

# СДВИГ И АСИММЕТРИЯ РЕЗОНАНСА НАСЫЩЕННОГО ПОГЛОЩЕНИЯ В ПОЛЕ ВСТРЕЧНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ВОЛН

*Д. В. Бражников<sup>a,\*</sup>, А. В. Тайченачев<sup>a,b</sup>, А. М. Тумайкин<sup>a,b,\*\*</sup>,  
В. И. Юдин<sup>a,b,\*\*</sup>, В. Л. Величанский<sup>c,d</sup>, С. А. Зибров<sup>c,d</sup>*

<sup>a</sup> *Институт лазерной физики Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия*

<sup>b</sup> *Новосибирский государственный университет  
630090, Новосибирск, Россия*

<sup>c</sup> *Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук  
117924, Москва, Россия*

<sup>d</sup> *Московский инженерно-физический институт  
115409, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 7 февраля 2008 г.

Исследуется резонанс насыщенного поглощения в газе атомов в поле встречных световых волн с произвольной эллиптической поляризацией. На основе общего анализа симметрии задачи делается вывод об особенностях формы резонанса. В частности, обнаружен новый эффект, заключающийся в том, что параметры поляризации световых волн могут приводить к асимметрии и сдвигу резонанса. Эти выводы подкреплены приближенным аналитическим решением для перехода  $F_g = 1 \rightarrow F_e = 2$  и численными расчетами. Помимо фундаментального значения полученные результаты могут иметь важные приложения в метрологии (стандарты частоты и времени).

PACS: 42.62.Fi, 32.70.Jz, 06.20.-f

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Лазерная спектроскопия сверхвысокого разрешения [1–7] является одним из основных направлений в лазерной физике и нелинейной оптике. Наиболее просто достаточно узкие резонансы могут быть получены в атомарных и молекулярных газах. В то время как линейная спектроскопия в газах ограничена доплеровским уширением спектральных линий, вызванным тепловым движением частиц газа, методы нелинейной спектроскопии позволяют наблюдать резонансы с шириной, гораздо меньшей доплеровской (субдоплеровские резонансы). Целый класс таких резонансов основан на явлении насыщения атомного перехода, а сами методы образуют лазер-

ную спектроскопию насыщенного поглощения. Насыщение перехода проявляется в зависимости разности населенностей энергетических уровней атомов от интенсивности световой волны. Этот эффект можно наблюдать в различных схемах с использованием двух пучков — пробного и опорного. В этом случае для неоднородно уширенной линии (газ атомов или молекул) становится возможным наблюдение субдоплеровских резонансов.

Наиболее простой схемой наблюдения резонанса насыщения является конфигурация из встречных пучков одинаковой частоты, резонансных оптическому переходу. В газе атомов насыщение обладает скоростной селективностью. Действительно, когда частота лазера далека от центра линии, то, вследствие доплеровских сдвигов частоты для движущихся частиц, под действием лазерных пучков

\*E-mail: llf@laser.nsc.ru

\*\*E-mail: llf@gorodok.net

происходит перераспределение населенностей уровней в разных скоростных группах атомов. При этом образуется селективное по скоростям неравновесное распределение атомов по внутренним степеням свободы (например, дырка Беннетта [8]). При сканировании частоты лазера вблизи атомного перехода волны действуют на одни и те же скоростные группы атомов, что приводит к образованию узких структур (провала или пика) на фоне широкого доплеровского контура. Впервые образование такого нелинейного резонанса в виде провала в мощности генерации газового лазера было предсказано Лэмбом [9, 10].

Резонансы насыщенного поглощения имеют ряд важных фундаментальных и практических приложений. В метрологии такие резонансы применяются для создания стандартов частоты, используемых, например, в навигации, для прецизионной спектроскопии (измерения частот переходов [11, 12] и постоянства мировых констант [13], лэмбовского сдвига [14], постоянной Ридберга [15], изотопического сдвига [16]). Так, одними из наиболее известных оптических стандартов частоты являются He-Ne- и Nd:YAG-лазеры, стабилизируемые по резонансу насыщенного поглощения на колебательно-вращательных переходах молекул метана и йода (см., например, [17]). Также имеются работы, где частота лазера стабилизируется по резонансу насыщенного поглощения, например, в ацетилене [18], в парах щелочных металлов (рубидия [19] и цезия [20]). Метод спектроскопии насыщения позволяет также наблюдать квантовые и релятивистские эффекты (эффект отдачи [12, 21, 22] и световое давление [23], квадратичный эффект Доплера [22, 24]).

К настоящему времени вопросы лазерной спектроскопии насыщения представлены в ряде статей (например, [25, 26]) и монографий. Однако остается ряд принципиальных проблем, требующих более детального теоретического и экспериментального исследования. Одним из таких вопросов является поляризационный аспект взаимодействия атомов с электромагнитным полем, важность которого обусловлена тем, что параметры поляризации излучения (степень эллиптичности, ориентация вектора поляризации) являются равноправными степенями свободы в системе «атомы + поле» наряду с частотой поля и направлением волновых векторов. Поэтому для полноты понимания физики процессов, происходящих в резонансных средах под действием лазерного излучения, необходимо рассмотрение общего случая полей с эллиптической поляризацией.

Большая часть как теоретических, так и экспериментальных исследований проводилась с исполь-

зованием полей, имеющих циркулярную или линейную поляризацию. С точки зрения теории это связано, прежде всего, с математическими трудностями, которые возникают при решении квантовомеханических уравнений в общем случае эллиптической поляризации и обусловлены необходимостью учета зеемановской (низкочастотной) когерентности на резонансных энергетических уровнях. При этом, в отличие от вариантов с линейной и циркулярной поляризациями, эту когерентность невозможно устранить выбором направления оси квантования. Говоря другими словами, ранг системы связанных уравнений и степень их «запутанности» для эллиптической поляризации многократно возрастают. Напомним, что стационарные решения в частных случаях линейной и циркулярной поляризации для любых замкнутых переходов  $F_g \rightarrow F_e$  ( $F_g, F_e$  — полные угловые моменты основного и возбужденного состояний) при чисто радиационной релаксации возбужденного состояния были получены ранее и независимо друг от друга в работах различных авторов [27]. Случай произвольной эллиптической поляризации для небольших значений угловых моментов рассматривался в работах [28], а для  $F_{g,e} \gg 1$ , когда можно перейти к классическому приближению в описании ориентации углового момента, в работах [29]. Стационарные состояния атома, взаимодействующего с одной бегущей плоской эллиптически поляризованной волной для произвольного замкнутого перехода  $F_g \rightarrow F_e$ , были найдены в серии наших работ [30, 31].

