ЖЭТФ, 2010, том 137, вып. 2, стр. 287–300

НЕРАВНОВЕСНАЯ КРИТИЧЕСКАЯ РЕЛАКСАЦИЯ СТРУКТУРНО НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ СИСТЕМ В КОРОТКОВРЕМЕННОМ РЕЖИМЕ: РЕНОРМГРУППОВОЕ ОПИСАНИЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

*В. В. Прудников**, *П. В. Прудников*, *И. А. Калашников*, *М. В. Рычков*

Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского
644077, Омск, Россия

Поступила в редакцию 3 августа 2009 г.

Исследовано влияние неравновесных начальных состояний на эволюцию анизотропных систем с замороженными некоррелированными дефектами структуры в критической точке. Впервые реализовано теоретико-полевое описание неравновесного критического поведения непосредственно трехмерных систем и проведен расчет динамического критического индекса коротковременной эволюции в двухпетлевом приближении без использования ε-разложения. Численные значения динамических критических индексов, полученные с применением методов суммирования асимптотических рядов, были сопоставлены с результатами проведенного в данной работе компьютерного моделирования неравновесного критического поведения трехмерной неупорядоченной модели Изинга в коротковременном режиме. Показано, что значения вычисленных в данной работе критических индексов находятся в лучшем соответствии с результатами компьютерного моделирования, чем результаты применения метода ε-разложения.

1. ВВЕДЕНИЕ

Данная работа посвящена исследованию одновременного влияния эффектов нарушения пространственной трансляционной симметрии системы, создаваемых присутствием дефектов структуры, и эффектов нарушения временной трансляционной симметрии, обусловленных неравновесными начальными условиями системы, на характеристики аномально медленного неравновесного критического поведения различных систем.

В последние годы исследование систем, характеризующихся медленной динамикой, вызывает значительный интерес как с теоретической, так и с экспериментальной точки зрения. Это обусловлено предсказываемыми и наблюдаемыми при медленной эволюции систем из неравновесного начального состояния свойствами старения, характеризуемыми нарушениями флуктуационно-диссипативной теоремы. Хорошо известными примерами подобных систем с медленной динамикой и эффектами старения являются такие комплексные неупорядоченные системы, как спиновые стекла [1, 2]. Однако данные особенности неравновесного поведения, как показали различные аналитические и численные исследования [3, 4], могут наблюдаться и в обычных системах, испытывающих фазовые переходы второго рода, так как их критическая динамика характеризуется аномально большими временами релаксации. Отметим, что введенное ранее для спиновых стекол флуктуационно-диссипативное отношение, связывающее двухвременную спиновую функцию отклика и двухвременную корреляционную функцию и обобщающее флуктуационно-диссипативную теорему на случай неравновесного поведения, оказывается новой универсальной характеристикой для критического поведения различных систем [5].

В последнее десятилетие существенный прогресс был достигнут в понимании и описании неравновесного критического поведения макроскопических систем, далеких от состояния равновесия. Это, прежде всего, относится к явлениям критической релаксации систем при фазовых переходах второго рода и фазовых переходах первого рода близких ко второму [6–8]. Определяющими особенностями неравновесного критического поведения подобных систем

*E-mail: prudnikv@univer.omsk.su

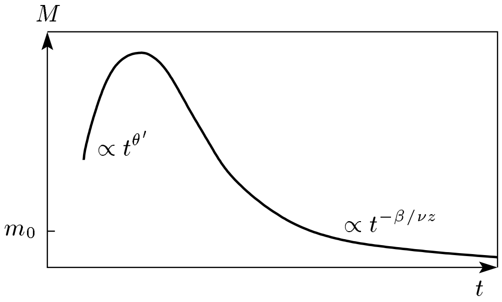

Рис. 1. Схематический график эволюции намагниченности в критической точке из начального состояния с намагниченностью m_0

являются критическое замедление времени релаксации системы и аномально большие времена корреляции различных состояний системы. Данные особенности приводят к реализации динамического скейлингового поведения даже когда системы находятся в состояниях, далеких от состояния равновесия. Основываясь на скейлинговом характере временной зависимости термодинамических и корреляционных функций для неравновесных систем при температурах, близких к критической, в работах [6, 9] был дан ренормгрупповой анализ неравновесной эволюции системы в зависимости от начальных состояний системы, обоснован и предложен численный метод коротковременной динамики. В работе [6] было предсказано, что если начальное состояние ферромагнитной системы характеризуется достаточно высокой степенью хаотизации спиновых переменных со значением относительной намагниченности, далеким от состояния насыщения ($m_0 \ll 1$), то в критической точке процесс релаксации системы из данного начального неравновесного состояния на макроскопически малых временах будет характеризоваться не уменьшением, а увеличением намагниченности со временем по степенному закону с показателем, характеризуемым новым независимым динамическим критическим индексом θ': $M(t) \propto t^{\theta'}$. При этом с увеличением времени коротковременная динамика роста параметра порядка сменяется на привычную долговременную динамику уменьшения параметра порядка со временем по степенному закону $M(t) \propto t^{-\beta/z\nu}$ с показателем, определяемым отношением $\beta/z\nu$ со статическими критическими индексами β и ν и динамическим критическим индексом z (рис. 1). Наряду с этим в работе [6] предсказывалась двухвременная зависимость для функции отклика $G(t, t_w)$ и корреляционной функции $C(t, t_w)$, которая в коротковременном режиме принимает вид степенной зависимости от отношения переменных t/t_w (t_w — время ожидания), характеризуемой показателем θ:

$$G(t, t_w) \propto (t/t_w)^{\theta}, \quad C(t, t_w) \propto (t/t_w)^{\theta-1}. \qquad (1)$$

Для показателей θ и θ' было получено [6] связывающее их скейлинговое соотношение

$$\theta' = \theta + (2 - z - \eta)/z,$$

поэтому независимым критическим индексом является лишь один из них. С использованием метода ε-разложения в работе [6] был проведен расчет нового динамического критического индекса θ' (как и показателя θ) в двухпетлевом приближении.

В нашей работе [10] осуществлено расширение проведенного в работе [6] описания неравновесного критического поведения однородных систем на случай учета следующего по порядку теории трехпетлевого приближения при использовании в расчетах метода ε-разложения. Полученное нами [10] значение динамического критического индекса θ' коротковременной эволюции оказалось в очень хорошем согласии с результатами численного исследования трехмерной модели Изинга в коротковременном режиме [7], значительно лучшем, чем результаты двухпетлевого приближения [6].

Структурный беспорядок, обусловленный присутствием примесей или других дефектов структуры, наличие в эффективном гамильтониане нескольких типов конкурирующих взаимодействий, задающих состояние неупорядоченной системы, зачастую играют важную роль в поведении реальных материалов и физических систем. Эти факторы, действующие по отдельности или проявляющиеся одновременно в структурно-неупорядоченных системах, могут индуцировать новые типы фазовых переходов, задавать новые классы универсальности критического поведения, модифицировать кинетические свойства систем и обусловливать низкочастотные особенности в динамике системы [11]. Типичными и важными примерами подобных систем являются неупорядоченные магнитные системы с примесью немагнитных атомов, антиферромагнетики во внешнем магнитном поле, в которых структурный беспорядок индуцирует случайные магнитные поля, спиновые стекла. Статистические особенности описания неупорядоченных систем с замороженным беспорядком и эффекты критического замедления, усиливаемые дефектами структуры, создают значительные трудности как для аналитического описания, так и для численного моделирования поведения подобных систем. Поэтому для их исследования требуется развитие новых концепций и методов описания.

При низкой концентрации дефектов структуры обычно можно пренебречь их корреляцией в пространственном распределении внутри образца. В этом приближении можно считать, что вызываемые наличием дефектов структуры эффекты типа флуктуаций локальной температуры фазового перехода $T_c(\mathbf{x})$ или случайные поля $h(\mathbf{x})$, сопряженные параметру порядка, описываются гауссовыми законами распределения и являются некоррелированными (δ-коррелированными). Существенность влияния подобного рода дефектов на критическое поведение системы определяется критерием Харриса [12], согласно которому некоррелированные дефекты модифицируют критическое поведение лишь изингоподобных систем.

