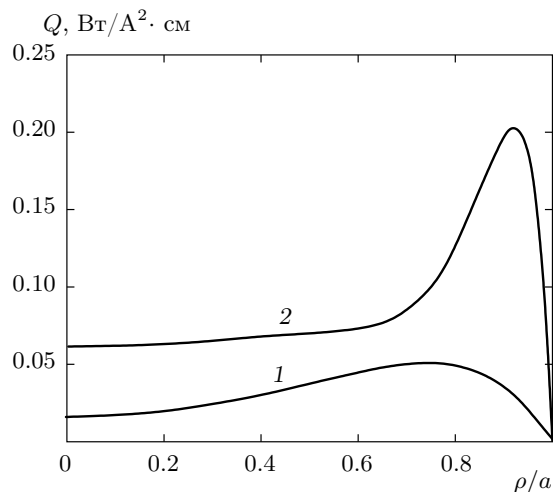


Рис. 8. Распределение объемной плотности мощности джоулевых потерь по радиусу при значениях параметров, соответствующих рис. 3 (кривая 1) и рис. 4 (кривая 2)

плазмы и высокочастотного поля в разряде, а также получить зависимости всех основных характеристик разрядной плазмы от параметров источника.

Показано, что зависимость плотности плазмы от амплитуды тока источника является неоднозначной, причем для одного значения тока источника могут существовать два устойчивых значения плотности плазмы. Применительно к разряду высокого давления в сравнительно узкой трубке изучены зависимость плотности плазмы от параметров источника, а также структура поля и распределение мощности джоулевых потерь в разрядной плазме. Установлено, что для рассмотренных условий основной вклад в высокочастотную мощность, поглощаемую в плазме, вносит часть поля, связанная с квазиэлектростатическими волнами Трайвеллпса–Гоулда. Полученные результаты представляют интерес для анализа работы высокочастотных индукционных источников плазмы при наличии внешнего постоянного магнитного поля.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 09-02-00164-а), в рамках Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (государственный контракт № П1072), программы Президента РФ по поддержке ведущих научных школ (проект № НШ–5180.2008.2), а также фонда «Династия».

## ЛИТЕРАТУРА

1. R. W. Boswell and F. F. Chen, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **25**, 1229 (1997).
2. F. F. Chen and R. W. Boswell, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **25**, 1245 (1997).
3. P. Zhu and R. W. Boswell, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 2805 (1989).
4. K. P. Shamrai and V. B. Taranov, *Plasma Sources Sci. Technol.* **5**, 474 (1996).
5. D. Arnush, *Phys. Plasmas* **7**, 3042 (2000).
6. M. D. Carter, F. W. Baity, Jr., G. C. Barber et al., *Phys. Plasmas* **9**, 5097 (2002).
7. S. Cho and M. A. Lieberman, *Phys. Plasmas* **10**, 882 (2003).
8. А. Ф. Александров, Г. Э. Бугров, К. В. Вавилин и др., *Физика плазмы* **30**, 434 (2004).
9. S. Cho, *Phys. Plasmas* **13**, 033504 (2006).
10. A. V. Kudrin, V. A. Es'kin, C. Krafft, and T. M. Zaboronkova, *Phys. Scr.* **77**, 055501 (2008).
11. I. Pérès and J. Margot, *Plasma Sources Sci. Technol.* **5**, 653 (1996).
12. В. А. Сазонтов, В. Е. Семенов, А. И. Смирнов, *Физика плазмы* **33**, 1048 (2007).
13. В. Е. Голант, А. П. Жилинский, И. Е. Сахаров, *Основы физики плазмы*, Атомиздат, Москва (1977).
14. В. Л. Гинзбург, *Распространение электромагнитных волн в плазме*, Наука, Москва (1967).
15. I. G. Kondrat'ev, A. V. Kudrin, and T. M. Zaboronkova, *Electrodynamics of Density Ducts in Magnetized Plasmas*, Gordon and Breach, Amsterdam (1999).
16. А. В. Гуревич, А. Б. Шварцбург, *Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере*, Наука, Москва (1973).
17. В. А. Рожанский, Л. Д. Цендин, *Столкновительный перенос в частичноионизованной плазме*, Энергоатомиздат, Москва (1988).
18. Ю. П. Райзер, *Физика газового разряда*, Наука, Москва (1987).
19. Г. Месси, Е. Бархоп, *Электронные и ионные столкновения*, Изд-во иностр. лит., Москва (1958).
20. S. Shinohara and K. P. Shamrai, *Plasma Phys. Control. Fusion* **42**, 865 (2000).
21. A. V. Kudrin and V. A. Es'kin, *Phys. Scr.* **74**, 425 (2006).