Применительно же к резонансу насыщенного поглощения во встречных волнах в большинстве работ систематически исследовались либо двухуровневая невырожденная модель атома (т. е. без учета векторной природы света), либо частные случаи поляризации волн (циркулярные и линейные) [2, 32]. Случай произвольных эллиптических поляризаций световых волн и произвольного перехода  $F_g \rightarrow F_e$  рассматривался в диссертации [31], но только в приближении первых нелинейных поправок. При этом отметим, что во всех перечисленных выше исследованиях форма линии является четной функцией по отстройке. Однако этот факт не представляется универсальным с общефизической точки зрения. Поэтому исследования формы линии резонанса насыщенного поглощения для эллиптических поляризаций волн вне рамок теории возмущений имеет принципиальную важность.

Целью данной статьи является заполнение существующего пробела в исследованиях поляризационных особенностей резонанса насыщенного поглощения, а именно рассмотрение общего случая эллипти-

ческих поляризаций встречных волн вне рамок теории возмущений. При этом основное внимание уделено исследованию формы внутридоплеровского резонанса. Из общего анализа уравнений и геометрии задачи в работе были выявлены особенности, связанные с симметрией формы линии. Показано, что именно в случае эллиптической поляризации возможно наблюдение асимметрии и сдвига резонанса насыщенного поглощения, которые не наблюдаются для линейно и/или циркулярно поляризованных волн.

Стоит отметить, что к настоящему времени известно несколько эффектов, приводящих к сдвигу резонанса насыщенного поглощения. Такими эффектами являются: столкновения атомов газа (столкновительный сдвиг [2, 33]); световое давление [23], изменяющее равновесное распределение атомов по скоростям [34, 35]; квадратичный эффект Доплера [22, 24]; сдвиг из-за кривизны волнового фронта [36] и некоторые другие. Однако эти эффекты имеют другие физические причины, не связанные с поляризационным аспектом взаимодействия.

Кроме того, асимметричные резонансы, даже в случаях линейных и циркулярных поляризаций, могут наблюдаться в методе поляризационной спектроскопии [37], в которой для детектирования сигнала используется поляризатор-анализатор. Однако, в отличие от метода поляризационной спектроскопии, в настоящей работе рассматриваются только сигналы полного поглощения одной или двух волн. Для таких резонансов асимметрия и сдвиг, обусловленные поляризацией волн, ранее не были известны.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим взаимодействие газа атомов с полем встречных эллиптически поляризованных световых волн одной частоты:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_1 \mathbf{e}_1 e^{-i(\omega t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r})} + E_2 \mathbf{e}_2 e^{-i(\omega t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r})} + \text{c.c.} \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{k}_1 = -\mathbf{k}_2$ , а  $\mathbf{e}_1$  и  $\mathbf{e}_2$  — единичные комплексные векторы эллиптической поляризации волн, которые удобно представить в циклическом базисе:

$$\mathbf{e}_j = \sum_{q=0, \pm 1} \mathbf{e}_q e_j^{(q)}, \quad (2)$$

где  $j = 1, 2$ ;  $\mathbf{e}_{\pm 1} = \mp(\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$ ,  $\mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_z$  — орты циклического базиса, а  $e_j^{(q)}$  — контравариантные компоненты единичного вектора поляризации  $j$ -й волны. Направив ось  $z$  вдоль волновых векторов, а ось

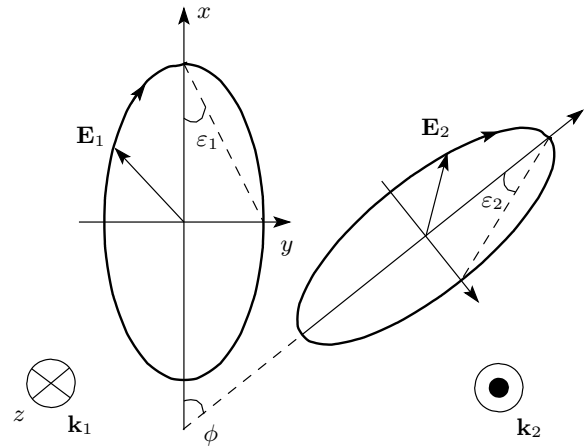


Рис. 1. Взаимная ориентация эллипсов поляризации волн.  $\mathbf{k}_{1,2}$  — волновые векторы волн,  $\varphi$  — угол между главными осями эллипсов

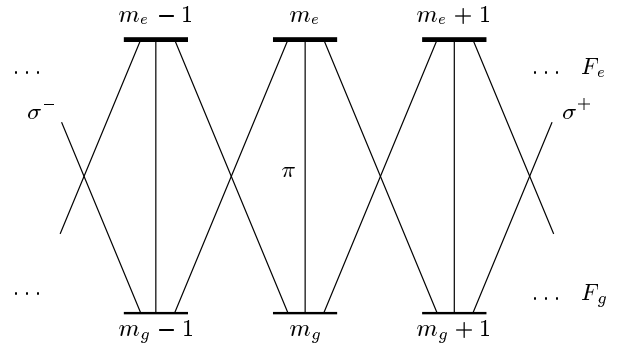


Рис. 2. Схема вырожденных уровней энергии. Обозначены светоиндуцированные переходы  $\sigma^+$ ,  $\sigma^-$  и  $\pi$ -типов

$x$  вдоль главной оси эллипса поляризации волны  $\mathbf{E}_1$ , имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1 &= -\sin(\varepsilon_1 - \pi/4)\mathbf{e}_{-1} - \cos(\varepsilon_1 - \pi/4)\mathbf{e}_{+1}, \\ \mathbf{e}_2 &= -\sin(\varepsilon_2 - \pi/4)e^{i\varphi}\mathbf{e}_{-1} - \cos(\varepsilon_2 - \pi/4)e^{-i\varphi}\mathbf{e}_{+1}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $\varphi$  — угол между главными осями эллипсов поляризации волн (см. рис. 1). Параметр эллиптичности  $\varepsilon$  определен в интервале  $-\pi/4 \leq \varepsilon \leq \pi/4$ , причем  $\text{tg} \varepsilon$  есть отношение полуосей эллипса, а знак  $\varepsilon$  задает направление вращения электрической составляющей светового поля. Таким образом, частные значения  $\varepsilon = \pm\pi/4, 0$  отвечают соответственно циркулярной (правой и левой) и линейной поляризациям.