В работе [13] впервые было исследовано влияние некоррелированных замороженных дефектов структуры на характеристики неравновесного критического поведения и проведен расчет функции отклика, корреляционной функции и показателей их степенной зависимости от времени в коротковременном режиме в первом порядке теории с использованием метода ε-разложения. В работе [14] было осуществлено расширение проведенного в работе [13] исследования на второй порядок теории также при использовании метода ε-разложения. Однако для структурно-неупорядоченных систем, описываемых однокомпонентным параметром порядка, из-за возникающего случайного вырождения ренормгрупповых уравнений (β-функций) критическое поведение наиболее интересных изингоподобных систем приходится описывать с использованием разложения по «малому» параметру $\sqrt{\varepsilon}$. Поэтому адекватность анализа результатов расчета характеристик критического поведения для трехмерных неупорядоченных систем при использовании ε-разложения ($\varepsilon = 4 - d = 1$, d — размерность системы) оказывается еще более проблемной, чем для однородных систем, даже при применении к получающимся рядам методов суммирования асимптотических рядов. В работе [14] для динамического критического индекса θ' коротковременной эволюции в силу взаимного сокращения слагаемых низшего порядка по $\sqrt{\varepsilon}$ было получено выражение $\theta' \approx 0.0868\varepsilon$.

В работе [15] была численно исследована трехмерная модель Изинга методом коротковременной динамики при изменении концентрации точечных дефектов в широкой области и получено универсальное значение индекса $\theta' = 0.10(2)$, которое в пределах статистических погрешностей хорошо согласуется с результатами ренормгруппового описания. Однако в работе [15] была допущена методическая некорректность, обусловленная тем, что при определении θ' было использовано только одно начальное значение намагниченности системы с $m_0 = 0.01$, в то время как, согласно работе [7], наиболее правильно было бы находить θ' в асимптотическом пределе $m_0 \to 0$ на основании результатов измерения временной зависимости намагниченности $M(t)$ с несколькими малыми начальными значениями намагниченности m_0. Кроме того, при анализе данных $M(t)$ для образцов с различными концентрациями дефектов применялась [15] методика учета поправок к скейлингу с единым для всех концентраций значением динамического индекса $z \approx 2.62$ из работы [16]. Однако данное значение индекса z не соответствует как вычисленному в нашей работе [17] значению $z = 2.1792(13)$ при применении к описанию непосредственно трехмерных систем теоретико-полевого подхода в трехпетлевом приближении, так и значению $z = 2.18(10)$, экспериментально измеренному [18] в слабонеупорядоченном изинговском магнетике $Fe_{0.9}Zn_{0.1}F_2$. Все это ставит под сомнение корректность полученного в работе [15] значения индекса $\theta' = 0.10(2)$ и позволяет рассматривать его значение и значение $\theta' = 0.0868$ из результатов ренормгруппового описания с использованием ε-разложения лишь как предварительные для последующих более точных исследований.

В данной работе ставится задача исследовать неравновесное критическое поведение слабонеупорядоченной трехмерной модели Изинга и определить динамические критические индексы θ' и z как в рамках теоретико-полевого подхода с фиксированной размерностью системы $d = 3$ в двухпетлевом приближении с последующим применением к рядам различных методов суммирования, так и численным методом коротковременной динамики для системы со спиновой концентрацией $p = 0.80$.

2. РЕНОРМГРУППОВОЕ ОПИСАНИЕ НЕРАВНОВЕСНОГО КРИТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ СТРУКТУРНО-НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ СИСТЕМ

Для описания критического поведения структурно-неупорядоченных изинговских систем в состоянии равновесия используется модельный гамильтониан Гинзбурга – Ландау – Вильсона

$$H_{GL}[s] = \int d^d x \times \\ \times \left\{ \frac{1}{2!} \left[(\nabla s(\mathbf{x}))^2 + \tau(\mathbf{x}) s^2(\mathbf{x}) \right] + \frac{g}{4!} s^4(\mathbf{x}) \right\}, \quad (2)$$

где $s(\mathbf{x})$ — поле параметра порядка, $\tau(\mathbf{x})$ — приведенная случайная локальная температура фазового перехода второго рода, g — амплитуда взаимодействия флуктуаций параметра порядка. Случайную температуру можно представить в виде $\tau(\mathbf{x}) = \tau + V(\mathbf{x})$, где τ — приведенная температура фазового перехода для однородной системы, а $V(\mathbf{x})$ — потенциал случайного поля дефектов. Пространственное распределение системы замороженных точечных некоррелированных дефектов характеризуется гауссовым распределением $P[V]$ и полностью определяется значениями первого и второго моментов для случайных величин $V(\mathbf{x})$:

$$\langle\langle V(\mathbf{x}) \rangle\rangle = 0, \quad \langle\langle V(\mathbf{x}) V(\mathbf{y}) \rangle\rangle = v \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \quad (3)$$

где v — положительная константа, пропорциональная концентрации дефектов и квадрату величины их потенциала.

Пусть реализация в системе любой конфигурации параметра порядка в момент времени t определяется условием, что в начальный момент $t = 0$ для системы с начальной намагниченностью m_0 распределение для поля параметра порядка $s(\mathbf{x}, 0) = s_0(\mathbf{x})$ характеризуется функцией распределения $P[s_0] \propto \exp(-H_0[s_0])$, где

$$H_0[s_0] = \int d^d x \frac{\tau_0}{2} \left[s_0(\mathbf{x}) - m_0(\mathbf{x}) \right]^2, \quad (4)$$

а τ_0^{-1} — ширина начального распределения намагниченности. Данное гауссово распределение для поля параметра порядка может быть реализовано для температур $T \gg T_c$, при которых еще не возникает дальнодействующих корреляций для флуктуаций параметра порядка.

Будем рассматривать наиболее интересный случай чисто релаксационной критической динамики параметра порядка (модель A в классификации Гальперина–Хоэнберга [19]), для которого динамический критический индекс θ' коротковременной эволюции является принципиально новым и не может быть выражен через известные статические критические индексы и индексы равновесной динамики. Релаксационная динамика параметра порядка задается уравнением Ланжевена

$$\frac{\partial s(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = -\lambda \frac{\delta H_{GL}[s]}{\delta s(\mathbf{x}, t)} + \zeta(\mathbf{x}, t), \quad (5)$$

где $H_{GL}[s]$ — гамильтониан Гинзбурга–Ландау–Вильсона (2), λ — кинетический коэффициент, $\zeta(\mathbf{x}, t)$ — гауссова случайная сила, моделирующая короткоживущие возбуждения и задаваемая функционалом вероятности

$$\begin{gathered} P[\zeta] \propto \exp\left[-\frac{1}{4\lambda} \int d^d x \int dt (\zeta(\mathbf{x}, t))^2 \right], \\ \langle \zeta_\alpha(\mathbf{x}, t) \rangle = 0, \\ \langle \zeta_\alpha(\mathbf{x}, t) \zeta_\beta(\mathbf{x}', t') \rangle = 2\lambda\, \delta_{\alpha\beta}\, \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \delta(t - t'). \end{gathered} \quad (6)$$

В рамках теоретико-полевого описания динамики критических явлений [20, 21] вводится вспомогательное поле $\tilde{s}(\mathbf{x})$, позволяющее провести усреднение по случайным силам $\zeta(x, t)$ и осуществить эквивалентное ланжевеновской динамике описание критической динамики с помощью производящего функционала $W[h, \tilde{h}]$ для динамических корреляционных функций $C(x_1, t_1, x_2, t_2)$ и функций отклика $G(x_1, t_1, x_2, t_2)$ в виде

$$\begin{gathered} C(\mathbf{x}_1, t_1, \mathbf{x}_2, t_2) = \left. \frac{\delta^2 W[h, \tilde{h}]}{\delta h(\mathbf{x}_1, t_1) \delta h(\mathbf{x}_2, t_2)} \right|_{h, \tilde{h} = 0}, \\ G(\mathbf{x}_1, t_1, \mathbf{x}_2, t_2) = \left. \frac{\delta^2 W[h, \tilde{h}]}{\delta h(\mathbf{x}_1, t_1) \delta \tilde{h}(\mathbf{x}_2, t_2)} \right|_{h, \tilde{h} = 0}, \\ W[h, \tilde{h}] = \ln \left\{ \int \mathcal{D}(s, i\tilde{s}) P[V] \times \right. \\ \times \exp\left(-\mathcal{L}_V[s, \tilde{s}, V] - H_0[s_0] \right) \times \\ \left. \times \exp\left(\int d^d x \int_0^\infty dt (\tilde{h}\tilde{s} + hs) \right) \right\}, \end{gathered} \quad (7)$$

