

# ВОЗБУЖДЕНИЕ ОСЦИЛЛЯТОРА МОРЗЕ СВЕРХКОРОТКИМ ЧИРПИРОВАННЫМ ИМПУЛЬСОМ

*B. A. Астапенко\*, M. C. Ромадановский*

*Московский физико-технический институт  
141700, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 5 ноября 2009 г.

Теоретически исследуется возбуждение классического осциллятора Морзе под действием сверхкороткого электромагнитного импульса с линейным частотным чирпом. Получены формулы для амплитуды и средней по периоду мощности излучения как функции энергии возбуждения для свободных колебаний осциллятора Морзе. В гармоническом пределе выведены аналитические выражения для описания движения осциллятора после окончания импульса. В общем случае произвольных параметров задачи дан численный анализ особенностей возбуждения осциллятора Морзе. Особое внимание удалено влиянию чирпа на энергию возбуждения. Рассмотрение проведено в безразмерных переменных, что делает результаты работы применимыми для широкого круга молекулярных систем и параметров возбуждающих импульсов.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Развитие техники генерации сверхкоротких лазерных импульсов с контролируемой формой делает актуальным вопрос об исследовании специфических черт возбуждения вещества под действием импульсов такого рода [1, 2]. Особый интерес представляет анализ возможности управления вероятностью фотопроцессов за счет изменения фазовых параметров возбуждающих импульсов, таких как фаза несущей частоты по отношению к огибающей и чирпа несущей частоты — фазовый контроль [3, 4]. В случае относительно длинных импульсов существует альтернативная возможность фазового контроля при возбуждении вещества бихроматическим излучением путем изменения разности фаз монохроматических составляющих [5, 6].

Фазовый контроль с использованием сверхкоротких лазерных импульсов позволяет управлять вероятностью фотоионизации атомов [7], электронной динамикой в сильном электромагнитном поле [8], инверсией населенности на квантовом переходе [9], током внешнего и внутреннего фотоэффекта [10, 11], эффективностью генерации гармоник [12], сверхбыстрым оптическим выпрямлением в полупроводниках [13]. Экспериментальные аспекты контроля

фрагментизации молекул с использованием фемтосекундных импульсов заданной формы рассматривались в обзоре [14]. Аттосекундный контроль электронной динамики в молекуле монооксида углерода с использованием фемтосекундных импульсов с заданным значением фазовых параметров теоретически и экспериментально исследовался в работе [15]. В статье [16] было продемонстрировано сильное влияние величины чирпа фемтосекундного лазерного импульса на населенность вращательных подуровней молекулярного иона азота, возникающего в результате многофотонной ионизации нейтральной молекулы. Эффекты фазовой модуляции светового импульса в трехфотонном поглощении излучения двухатомными молекулами рассчитывались в работе [17]. Фазовый контроль колебательных волновых пакетов, возбуждаемых в молекулярном ионе дегидрия фемтосекундными лазерными импульсами, был реализован в эксперименте [18].

Для создания надежной теоретической основы описания перечисленных выше явлений представляется целесообразным установление базовых закономерностей взаимодействия сверхкоротких импульсов с переменными фазовыми параметрами с простейшими классическими и квантовым объектами, такими как осциллятор и двухуровневая система.

В пределе субцикловых возбуждающих импульсов такая задача для двухуровневой системы решается

---

\*E-mail: astval@mail.ru

лась в работе [19] на основе комбинации аналитического рассмотрения в рамках пертурбативного и непертурбативного подходов и численного моделирования. В данной статье рассматривались импульсы с формой гиперболического секанса и длительностью от четверти до полутора периода на несущей частоте. Была, в частности, показана невозможность достижения полной инверсии населенностей при возбуждении двухуровневой системы резонансным ультракоротким импульсом.

В работах [20, 21] теоретически исследовалась динамика двухуровневой системы в поле субциклового лазерного импульса и возникающие при этом динамические многофотонные резонансы. В этих статьях на основании численного решения уравнения Шредингера была получена вероятность возбуждения системы после окончания импульса как функция безразмерных параметров, характеризующих собственную частоту и электрический дипольный момент перехода. Кроме того, анализировалась величина среднего дипольного момента двухуровневой системы в зависимости от тех же параметров для различных абсолютных фаз возбуждающих импульсов. Было показано, что ширина многофотонных резонансов возрастает с ростом напряженности лазерного поля и практически не зависит от длительности возбуждающего импульса.

Фазовый контроль возбуждения двухуровневой системы и классического осциллятора при возбуждении ультракороткими импульсами с переменной фазой несущей частоты по отношению к огибающей импульса исследовался аналитически и численно в работах [22, 23]. Были установлены пределы применимости приближения вращающейся волны для описания динамики двухуровневой системы, определены области значений параметров задачи, в которых возможен эффективный фазовый контроль мощности излучения системы после окончания действия импульса. В приближении гармонического осциллятора были получены выражения для спектральной функции возбуждения и коэффициента фазовой модуляции.

