

МАГНИТОПЛАЗМЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ДВУМЕРНОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЫ СО СПИН-ОРИТАЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Р. З. Витлина^{a,}, Л. И. Магарилл^{a,b}, А. В. Чаплик^{a,b}*

^a *Институт физики полупроводников Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия*

^b *Новосибирский государственный университет
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 12 июля 2009 г.

Теоретически исследован магнитоплазменный спектр в двумерной электронной плазме с учетом спин-орбитального взаимодействия в модели Рашба. Найдено выражение для поляризационного оператора в квазиклассической области магнитных полей (энергия Ферми ε_F много больше кванта Ландау). Получены приближенные аналитические формулы для спин-плазменных ветвей. С помощью численного решения дисперсионного уравнения рассчитаны зависимости частоты плазменных волн от волнового вектора и магнитного поля. Кроме того, построены магнитная и частотная зависимости интенсивности плазмонного поглощения. Интенсивность поглощения в пиках чувствительна к значению константы спин-орбитального взаимодействия.

1. ВВЕДЕНИЕ

Современные методы исследования коллективных колебаний двумерной электронной плазмы с помощью ИК- и СВЧ-поглощения, а также неупругого рассеяния света достигли весьма высокой чувствительности [1]. Становится актуальным вопрос о наблюдении эффектов, связанных со спин-орбитальным взаимодействием (СОВ) электронов и его влиянием на спектр плазменных волн. Напомним, что до сих пор влияние специфического для двумерных систем СОВ экспериментально наблюдалось лишь в комбинированном резонансе Бычкова–Рашба [2], который соответствует однородному электрическому полю волны (импульс фотона равен нулю) и поэтому не имеет отношения к плазменным колебаниям.

Тема, сформулированная в заголовке настоящей статьи, пока еще мало исследована в литературе. Нам известна работа [3], в которой численными методами рассчитан спектр магнитоплазмонов при на-

личии СОВ в квантовом пределе (фактор заполнения уровней Ландау ν не превышает 2). В работе авторов [4] рассмотрены оба предела, $\nu \leq 1$ и $\nu \gg 1$ (квазиклассический случай), но при этом пренебрегалось пространственной дисперсией динамической проводимости. В этом приближении частота ω двумерного плазмона задается формулой $\omega^2 = qv_F^2/a_0$, где q — волновой вектор плазмона, v_F — фермиевская скорость электронов, a_0 — эффективный боровский радиус. Было показано, что выполняются правила отбора по квантовым числам спиральности и номера уровня Ландау, что существенно ограничивает число ветвей плазмонного спектра (в квазиклассическом пределе $\nu \gg 1$ их всего четыре). Там же было отмечено, что при учете конечных q в динамической проводимости число ветвей, строго говоря, становится бесконечным. Целью настоящей работы является учет как пространственной, так и магнитополевой дисперсии плазменных волн в двумерных системах с СОВ. Кроме того, мы вычислим интенсивность поглощения электромагнитного излучения магнитоплазмонами, чего не было сделано в работах [3, 4].

*E-mail: ritta@isp.nsc.ru

2. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЙ ОПЕРАТОР ДЛЯ ЭЛЕКТРОНОВ В РАШБОВСКОЙ ПЛОСКОСТИ

В присутствии нормального к плоскости структуры магнитного поля \mathbf{H} двумерная система с учетом СОВ описывается гамильтонианом

$$\mathcal{H}_0 = \frac{\pi^2}{2m} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\sigma}. \quad (1)$$

Здесь $\boldsymbol{\pi} = \mathbf{p} - e\mathbf{A}/c$, \mathbf{A} — векторный потенциал ($\mathbf{A} = (0, Hx, 0)$, $\mathbf{H} = (0, 0, H)$), m — эффективная масса. Будем использовать линейную по импульсу электрона модель СОВ, предложенную Бычковым и Рашба [5]: $\boldsymbol{\Omega} = 2\alpha\boldsymbol{\pi} \times \mathbf{n}$, \mathbf{n} — нормаль к плоскости системы. Будем пренебрегать зеемановским вкладом в гамильтониан. Хотя его учет не представляет трудностей, результат количественно изменится слабо, но формулы становятся более громоздкими. СОВ снимает вырождение по спину, и каждый уровень Ландау расщепляется на два подуровня $\varepsilon_{N,\mu}$ ($\mu = \pm 1$). Для СОВ в модели Рашба спектр имеет вид [5, 6] (далее рассматриваются электроны в зоне проводимости, $e = -|e|$)

$$\begin{aligned} \varepsilon_{N,+} &= \omega_c \left(N + 1 - \sqrt{1/4 + \gamma^2(N+1)} \right), \\ \varepsilon_{N,-} &= \omega_c \left(N + \sqrt{1/4 + \gamma^2 N} \right), \quad N = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\omega_c = |e|H/mc$, $\gamma = \sqrt{2}ma/a$, $a = 1/\sqrt{m\omega_c}$ — магнитная длина. Здесь и далее $\hbar = 1$. Волновые функции, соответствующие спектру (2), являются двухкомпонентными спинорами:

$$\begin{aligned} \Psi_{N,k_y,+} &= \frac{e^{ik_y y}}{\sqrt{L_y}} \begin{pmatrix} \varphi_N(s) \\ -c_{N+1}\varphi_{N+1}(s) \end{pmatrix} B_{N+1}, \\ \Psi_{N,k_y,-} &= \frac{e^{ik_y y}}{\sqrt{L_y}} \begin{pmatrix} c_N\varphi_{N-1}(s) \\ \varphi_N(s) \end{pmatrix} B_N, \end{aligned} \quad (3)$$

где $B_N = a_N/\sqrt{a_N^2 + \gamma^2 N}$, $\varphi_N(s)$ — нормированные осцилляторные функции, $s = x/a + k_y a$, $a_N = 1/2 + \sqrt{1/4 + \gamma^2 N}$, $c_N = \gamma\sqrt{N}/a_N$, L_y — нормировочный размер системы по оси y . При $\gamma \rightarrow 0$ функции (3) переходят в

$$\begin{aligned} \Psi_{N\sigma}^{(0)} &= \frac{e^{ik_y y}}{\sqrt{L_y}} \varphi_N(s) \xi_\sigma, \quad \xi_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ \xi_- &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma = \pm 1. \end{aligned}$$