в котором функционал действия $\mathcal{L}_V[s, \tilde{s}, V]$ системы характеризуется выражением

$$\mathcal{L}_V[s, \tilde{s}, V] = \\ = \int_0^\infty dt \int d^d x\, \tilde{s} \left[\frac{\partial s(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \lambda \frac{\delta H_{GL}[s]}{\delta s(\mathbf{x}, t)} - \lambda \tilde{s} \right]. \quad (8)$$

Выражение (7) для производящего функционала $W[h, \tilde{h}]$ можно усреднить по случайным полям $V(x)$, задаваемым дефектами структуры,

$$\int dV\, P[V] \exp\left(-\mathcal{L}_V[s, \tilde{s}, V] \right) = \exp\left(-\mathcal{L}[s, \tilde{s}] \right), \quad (9)$$

и получить функционал действия $\mathcal{L}[s, \tilde{s}]$, не зависящий от случайных полей $V(x)$ и являющийся трансляционно инвариантным, в следующем виде [14]:

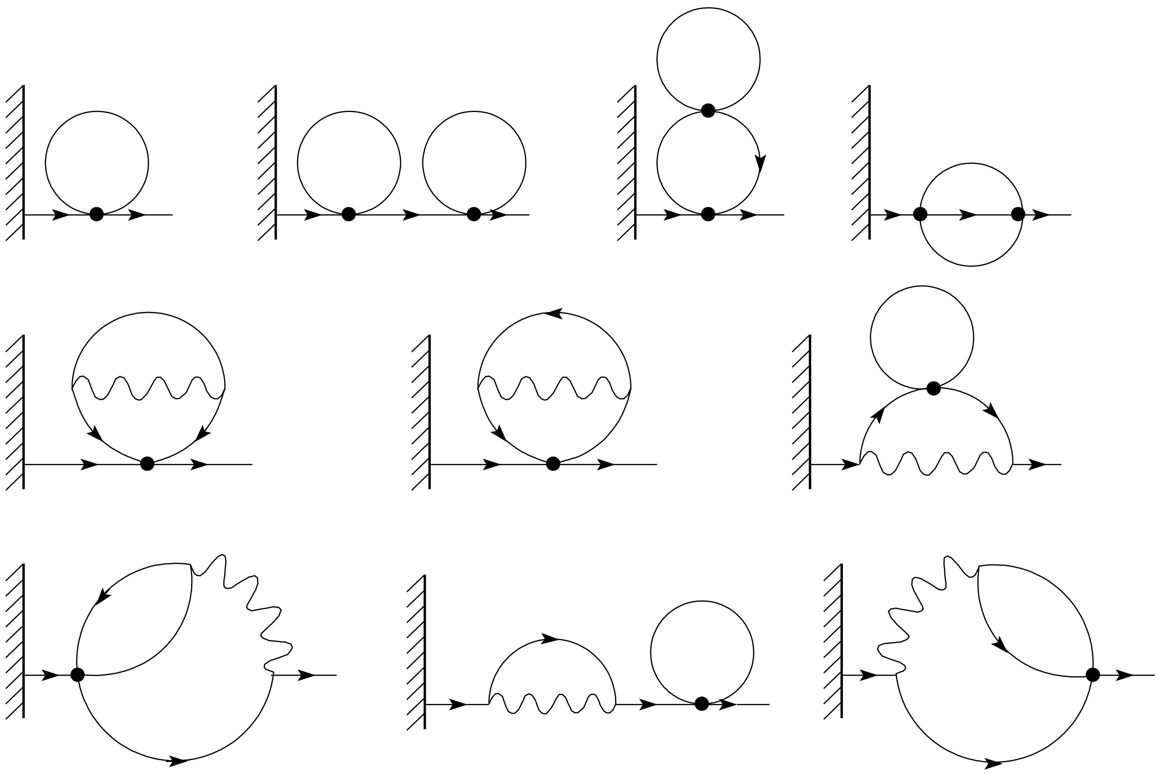

Рис. 2. Диаграммы, определяющие вклад в вершинные функции $\Gamma^{(i)}_{1,0}$. Линиям соответствуют затравочные корреляторы $C_0^{(i)}$, линиям со стрелкой — затравочные функции отклика G_0, вершине взаимодействия g — жирная точка, вершине v — волнистая линия. «Поверхность» $t=0$ обозначена вертикальной чертой

$$\mathcal{L}[s,\tilde{s}] = \int\limits_0^\infty dt \int d^dx\, \tilde{s}\left[\frac{\partial s}{\partial t} + \lambda(\tau - \nabla^2)s + \frac{\lambda g}{6}s^3 - \lambda\tilde{s}\right] - - v\frac{\lambda^2}{2}\left[\int\limits_0^\infty dt \int d^dx\, \tilde{s}s\right]^2. \quad (10)$$

Рассмотрение гауссовой составляющей функционала (10) при $g=0, v=0$ позволяет при граничном условии Дирихле ($\tau_0=\infty$) получить выражения для затравочной функции отклика $G_0(q,t-t')$ и затравочной корреляционной функции $C_0^{(D)}(q,t,t')$ [6]:

$$G_0(q,t-t') = \exp[-\lambda(q^2+\tau)|t-t'|], \quad (11)$$

$$C_0^{(D)}(q,t,t') = C_0^{(e)}(q,t-t') + C_0^{(i)}(q,t+t'), \quad (12)$$

где

$$C_0^{(e)}(q,t-t') = \frac{1}{q^2+\tau}\exp\left[-\lambda(q^2+\tau)|t-t'|\right], \quad (13)$$

$$C_0^{(i)}(q,t+t') = -\frac{1}{q^2+\tau}\exp\left[-\lambda(q^2+\tau)(t+t')\right]. \quad (14)$$

При ренормгрупповом анализе модели для устранения возникающих в пределе $\tau\to 0$ при учете взаимодействия критических флуктуаций параметра порядка расходимостей в динамических корреляционных функциях и функциях отклика нами были применены процедура размерной регуляризации и схема минимальных вычитаний [22] с последующим переопределением параметров гамильтониана и мультипликативной перенормировкой полей функционала (10):

$$\begin{array}{lll} s\to Z_s^{1/2}s, \quad \tilde{s}\to Z_{\tilde{s}}^{1/2}\tilde{s}, & \tilde{s}_0\to (Z_{\tilde{s}}Z_0)^{1/2}\,\tilde{s}_0, \\ \lambda\to (Z_s/Z_{\tilde{s}})^{1/2}\,\lambda, & \tau\to Z_s^{-1}Z_\tau\mu^2\tau, \\ g\to Z_gZ_s^{-2}\mu^{4-d}g, & v\to Z_vZ_s^{-2}\mu^{4-d}v, \end{array} \quad (15)$$

где μ — размерный параметр. Вычисление всех констант Z_i перенормировки при фиксированной размерности системы $d=3$, кроме Z_0, можно найти в работе [23]. В настоящей работе представлен расчет Z_0 для структурно-неупорядоченных систем в двухпетлевом приближении теории при $d=3$.

За счет введения в теорию начальных условий вида (4) возникает необходимость в перенормиров-

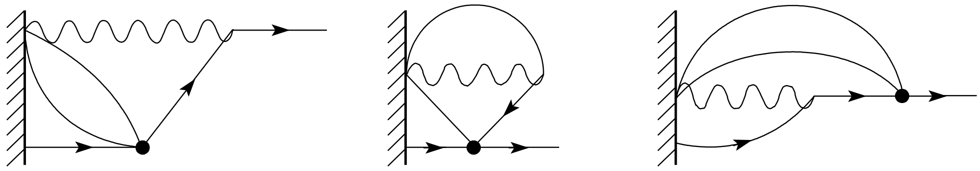

Рис. 3. Диаграммы, определяющие вклад в вершинную функцию $\Gamma_{1,0}^{(eq)}$. Линиям соответствует равновесный коррелятор $C_0^{(e)}$ (13)