Поле (1) возбуждает дипольный переход  $F_g \rightarrow F_e$  с вырожденными по проекциям полного углового момента  $F$  основным ( $g$ ) и возбужденным ( $e$ ) состояни-

ями (рис. 2). В резонансном приближении оператор взаимодействия атома с полем есть

$$\hat{V} = \hbar R_1 \hat{V}_1(\mathbf{r}, t) + \hbar R_2 \hat{V}_2(\mathbf{r}, t) + \text{H.c.} \quad (4)$$

Здесь  $R_{1,2} = -d E_{1,2}/\hbar$  — частоты Раби,  $d$  — приведенный матричный элемент оператора дипольного момента атома, безразмерные операторы взаимодействия  $\hat{V}$  имеют вид

$$\hat{V}_j(\mathbf{r}, t) = \hat{V}_j e^{-i(\omega t - \mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r})}, \quad (5)$$

где

$$\hat{V}_j = \hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{e}_j = \sum_{q=0,\pm 1} \hat{T}_q e_j^{(q)}, \quad j = 1, 2. \quad (6)$$

Циклические компоненты оператора  $\hat{\mathbf{T}}$  выражаются через коэффициенты Клебша – Гордана:

$$\hat{T}_q = \sum_{m_e, m_g} C_{F_g, m_g; 1q}^{F_e, m_e} |F_e, m_e\rangle \langle F_g, m_g|, \quad (7)$$

где  $m_a$  — проекции полных угловых моментов основного ( $a = g$ ) и возбужденного ( $a = e$ ) состояний на ось квантования  $z$ , и пробегает значения  $m_a = -F_a, -F_a + 1, \dots, F_a$ . Взаимодействие атомов со световым полем будем рассматривать в рамках стандартного метода атомной матрицы плотности  $\hat{\rho}$ , уравнение для которой имеет вид

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla\right) \hat{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [(\hat{H}_0 + \hat{V}), \hat{\rho}] + \hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\}. \quad (8)$$

Здесь  $\mathbf{v}$  — скорость атома,  $\nabla$  — оператор градиента, оператор

$$\hat{H}_0 = \sum_{i=g,e} \sum_{m_i} E_i |F_i, m_i\rangle \langle F_i, m_i|$$

— гамильтониан невозмущенного атома, а оператор  $\hat{\Gamma}$  описывает различные процессы релаксации. Матрицу плотности можно разбить на четыре блока:

$$\hat{\rho} = \hat{\rho}^{gg} + \hat{\rho}^{ee} + \hat{\rho}^{ge} + \hat{\rho}^{eg},$$

где каждый из блоков есть матрица

$$\hat{\rho}^{ab} = \sum_{m_a, m_b} \rho_{m_a m_b}^{ab} |F_a, m_a\rangle \langle F_b, m_b|,$$

причем в силу эрмитовости матрицы плотности  $\hat{\rho}$  имеем  $\hat{\rho}^{gg\dagger} = \hat{\rho}^{gg}$ ,  $\hat{\rho}^{ee\dagger} = \hat{\rho}^{ee}$ ,  $\hat{\rho}^{eg\dagger} = \hat{\rho}^{ge}$ . Матрицы плотности  $\hat{\rho}^{gg}$ ,  $\hat{\rho}^{ee}$  описывают распределение атомов по магнитным подуровням соответственно основного и возбужденного состояний,  $\hat{\rho}^{ge}$  и  $\hat{\rho}^{eg}$  — матрицы оптической когерентности между основным и возбужденным состояниями. Уравнения для

матриц  $\hat{\rho}^{ab}$  (оптические уравнения Блоха) имеют вид

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla + i\omega_0 + \gamma_{eg}\right) \hat{\rho}^{eg} = \\ = - \sum_{j=1,2} i R_j [\hat{V}_j(\mathbf{r}, t) \hat{\rho}^{gg} - \hat{\rho}^{ee} \hat{V}_j(\mathbf{r}, t)], \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla + \gamma_0\right) \hat{\rho}^{ee} = \\ = - \sum_{j=1,2} i [R_j \hat{V}_j(\mathbf{r}, t) \hat{\rho}^{eg\dagger} - R_j^* \hat{\rho}^{eg} \hat{V}_j^\dagger(\mathbf{r}, t)], \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla\right) \hat{\rho}^{gg} = \hat{\Gamma}^{gg}\{\hat{\rho}\} - \\ - \sum_{j=1,2} i [R_j^* \hat{V}_j^\dagger(\mathbf{r}, t) \hat{\rho}^{eg} - R_j \hat{\rho}^{eg\dagger} \hat{V}_j(\mathbf{r}, t)], \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\omega_0$  — частота дипольного перехода,  $\gamma_0$  — константа радиационного затухания возбужденного состояния,  $\gamma_{eg}$  — константа релаксации оптических когерентностей, оператор  $\hat{\Gamma}^{gg}$  описывает приход атомов с возбужденного состояния в основное за счет спонтанного распада:

$$\hat{\Gamma}^{gg}\{\hat{\rho}^{ee}\} = \beta \gamma_0 (2F_e + 1) \sum_{q=0,\pm 1} \hat{T}_q^\dagger \hat{\rho}^{ee} \hat{T}_q. \quad (12)$$

Здесь  $0 \leq \beta \leq 1$ , причем  $\beta = 1$  соответствует закрытому (циклическому) переходу. Пролет атома через поперечное сечение светового пучка будем также моделировать соответствующей константой  $\Gamma$ , поэтому в выражениях (9)–(11) градиент будем брать только по продольной координате. В настоящей работе мы рассматриваем стационарный режим, когда  $\partial \hat{\rho}^{gg} / \partial t = \partial \hat{\rho}^{ee} / \partial t = 0$ , что, строго говоря, отвечает случаю бесконечного времени взаимодействия атома с полем (1). На практике условие стационарности взаимодействия означает, что время  $\tau$  такого взаимодействия много больше времени характерных релаксационных процессов по внутренним степеням свободы атома.