Возбуждение двухуровневой системы сверхкоротким чирпированным импульсом гауссовой формы теоретически исследовалось в работе [24] как аналитически (в пределе слабого поля), так и численно на основании решения уравнений для оптического вектора Блоха. Было показано, что в широком интервале значений напряженности электрического поля и длительности импульса населенность верхнего энергетического уровня после действия возбуждающего импульса существенно зависит от величины

chirpa. Численный анализ показал также, что амплитуда осцилляций населенности возбужденного состояния как функция напряженности поля уменьшается с ростом величины chirpa.

Целью настоящей работы является анализ возбуждения молекулярных систем, описываемых потенциалом Морзе, под действием сверхкороткого электромагнитного импульса, частота которого изменяется по линейному закону (чирпированный импульс). Полагаем, что временная зависимость напряженности электрического поля в возбуждающем импульсе имеет вид

$$E(t) = E_0 \exp\left(-\frac{t^2}{\Delta t^2}\right) \cos(\omega t + \kappa t^2), \quad (1)$$

где параметр  $\Delta t$  играет роль длительности импульса,  $\kappa$  — chirp частоты,  $\omega$  — несущая частота.

Потенциал Морзе дается выражением

$$U(x) = D \{e^{-2kx} - 2e^{-kx}\}, \quad (2)$$

где  $D$  — энергия связи (потенциал диссоциации),  $k$  — параметр потенциала,  $x$  — смещение координаты осциллятора из положения равновесия. В пределе малых отклонений от положения равновесия  $x < 1/k$  потенциал Морзе (2) переходит в параболическую зависимость потенциальной энергии от смещения координаты, характерную для гармонического осциллятора:

$$U\left(x < \frac{1}{k}\right) \approx D [k^2 x^2 - 1].$$

Сравнивая эту аппроксимацию с потенциальной энергией гармонического осциллятора

$$U^{(harm)}(x) = \frac{1}{2}m\omega_0^2 x^2 - D$$

( $m$  — масса,  $\omega_0$  — собственная частота гармонического осциллятора), находим следующее выражение для параметра потенциала Морзе через характеристики гармонического осциллятора:  $k = \omega_0 \sqrt{m/2D}$ . Зависимость потенциала Морзе от смещения координаты  $x$  представлена на рис. 1 для параметров молекулы монооксида углерода, для которой:  $D = 11.1$  эВ,  $\hbar\omega_0 = 0.27$  эВ,  $m = 1.2 \cdot 10^4 m_e$  ( $m_e$  — масса электрона),  $k = 1.19 a_B^{-1}$  ( $a_B \approx 0.53 \cdot 10^{-8}$  см — радиус Бора) [25]. Как известно, величиной, характеризующей отличие нелинейного осциллятора от линейного, является параметр ангармонизма  $x_e$ . В модели Морзе параметр ангармонизма однозначно связан с другими характеристиками потенциала согласно формуле  $x_e^{(M)} = \hbar\omega_0/4D$ . Отсюда для молекулы CO получаем теоретическое значение параметра ангармонизма 0.00608. Сравнивая это значение с

экспериментальной величиной 0.00612, приходим к выводу, что в данном случае модель Морзе дает относительную погрешность  $x_e$  всего 0.65 %.

## 2. СВОБОДНОЕ ДВИЖЕНИЕ ОСЦИЛЛЯТОРА МОРЗЕ

Рассмотрим сначала свободное движение классического осциллятора Морзе для заданной энергии возбуждения  $\varepsilon$ , которую будем отсчитывать от дна потенциальной ямы (рис. 1). Понятно, что для энергий, меньших потенциала диссоциации  $\varepsilon < D$ , движение будет носить колебательный характер. В противном случае, когда  $\varepsilon \geq D$ , имеет место разлетный режим, отвечающий диссоциации молекулы.

С целью универсализации рассмотрения введем безразмерное смещение координаты от положения равновесия  $\rho = kx$  и безразмерное время  $\tau = \omega_0 t$ . Тогда уравнение движения свободного осциллятора Морзе можно записать в виде

$$\ddot{\rho}_{\tau^2} = e^{-2\rho} - e^{-\rho}. \quad (3)$$

Отметим, что уравнение (3), приведенное к безразмерному виду, не содержит энергии связи  $D$  и параметра потенциала  $k$ , т. е. оно является универсальным для заданного вида потенциальной энергии.