Соответственно энергетический спектр (2) переходит при этом в обычные уровни Ландау:

$$\varepsilon_{N\sigma}^{(0)} = \omega_c(N + 1/2).$$

В РРА-приближении определяющее спектр плазмонов дисперсионное уравнение имеет вид

$$1 + \frac{2\pi e^2}{\kappa q} \Pi(\omega, q) = 0, \quad (4)$$

здесь $\Pi(\omega, q)$ — поляризационный оператор, определяемый следующим образом:

$$\Pi(\omega, q) = \frac{1}{S} \sum_{\beta, \beta'} \frac{(f_\beta - f_{\beta'}) |J_{\beta, \beta'}(\mathbf{q})|^2}{\omega - \varepsilon_{\beta, \beta'} + i\delta}, \quad (5)$$

где $\beta = (N, k_y, \mu)$ — набор квантовых чисел, описывающих состояние электрона, $f_\beta \equiv f(\varepsilon_\beta)$ — функция Ферми, $\varepsilon_{\beta, \beta'} = \varepsilon_\beta - \varepsilon_{\beta'}$, (ω, \mathbf{q}) — частота и волновой вектор плазмона, κ — фоновая диэлектрическая постоянная, S — нормировочная площадь системы. Входящий в формулу (5) квадрат модуля матричного элемента оператора $J(\mathbf{q})$ можно представить в виде

$$|J_{\beta, \beta'}(\mathbf{q})|^2 = \delta_{k_y, k'_y + q_y} I_{N, \mu; N', \mu'}^2(u). \quad (6)$$

Вещественные величины $I_{N, \mu; N', \mu'}(u)$ даются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} I_{N,+1;N',+1}(u) &= B_{N+1} B_{N'+1} (\bar{I}_{N,N'}(u) + \\ &\quad + c_{N+1} c_{N'+1} \bar{I}_{N+1,N'+1}(u)), \\ I_{N,-1;N',-1}(u) &= B_N B_{N'} (\bar{I}_{N,N'}(u) + \\ &\quad + c_N c_{N'} \bar{I}_{N-1,N'-1}(u)), \\ I_{N,+1;N',-1}(u) &= B_{N+1} B_{N'} (c_{N'} \bar{I}_{N,N'-1}(u) - \\ &\quad - c_{N+1} \bar{I}_{N+1,N'}(u)), \end{aligned} \quad (7)$$

где $u = q^2 a^2 / 2$, $q^2 = q_x^2 + q_y^2$, $\bar{I}_{N,N'}(u) = u^{|N-N'|/2} e^{-u/2} \mathcal{L}_{\min(N,N')}^{|N-N'|}(u)$, $\mathcal{L}_M^{|l|}(u) = L_M^{|l|}(u) \times \sqrt{M!/(M+|l|)!}$ — нормированный обобщенный полином Лагерра. Для $I_{N,-1;N',+1}$ имеем

$$I_{N,-1;N',+1}(u) = I_{N',+1;N,-1}(u). \quad (8)$$

Формула (8) следует из соотношения $J_{\beta, \beta'}(\mathbf{q}) = J_{\beta', \beta}^*(-\mathbf{q})$. Поляризационный оператор (5) можно представить в виде суммы двух слагаемых:

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2. \quad (9)$$

Диагональные по μ матричные элементы $J(\mathbf{q})$ определяют Π_1 . Эта величина слабо зависит от СОВ, которое лишь расщепляет плазменные ветви. При отсутствии СОВ Π_1 определяет спектр магнито-плазменных колебаний, изучавшийся ранее в работах [7, 8].

Недиагональные по μ матричные элементы характеризуют Π_2 . При $\alpha = 0$ вклад Π_2 исчезает. Сделав замену переменных, по которым идет суммирование в формуле (5): N, N' в Π_1 на $M = \min(N, N')$, $n = N - N'$, а в Π_2 на $M = \min(N, N' - 1)$, $l = N - N' + 1$, получим следующие выражения:

$$\Pi_1 = -\frac{1}{2\pi a^2} \sum_{M=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{(f_{M,+1} - f_{M+|n|,+1})\varepsilon_{M+|n|,+1;M,+1} I_{M+|n|,+1;M,+1}^2}{(\omega^2 - \varepsilon_{M+|n|,+1;M,+1}^2)} + \frac{(f_{M,-1} - f_{M+|n|,-1})\varepsilon_{M+|n|,-1;M,-1} I_{M+|n|,-1;M,-1}^2}{(\omega^2 - \varepsilon_{M+|n|,-1;M,-1}^2)} \right\}, \quad (10)$$

$$\Pi_2 = -\frac{1}{2\pi a^2} \sum_{M=0}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{(f_{M+1,-1} - f_{M+|l|,+1})\varepsilon_{M+|l|,+1;M+1,-1} I_{M+|l|,+1;M+1,-1}^2}{(\omega^2 - \varepsilon_{M+|l|,+1;M+1,-1}^2)} + \frac{(f_{M+|l|+1,-1} - f_{M,+1})\varepsilon_{M,+1;M+|l|+1,-1} I_{M,+1;M+|l|+1,-1}^2}{(\omega^2 - \varepsilon_{M,+1;M+|l|+1,-1}^2)} \right\}. \quad (11)$$

3. КВАЗИКЛАССИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Мы ограничимся случаем достаточно слабых магнитных полей, когда фактор заполнения уровней Ландау $2\pi n_s a^2 \gg 1$ (n_s — двумерная концентрация электронов). Это неравенство эквивалентно условию применимости квазиклассического приближения: $\varepsilon_F \gg \omega_c$. Кроме того, считаем СОВ малым: $2\alpha r_F \ll \varepsilon_F$, где $2\alpha r_F$ — спин-орбитальное расщепление в нулевом магнитном поле. Как следует из выражений (10), (11) для Π_1, Π_2 все решения дисперсионного уравнения (4) аналогичны межподзонным плазмонам в многокомпонентной плазме [9]. Формально число таких решений (т. е. число ветвей спектра плазменных колебаний) бесконечно: каждое из них соответствует переходам между какой-либо парой уровней одночастичного спектра. Расстояния между этими уровнями определяются индексами суммирования n и l в формулах (10), (11), причем нижней (по частоте) области плазмонного спектра соответствуют относительно небольшие значения n и l . Чем больше частота плазмона, тем более далекие друг от друга пары уровней определяют соответствующую ветвь и тем меньше интенсивность поглощения электромагнитного излучения на данной частоте из-за убывания матричных элементов $I_{N,N'}$ при увеличении разности $|N - N'|$. Поэтому в дальнейшем мы рассматриваем лишь нижние ветви плазмонного спектра и в приведенных выше формулах

полагаем $M \gg |n|, |l|$. При $M \rightarrow \infty$ для полиномов Лагерра равномерно по $0 < u < \infty$ справедлива асимптотическая формула [10]

$$L_M^{|l|}(u) = e^{u/2} u^{-|l|/2} \frac{(M + |l|)! J_{|l|}(\sqrt{\nu u})}{M! (\nu/4)^{|l|/2}}, \quad (12)$$

где $\nu = 4M + 2|l| + 2 \approx 4M$, $J_{|l|}(\sqrt{\nu u})$ — функция Бесселя l -го порядка. В квазиклассическом приближении в аргументе функции Бесселя формулы (12) заменим $M\omega_c \rightarrow \varepsilon = p^2/2m = mv^2/2$ (\mathbf{p} — двумерный импульс электрона), тогда $\sqrt{\nu u} \approx qv/\omega_c$. Мы рассматриваем вырожденный электронный газ, т. е. температура T удовлетворяет условию $T \ll \varepsilon_F$. Кроме того, если $2\pi^2 T/\omega_c \gg 1$, то можно пренебречь осциллирующей частью поляризационного оператора. При $|\varepsilon_\beta - \varepsilon_{\beta'}| \ll \varepsilon_F$ имеем

$$f_{\beta'} - f_\beta \approx f'_\beta(\varepsilon_{\beta'} - \varepsilon_\beta) \approx -\delta(\varepsilon_F - \varepsilon)(\varepsilon_{\beta'} - \varepsilon_\beta), \quad (13)$$

где f'_β — производная по энергии. В формулах (10), (11) от суммирования по M перейдем к интегрированию: $\omega_c \sum_M \rightarrow \int d\varepsilon$. Окончательно для Π_1 и Π_2 получаем

$$\Pi_1(\omega, q) = -\frac{m\omega_c^2}{\pi} \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(\omega^2 - n^2\omega_c^2)n^2 J_n^2(X)}{(\omega^2 - n^2\omega_c^2)^2 - (4\varepsilon_R \omega_c^2 n^2/w)^2}, \quad (14)$$

$$\Pi_2(\omega, q) = -\frac{m\lambda^2\omega_c^2}{\pi\omega^2} \times \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{(l\omega_c - w)^2(l\omega_c/wJ_l(X) + XJ'_l(X))^2}{\omega^2 - (l\omega_c - w)^2}. \quad (15)$$

Здесь $\lambda = \alpha/v_F \ll 1$, $w = \sqrt{\omega_c^2 + \Omega_F^2}$, $X = qv_F/\omega_c$, $\epsilon_R = m\alpha^2$, $\Omega_F = 2\alpha p_F$. Величина w совпадает с частотой прецессии в механизме спиновой релаксации Дьяконова–Переля [11].

Используя соотношение между поляризационным оператором $\Pi(\omega, q)$ и продольной динамической проводимостью $\sigma(\omega, q)$,

$$\Pi(\omega, q) = \frac{i\sigma(\omega, q)q^2}{e^2\omega}, \quad (16)$$

в пределе $q \rightarrow 0$ получим

$$\sigma(\omega) \equiv \sigma(\omega, q = 0) = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\Pi(\omega, q)e^2\omega}{iq^2} = \sigma^D(\omega) + \sigma^S(\omega), \quad (17)$$

где выражения $\sigma^D(\omega)$ и $\sigma^S(\omega)$ даются формулами (15), (16) работы [4]. При отсутствии СОВ ($\alpha = 0$) из формул (16) имеем

$$\sigma^S(\omega, q) = 0, \quad \sigma^D(\omega, q) = \frac{ime^2\omega}{q^2\pi} \sum_n \frac{J_n^2(X)n^2\omega_c^2}{\omega^2 - n^2\omega_c^2}, \quad (18)$$

что совпадает с ответом, следующим из формул (30), (38) работы [7]. Заметим, что хотя условие РРА для плазмонов $q \ll p_F$ должно быть выполнено, характеризующий пространственную дисперсию в Π_1, Π_2 параметр X может быть при этом достаточно велик.

Ряды в формулах (14), (15) для Π_1, Π_2 могут быть представлены в свернутом виде через функции Бесселя:

$$\Pi_1(\omega, q) = \frac{m}{\pi} \times \left\{ \frac{1 - J_0^2(X)}{1 - g^2} - \frac{t}{(1 + g)^2} F_1\left(\sqrt{\frac{t}{1 + g}}, X\right) - \frac{t}{(1 - g)^2} F_1\left(\sqrt{\frac{t}{1 - g}}, X\right) \right\}, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \Pi_2(\omega, q) = & \frac{m\lambda^2}{\pi z^2} \left\{ \frac{X^2(1 + z^2)}{2z^2} - \frac{t}{z^2} [-1 + J_0^2(X) + \right. \\ & + \frac{1}{\sqrt{t}} ((\sqrt{t} + z)^3 F_1(\sqrt{t} + z, X) + (\sqrt{t} - z)^3 F_1(\sqrt{t} - z, X))] - \\ & - \frac{X^2\sqrt{t}}{4} [(\sqrt{t} + z - 1)F_1(\sqrt{t} + z - 1, X) + (\sqrt{t} + z + 1)F_1(\sqrt{t} + z + 1, X) + \\ & + (\sqrt{t} - z - 1)F_1(\sqrt{t} - z - 1, X) + (\sqrt{t} - z + 1)F_1(\sqrt{t} - z + 1, X)] - \\ & - 2 \left[(\sqrt{t} + z)F_2(\sqrt{t} + z, X) + (\sqrt{t} - z)F_2(\sqrt{t} - z, X) + \frac{2\sqrt{t}J_1^2(X)}{t - z^2} \right] - \\ & \left. - \frac{X\sqrt{t}}{z} \frac{\partial}{\partial X} [(\sqrt{t} + z)^2 F_1(\sqrt{t} + z, X) - (\sqrt{t} - z)^2 F_1(\sqrt{t} - z, X)] \right\}, \quad (20) \end{aligned}$$