В настоящей работе мы пренебрежем нелинейными интерференционными эффектами [2]. Для этого воспользуемся приближением низших пространственных гармоник: для заселенностей  $\hat{\rho}^{g,e}$  оставим только нулевые, а для оптических когерентностей  $\hat{\rho}^{ge}$ ,  $\hat{\rho}^{eg}$  только первые гармоники,

$$\hat{\rho}^{eg} = \hat{\rho}_1^{eg} e^{-i(\omega t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r})} + \hat{\rho}_2^{eg} e^{-i(\omega t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r})}. \quad (13)$$

Учет высших гармоник в случае «горячего» газа и умеренных интенсивностей полей приводит лишь к

несущественным, в нашем случае количественным, изменениям формы резонанса [1–5]. Кроме того, в наших расчетах будем полагать, что среда оптически тонкая, поэтому величины  $\hat{\rho}_{1,2}^{eg}$  не зависят от координат. Подставляя (13) в уравнения (9)–(11), получаем систему только для матриц плотности основного и возбужденного уровней:

$$(\gamma_0 + \Gamma)\hat{\rho}^{ee} = \sum_{j=1,2} \left( 2\gamma_{eg}S_j\hat{V}_j\hat{\rho}^{gg}\hat{V}_j^\dagger - \gamma_{eg}S_j\{\hat{V}_j\hat{V}_j^\dagger, \hat{\rho}^{ee}\} + i\delta_jS_j[\hat{V}_j\hat{V}_j^\dagger, \hat{\rho}^{ee}] \right), \quad (14)$$

$$\Gamma(\hat{\rho}^{gg} - \hat{\rho}_0^{gg}) = \hat{\Gamma}^{gg}\{\hat{\rho}^{ee}\} + \sum_{j=1,2} \left( 2\gamma_{eg}S_j\hat{V}_j^\dagger\hat{\rho}^{ee}\hat{V}_j - \gamma_{eg}S_j\{\hat{V}_j^\dagger\hat{V}_j, \hat{\rho}^{gg}\} - i\delta_jS_j[\hat{V}_j^\dagger\hat{V}_j, \hat{\rho}^{gg}] \right). \quad (15)$$

Здесь

$$\delta_j = \omega - \omega_0 - \mathbf{k}_j \cdot \mathbf{v}, \quad j = 1, 2 \quad (16)$$

— отстройка частоты  $j$ -й волны от частоты перехода с учетом доплеровского сдвига,  $\gamma_{eg} = \Gamma + \gamma_0/2$ , матрица  $\hat{\rho}_0^{gg}$  соответствует изотропному распределению атомов по магнитным подуровням основного состояния в отсутствие светового поля и нормировано условием  $\text{Tr}\{\hat{\rho}_0^{gg}\} = f(v)$ , где  $f(v)$  — распределение атомов по скоростям. Параметры  $S_i$  насыщения волн задаются выражением

$$S_i = \frac{|R_i|^2}{\gamma_{eg}^2 + \delta_i^2}. \quad (17)$$

Как известно, полное поглощение световых волн (полная флюоресценция газовой среды) пропорционально полной заселенности возбужденного уровня:

$$A_{total} \propto \text{Tr}\{\hat{\rho}^{ee}\}. \quad (18)$$

Для газа атомов выражение (18) должно быть также усреднено по скоростному распределению Максвелла:

$$\langle A_{total} \rangle \propto \int_{-\infty}^{\infty} A_{total}(\mathbf{v}) \exp\left(-\frac{v^2}{v_0^2}\right) d\mathbf{v}. \quad (19)$$

Последнее выражение соответствует сигналу полного поглощения (обеих встречных волн). Если в качестве сигнала рассматривается поглощение только одной волны, так называемого пробного пучка (например  $\mathbf{E}_1$ ), то из уравнений Максвелла и Блоха следует выражение для поглощения:

$$A_{probe} \propto S_1[\text{Tr}\{\hat{\rho}^{gg}\hat{V}_1^\dagger\hat{V}_1\} - \text{Tr}\{\hat{\rho}^{ee}\hat{V}_1\hat{V}_1^\dagger\}], \quad (20)$$

которое также должно быть усреднено по скоростному распределению:

$$\langle A_{probe} \rangle \propto \int_{-\infty}^{\infty} A_{probe}(\mathbf{v}) \exp\left(-\frac{v^2}{v_0^2}\right) d\mathbf{v}. \quad (21)$$

### 3. ОБЩИЙ АНАЛИЗ УРАВНЕНИЙ И ГЕОМЕТРИИ ПОЛЕЙ

#### 3.1. Анализ уравнений

Некоторые особые свойства решения уравнений (14), (15) для произвольных параметров поляризации по сравнению с частными случаями (линейной и циркулярной) можно выявить уже из общего исследования уравнений, без привлечения явного вида решения. В уравнениях (14), (15) есть как четные, так и нечетные слагаемые относительно отстроек  $\delta_{1,2}$ , причем последние входят в виде коммутаторов:

$$i\delta_jS_j[\hat{V}_j\hat{V}_j^\dagger, \hat{\rho}^{ee}], \quad i\delta_jS_j[\hat{V}_j^\dagger\hat{V}_j, \hat{\rho}^{gg}]. \quad (22)$$

Покажем, что если данные слагаемые равны нулю, то спектроскопический сигнал (19) или (21) будет четной функцией по отстройке  $\delta_0 = \omega - \omega_0$ . Действительно, если из уравнений (14), (15) исчезают слагаемые (22), то решение будет четной функцией по отстройкам  $\delta_1$  и  $\delta_2$  (16). Далее можно показать, что после усреднения по скоростному максвелловскому распределению это решение будет четным и по  $\delta_0$ . Так, неусредненный сигнал (18) или (20), четный по  $\delta_{1,2}$ , можно представить в виде

$$f(\delta_1, \delta_2) = \sum_{n,m=0,1,\dots} a_{nm}\delta_1^{2n}\delta_2^{2m}, \quad (23)$$