ке функции отклика $\langle s(q,t)\tilde{s}_0(-q,0)\rangle$, задающей влияние начальных состояний системы. Поправочные слагаемые в собственно-энергетической части функции отклика, возникающие за счет эффектов взаимодействия флуктуаций параметра порядка, характеризуются приводимыми динамическими диаграммами Фейнмана, поскольку их вычисление осуществляется с использованием коррелятора (12), не обладающего свойством трансляционной инвариантности во времени. В работе [6] было введено следующее представление для данной функции отклика:

$$G_{1,1}^{(i)}(q,t) = \langle s(q,t)\tilde{s}_0(-q,0)\rangle = \\ = \int\limits_0^t dt'\,\bar{G}_{1,1}(q,t,t')\,\Gamma_{1,0}^{(i)}(q,t')_{[\tilde{s}_0]}. \quad (16)$$

Одночастичная вершинная функция $\Gamma_{1,0}^{(i)}(q,t)_{[\tilde{s}_0]}$ с одной вставкой поля $\tilde{s}_0$ в двухпетлевом приближении описывается диаграммами, представленными на рис. 2 и характеризуемыми требованием, чтобы они содержали хотя бы один коррелятор $C_0^{(i)}$. Множитель $\bar{G}_{1,1}(q,t,t')$ определяется равновесной составляющей $C_0^{(e)}$ коррелятора (12). Отметим, что он отличен от равновесной функции отклика $G_{1,1}^{(eq)}(q,t-t')$ по причине интегрирования в (16) по времени от начального момента $t=0$ вместо $t=-\infty$. Однако между ними можно установить функциональную связь уже в двухпетлевом приближении для структурно-неупорядоченных систем [14], если воспользоваться вместо функционала (4) функционалом $H_{GL}[s_0]$ (2) с новыми вершинами взаимодействия в функционале действия (10),

$$\frac{\lambda g}{6}\int dt\int d^dx\left(\tilde{s}_0 s_0^3\right) - \\ - v\frac{\lambda^2}{2}\left[\int\limits_0^\infty dt\int d^dx(\tilde{s}_0 s_0)\right]^2. \quad (17)$$

За счет усреднения по начальным полям возникает дополнительная вершинная функция $\Gamma_{1,0}^{(eq)}$, локализованная на «поверхности» $t=0$. От первого слагаемого в (17), как показано нами ранее [10], флуктуационные поправки к $\Gamma_{1,0}^{(eq)}$ возникают только начиная с трехпетлевого приближения, в то время как за счет второго слагаемого в (17), обусловленного влиянием структурных дефектов, флуктуационные поправки к $\Gamma_{1,0}^{(eq)}$ возникают уже начиная с двухпетлевого приближения (рис. 3). Имеет место следующее выражение, аналогичное (16):

$$G_{1,1}^{(eq)}(q,t-t') = \\ = \int\limits_{t'}^t dt''\bar{G}_{1,1}(q,t,t'')\Gamma_{1,0}^{(eq)}(q,t'')_{[\tilde{s}(t')]}. \quad (18)$$

Решив интегральное уравнение

$$\delta(t-t') = \int\limits_{t'}^t dt''K(q,t'',t')\Gamma_{1,0}^{(eq)}(q,t)_{[\tilde{s}(t'')]}, \quad (19)$$

в каждом порядке теории найдем его ядро $K(q,t'',t')$, флуктуационные поправки к которому для структурно-неупорядоченных систем возникают начиная со второго порядка, а для однородных систем — только с третьего порядка теории. В результате одночастичная вершинная функция $\Gamma_{1,0}(q,t)$, определяющая функцию отклика на неравновесные начальные состояния системы, определяется выражением

$$\Gamma_{1,0}(q,t) = \int\limits_0^t dt'K(q,t,t')\Gamma_{1,0}^{(i)}(q,t')_{[\tilde{s}_0]} \quad (20)$$

и задается в двухпетлевом приближении диаграммами, изображенными на рис. 2 и 3.

Используя выражения (16) и (18)–(20) и перенормируя поля в соответствии с (15), определим следующее нормировочное соотношение для определения перенормировочной константы Z_0:

$$Z_0^{-1/2}\Gamma_{1,0}^R(q=0, i\omega/2\lambda=\mu^2) = 1, \quad (21)$$

где $\Gamma_{1,0}^R(q,\omega)$ — фурье-образ перенормированной одночастичной вершинной функции $\Gamma_{1,0}(q,t)$, рассчитываемой в удобной для нормировки точке с $\tau=0$, импульсом $q=0$ и частотой $i\omega/2\lambda=\mu^2$.

Последовательная реализация изложенной процедуры и расчет диаграмм при $d=3$ позволили вычислить константу перенормировки Z_0 в двухпетлевом приближении:

$$Z_0 = 1+\frac{2}{3}g_R+0.012682g_R^2-0.608932g_Rv_R, \quad (22)$$

где g_R и v_R — перенормированные константы связи.

Инвариантность по отношению к ренормгрупповым преобразованиям обобщенной связной функции Грина $G_{N,\tilde N}^{\tilde M}\equiv\langle[s]^N[\tilde s]^{\tilde N}[\tilde s_0]^{\tilde M}\rangle$ можно выразить дифференциальным ренормгрупповым уравнением Каллана – Симанчика [6, 22]

$$\Big\{\mu\partial_\mu+\zeta\lambda\partial_\lambda+\kappa\tau\partial_\tau+\beta_g\partial_g+\beta_v\partial_v+\frac{N}{2}\gamma+ \\ +\frac{\tilde N}{2}\tilde\gamma+\frac{\tilde M}{2}(\tilde\gamma+\gamma_0)+\zeta\tau_0^{-1}\partial_{\tau_0^{-1}}\Big\}G_{N,\tilde N}^{\tilde M}=0. \quad (23)$$

Ренормгрупповые функции — коэффициенты в (23) — характеризуются выражениями

$$\gamma\equiv(\mu\partial_\mu)_0\ln Z_s, \quad \tilde\gamma\equiv(\mu\partial_\mu)_0\ln Z_{\tilde s}, \\ \zeta\equiv(\mu\partial_\mu)_0\ln\lambda=\frac{1}{2}(\tilde\gamma-\gamma), \quad \kappa\equiv(\mu\partial_\mu)_0\ln\tau, \quad (24) \\ \beta_g\equiv(\mu\partial_\mu)_0 g, \quad \beta_v\equiv(\mu\partial_\mu)_0 v, \quad \gamma_0\equiv(\mu\partial_\mu)_0\ln Z_0,$$

где $(\partial_\mu)_0\equiv(\partial/\partial\mu)_0$ обозначает дифференцирование с постоянными затравочными параметрами g, v, λ и τ. Для коротковременного режима неравновесной критической релаксации принципиально новой является лишь ренормгрупповая функция γ_0, которая в двухпетлевом приближении, как показали наши расчеты, описывается следующим выражением:

$$\gamma_0=-\frac{2}{3}g_R+0.457127g_R^2-0.614995g_Rv_R. \quad (25)$$

Неподвижная точка (g^*,v^*) ренормгрупповых преобразований определяется из уравнений

$$\beta_g(g^*,v^*)=0, \quad \beta_v(g^*,v^*)=0. \quad (26)$$

Общее решение дифференциального уравнения (23) методом характеристик в неподвижной точке характеризуется следующей скейлинговой формой [6]:

$$G_{N,\tilde N}^{\tilde M}(\{x,t\},\tau,\tau_0^{-1},\lambda,g^*,v^*,\mu)= \\ =l^{(d-2+\eta_s)N/2+(d+2+\eta_{\tilde s})\tilde N/2+(d+2+\eta_{\tilde s}+\eta_0)\tilde M/2}\times \\ \times G_{N,\tilde N}^{\tilde M}(\{lx,l^{2+\zeta^*}t\},\tau l^{-2+\kappa^*},\tau_0^{-1}l^{2+\zeta^*}, \\ \lambda,g^*,v^*,\mu), \quad (27)$$

где l — масштабный фактор, $\eta_s=\gamma^*$, $\eta_{\tilde s}=\tilde{\gamma}^*$ и $\eta_0=\gamma_0^*$ — показатели аномальных размерностей. Можно связать функции в (27) с критическими индексами, фигурирующими в скейлинговых соотношениях, например,

$$z=2+\zeta^*, \quad 1/\nu=2-\kappa^*, \\ \theta=-\frac{\gamma_0^*}{2(2+\zeta^*)}, \quad \theta'=-\frac{\zeta^*+\gamma^*+\gamma_0^*/2}{2+\zeta^*}, \quad (28)$$