Для финитного движения (колебательный ре-

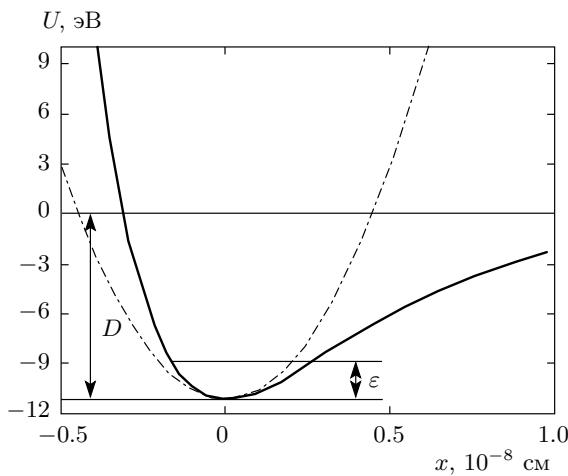


Рис. 1. Потенциал Морзе, построенный для параметров молекулы CO (сплошная жирная кривая) и соответствующая гармоническая аппроксимация (штрихпунктир)

жим), когда  $1 > \tilde{\varepsilon} > 0$  ( $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon/D$  — безразмерная энергия) решение уравнения (3) дает

$$\rho(\tau) = \ln \left\{ \frac{1 - \sqrt{\tilde{\varepsilon}} \sin [\sqrt{1 - \tilde{\varepsilon}} \tau + \chi(\tilde{\varepsilon}, \rho_0)]}{1 - \tilde{\varepsilon}} \right\}, \quad (4)$$

где  $\chi(\tilde{\varepsilon}, \rho_0)$  — начальная фаза колебаний, определяемая начальным условием  $\rho_0 = \rho(\tau = \tau_0)$ .

Из равенства (4) вытекает выражение для амплитуды свободных колебаний осциллятора Морзе через безразмерную энергию:

$$\rho_{amp}(\tilde{\varepsilon}) = \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{1 + \sqrt{\tilde{\varepsilon}}}{1 - \sqrt{\tilde{\varepsilon}}} \right\} \quad (5)$$

и формула для периода свободных колебаний осциллятора Морзе:

$$T^{(Morse)}(\varepsilon) = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \varepsilon/D}}. \quad (6)$$

Отсюда видно, что с возрастанием энергии период растет и при  $\varepsilon \rightarrow D$  имеем  $T^{(Morse)} \rightarrow \infty$ . Закон движения для граничной энергии  $\varepsilon = D$  в безразмерных переменных определяется равенством

$$\rho(\tau) = \ln \left\{ \frac{1}{2} \left[ 1 + (\tau - \sqrt{2e^{\rho_0} - 1})^2 \right] \right\}, \quad (7)$$

где  $\rho_0 = \rho(0)$  — значение безразмерной координаты в начальный момент времени, причем должно быть  $\rho_0 \geq -\ln 2$  для положительности подкоренного выражения в правой части равенства (7).

Для энергий  $\tilde{\varepsilon} > 1$  решение уравнения (3) приводит к следующему закону движения:

$$\rho(\tau) = \ln \left\{ \frac{\tilde{v}^2 + [A(\tilde{v}, \rho_0)e^{-\tilde{v}\tau} - 1]^2}{2\tilde{v}^2 A(\tilde{v}, \rho_0)e^{-\tilde{v}\tau}} \right\}, \quad (8)$$

где  $A(\tilde{v}, \rho_0)$  — константа интегрирования,  $\tilde{v} = \sqrt{\tilde{\varepsilon} - 1}$  — безразмерная скорость.

Колеблющийся заряженный осциллятор Морзе будет излучать электромагнитные волны в соответствии с известным выражением классической электродинамики. Исходим из формулы для мгновенной мощности дипольного излучения

$$Q(t, \varepsilon) = \frac{2|\ddot{\mu}(t, \varepsilon)|^2}{3c^3}, \quad (9)$$

где  $\mu(t, \varepsilon) = qx(t, \varepsilon)$  — дипольный момент осциллятора с энергией  $\varepsilon$ ,  $q$  — его эффективный заряд. Перешифтуем равенство (9) в безразмерных переменных  $\rho = kx$  и  $\tau = \omega_0 t$  и усредним по безразмерному периоду колебаний, в результате получится выражение

$$\langle Q(t, \varepsilon) \rangle_T = \frac{2q^2\omega_0^2 D}{3mc^3} \tilde{\varepsilon} \sqrt{1 - \tilde{\varepsilon}}. \quad (10)$$

Таким образом, при возбуждении заряженного осциллятора Морзе в интервал значений энергии вблизи энергии диссоциации  $\varepsilon \approx D$  мощность излучения стремится к нулю, что связано с уменьшением частоты колебаний при увеличении энергии осциллятора. Из равенства (10) следует, что максимальная мощность дипольного излучения осциллятора Морзе достигается при энергии  $\varepsilon_{opt} = 2D/3$ .