где  $a_{nm}$  — коэффициенты разложения в ряд. Поскольку максвелловское усреднение, (19) или (21), является четным по  $v$ , для анализа симметрии усредненного сигнала следует рассмотреть сумму выражений (23) от двух симметричных скоростных групп атомов ( $v$  и  $-v$ ):

$$\begin{aligned} & \sum_{n,m=0,1,\dots} a_{nm}(\delta_1^{2n}\delta_2^{2m} \Big|_v + \delta_1^{2n}\delta_2^{2m} \Big|_{-v}) = \\ & = \sum_{n,m=0,1,\dots} a_{nm}(\delta_1^{2n}\delta_2^{2m} + \delta_2^{2n}\delta_1^{2m}). \end{aligned} \quad (24)$$

В сумме, стоящей в правой части (24), было учтено, что при замене  $kv \leftrightarrow -kv$ , из (16) имеем  $\delta_1 \leftrightarrow \delta_2$ . Теперь остается показать, что выражение (24) инвариантно относительно преобразования  $\delta_0 \rightarrow -\delta_0$ . Действительно, при таком преобразовании, исходя

из (16), имеем  $\delta_1^{2n} \rightarrow \delta_2^{2n}$  и аналогично  $\delta_2^{2m} \rightarrow \delta_1^{2m}$  (где  $n, m = 0, 1, \dots$ ), т. е. слагаемые в скобках в правой части (24) просто меняются местами, оставляя всю сумму (24) неизменной. Иными словами, сигнал (24), четный по  $\delta_{1,2}$ , оказывается четным и по  $\delta_0$ .

Теперь найдем те частные случаи, при которых коммутаторы (22) обращаются в нуль. Очевидно, что это выполняется в простейшей модели двух невырожденных уровней энергии атома (скалярная модель). При этом матрицы  $\hat{\rho}^{gg}$ ,  $\hat{\rho}^{ee}$ ,  $\hat{V}_j \hat{V}_j^\dagger$  и  $\hat{V}_j^\dagger \hat{V}_j$  являются просто числами, которые перестановочны друг с другом, и коммутаторы (22) равны нулю.

Далее рассмотрим случай циркулярно поляризованных волн  $|\varepsilon_{1,2}| = \pi/4$ . При  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$  имеют место либо  $\sigma^+$ -, либо  $\sigma^-$ -переходы (напомним, что ось квантования направлена вдоль волновых векторов волн). Как легко понять из рис. 3а, матрицы плотности  $\hat{\rho}^{gg}$  и  $\hat{\rho}^{ee}$  будут диагональными, так же как и операторы  $\hat{V}_j \hat{V}_j^\dagger$  и  $\hat{V}_j^\dagger \hat{V}_j$ . Известно, что диагональные матрицы коммутируют, поэтому коммутаторы (22) равны нулю.

Если же  $\varepsilon_1 = -\varepsilon_2 = \pm\pi/4$ , то будут иметь место как  $\sigma^+$ -, так и  $\sigma^-$ -переходы, индуцируемые разными волнами (рис. 3б). В случае встречных волн и «горячего» газа атомов нелинейными интерференционными эффектами между волнами можно пренебречь. Это означает, что соответствующие матрицы, входящие в коммутаторы (22), являются диагональными, а сами коммутаторы обращаются в нуль.

При параллельных линейных поляризациях ( $\varepsilon_{1,2} = 0$ ) ось квантования удобно направить вдоль векторов поляризации волн. При этом будут иметь место только  $\pi$ -переходы с сохранением проекции полного углового момента (см. рис. 3в), матрицы  $\hat{\rho}^{gg}$ ,  $\hat{\rho}^{ee}$ ,  $\hat{V}_j \hat{V}_j^\dagger$  и  $\hat{V}_j^\dagger \hat{V}_j$  снова будут диагональными и коммутаторы (22) равны нулю.

В общем же случае эллиптических поляризаций невозможно направить ось квантования так, чтобы матрицы  $\hat{\rho}^{gg}$  и  $\hat{\rho}^{ee}$  были диагональными, так как каждая из волн индуцирует различные типы переходов (рис. 3г), образуя зеемановские когерентности (когерентности между магнитными подуровнями одного уровня). При этом можно ожидать, что спектроскопический сигнал обретет асимметрию относительно центра ( $\delta_0 = 0$ ).

В заключение данного пункта отметим еще раз, что если коммутаторы (22) равны нулю, то спектроскопический сигнал будет четной функцией по отстройке  $\delta_0$ . Если же коммутаторы не обращаются в нуль, то сигнал может быть функцией общего вида по отстройке, т. е. приобретет асимметрию относительно центра линии. Однако есть частные случаи,

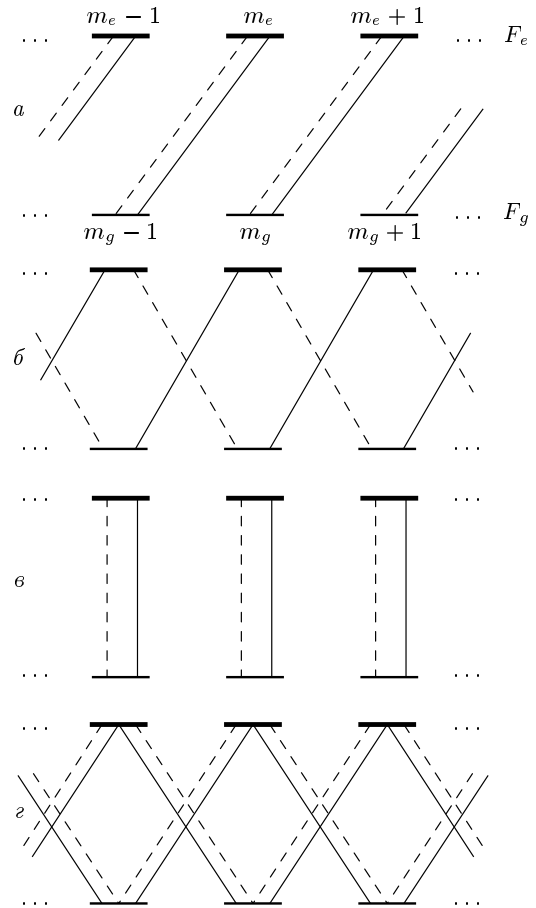


Рис. 3. Схемы светоиндуцированных переходов для различных поляризаций волн: а — циркулярно поляризованные волны,  $\varepsilon_{1,2} = \pi/4$ ; б — противоположно циркулярно поляризованные волны  $\varepsilon_1 = -\varepsilon_2 = \pi/4$ ; в — параллельные линейные поляризации; г — общий случай эллиптической поляризации. В случае в ось квантования направлена вдоль вектора поляризации волн, в остальных случаях — вдоль направления распространения световых волн. Сплошные и штриховые линии обозначают переходы, индуцируемые различными волнами

при которых коммутаторы не равны нулю, но, тем не менее, сигнал есть четная функция по отстройке. Для некоторых таких случаев ответ может дать анализ симметрии, который будет проведен ниже.