и задающими динамический критический индекс z, критический индекс ν корреляционной длины, θ и θ' — динамические критические индексы неравновесной эволюции для функции отклика и намагниченности. В результате в данной работе для неупорядоченной модели Изинга были получены следующие выражения для динамических критических индексов:

$$z=2-0.25v^*+0.00840(g^*)^2+ \\ +0.030862g^*v^*+0.053240(v^*)^2, \\ \theta=\frac{1}{6}g^*-0.1142817(g^*)^2+0.174582g^*v^*, \quad (29) \\ \theta'=\frac{1}{6}g^*+0.125v^*-0.123968(g^*)^2+ \\ +0.14680608g^*v^*-0.0156245(v^*)^2.$$

Для дальнейших вычислений нами были использованы значения констант связи в неподвижной точке $g^*=2.2514(42)$, $v^*=0.7049(13)$. Данные значения были определены в работе [17] при применении различных методов суммирования к функциям β_g и β_v в (26), вычисленным в работе [24] при $d=3$ в шестипетлевом приближении. Необходимо отметить, что возникающие в теории критических явлений ряды по константам связи как для функций β_g и β_v, так и для критических индексов (29) являются факториально расходящимися, но могут рассматриваться как асимптотические. Для получения физически разумных значений критических индексов для трехмерных систем применяются специально разработанные методы суммирования асимптотических рядов [17, 25–29], из которых наиболее эффективными являются методы Паде – Бореля, Паде – Бореля – Лероя и конформного отображения. К полученным рядам для независимых динамических критических индексов z и θ' (29) были применены данные методы суммирования. В результате были вычислены следующие значения z и θ' при применении метода Паде – Бореля:

$$z=2.2009867, \quad \theta'=0.091898,$$

метода Паде – Бореля – Лероя (при значении параметра $b = 2.221426$ [17]):

$$z = 2.198340, \quad \theta' = 0.120284,$$

метода конформного отображения Паде – Бореля:

$$z = 2.205156, \quad \theta' = 0.104441.$$

Итоговые средние значения критических индексов:

$$z = 2.2015(20), \quad \theta' = 0.1055(82).$$

Отметим, что данные значения динамического критического индекса z, вычисленные в двухпетлевом приближении, превышают его значения (со средним $z = 2.1792(13)$), рассчитанные нами ранее [17, 23] в трехпетлевом приближении теории с применением различных методов суммирования. Это служит отражением наблюдаемых отклонений значений критических индексов от их асимптотических значений переменных по знаку и уменьшающихся с ростом порядка теории [26]. Полученные значения критического индекса z находятся в прекрасном согласии со значением $z = 2.18(10)$, выявленным экспериментально [18] методом мессбауэровской спектроскопии в результате прецизионного измерения динамического уширения мессбауэровских линий в слаборазбавленном образце изинговского магнетика $Fe_{0.9}Zn_{0.1}F_2$.

Проведем теперь сопоставление рассчитанных значений критического индекса z с результатами компьютерного моделирования критической динамики неупорядоченной трехмерной модели Изинга: $z = 2.19(7)$ для систем со спиновой концентрацией $p = 0.95$, $z = 2.20(8)$ при $p = 0.8$, $z = 2.58(9)$ при $p = 0.6$ и $z = 2.65(12)$ при $p = 0.4$ [30]; $z = 2.16(1)$ при $p = 0.95$, $z = 2.232(4)$ при $p = 0.9$, $z = 2.38(1)$ при $p = 0.8$ и $z = 2.93(3)$ при $p = 0.6$ [31]. Данные результаты моделирования критической динамики находятся в достаточно хорошем согласии с результатами теоретико-полевого расчета лишь для слабонеупорядоченных систем с $p \geq 0.8$, в то время как для сильнонеупорядоченных систем наблюдается значительное расхождение результатов. При этом следует отметить, что результаты ренормгруппового описания критического поведения неупорядоченных систем справедливы лишь в области слабой неупорядоченности.

Для объяснения наблюдаемой при компьютерном моделировании зависимости индекса z от величины структурного беспорядка в работе [30] была предложена гипотеза ступенчатой универсальности, согласно которой в системах при спиновых концентрациях выше порога спиновой перколяции может наблюдаться несколько типов различного критического поведения в зависимости от того, существует ли в системе лишь один спиновый протекающий кластер, как в случае слабонеупорядоченных систем, или наряду со спиновым протекающим кластером реализуется и примесный протекающий кластер, как в случае сильнонеупорядоченных систем, с существованием переходных режимов между областями. В работе [31] автор, исходя из концепции универсальности критического поведения неупорядоченных систем и независимости асимптотического значения индекса z при $L \to \infty$ от степени беспорядка, на основе приведенных выше эффективных значений индекса получил его асимптотическое значение $z = 2.4(1)$. Однако данное значение индекса находится в сильном несоответствии как с полученными нами результатами, так и с экспериментально измеренным значением $z = 2.18(10)$.

В работе [16] был проведен анализ численного исследования критической динамики трехмерной модели Изинга со спиновой концентрацией, изменяющейся в широком интервале. Авторы, предполагая универсальность критического поведения неупорядоченных систем, выделили асимптотическое значение индекса $z = 2.62(7)$ с учетом эффектов влияния ведущих поправок к скейлинговой зависимости для динамической восприимчивости системы. При этом полученное в работе [16] значение индекса поправки к скейлингу, $\omega = 0.50(13)$, сильно не соответствует результатам теоретико-полевого расчета статических критических индексов, осуществленного с применением методов суммирования [24] и давшего значение $\omega = 0.25(10)$, а также результатам численного исследования статического критического поведения той же модели [32], проведенного также с учетом эффектов влияния ведущих поправок к скейлинговой зависимости термодинамических величин и корреляционных функций с $\omega = 0.37(6)$. При использованных в работе [16] аппроксимациях наибольшими погрешностями характеризовались результаты для слабонеупорядоченных систем. Полученное значение динамического критического индекса $z = 2.62(7)$ [16] еще больше не соответствует результатам наших вычислений и экспериментальным исследованиям из работы [18].

Сопоставление рассчитанных в данной работе значений критического индекса θ' со значением $\theta' = 0.0867$, полученным при применении метода ε-разложения [14] в том же двухпетлевом приближении теории, показывает, что все они превышают это значение и максимальным отклонением характеризуется значение $\theta' = 0.120284$, полученное при применении метода суммирования Паде – Бореля – Лероя. Данный метод является обобщением метода Паде – Бореля с интегральным преобразованием

$$f(g) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n g^n = \int_0^{\infty} dt\, e^{-t} B(gt^b),$$
$$B(g) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n g^n, \quad B_n = \frac{c_n}{\Gamma(bn+1)}, \tag{30}$$

где значение параметра $b = 2.221426$ было подобрано [17] на основе анализа сходимости тестового ряда для точно решаемой задачи об энергии ангармонического осциллятора с асимптотической сходимостью ряда, аналогичной рядам теории критических явлений.

Все рассчитанные значения критического индекса θ' как в данной работе, так и в работе [14] попадают в интервал погрешностей показателя $\theta' = 0.10(2)$, измеренного [15] при численных исследованиях методом коротковременной динамики трехмерной модели Изинга со спиновой концентрацией $p = 0.80$. Однако методические недостатки проведенного в работе [15] исследования, отмеченные нами во Введении, не дают оснований удовлетвориться данным результатом. Ниже приводятся методика и результаты осуществленного нами исследования по компьютерному моделированию неравновесного критического поведения неупорядоченной трехмерной модели Изинга с той же спиновой концентрацией $p = 0.80$, что и в работе [15]. В проведенном нами комплексном исследовании определены не только критический индекс θ', но и индекс z и отношение статических индексов β/ν.

3. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕРАВНОВЕСНОГО КРИТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ НЕУПОРЯДОЧЕННОЙ ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ ИЗИНГА

Проведем численное исследование влияния неравновесных начальных состояний на эволюцию намагниченности $M(t)$ ферромагнитной структурно-неупорядоченной системы в критической точке. Известно, что аномальные особенности явлений критической динамики определяются прежде всего эффектами дальнодействующей корреляции долгоживущих флуктуаций ряда термодинамических переменных. В связи с этим фундаментальный интерес представляет исследование процессов критической релаксации системы из начального неравновесного состояния, созданного, например, при температурах, много больших критической, и характеризуемого поэтому малой корреляционной длиной, в сильнокоррелированное состояние при критической температуре. В работе [6] на основе ренормгруппового анализа неравновесного критического поведения спиновой системы с начальным значением намагниченности m_0 было показано, что после микроскопически малого промежутка времени t_{mic} для k-го момента намагниченности системы реализуется скейлинговая форма

$$M^{(k)}(t,\tau,L,m_0) = \\ = b^{-k\beta/\nu} M^{(k)}\left(b^{-z}t,\ b^{1/\nu}\tau,\ b^{-1}L,\ b^{x_0}m_0\right), \tag{31}$$

где t — время, $\tau = (T - T_c)/T_c$ — приведенная температура, b — произвольный масштабный фактор, L — линейный размер решетки, β, ν, z — известные критические индексы, x_0 — новый независимый критический индекс, задающий масштабную размерность начального значения намагниченности m_0. На ранней стадии эволюции системы корреляционная длина еще достаточно мала и конечность размера моделируемой системы оказывается несущественной. Полагая $b = t^{1/z}$ в выражении (31), для первого момента намагниченности ($k = 1$) и малой величины $m_0 t^{1/z}$ получаем следующее выражение:

$$M(t,\tau,m_0) \sim m_0 t^{\theta'} F(t^{1/\nu z}\tau, t^{x_0/z}m_0) = \\ = m_0 t^{\theta'}(1 + a t^{1/\nu z}\tau) + O(\tau^2, m_0^2), \tag{32}$$

где $\theta' = (x_0 - \beta/\nu)/z$. Для $\tau \to 0$ и достаточно малых t получаем асимптотическое поведение $M(t) \propto t^{\theta'}$. Временной интервал увеличения намагниченности, $t_{cr} \propto m_0^{-z/x_0}$, заметно растет с уменьшением m_0. С течением времени коротковременная динамика увеличения параметра порядка сменяется на привычную долговременную динамику уменьшения параметра порядка со временем по степенному закону $M(t) \propto t^{-\beta/z\nu}$ с показателем, определяемым отношением $\beta/z\nu$ со статическими критическими индексами β и ν и динамическим критическим индексом z (см. рис. 1).

Для численного определения показателя θ' рассматривается модель неупорядоченной спиновой системы в виде кубической решетки с линейным размером $L = 128$ и наложенными граничными условиями. Микроскопический гамильтониан неупорядоченной модели Изинга задается выражением

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} p_i p_j S_i S_j, \tag{33}$$

где $J > 0$ — интеграл обменного взаимодействия между закрепленными в узлах решетки спинами S_i, принимающими значения ± 1, а суммирование ведется по всем ближайшим парам спинов. Немагнитные атомы примеси образуют пустые узлы. Числа заполнения p_i при этом принимают значения 0 или 1 и описываются функцией распределения

$$P(p_i) = (1-p)\delta(p_i) + p\delta(1-p_i) \qquad (34)$$

с $p = 1 - c$, где c — концентрация атомов примеси.

Для моделирования спиновых конфигураций в системе был применен алгоритм Метрополиса. Алгоритм Метрополиса, реализующий динамику односпиновых переворотов, наилучшим образом соответствует релаксационной модели A в классификации Гальперина–Хоэнберга [19] и позволяет провести сравнение получаемого в результате моделирования неравновесного критического поведения системы динамических критических индексов z и θ' с результатами проведенного выше ренормгруппового описания.

При реализации алгоритма Метрополиса для неупорядоченной модели Изинга численно определяется временная зависимость k-го момента намагниченности в виде

$$M^{(k)}(t) = \left[\left\langle\left(\frac{1}{N_s}\sum_i^{N_s} p_i S_i(t)\right)^k\right\rangle\right], \qquad (35)$$

где угловые скобки обозначают статистическое усреднение по спиновым конфигурациям, а квадратные скобки — усреднение по различным реализациям распределения дефектов структуры в системе при заданной спиновой концентрации $p = 0.80$, $N_s = pL^3$ — число спинов в решетке. В данной работе проводилось усреднение вычисляемых величин по 4000 различным примесным конфигурациям с 25 прогонками для каждой примесной конфигурации. Для независимого вычисления динамических критических индексов θ' и z, а также отношения статических критических индексов β/ν на каждом этапе эволюции системы наряду с намагниченностью системы определялись автокорреляционная функция

$$A(t) = \left[\left\langle\left(\frac{1}{N_s}\sum_i^{N_s} p_i S_i(t) S_i(0)\right)\right\rangle\right] \qquad (36)$$

и второй момент намагниченности $M^{(2)}(t)$. Их скейлинговый анализ показывает [7], что при $m_0 = 0$ и критической температуре $T = T_c$ данные величины характеризуются степенной зависимостью от времени:

$$A(t) \propto t^{-c_a}, \quad M^{(2)}(t) \propto t^{c_2}, \qquad (37)$$

где $c_a = d/z - \theta'$, $c_2 = (d - 2\beta/\nu)/z$, d — размерность системы.

Моделирование осуществлялось при критической температуре $T_c = 3.49948(18)$, определенной нами при численных исследованиях методом Монте-Карло неупорядоченной трехмерной модели Изинга в равновесном состоянии [33]. Временное поведение намагниченности с начальными значениями $m_0 = 0.01, 0.02, 0.03$ исследовалось на временах до 1000 шагов Монте-Карло на спин (ШМК/спин). Поскольку начальная спиновая конфигурация с намагниченностью m_0 должна быть неравновесной, нами был применен следующий способ ее получения: с помощью алгоритма Вольфа при температуре $T = 8 \gg T_c = 3.49948$ система из начального состояния «все спины вверх» с $m = 1$ приводилась к состоянию с намагниченностью m, близкой к желаемой m_0, а затем переворотом отдельных спинов достигалось состояние с m_0. Полученная конфигурация сохранялась, а затем исследовалась ее временная эволюция при $T_c = 3.49948$ с помощью алгоритма Метрополиса. На рис. 4 представлены усредненные по 4000 различным примесным конфигурациям с 25 прогонками для каждой примесной конфигурации временные зависимости для намагниченностей системы. Они позволяют определять показатели $\theta'(m_0)$ и их асимптотическое значение $\theta'(m_0 \to 0)$ на основе линейной аппроксимации значений $\theta'(m_0)$ при $m_0 \to 0$. На рис. 5 для данной системы, стартующей из неравновесного начального состояния с близким к нулю значением $m_0 = 0.0001$, представлены временные зависимости для второго момента намагниченности $M^{(2)}$ и автокорреляционной функции A. Анализ данных зависимостей позволяет определять значения показателей c_a и c_2 в соответствии с выражением (37).

Из рис. 4, 5 видно, что на каждом графике могут быть выделены по два линейных участка: для временных интервалов в среднем от 7 до 50 ШМК/спин и от 150 до 1000 ШМК/спин. Мы связываем это с наблюдаемым уже при моделировании структурно-неупорядоченных систем с линейными дефектами [34] явлением кроссовера, т. е. перехода от критического поведения, характерного для однородных систем, к поведению, характеризуемому влиянием дефектов структуры. Нами были определены показатели для каждого линейного участка исследуемых

Таблица 1. Критические показатели, характеризующие эволюцию неупорядоченной модели Изинга с $p = 0.80$ на разных временных интервалах

m_0	θ	c_2	c_a	θ	c_2	c_a
	$t \in [7, 50]$			$t \in [150, 1000]$		
0.03	0.1016(9)	–	–	0.083(3)	–	–
0.02	0.1031(10)	–	–	0.099(5)	–	–
0.01	0.1043(12)	–	–	0.105(9)	–	–
0	0.1057(17)	0.936(4)	1.347(8)	0.122(11)	0.859(5)	1.135(10)

Таблица 2. Критические показатели временной эволюции неупорядоченной модели Изинга с $p = 0.80$, вычисленные с учетом поправок к скейлингу

m_0	θ	c_2	c_a	$(\omega/z)_{av}$	ω_{av}
0.03	$0.104(12)$, $\omega/z = 0.074$	–	–	–	–
0.02	$0.117(10)$, $\omega/z = 0.068$	–	–	–	–
0.01	$0.118(10)$, $\omega/z = 0.096$	–	–	–	–
0	$0.127(16)$, $\omega/z = 0.079(9)$	$0.909(4)$, $\omega/z = 0.112$	$1.242(10)$, $\omega/z = 0.160$	0.117(24)	0.256(56)

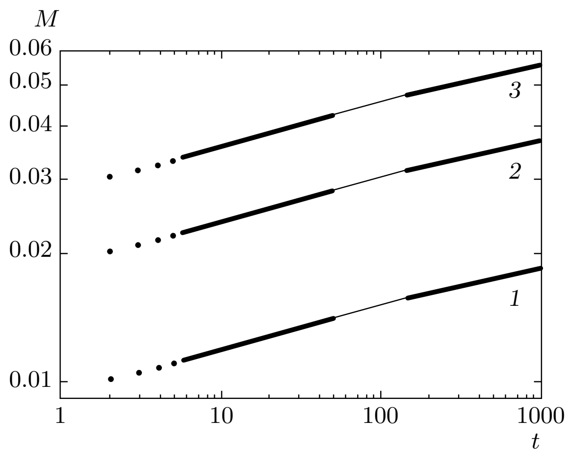

Рис. 4. Временные зависимости критического поведения намагниченности M для систем со спиновой концентрацией $p = 0.80$ при начальных значениях $m_0 = 0.01$ (*1*), 0.02 (*2*), 0.03 (*3*); здесь и на рис. 5 единица измерения времени — шаг Монте-Карло на спин

величин. Полученные значения показателей приведены в табл. 1.