где $t = \omega^2/\omega_c^2$, $z = w/\omega_c = \sqrt{1 + 16\lambda^2/\bar{\omega}_c^2} > 1$, $g = 8\lambda^2/z\bar{\omega}_c$. Для получения формул (19), (20) были использованы формулы суммирования (5.7.13.9) и (5.7.13.14) из книги [12]:

$$F_1(y, X) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_n^2(X)}{y^2 - n^2} \equiv -\frac{J_0^2(X)}{2y^2} + \frac{\pi J_y(X)J_{-y}(X)}{2y \sin(\pi y)},$$

$$\begin{aligned} F_2(y, X) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_{n-1}(X)J_{n+1}(X)}{y^2 - n^2} & \equiv \\ & \equiv \frac{J_1^2(X)}{2y^2} - \frac{\pi J_{1-y}(X)J_{1+y}(X)}{2y \sin(\pi y)}. \end{aligned}$$

4. ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДИСПЕРСИОННОГО УРАВНЕНИЯ

Перейдем к решению дисперсионного уравнения в квазиклассическом приближении. Прежде всего заметим, что поляризационный оператор как функция ω^2 имеет простые полюса, и представим соотношения (14), (15) в более удобном для дальнейшего рассмотрения виде:

$$\Pi_1(t, X) = -\frac{m}{\pi} \sum_{n=1, \pm}^{\infty} \frac{n^2 J_n^2(X)}{(t - c_n^{\pm})}, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \Pi_2(t, X) = & -\frac{m\lambda^2}{\pi z^2} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{b_l(lJ_l(X)/z + XJ'_l(X))^2}{t - b_l}. \quad (22) \end{aligned}$$

Здесь $c_n^\pm = n^2(1 \pm g)$, $b_l = (l - z)^2$, $\bar{\omega}_c = \omega_c/\varepsilon_F$. Тогда дисперсионное уравнение (4) приобретает вид

$$1 - \sum_{n=1, \pm}^{\infty} \frac{n^2 R_n(X)}{(t - c_n^\pm)} - \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{b_l S_l(X)}{t - b_l} = 0, \quad (23)$$

где $R_n(X) = 4J_n^2(X)/(Xd\bar{\omega}_c)$, $S_l(X) = 4\lambda^2(lJ_l(X)/z + XJ_l'(X))^2/(Xd\bar{\omega}_c z^2)$, $d = p_{FAB}$.

При решении уравнения (23) можно выделить такие близкие к полюсам c_n^\pm или b_l области частот, когда достаточно ограничиться учетом лишь нескольких полюсов. Рассмотрим сначала эту ситуацию при отсутствии СОВ. Выделим некоторый полюс n_0 в такой области частот, что $|t - n_0^2| \ll (2|n_0| - 1)$ — расстояния до ближайшего полюса. Тогда дисперсионное уравнение приобретает вид

$$1 - \frac{R_{n_0} n_0^2}{t - n_0^2} - C(t) = 0, \quad (24)$$

где $C(t) = \sum_{n \neq n_0} R_n n^2 / (t - n^2)$. Решаем уравнение (24) итерациями: $t = t^{(0)} + t^{(1)} + \dots$. В нулевом приближении пренебрегаем $C(t)$, считая $C(t) \ll 1$, и находим

$$t_{n_0}^{(0)} = n_0^2(1 + R_{n_0}). \quad (25)$$

Следующее приближение дает

$$t_{n_0}^{(1)} = C(t^{(0)})R_{n_0}n_0^2. \quad (26)$$

Для справедливости описанной процедуры (полюсного приближения) оказывается достаточным выполнение условия $|t_{n_0}^{(0)} - n_0^2| = R_{n_0}n_0^2 \ll (2|n_0| - 1)$, так как тогда $t_{n_0}^{(1)} \ll t_{n_0}^{(0)}$ и $|C(t^{(0)})| \ll 1$. В предельных случаях $X \ll 1$ и $X \gg 1$ это было продемонстрировано в работе [8].

СОВ приводит к ряду изменений в плазмонном спектре. Во-первых, при любом X возникает расщепление бернштейновских мод. Во-вторых, полюса Π_2 дают новые плазмонные ветви — спин-плазмонные колебания, которые в некоторой области магнитных полей могут сближаться между собой или приближаться к ветвям Π_1 и искажать их форму (возникает псевдопересечение ветвей).

Условие близости полюсов существенно зависит от величины z , которая является функцией магнитного поля. Если z не близко ни к целому, ни к полужелому числу, то все полюса далеки друг от друга. При рассмотрении области частот, близкой к дублетному полюсу c_n^\pm (расщепление полюсов $c_n^+ - c_n^- = 2gn^2$ пропорционально λ^2 и поэтому мало), находим

$$t_n^\pm = n^2 \left(1 + \frac{R_n(X)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{R_n(X)}{2}\right)^2 + g^2} \right). \quad (27)$$

Эта формула описывает поведение ветвей n -го дублета Π_1 как функции параметра X . При $X = 0$ функция $R_n(X) = 0$ и $t_n^\pm = c_n^\pm$. При X конечных, вообще говоря, $R_n(X) \gg g$ (исключение составляют области X , близкие к нулям функции Бесселя). В этом случае

$$\begin{aligned} t_n^+ &\approx n^2 + R_n(X)n^2 + \frac{g^2 n^2}{R_n(X)}, \\ t_n^- &\approx n^2 - \frac{g^2 n^2}{R_n(X)}. \end{aligned} \quad (28)$$

Здесь хорошо видно, что верхняя ветвь дублета, как и при отсутствии СОВ, существенно зависит от X (осциллирует с ростом X) [8], а нижняя ветвь от X зависит слабо и близка к решению при $X \ll 1$.