### 3.2. Анализ симметрии

Поиск конфигураций, оставляющих спектроскопический сигнал симметричным (четным по  $\delta_0$ ), можно проводить на основе общего анализа геометрии полей (см., например, [38, 39]). Направим ось

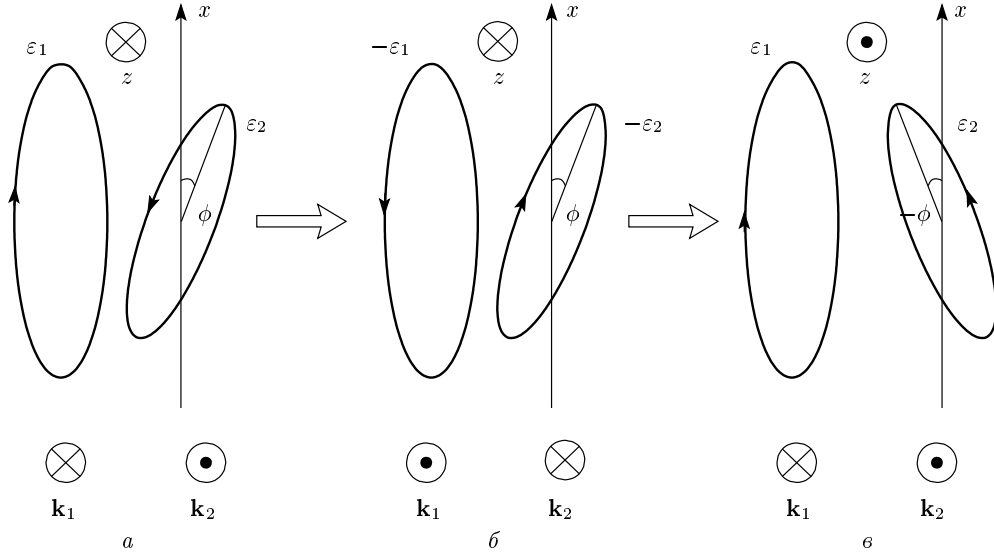


Рис. 4. Геометрия задачи при произвольных параметрах поляризации: *a* — начальная геометрия, *б* — конфигурация *a* после преобразования (29), *в* — конфигурация *б* после поворота вокруг оси *x*

квантования  $z$  перпендикулярно плоскости эллипсов поляризации, а ось  $x$  вдоль главной оси одного из эллипсов поляризации, например, эллипса волны  $\mathbf{E}_1$ . Общая геометрия полей показана на рис. 4*a*. Спектроскопический сигнал  $A$ , как следует из формул (18), (20), выражается через след некоторой матрицы  $\widehat{M}$ . Так, при наблюдении за полным поглощением (флюоресценция от обеих волн) матрица  $\widehat{M}$  есть просто матрица плотности возбужденного состояния  $\widehat{\rho}^{ee}$ . В случае наблюдения за поглощением пробной волны (например  $\mathbf{E}_1$ ) имеем

$$\widehat{M} = \widehat{V}_1 \widehat{\rho}^{gg} \widehat{V}_1^\dagger - \widehat{\rho}^{ee} \widehat{V}_1 \widehat{V}_1^\dagger. \quad (25)$$

Спектроскопический сигнал зависит от следующих геометрических параметров задачи:

$$A = \text{Tr}\{\widehat{M}(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varphi, \delta_0, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{v})\}. \quad (26)$$

Выявим те параметры поляризации ( $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  и  $\varphi$ ), при которых сигнал является чётным по отстройке  $\delta_0$ :

$$\begin{aligned} A(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varphi, -\delta_0, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{v}) &= \\ &= A(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varphi, \delta_0, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{v}). \end{aligned} \quad (27)$$

$A$  является вещественной физической величиной, поэтому вместо  $\widehat{M}$  можно использовать комплексно-сопряжённую матрицу  $\widehat{M}^*$ :

$$\begin{aligned} A &= \text{Tr}\{\widehat{M}(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varphi, \delta_0, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{v})\} = \\ &= \text{Tr}\{\widehat{M}^*(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varphi, \delta_0, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{v})\}. \end{aligned} \quad (28)$$

В общем случае уравнения для  $\widehat{M}$  и  $\widehat{M}^*$  различны. Однако нетрудно заметить, что операция сопряжения уравнений для матрицы плотности эквивалентна совокупности следующих преобразований:

$$\begin{aligned} t &\rightarrow -t, \quad \delta_0 \rightarrow -\delta_0, \quad \varepsilon_{1,2} \rightarrow -\varepsilon_{1,2}, \quad \varphi \rightarrow \varphi, \\ \mathbf{k}_{1,2} &\rightarrow -\mathbf{k}_{1,2}, \quad \mathbf{v} \rightarrow \mathbf{v}. \end{aligned} \quad (29)$$

Другими словами,

$$\begin{aligned} \text{Tr}\{\widehat{M}^*(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varphi, \delta_0, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{v})\} &= \\ = \text{Tr}\{\widehat{M}(-\varepsilon_1, -\varepsilon_2, \varphi, -\delta_0, -\mathbf{k}_1, -\mathbf{k}_2, \mathbf{v})\}. \end{aligned} \quad (30)$$

В силу симметричного усреднения (19) знак  $\mathbf{v}$  можно не учитывать и исключить  $\mathbf{v}$  из списка параметров (поэтому в последующих рисунках не отмечено направление скорости атома). При таком преобразовании конфигурация рис. 4*a* перейдет в конфигурацию рис. 4*б*.