В данной работе были также учтены поправки к асимптотической зависимости измеряемых величин за счет влияния конечности моделируемых систем и неточности в определении их критической температуры, так как только учет данных поправок к скейлингу позволяет получать корректные значения критических индексов [15, 17, 32, 34, 35]. Для этого были применены следующие выражения для временной зависимости наблюдаемых величин X:

$$X(t) \propto t^{\delta}(1 + A_X t^{-\omega/z}), \tag{38}$$

где A_X — неуниверсальные амплитуды, ω является хорошо известным критическим индексом поправки к скейлингу, а показатель $\delta = \theta'$ в случае $X \equiv M(t)$, $\delta = -c_a$ в случае $X \equiv A(t)$ и $\delta = c_2$ в случае $X \equiv M^{(2)}(t)$. Теоретико-полевая оценка для ω в шестипетлевом приближении дает значение $\omega \approx 0.25(10)$ [24]. Для расчета значений критических индексов θ', c_a, c_2 и ω/z на временном интервале, соответствующем влиянию структурного беспорядка, был использован метод наименьших квадратов для наилучшей аппроксимации значений $M(t)$, $A(t)$ и $M^{(2)}(t)$ выражением (38). Процедура заключалась в следующем: 1) временной интервал проявления влияния дефектов структуры разбивался на всевозможные участки Δt, начиная от участков с $\Delta t = 50$ до участков с $\Delta t = 550$; 2) на каждом из участков Δt определялись значения показателя δ при фиксированном значении ω/z; 3) найденные значения δ усреднялись по выбранным участкам с определением среднего значения $\langle\delta\rangle$ и погрешности аппроксимации $\Delta\delta$; 4) показатель ω/z определялся

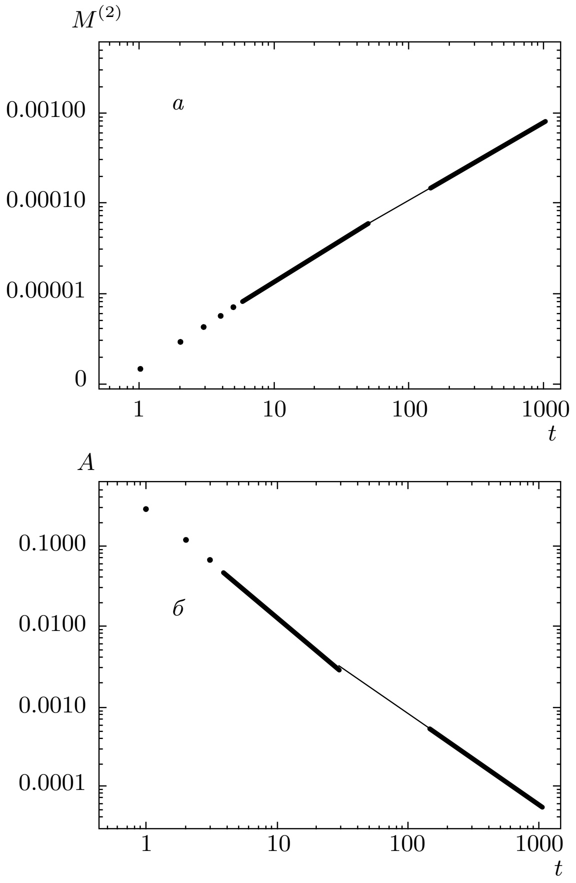

Рис. 5. Временные зависимости критического поведения второго момента намагниченности $M^{(2)}$ (a) и автокорреляционной функции A ($б$) для системы с $p = 0.80$

из условия минимальности значений относительных погрешностей проведенных аппроксимаций.

Наряду с аппроксимационной погрешностью $\Delta\delta$ для показателей δ определялась их статистическая погрешность. Для этого общее количество используемых для усреднения примесных конфигураций делилось на четыре группы. Для каждой из групп вычислялись показатели θ', c_a и c_2, а затем определялись отклонения от показателей, найденных при использовании усредненных по общему количеству примесных конфигураций значений $M(t)$, $A(t)$ и $M^{(2)}(t)$.

В табл. 2 приведены полученные итоговые значения критических показателей и их погрешности. На основе данных значений показателей были определены динамические критические индексы $z = 2.191(42)$ и $\theta' = 0.127(16)$, отношение статических критических индексов $\beta/\nu = 0.504(24)$ и усредненное значение $\omega_{av} = 0.256(56)$ критического индекса поправки к скейлингу.

Сопоставление данных значений динамических критических индексов z и θ' с рассчитанными выше в рамках теоретико-полевого описания значениями $z = 2.202(2)$ и $\theta' = 0.106(8)$, полученными в результате усреднения результатов применения различных методов суммирования, показывает их достаточно хорошее согласие. Заметно лучшее согласие значений $z = 2.191(42)$ и $\theta' = 0.127(16)$ наблюдается с результатами $z = 2.198$ и $\theta' = 0.120$ применения к рядам теории в (29) метода суммирования Паде – Бореля – Лероя.

Сопоставление рассчитанного нами значения $\theta' = 0.127(16)$ со значением $\theta' = 0.10(2)$ из работы [15], полученным для систем с различными спиновыми концентрациями, но одинаковыми начальными значениями намагниченности $m_0 = 0.01$, показывает их хорошее согласие в пределах статистических погрешностей измерения и погрешностей проведенных аппроксимаций, а также демонстрирует тот факт, что полученное нами асимптотическое при $m_0 \to 0$ значение θ' оказывается выше, чем $\theta'(m_0 = 0.01)$ из [15]. Это объясняется тем, что $\theta'(m_0^{(2)}) > \theta'(m_0^{(1)})$, если для начальных намагниченностей систем справедливо неравенство $m_0^{(2)} < m_0^{(1)}$. Таким образом, декларируемое в работе [15] хорошее согласие найденного показателя $\theta' = 0.10(2)$ со значением $\theta' = 0.0867$, полученным в [14] на основе применения метода ε-разложения в двухпетлевом ренормгрупповом описании, оказывается неубедительным, так как найденное нами значение $\theta' = 0.127(16)$ уже не согласуется с $\theta' = 0.0867$. Результаты проведенных нами исследований дают значительно больше оснований считать, что для слабонеупорядоченных изинговских систем реальным является значение показателя $\theta' = 0.127(16)$, которое оказывается больше значения $\theta' = 0.108(2)$ для однородных изинговских систем [7, 10], а не меньше, как предсказывают результаты работ [14, 15].

Проведем теперь сопоставление полученных значений критических индексов $z = 2.191(42)$, $\beta/\nu = 0.504(24)$ и $\omega = 0.256(56)$ с результатами исследований, проведенных в других работах. Так, найденные нами значения индексов для систем с $p = 0.80$ находятся в достаточно хорошем соответствии с результатами работ по компьютерному моделированию, где для слабонеупорядоченных систем были получены значения $\nu = 0.684(5)$, $\beta = 0.355(3)$, $\beta/\nu = 0.519(8)$, $\omega = 0.370(63)$ [32], $\nu = 0.683(3)$, $\beta = 0.354(2)$, $\beta/\nu = 0.518(5)$ [35], $z = 2.20(8)$ [30], а также с результатами теоретико-полевого описания, с помощью которого были вычислены следующие значения критических индексов: $\nu = 0.678(10)$, $\beta = 0.349(5)$, $\beta/\nu = 0.515(15)$, $\omega = 0.25(10)$ [24], $z = 2.1792(13)$ [17], и результатами экспериментальных исследований структурно-неупорядоченных изинговских магнетиков, дающих $\nu = 0.69(1)$, $\beta = 0.350(9)$, $\beta/\nu = 0.507(20)$ (результаты представлены в обзоре [11]), $z = 2.18(10)$ [18].