### 3. ОСЦИЛЛЯТОР МОРЗЕ В ПОЛЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИМПУЛЬСА

Пусть на заряженный осциллятор Морзе действует импульс электрического поля гауссовой формы (1). Тогда уравнение движения осциллятора в безразмерных переменных можно представить в виде

$$\ddot{\rho}_{\tau^2} = e^{-2\rho} - e^{-\rho} + \gamma \tilde{E}(\tau), \quad (11)$$

где  $\gamma = kqE_0/m\omega_0^2$  — безразмерный параметр, характеризующий силу связи между электрическим полем и осциллятором ( $q$  — эффективный заряд осциллятора),  $\tilde{E}(\tau) = E(\tau/\omega_0)/E_0$  — безразмерная напряженность электрического поля как функция безразмерного времени  $\tau = \omega_0 t$ .

В случае взаимодействия электрического поля и молекулыmonoокиси углерода с помощью приведенных выше численных значений для характеристик потенциала Морзе можно получить следующее выражение для параметра силы связи, как функции амплитуды напряженности электрического поля и атомной напряженности:  $\gamma = 0.65E_0/E_a$ , где  $E_a \approx 5 \cdot 10^9$  В/см.

Предполагаем, что первоначально (до воздействия электромагнитного импульса) осциллятор Морзе покоился, т. е.  $\varepsilon = 0$ . После воздействия возбуждающего импульса осциллятор приобрел энергию, равную работе поля, которая в безразмерных переменных дается выражением

$$\tilde{\varepsilon} = 2\gamma \int_{-\infty}^{\infty} \dot{\rho}(\tau) \tilde{E}(\tau) d\tau, \quad (12)$$

где  $\dot{\rho} = d\rho/d\tau$  — безразмерная скорость,  $\rho(\tau)$  — решение уравнения (11) с начальными условиями  $\rho(-\infty) = \dot{\rho}(-\infty) = 0$ . Энергия (12) согласно формулам (4)–(8), (10) полностью определяет динамику осциллятора Морзе и мощность его излучения после окончания электромагнитного импульса.

Для нахождения величины  $\tilde{\varepsilon}$  в общем случае нужно численно решить уравнение (11) с заданной функцией  $\tilde{E}(\tau)$ . Ситуация упрощается для малых

параметров связи  $\gamma \ll 1$ , когда амплитуда колебаний осциллятора мала. Тогда можно получить аналитическое решение для  $\rho(\tau)$ . После разложения экспонент в правой части равенства (11) по степеням  $\rho$  возникает уравнение для вынужденных колебаний гармонического осциллятора. Решение этого уравнения на временах  $\tau \gg \eta = \omega_0 \Delta t$  ( $\eta$  — безразмерная длительность импульса) дается равенством

$$\rho(\tau \gg \eta) = \gamma \left| \tilde{E}_v(v=1) \right| \times \sin \left[ \tau - \arg \left( \tilde{E}_v(v=1) \right) \right], \quad (13)$$

где

$$\tilde{E}_v(v) = \frac{1}{E_0} \int_{-\infty}^{\infty} E \left( t = \frac{\tau}{\omega_0} \right) e^{iv\tau} d\tau \quad (14)$$

— безразмерный фурье-образ напряженности электрического поля.

В случае поля чирпированного импульса с гауссовой огибающей (1) формулы (13), (14) приводят к следующему выражению для амплитуды колебаний после окончания действия возбуждающего импульса:

$$\rho_{amp}(\gamma \ll 1) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\gamma \eta}{\sqrt[4]{1+\alpha^2}} \times \times (G(\alpha, \eta, r) [1 + K(\alpha, \eta, r) \cos f(\alpha, \eta, r)])^{1/2}, \quad (15)$$

где

$$G(\alpha, \eta, r) = 2 \exp \left\{ -\frac{\eta^2}{2} \frac{1+r^2}{1+\alpha^2} \right\} \operatorname{ch} \left\{ \frac{r\eta^2}{1+\alpha^2} \right\}, \quad (16)$$

$$K(\alpha, \eta, r) = \operatorname{sech} \left\{ \frac{r\eta^2}{1+\alpha^2} \right\}, \quad (17)$$

$$f(\alpha, \eta, r) = \frac{\alpha \eta^2}{2} \frac{1+r^2}{1+\alpha^2} - \operatorname{arctg}(\alpha). \quad (18)$$

В формулах (15), (16) введены параметры:  $\alpha = \kappa \Delta t^2$  — безразмерный чирп,  $r = \omega/\omega_0$  — безразмерная несущая частота излучения. Функции (16)–(18) совпадают с аналогичными зависимостями, полученными в работе [24] при рассмотрении возбуждения двухуровневой системы чирпированным импульсом в пределе теории возмущений. Из формул (16)–(18) следует, что  $f(\alpha, \eta, r)$  — единственная нечетная функция чирпа, остальные зависимости (16), (17) являются четными функциями  $\alpha$ .