Как известно, след матрицы является инвариантной величиной по отношению к поворотам и отражениям осей координат. Поэтому такие операции не изменяют спектроскопический сигнал (18), (20) или (26). Совершая поворот на угол  $\pi$  вокруг оси  $x$ , приходим к конфигурации, изображенной на рис. 4*в*. Таким образом, имеем

$$\begin{aligned} \text{Tr}\{\widehat{M}(-\varepsilon_1, -\varepsilon_2, \varphi, -\delta_0, -\mathbf{k}_1, -\mathbf{k}_2)\} &= \\ = \text{Tr}\{\widehat{M}(\varepsilon_1, \varepsilon_2, -\varphi, -\delta_0, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)\}, \end{aligned} \quad (31)$$

а с учетом соотношений (28) и (30) окончательно находим

$$A(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varphi, \delta_0, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = A(\varepsilon_1, \varepsilon_2, -\varphi, -\delta_0, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2). \quad (32)$$

Таким образом, из анализа симметрии не следует выполнение равенства (27), а именно, сигнал не изменится только при одновременной смене знаков у  $\delta_0$  и  $\varphi$ . Иными словами, в общем случае спектроскопический сигнал может не быть четным по отстройке  $\delta_0$ . Однако в некоторых частных конфигурациях сигнал является четной функцией по отстройке  $\delta_0$ . Например, из рис. 4 ясно, что конфигурации, показанные на рис. 4а и рис. 4б будут идентичными, если  $\varphi = 0, \pm\pi/2$ .

Аналогично можно рассмотреть и другие частные случаи. В результате анализа симметрии мы обнаружили, что для произвольного перехода  $F_g \rightarrow F_e$  сигнал является четным по отстройке для следующих конфигураций.

1. Соосные эллиптические поляризации ( $\varepsilon_{1,2} \neq 0$ ) при  $\varphi = 0, \pi/2$  для любых амплитуд  $E_{1,2}$ .

2. Линейные поляризации ( $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$ ) для произвольных  $\varphi$  и  $E_{1,2}$ .

Для сигнала полного поглощения (19), пропорционального интенсивности флюоресценции, когда можно не учитывать знаки  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$ , существует дополнительная конфигурация.

3. Одинаковые поляризации и амплитуды волн ( $\varepsilon_1 = \varepsilon_2, E_1 = E_2$ ) для любых  $\varphi$ .

Кроме того, численный анализ показывает, что для рассматриваемых релаксационных процессов сигнал является четной функцией отстройки  $\delta_0$  на переходах с небольшими значениями полных угловых моментов  $F_g = 0 \rightarrow F_e = 1, F_g = 1 \rightarrow F_e = 0, F_g = 1/2 \rightarrow F_e = 1/2$  и  $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$  при любых параметрах поляризации волн. Однако, если в системе присутствует деполяризация в возбужденном и/или в основном состояниях (из-за столкновений частиц газа между собой или с буфером), то асимметрия сигнала поглощения может наблюдаться и для этих простейших переходов.

#### 4. АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ

Естественно, что особенности симметрии спектроскопического сигнала по отношению к параметрам поляризации можно обнаружить и из явного аналитического вида решения уравнений (14), (15). В качестве конкретного примера рассмотрим закрытый переход  $F_g = 1 \rightarrow F_e = 2$  в отсутствие про-

летных эффектов ( $\Gamma = 0$ ). В пределе слабого насыщения перехода ( $S_{1,2} \ll 1$ ) уравнения (14), (15) возможно замкнуть только на матрицу основного состояния  $\hat{\rho}^{gg}$ :

$$\sum_{j=1,2} \left( \hat{\Gamma}^{gg} \{ S_j \hat{V}_j \hat{\rho}^{gg} \hat{V}_j^\dagger \} - \gamma_{eg} S_j \{ \hat{V}_j^\dagger \hat{V}_j, \hat{\rho}^{gg} \} - i \delta_j S_j [ \hat{V}_j^\dagger \hat{V}_j, \hat{\rho}^{gg} ] \right) = 0. \quad (33)$$

Это уравнение необходимо дополнить условием нормировки:

$$\text{Tr} \{ \hat{\rho}^{gg} \} \approx 1. \quad (34)$$

Рассмотрим, например, поглощение одной пробной волны (20). Решая (33) и (34), получим выражение для  $A_{probe}$ , которое удобно представить в виде

$$A_{probe}(\delta_0, \mathbf{v}) = \frac{\sum_{i,j=0}^2 a_{ij} \delta_1^i \delta_2^j}{\sum_{i,j=0}^2 b_{ij} \delta_1^i \delta_2^j}. \quad (35)$$

Коэффициенты  $a_{ij}$  и  $b_{ij}$  зависят от параметров поляризации и от  $S_{1,2}$ , т.е. являются четными функциями по  $\delta_{1,2}$ . Кроме того,

$$a_{12} = a_{21} = b_{12} = b_{21} = 0, \quad a_{01} = -a_{10}, \quad b_{01} = -b_{10}. \quad (36)$$

Далее, так как спектроскопический сигнал есть усредненное по симметричному максвелловскому распределению выражение (35), то анализ симметрии нужно проводить для выражения вида

$$A = A_{probe}(\delta_0, \mathbf{v}) + A_{probe}(\delta_0, -\mathbf{v}). \quad (37)$$