Для частот, примыкающих к полюсу b_l , получаем следующее решение:

$$t_l = b_l + S_l. \quad (29)$$

Так как $S_l \sim \lambda^2$, зависимость этого решения от X слабая. В отсутствие СОВ ($\varepsilon_R = 0$) решение для t_n^\pm переходит в (25). Формула (29) — новое решение, порожденное Π_2 . Условия справедливости полюсного приближения для решений (27), (29) таковы:

$$\begin{aligned} |t_n^\pm - n^2| &\ll \\ &\ll \min \left(2|n| - 1, \left| \left(\left[z + \frac{1}{2} \right] \pm |n| - z \right)^2 - n^2 \right| \right), \end{aligned} \quad (30)$$

$$|t_l - b_l| = S_l \ll \min(d_l, D_l), \quad (31)$$

где

$$\begin{aligned} d_l &= \left| (l - z)^2 - \left(\left[2z - l + \frac{1}{2} \right] - z \right)^2 \right|, \\ D_l &= \left| (l - z)^2 - \left(\left[l - z + \frac{1}{2} \right] \right)^2 \right|. \end{aligned}$$

Символ $[\dots]$ означает целую часть от стоящего в скобках действительного числа.

Если z близко к полужелому числу, т. е. $|z - (r + 1/2)| \ll 1$ ($r = 1, 2, 3, \dots$), то легко показать, что полюса l и l' в Π_2 сближаются при условии $l + l' = 2r + 1$, где l, l' — целые числа. Полюса Π_1 оказываются далеки от полюсов l и l' . Это приводит к новым, порожденным Π_2 , решениям, которые в полюсном приближении имеют вид

$$\begin{aligned} t_{l,l'}^\pm &= \frac{b_l(1 + S_l) + b_{l'}(1 + S_{l'})}{2} \pm \\ &\pm \frac{1}{2} \sqrt{(b_l(1 + S_l) - b_{l'}(1 + S_{l'}))^2 + 4b_l b_{l'} S_l S_{l'}}. \end{aligned} \quad (32)$$

Так, при z близком к $3/2$ ($r = 1, l + l' = 3$) имеем набор плазменных ветвей: $l = 1, l' = 2; l = 0, l' = 3; l = -1, l' = 4$ и т. п. Условие справедливости полюсного приближения для решений (32) можно записать как

$$\left| t_{l,l'}^{\pm} - \frac{b_l + b_{l'}}{2} \right| \ll \min(d_{l,l'}(z), D_l(z), D_{l'}(z)), \quad (33)$$

где

$$d_{l,l'} = \left| \left(\left[z \pm \sqrt{\frac{b_l + b_{l'}}{2}} + \frac{1}{2} \right] - z \right)^2 - \frac{b_l + b_{l'}}{2} \right|$$

— расстояние до ближайшего к полюсам l, l' полюса l'' ($l'' \neq l, l'$).

При z близком к целому числу $|z - r| \ll 1$ ($r = 1, 2, 3, \dots$) сближаются n -й дублет Π_1 и два полюса Π_2 , для которых $l + l' = 2r$. Это происходит при условии $n^2 = (r - l)^2 = (l' - r)^2$. Так, если z близко к 3 ($r = 3, l + l' = 6$), то снова получаем набор плазменных ветвей: $l = 2, l' = 4, |n| = 1; l = 1, l' = 5, |n| = 2; l = 0, l' = 6, |n| = 3; l = -1, l' = 7, |n| = 4$ и т. п. В этом случае взаимодействуют четыре ветви и нужно решать полное уравнение четвертого порядка.

Обратим внимание, что в группах из четырех сближающихся полюсов нет полюсов с $l = r$ ($r = 2, 3, \dots$). С ними связано низкочастотное решение, для которого $\omega = 0$ при $z = r$. Это решение можно приближенно найти из уравнения (23). Выделим в нем полюсное слагаемое с $l = r$, а в остальных членах этого уравнения положим $t = 0$. Тогда формула (23) примет вид

$$K(X) = \frac{b_r S_r}{t - b_r}, \quad (34)$$

здесь

$$\begin{aligned} K(X) &= 1 + \sum_{n \neq 0} \frac{R_n}{1 - g^2} + \sum_{l \neq r} S_l(X) = \\ &= 1 + \frac{4(1 - J_0^2(X))}{X d\bar{\omega}_c (1 - g^2)} + \frac{\lambda^2 X^2}{2z^4} (1 + z^2) - S_r. \end{aligned}$$

В этом приближении из формулы (34) находим плазмонную моду типа (29):

$$t_{l=r} = (r - z)^2 \left(1 + \frac{S_r(X)}{K(X)} \right). \quad (35)$$

Поскольку $S_r \sim \lambda^2$, зависимость от X у этой ветви очень слабая.