В случае слабого поля  $\gamma \ll 1$ , когда безразмерная энергия  $\tilde{\varepsilon} \ll 1$ , из формул (5) и (15) следует

$$\begin{aligned}\tilde{\varepsilon}(\gamma \ll 1) \approx \rho_{amp}^2 = \frac{\pi}{4} \frac{(\gamma\eta)^2}{\sqrt{1+\alpha^2}} \times \\ \times G(\alpha, \eta, r) [1 + K(\alpha, \eta, r) \cos f(\alpha, \eta, r)].\end{aligned}\quad (19)$$

Таким образом, соотношение (19) с учетом равенств (16)–(18) дает явное выражение для энергии гармонического осциллятора, возбужденного чирпированным импульсом (1).

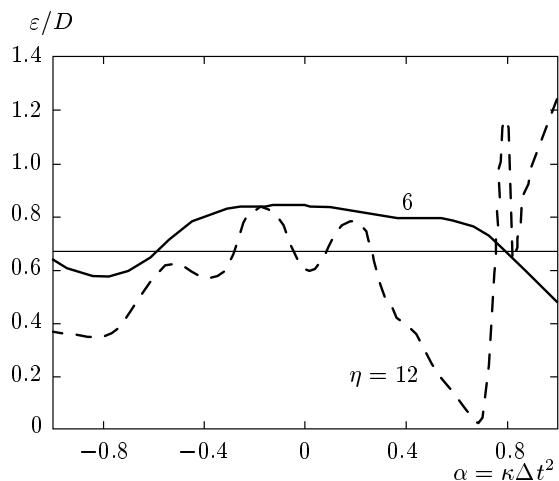
Зависимость  $G(r)$  описывает спектральную форму линии возбуждения осциллятора чирпированным импульсом. Из равенства (16) следует, что ширина спектральной линии возрастает с увеличением чирпа и уменьшается с ростом длительности импульса. Функция (17) описывает модуляцию эффективности возбуждения осциллятора импульсом излучением с переменным чирпом, ее по аналогии со случаем импульса с переменной фазой [23] можно назвать коэффициентом фазовой модуляции.

В резонансе ( $r = 1$ ) для одноциклового импульса имеем  $\eta \approx 6$ . Поскольку величина безразмерного чирпа ограничена несколькими единицами  $|\alpha| \leq 2\text{--}3$ , как это следует из (17), функция  $K(\alpha, \eta, r)$  может иметь заметную величину только для субцикловых импульсов  $\eta < 6$ . Действительно, для одноциклового импульса  $K(\alpha = 0) \approx 4.6 \cdot 10^{-16}$ ,  $K(\alpha = 1) \approx 3 \cdot 10^{-8}$ , и  $K(\alpha = 2) \approx 1.5 \cdot 10^{-3}$ . Для полуциклового импульса соответствующие значения  $K(\alpha, \eta, r)$  равны  $2.5 \cdot 10^{-4}$ ,  $0.022$  и  $0.322$ . С ростом параметра  $r = \omega/\omega_0$  эффективность модуляции уменьшается.

Таким образом, в гармоническом приближении для импульсов с длительностью  $\eta \geq 6$  зависимость энергии возбуждения осциллятора от величины чирпа определяется множителем  $(1 + \alpha^2)^{-1/2}$ , фигурирующим в правой части равенства (19).

В случае, когда гармоническое приближение неприменимо, уравнение (11) несложно решить численно. Результаты численного анализа возбуждения осциллятора Морзе сверхкоротким чирпированным импульсом представлены на рис. 2–5. Расчеты проведены в предположении нулевых начальных условий.

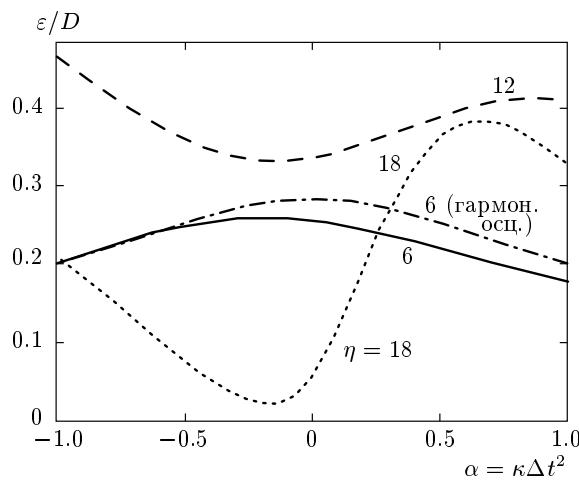
На рис. 2 приведена безразмерная энергия осциллятора Морзе как функция чирпа для одно- и двухциклового возбуждающих импульсов при  $\gamma = 0.3$  и  $r = 1$ . Расчет  $\tilde{\varepsilon}(\alpha)$  проведен по формуле (12) с помощью численного решения уравнения (11). Видно, что с ростом длительности импульса зависимость энергии возбуждения от величины чирпа становится более сильной, причем возрастает асимметрия функции