4. ВЫВОДЫ

В данной работе осуществлено как ренормгрупповое теоретико-полевое описание, так и компьютерное моделирование неравновесного критического поведения структурно-неупорядоченной ферромагнитной трехмерной модели Изинга. Проведено исследование влияния неравновесных начальных состояний системы, характеризующихся относительными значениями намагниченности $m_0 \ll 1$, на эволюцию структурно-неупорядоченной системы в критической точке в коротковременном режиме. Показано, что на временах $t < t_{cr} \propto m_0^{1/(\theta'+\beta/z\nu)}$ эволюция системы из начального неравновесного состояния сопровождается ростом намагниченности системы по степенному закону $M(t) \propto t^{\theta'}$. В работе рассчитаны независимые динамические критические индексы z и θ' в двухпетлевом приближении с применением к рядам теории различных методов суммирования. Как средние значения критических индексов $z = 2.202(2)$ и $\theta' = 0.106(8)$, так и значения, получаемые при применении каждого метода суммирования в отдельности, оказались выше значений, вычисленных ранее в рамках метода ε-разложения в том же приближении теории.

Проведенные численные исследования методом коротковременной динамики временного поведения намагниченности $M(t)$, второго момента намагниченности $M^{(2)}(t)$ и автокорреляционной функции $A(t)$ при критической температуре выявили, что в слабонеупорядоченных системах со спиновой концентрацией $p = 0.80$ в отличие от поведения однородных систем могут быть выявлены два универсальных динамических критических режима со степенным временным изменением величин M, $M^{(2)}$ и A, а именно, на раннем временном интервале $t \approx [7, 50]$ ШМК/спин реализуется критическое релаксационное поведение, соответствующее поведению однородной системы и определяемое динамическими критическими индексами $\theta' = 0.1057(17)$ и $z = 2.065(14)$ с $\beta/\nu = 0.534(6)$, а лишь затем, проходя через режим кроссоверного поведения, в интервале $t \approx [150, 1000]$ ШМК/спин реализуется динамический режим критического поведения неупорядоченной системы с критическими индексами $\theta' = 0.127(16)$, $z = 2.191(42)$ и $\beta/\nu = 0.504(24)$, $\omega = 0.256(56)$.

Сопоставление данных значений критических индексов с рассчитанными в настоящей работе в рамках теоретико-полевого описания, $\theta' = 0.106(8)$ и $z = 2.202(2)$ (усредненные результаты применения различных методов суммирования), показывает их достаточно хорошее согласие при заметно лучшем согласии с результатами применения метода Паде – Бореля – Лероя, $\theta' = 0.120$ и $z = 2.198$. Сопоставление полученных значений критических индексов $z = 2.191(42)$, $\beta/\nu = 0.504(24)$ и $\omega = 0.256(56)$ с результатами численных исследований слабонеупорядоченных систем, проведенных в других работах, также показало их хорошее соответствие в пределах погрешностей моделирования и осуществленных аппроксимаций.

Результаты проведенных нами исследований дают основания считать, что для слабонеупорядоченных изинговских систем реальными являются значения показателей $z = 2.191(42)$, $\theta' = 0.127(16)$, которые оказываются выше значений $z = 2.042(6)$, $\theta' = 0.108(2)$ для однородных изинговских систем [7, 10]. Таким образом, наличие замороженного структурного беспорядка в изингоподобных системах приводит к еще большим по сравнению с однородными системами эффектам критического замедления и влиянию неравновесных начальных состояний на эволюцию системы, учет которых очень важен при подготовке различных материалов к исследованию их критических свойств.

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы «Развитие научного потенциала высшей школы» (грант № 2.1.1/930).

ЛИТЕРАТУРА

1. E. Vincent, J. Hammann, M. Ocio et al., Lect. Notes Phys. **492**, 184 (1997).
2. A. Crisanti and F. Ritort, J. Phys. A **36**, R181 (2003).
3. P. Calabrese and A. Gambassi, Phys. Rev. E **65**, 066120 (2002).
4. G. Schehr and R. Paul, Phys. Rev. E **72**, 016105 (2005).
5. P. Calabrese and A. Gambassi, J. Phys. A **38**, R133 (2005).

6. H. K. Janssen, B. Schaub, and B. Schmittmann, Z. Phys. **73**, 539 (1989).

7. A. Jaster, J. Mainville, L. Schulke, and B. Zheng, J. Phys. A **32**, 1395 (1999).

8. J. Q. Yin, B. Zheng, V. V. Prudnikov, and S. Trimper, Eur. Phys. J. B **49**, 195 (2006).

9. D. Huse, Phys. Rev. B **40**, 304 (1989).

10. В. В. Прудников, П. В. Прудников, И. А. Калашников и др., ЖЭТФ **133**, 1251 (2008).

11. Р. Фольк, Ю. Головач, Т. Яворский, УФН **173**, 175 (2003).

12. A. B. Harris, J. Phys. C **7**, 1671 (1974).

13. J. G. Kissner, Phys. Rev. B **46**, 2676 (1992).

14. K. Oerding and H. K. Janssen, J. Phys. A **28**, 4271 (1995).

15. G. Schehr and R. Paul, J. Phys: Conf. Series **40**, 27 (2006); arXiv:cond-mat/0511571.

16. G. Parisi, F. Ricci-Tersenghi, and J. J. Ruiz-Lorenzo, Phys. Rev. E **60**, 5198 (1999).

17. А. С. Криницын, В. В. Прудников, П. В. Прудников, ТМФ **147**, 137 (2006).

18. N. Rosov, C. Hohenemser, and M. Eibschutz, Phys. Rev. B **46**, 3452 (1992).

19. P. C. Hohenberg and B. I. Halperin, Rev. Mod. Phys. **49**, 435 (1977).

20. I. D. Lawrie and V. V. Prudnikov, J. Phys. C **17**, 1655 (1984).

21. R. Bausch, H. K. Janssen, and H. Wagner, Z. Phys. **24**, 113 (1976).

22. А. Н. Васильев, *Квантовополевая ренормгруппа в теории критического поведения и стохастической динамике*, ПИЯФ, Санкт-Петербург (1998).

23. В. В. Прудников, С. В. Белим, А. В. Иванов и др., ЖЭТФ **114**, 972 (1998).

24. A. Pelissetto and E. Vicari, Phys. Rev. B **62**, 6393 (2000).

25. G. A. Baker, B. G. Nickel, M. S. Green et al., Phys. Rev. Lett. **36**, 1351 (1976); Phys. Rev. B **17**, 1365 (1978).

26. J. C. Le Guillou and J. Zinn-Justin, Phys. Rev. Lett. **39**, 95 (1977); Phys. Rev. B **21**, 3976 (1980).

27. S. A. Antonenko and A. I. Sokolov, Phys. Rev. B **51**, 1894 (1995).

28. Д. И. Казаков, О. В. Тарасов, Д. В. Ширков, ТМФ **38**, 15 (1979); Д. И. Казаков, В. С. Попов, ЖЭТФ **122**, 675 (2002).

29. И. М. Суслов, ЖЭТФ **120**, 5 (2001).

30. В. В. Прудников, А. Н. Вакилов, ЖЭТФ **103**, 962 (1993).

31. H.-O. Heuer, J. Phys. A **26**, L341 (1993).

32. H. G. Ballesteros, L. A. Fernandez, V. Martin-Mayor et al., Phys. Rev. B **58**, 2740 (1998).

33. В. В. Прудников, П. В. Прудников, А. Н. Вакилов, А. С. Криницын, ЖЭТФ **132**, 417 (2007).

34. V. V. Prudnikov, P. V. Prudnikov, B. Zheng et al., Progr. Theor. Phys. **117**, 973 (2007).

35. P. Calabrese, V. Martin-Mayor, A. Pelissetto et al., Phys. Rev. E **68**, 036136 (2003).