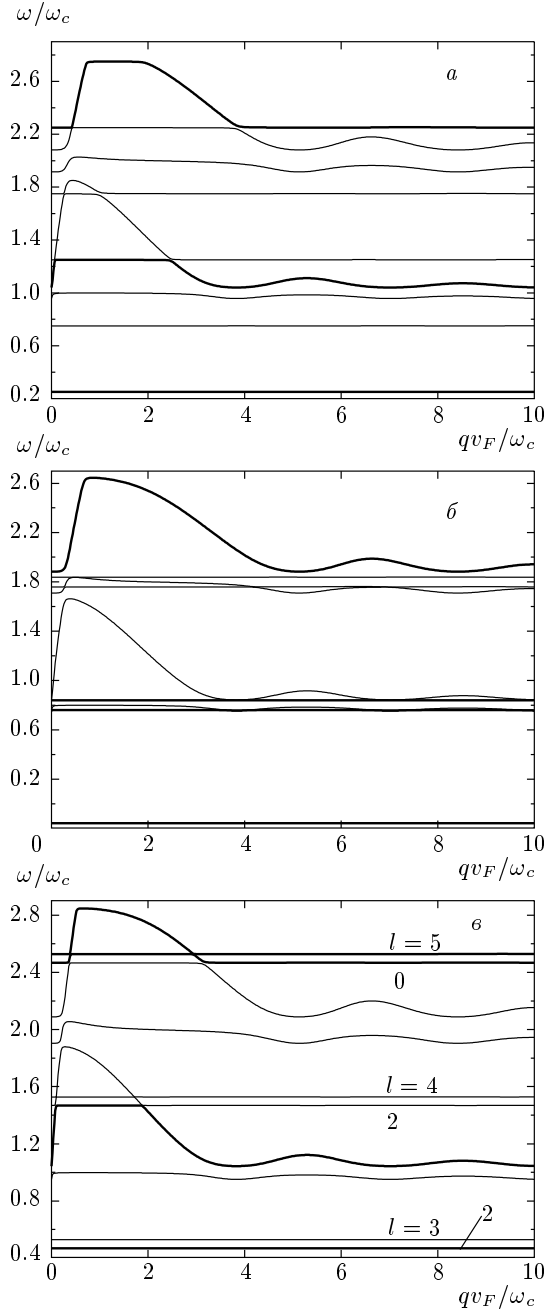


Рис. 1. Зависимость частоты плазмонов от волнового вектора q при $\alpha = 1.44 \cdot 10^6$ см/с: а — $H = 8.74$ кГц ($z = 1.75$), б — $H = 7.45$ кГц ($z = 1.96$), в — $H = 5.56$ кГц ($z = 2.47$)

5. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ СПЕКТРА ПЛАЗМОНОВ И МАГНИТОПЛАЗМОННОГО ПОГЛОЩЕНИЯ

В этом разделе мы приводим результаты численного решения дисперсионного уравнения (23). На

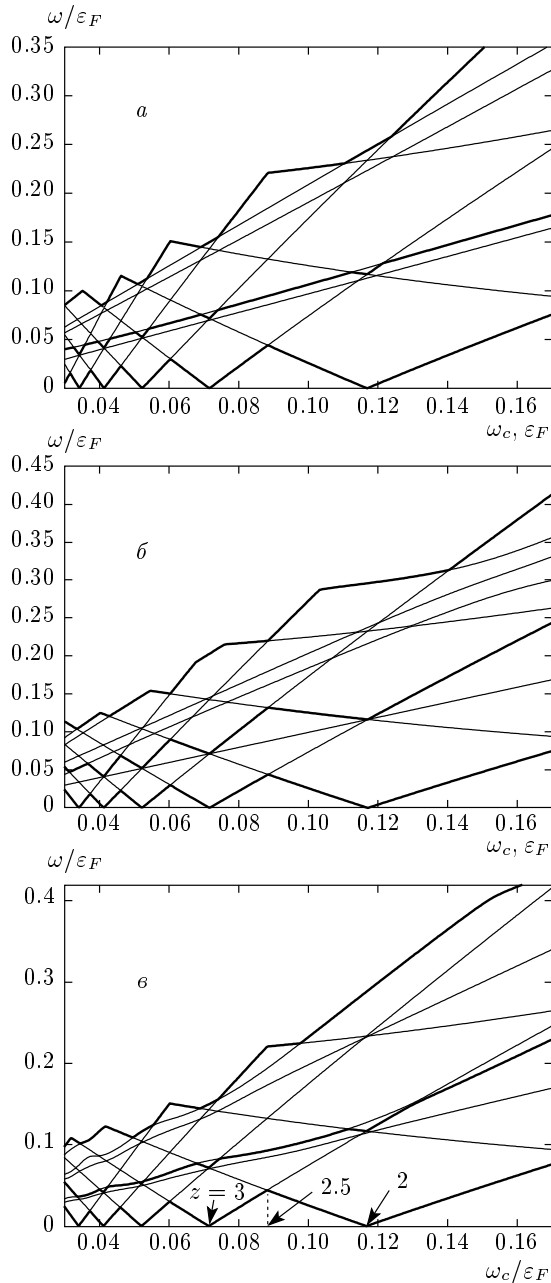


Рис. 2. Магнитная дисперсия плазмонов при $\alpha > 1.44 \cdot 10^6$ см/с: *a* — $q = 400$ см $^{-1}$, *b* — $q = 4 \cdot 10^4$ см $^{-1}$, *v* — $q = 2.5 \cdot 10^5$ см $^{-1}$

рис. 1 и 2 приведены нижние плазменные ветви. Показаны зависимости частоты плазмонов от волнового вектора q (при заданном магнитном поле H) и от H (1.9 кГц $\leq H \leq 11$ кГц) при заданном q . В численных расчетах были использованы следующие параметры: $n_s = 3 \cdot 10^{11}$ см $^{-2}$, $\alpha = 1.44 \cdot 10^6$ см/с, $m = 0.055m_0$, $\kappa = 13$.

На рис. 1 показана q -дисперсия плазменных ветвей. Как и в полюсном приближении (27), верхняя компонента дублета сильно меняется при изменении q , а нижняя компонента изменяется значительно слабее. Поскольку $S_l(X) \sim \lambda^2 \ll 1$, решения, порожденные Π_2 в областях, где нет псевдопересечения ветвей, слабо зависят от q (практически являются константами). Взаимодействие ветвей, как было сказано выше, существенно зависит от величины параметра z . При $z = 1.75$ (рис. 1*a*) полюса далеки друг от друга и имеются псевдопересечения ветвей при некоторых значениях q (см. рис. 1*a*). При $z = 1.96$ (близость к целому числу) сближаются четыре полюса, и на рис. 1*b* видно, что четыре ветви близки друг к другу в широком интервале q . Аналогично при z близком к полуцелому числу на рис. 1*v* видны пары практически параллельных ветвей. Мы поместили их номерами полюсов Π_2 , с которыми они связаны.