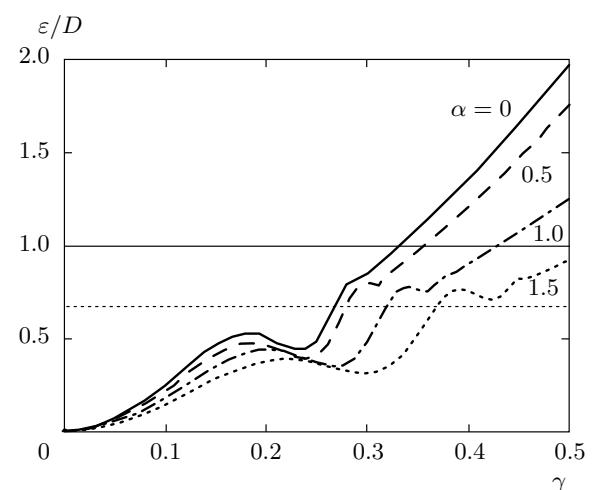
**Рис. 2.** Безразмерная энергия осциллятора Морзе как функция чирпа для одно- и двухциклового возбуждающих импульсов ( $\gamma = 0.3$ ,  $r = 1$ ). Прямой линией показано оптимальное значение энергии, при котором усредненная по периоду мощность излучения осциллятора после окончания действия электромагнитного импульса максимальна

ции  $\tilde{\varepsilon}(\alpha)$  по отношению к изменению знака чирпа. Для двухциклового импульса при заданных значениях параметров энергия возбуждения имеет глубокий минимум для  $\alpha = 0.68$ . Напротив, для  $\alpha = 0.77$ , как следует из рис. 2, энергия возбуждения осциллятора Морзе имеет локальный максимум, так что колебания, отвечающие данному значению чирпа в соответствии с формулой (7), имеют большую амплитуду. На этом же рисунке прямой линией показано значение энергии возбуждения  $\tilde{\varepsilon}_{opt} = 2/3$ , при котором мощность излучения осциллятора Морзе после окончания действия импульса максимальна. Видно, что для различных длительностей возбуждающих импульсов значения чирпа, при которых излучение максимально, различны.

Зависимости энергии возбуждения осциллятора Морзе от чирпа для меньшей силы связи  $\gamma = 0.1$  и трех длительностей импульса приведены на рис. 3 вместе с данными для гармонического осциллятора при его возбуждении одноцикловым импульсом. Видно, что в данном случае для одноциклового импульса гармоническое приближение удовлетворительно описывает ситуацию, особенно для отрицательных значений чирпа. С ростом длительности импульса отклонение от гармонического закона нарастает. Так, для двухциклового импульса энергия возбуждения для малых значений чирпа имеет локальный минимум, а в случае трехциклового импульса



**Рис. 3.** Энергия осциллятора Морзе как функция величины чирпа для трех длительностей возбуждающих импульсов при малой величине константы возбуждения  $\gamma = 0.1$  ( $r = 1$ ). Для сравнения приведена зависимость энергии возбуждения гармонического осциллятора одноцикловым импульсом

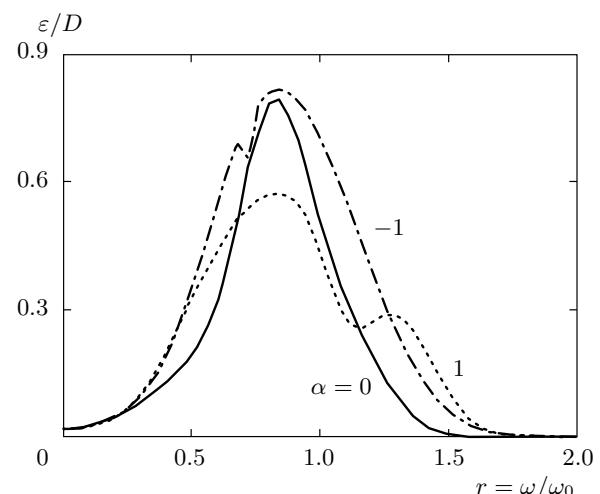


**Рис. 4.** Энергия возбуждения осциллятора Морзе одноцикловым импульсом как функция параметра силы связи для нескольких значений чирпа ( $\eta = 6$ ,  $r = 1$ ). Прямыми линиями представлены энергия связи (сплошная прямая) и оптимальная (для излучения максимальной мощности) энергия возбуждения (пунктир)

налицо сильная асимметрия зависимости  $\tilde{\varepsilon}(\alpha)$  по отношению к изменению знака чирпа. Для больших длительностей и значений силы связи функция  $\tilde{\varepsilon}(\alpha)$  становится быстроосциллирующей с большим количеством локальных минимумов и максимумов.