На рис. 2 приведена магнитополевая зависимость (магнитная дисперсия) плазменных ветвей для трех значений q . Для каждого значения магнитного поля численно находились девять нижних (по величине частоты) корней дисперсионного уравнения. Как видно, картина спектра $\omega(H)$ получается весьма сложной. Тем не менее можно проследить поведение двух дублетов (при $n = 1$ и $n = 2$), связанных с частью Π_1 поляризационного оператора. Например, вблизи левой и правой границ области ω_c/ε_F на рис. 2*a* дублету $n = 1$ соответствуют третья и четвертая снизу линии, а дублету $n = 2$ — седьмая и восьмая. Видны также моды, в которых частота обращается в нуль при целых значениях z ; их происхождение чисто спин-орбитальное, они связаны с величиной Π_2 . При уменьшении магнитного поля величина z возрастает и, соответственно, возрастает номер порожденной Π_2 плазменной моды.

Перейдем к рассмотрению магнитоплазменного поглощения. Интенсивность поглощения пропорциональна величине $Q = \text{Re}(\sigma_{eff})$, где эффективная проводимость $\sigma_{eff}(\omega, q)$ определяется выражением

$$\sigma_{eff}(\omega, q) = \frac{\sigma(\omega, q)}{1 + 2\pi i q \sigma(\omega, q) / \kappa \omega}. \quad (36)$$

Соотношение между σ и Π дается формулой (16). Знаменатель выражения (36) содержит полюса, определяющие магнитоплазменные ветви, поэтому, чтобы получить конечное поглощение, необходимо ввести затухание. Для этого в формуле (36) делается замена $\omega \rightarrow \omega + i/\tau$ в выражении для $\sigma(\omega, q)$. Для времени релаксации τ было выбрано значение

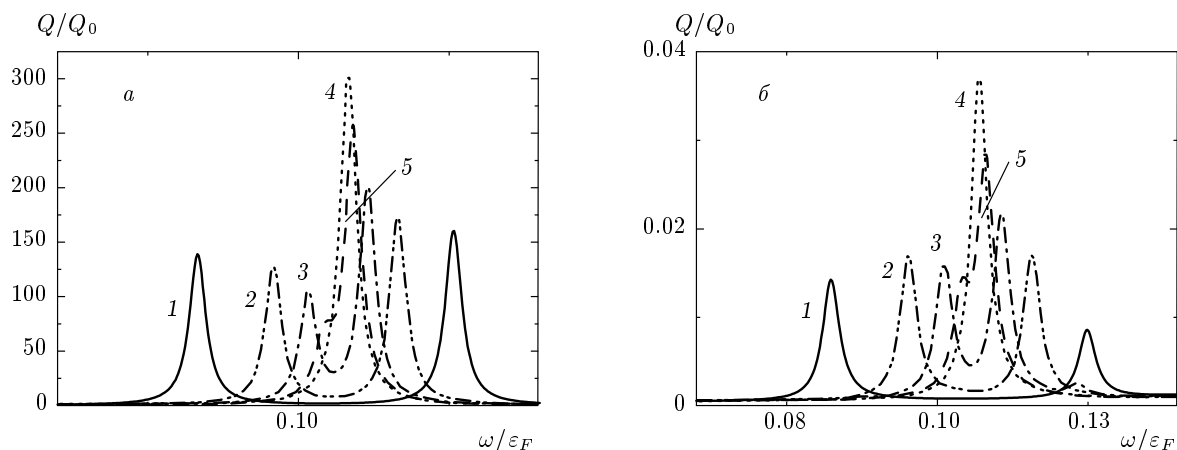


Рис. 3. Частотная зависимость поглощения Q при $H = 6.51$ кГс: $a - q = 400$ см $^{-1}$, $b - q = 2.5 \cdot 10^5$ см $^{-1}$; кривая 1 — $\alpha = 5.76$ см/с, 2 — 2.88 см/с, 3 — 1.44 см/с, 4 — 0, 5 — 0.72 см/с

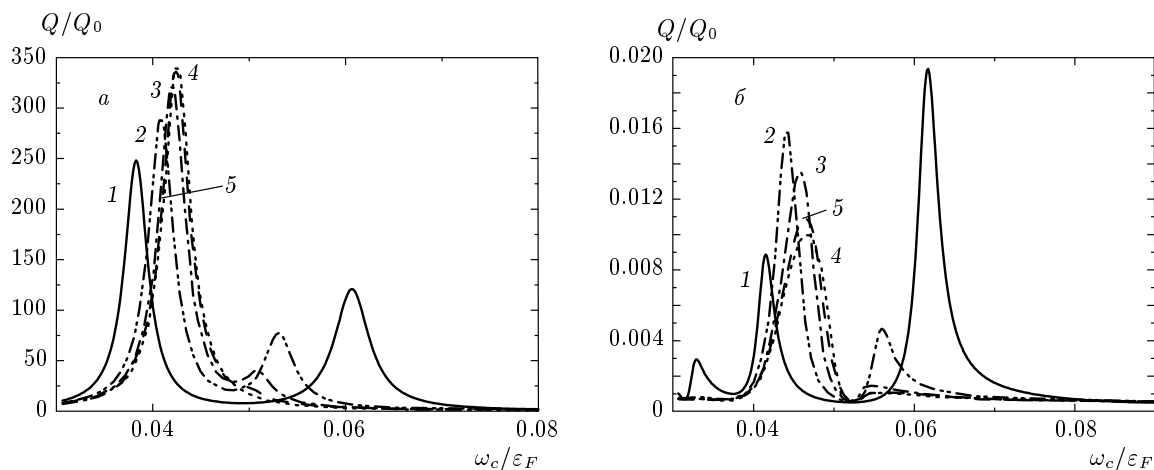


Рис. 4. Магнитопольная зависимость поглощения Q при $\omega/2\pi = 8.33 \cdot 10^9$ Гц: $a - q = 400$ см $^{-1}$, $b - q = 2.5 \cdot 10^5$ см $^{-1}$, обозначения кривых те же, что и на рис. 3

$\tau = m\mu/|e|$, где μ — подвижность в отсутствие магнитного поля. При расчетах для μ использовалось значение 10^6 см 2 ·В/с.