Зависимости энергии возбуждения осциллятора Морзе одноцикловым импульсом от силы связи приведена на рис. 4 для нескольких значений чирпа и  $r = 1$ . Видно, что для малых значений аргумента имеет место квадратичный рост энергии  $\tilde{\varepsilon}(\gamma)$  с увеличением  $\gamma$  в соответствии с формулой гармонического приближения (19). При этом зависимость от чирпа слабая. С ростом силы связи на кривых  $\tilde{\varepsilon}(\gamma)$  появляются минимумы, положение и глубина которых определяются параметром  $\alpha$ . Наконец, при некотором критическом значении  $\gamma_D$  энергия возбуждения сравнивается с энергией связи осциллятора Морзе  $\tilde{\varepsilon}(\gamma_D) = 1$ . При достижении критического значения  $\gamma_D$  периодическое движение осциллятора Морзе сменяется разлетом: происходит диссоциация молекулы. Как видно на рис. 4, критическое значение силы связи, при котором наступает диссоциация, зависит от величины чирпа. Эта зависимость наиболее значительна для больших значений чирпа,  $\alpha > 0.5$ . С ростом длительности возбуждающего импульса провалы на графике функции  $\tilde{\varepsilon}(\gamma)$  становятся более глубокими, появляются резкие пики.

Энергия возбуждения как функция несущей частоты одноциклового импульса представлена на



**Рис. 5.** Спектральная форма линии возбуждения осциллятора Морзе одноцикловым импульсом для  $\gamma = 0.2$  и трех величин безразмерного чирпа ( $\eta = 6$ )

рис. 5. Для малых значений параметра связи,  $\gamma \leq 0.1$ , спектральная форма линии при одноциклическом возбуждении имеет вид колоколообразной кривой с максимумом при  $r = 1$ . Ширина максимума возрастает с увеличением чирпа. Такое поведение находится в соответствии с результатом гармониче-

ского приближения (18). С ростом силы связи  $\gamma$ , как это следует из рис. 5, максимум спектральной функции возбуждения смещается в сторону меньших значений несущей частоты. При этом с ростом безразмерного чирпа  $\alpha$  в высокочастотном диапазоне ( $r > 1$ ) появляется второй максимум. Для больших значений параметра силы связи абсолютный максимум спектральной формы линии находится на  $r = 0$ , а количество дополнительных максимумов увеличивается. Кроме того, из графиков рис. 5 следует, что в нелинейном случае спектральная форма линии становится асимметричной по отношению к изменению знака параметра  $\alpha$ . Напомним, что в гармоническом приближении форма линии (18) является четной функцией чирпа.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе в рамках классического подхода с использованием безразмерных переменных проведен аналитический и численный анализ возбуждения осциллятора Морзе под действием чирпированного сверхкороткого импульса электромагнитного излучения.

С помощью аналитического решения уравнения свободного движения осциллятора Морзе получены выражения для амплитуды колебаний и мощности излучения осциллятора после окончания действия возбуждающего импульса. Показано, что амплитуда колебаний неограниченно возрастает, собственная частота уменьшается, а средняя за период мощность излучения стремится к нулю при приближении энергии возбуждения к энергии связи осциллятора Морзе. Установлена оптимальная величина энергии возбуждения для получения максимальной мощности излучения после окончания действия лазерного импульса:  $\varepsilon_{opt} = 2D/3$  ( $D$  — энергия связи).

Выведены формулы для амплитуды колебаний и энергии возбуждения осциллятора чирпированным импульсом в пределе малых колебаний (гармонический предел). Показано, что в этом случае заметная зависимость энергии возбуждения от чирпа имеет место только для субцикловых импульсов. Установлено, что в гармоническом пределе спектральная форма линии и коэффициент фазовой модуляции являются четными функциями чирпа.

Проведен детальный численный анализ движения заряженного осциллятора Морзе после возбуждения сверхкоротким чирпированным импульсом произвольной амплитуды. Получены универсальные

зависимости энергии возбуждения от величины чирпа и безразмерного параметра связи для различных длительностей импульса, а также зависимость критической силы связи, при которой происходит диссоциация, от величины чирпа для различных длительностей импульса. Продемонстрировано соответствие численного и аналитического решений в пределе малой силы связи ( $\gamma = 0.1$ ) для одноциклового импульса.

Показано, что уже для двухциклового возбуждающего импульса и относительно малой константы связи ( $\gamma = 0.1$ ) имеет место сильная асимметрия в зависимости энергии возбуждения осциллятора Морзе от знака чирпа. С ростом силы связи и длительности импульса в зависимости энергии возбуждения от чирпа возникают глубокие минимумы и резкие максимумы. Так, для двухциклового резонансного импульса ( $\eta = 12$ ,  $r = 1$ ) и  $\gamma = 0.3$  минимум энергии возбуждения, равный примерно  $0.023D$ , достигается при величине безразмерного чирпа  $\alpha = 0.68$ . В данном случае для одноциклового импульса энергия возбуждения монотонно убывает с ростом модуля чирпа за исключением области отрицательных, больших по модулю значений  $\alpha$ .

Анализ энергии возбуждения осциллятора Морзе как функции константы силы связи  $\varepsilon(\gamma)$  показал, что существенная зависимость этой функции от чирпа частоты возникает для одноцикловых импульсов при  $\gamma > 0.25$ . В случае двухцикловых импульсов зависимость от чирпа становится существенной при  $\gamma > 0.1$ , причем в функции  $\varepsilon(\gamma)$  появляются глубокие минимумы.

Установлено, что спектральная форма линии возбуждения осциллятора Морзе с ростом параметра силы связи из колоколообразной кривой с максимумом при  $\omega = \omega_0$  трансформируется в кривую с несколькими максимумами, причем возникает асимметрия формы линии по отношению к изменению знака чирпа.

Проведенное рассмотрение может быть использовано при анализе возбуждения молекулярных систем под действием чирпированных сверхкоротких импульсов в широком диапазоне изменения параметров.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 07-09-00165) и Министерства образования и науки РФ в рамках программы «Развитие научного потенциала высшей школы» (гранты №№ 2.1.1/2637, 2.1.1/5909).

## ЛИТЕРАТУРА

1. F. Krausz and M. Ivanov, Rev. Mod. Phys. **81**, 163 (2009).
2. E. Goulielmakis, M. Schultze, M. Hofstetter et al., Science **320**, 1614 (2008).
3. Xiao-Tao Xie, M. Macovei, M. Kiffner et al., JOSA B **26**, 1912 (2009).
4. P. Nuernberger, G. Vogt, and T. Brixner, Phys. Chem. Chem. Phys. **9**, 2470 (2007).
5. M. Shapiro and P. Brumer, Rep. Progr. Phys. **66**, 859 (2003).
6. В. Астапенко, КЭ **36**, 1131 (2006).
7. G. G. Paulus, F. Grasbon, H. Walther et al., Nature **414**, 182 (2001).
8. A. Baltuška, Th. Udem, M. Uiberacker et al., Nature **421**, 611 (2003).
9. C. Jirauschek, L. Duan, O. D. Mücke et al., J. Opt. Soc. Amer. B **22**, 2065 (2005).
10. A. Apolonski, P. Dombi, G. G. Paulus et al., Phys. Rev. Lett. **92**, 073902 (2004).
11. T. M. Fortier, P. A. Roos, D. J. Jones et al., Phys. Rev. Lett. **92**, 147403 (2004).
12. A. L. Cavalieri, E. Goulielmakis, B. Horvath et al., New J. Phys. **9**, 242 (2007).
13. C. Van Vlack and S. Huges, Phys. Rev. Lett. **98**, 167404 (2007).
14. V. Lozovoy, Xin Zhu, T. C. Gunaratne et al., Phys. Chem. A **112**, 3789 (2008).
15. Znakovskaya, P. von den Hoff, S. Zherebtsov et al., Phys. Rev. Lett. **103**, 103002 (2009).
16. J. Plenge, A. Wirsing, C. Raschpichlet et al., J. Chem. Phys. **130**, 244313 (2009).
17. М. Н. Кривогуз, О. М. Саркисов, С. Я. Уманский, КЭ **35**, 653 (2005).
18. H. Niikura, D. M. Villeneuve, and P. B. Corkum, Phys. Rev. A **73**, 021402(R) (2006).
19. N. Doslic, Phys. Rev. A **74**, 013402 (2006).
20. N. V. Bordyug and V. P. Krainov, Las. Phys. Lett. **4**, 418 (2007).
21. N. V. Bordyug and V. P. Krainov, Las. Phys. Lett. **4**, 674 (2007).
22. M. G. Arustamyan and V. A. Astapenko, Laser Phys. **18**, 768 (2008).
23. M. G. Arustamyan and V. A. Astapenko, Laser Phys. **18**, 1031 (2008).
24. V. A. Astapenko and M. S. Romadanovskii, Laser Phys. **19**, 969 (2009).
25. Физические величины, под ред. И. С. Григорьева и Е. З. Мейлихова, Энергоатомиздат, Москва (1991).
26. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Физматгиз, Москва (1963).