На рис. 3 и 4 представлены частотная и магнитопольная зависимости поглощения Q для различных значений константы спин-орбитальной связи α . Расстояние между полюсами дублета, равное $2g$, увеличивается с ростом α , то же самое можно видеть для соответствующих этим полюсам пиков поглощения. Зависимость интенсивности поглощения от частоты представлена на рис. 3. Пиковая интенсивность поглощения верхней компоненты дублета уменьшается с ростом α , а нижней — увеличивается. Для достаточно больших α ($5.76 \cdot 10^6$ см/с) и при $q = 2.5 \cdot 10^5$ см $^{-1}$ нижняя компонента дублета становится более интенсивной.

Магнитопольные зависимости поглощения при фиксированной частоте внешнего поля представлены на рис. 4. Отметим, что обе зависимости $Q(\omega)$ и $Q(H)$ демонстрируют резкое (до четырех порядков) убывание поглощения при возрастании q от 400 см $^{-1}$ до $2.5 \cdot 10^5$ см $^{-1}$.

На рис. 5 приведена интенсивность поглощения $Q(H)$, причем выбрана область магнитных полей, в которой видны только пики, обусловленные спин-плазмонными ветвями (вклад от Π_2). Величина поглощения в пиках еще меньше, так как Π_2 пропорционально малому параметру λ^2 . Положения пиков находятся сечением горизонтали $\omega = \text{const}$ графиков спектра на рис. 2в. Для примера стрелками отмечены два пика, соответствующие ветви спектра на рис. 2в, обращаемой в нуль при $\omega_c/\epsilon_F = 0.117$.

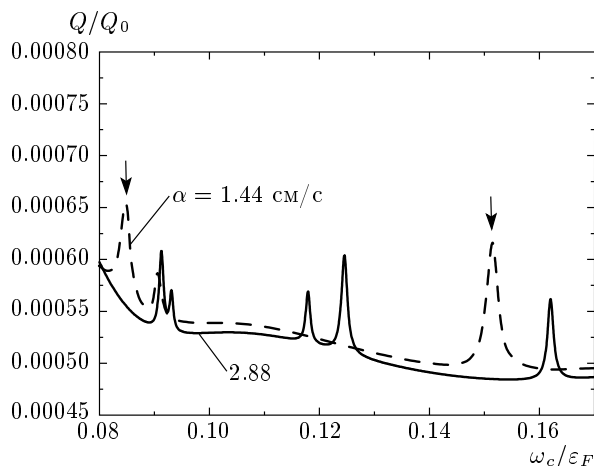


Рис. 5. Магнитополевая зависимость поглощения спин-плазмонами (вклад от Π_2) при $\omega/2\pi = 8.33 \cdot 10^9$ Гц, $q = 2.5 \cdot 10^5$ см $^{-1}$

Сформулируем в заключение основные выводы работы. Магнитоплазменные возбуждения двумерной электронной системы аналогичны межподзонным плазмонам в структурах с многокомпонентной плазмой, т.е. с каждой ветвью спектра связана пара одночастичных уровней. Учет СОВ расщепляет уровни одночастичного спектра, и, соответственно, возникают дополнительные ветви магнитоплазменных колебаний. Эти новые ветви чисто спинового происхождения существенно слабее зависят от волнового числа плазмона и приводят к очень малому (по сравнению с основными ветвями) поглощению электромагнитных волн. Оба этих обстоятельства объясняются малостью константы СОВ.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 08-02-00152) и в рамках Программ РАН.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. V. Tovstonog, L. V. Kulik, I. V. Kukushkin et al., Phys. Rev. B **66**, 241308 (2002); I. V. Kukushkin, J. H. Smet, S. A. Mikhailov et al., Phys. Rev. Lett. **90**, 156801 (2003); И. В. Кукушкин, Д. В. Кулаковский, С. А. Михайлов, Письма в ЖЭТФ **77**, 497 (2003); С. В. Товстоног, Л. В. Кулик, В. Е. Кирпичев и др., Письма в ЖЭТФ **79**, 48 (2004); В. Е. Бишти, В. Е. Кирпичев, Л. В. Кулик и др., Письма в ЖЭТФ **83**, 256 (2006); L. V. Kulik, S. Dickmann, I. K. Drozdov et al., Phys. Rev. B **79**, 121310 (2009).
2. D. Stein, K. Klitzing, and G. Weimann, Phys. Rev. Lett. **51**, 130 (1983); H. L. Stormer, Z. Schlesinger et al., Phys. Rev. Lett. **51**, 126 (1983).
3. M. S. Kushwaha, Phys. Rev. B **74**, 045304-1 (2006).
4. Р. З. Витлина, Л. И. Магарилл, А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **88**, 762 (2008).
5. Ю. А. Бычков, Э. И. Рашба, Письма в ЖЭТФ **39**, 66 (1984).
6. Ю. А. Бычков, В. И. Мельников, Э. И. Рашба, ЖЭТФ **98**, 717 (1990).
7. K. W. Chui and J. J. Quinn, Phys. Rev. B **9**, 4724 (1974).
8. G. R. Aizin and G. Gumbs, Phys. Rev. B **52**, 1890 (1995).
9. Р. З. Витлина, А. В. Чаплик, ЖЭТФ **81**, 1011 (1981).
10. Г. Бейтмен, А. Эрдейи, *Высшие трансцендентные функции*, т. 2, Наука, Москва (1966), с. 199.
11. М. И. Дьяконов, В. И. Перель, ФТТ **81**, 1011 (1981).
12. А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев, *Интегралы и ряды (специальные функции)*, Наука, Москва (1983).