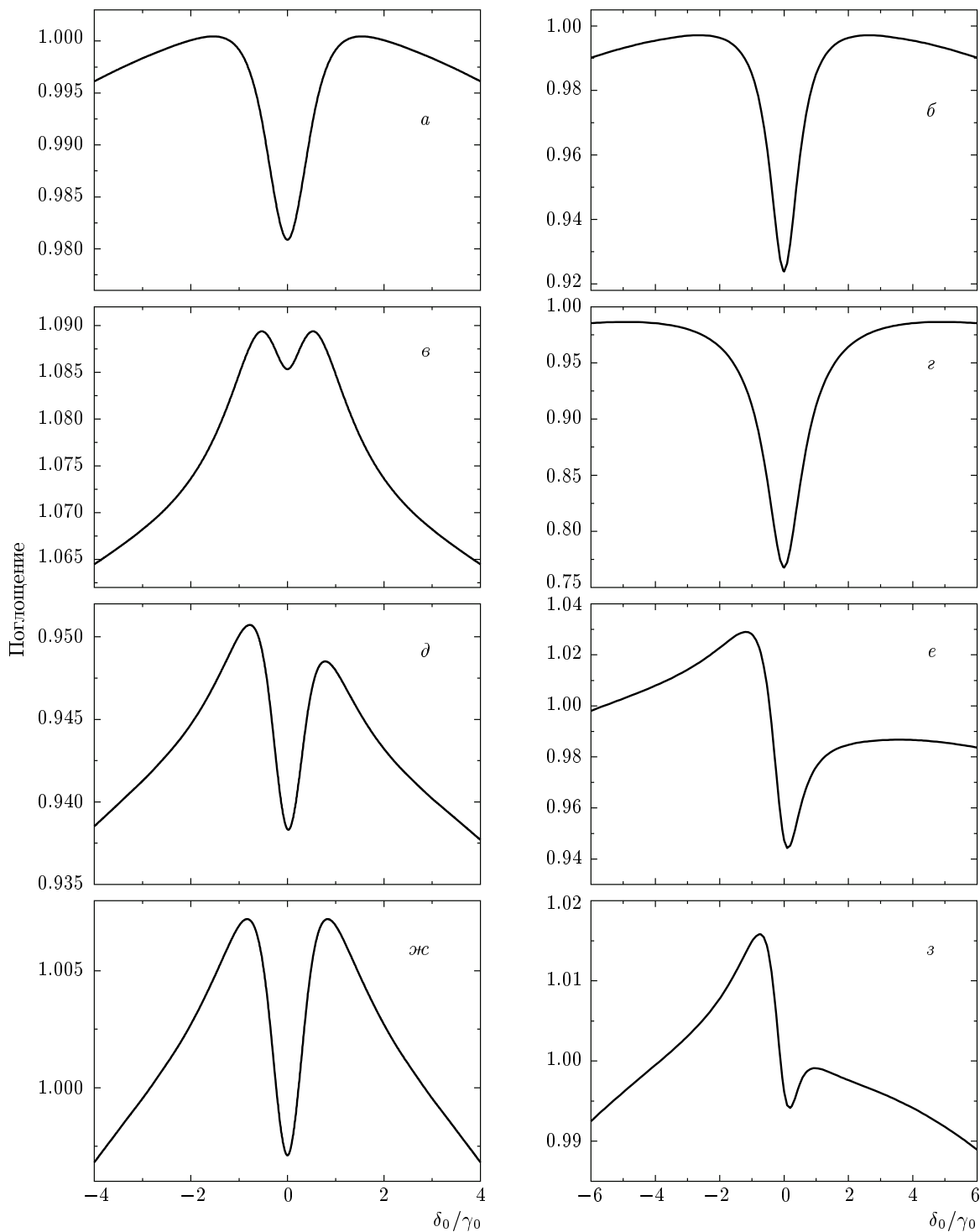
С учетом (35) и (36) из последнего выражения следует, что если  $a_{01} = b_{01} = 0$ , то  $A(\delta_0) = A(-\delta_0)$ . Выделим поляризационную часть для этих коэффициентов:

$$a_{01} \propto \sin(2\varphi) \cos(2\varepsilon_1) \cos(2\varepsilon_2) \times [S_2 \sin(2\varepsilon_2) + (2S_1 + S_2) \sin(2\varepsilon_1)], \quad (38)$$

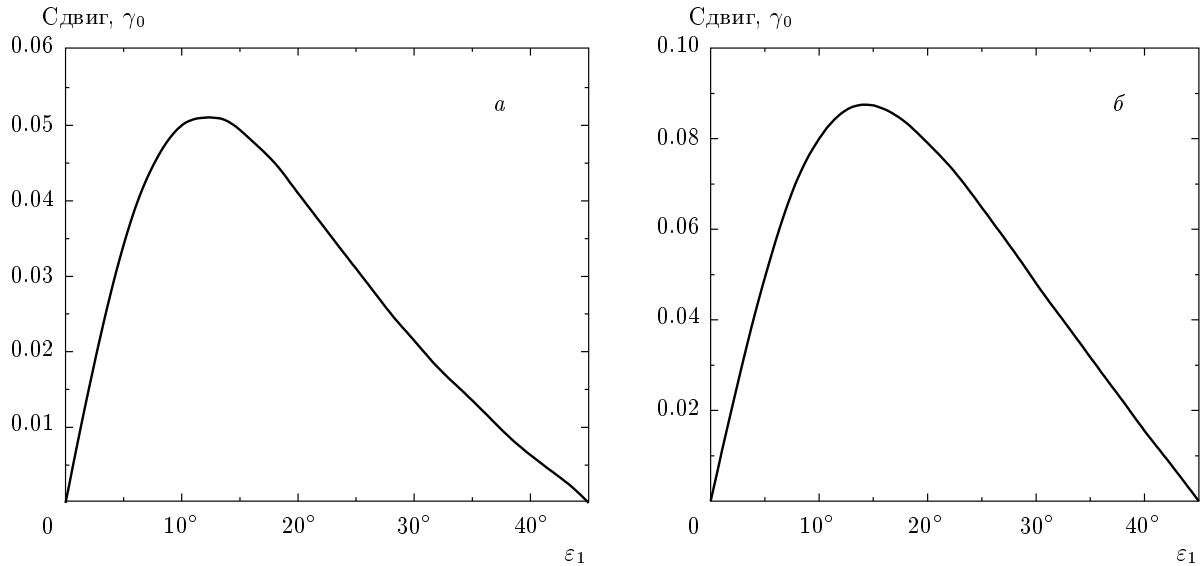
$$b_{01} \propto \sin(2\varphi) \cos(2\varepsilon_1) \cos(2\varepsilon_2) \times [S_2 \sin(2\varepsilon_2) + S_1 \sin(2\varepsilon_1)]. \quad (39)$$

Очевидно, что эти коэффициенты обращаются в нуль в случае линейно и/или циркулярно поляризованных волн ( $\varepsilon_{1,2} = 0, \pm\pi/4$ ) при любых  $\varphi$ . Они также равны нулю и в случае эллиптических поляризаций, когда угол между главными осями эллипсов  $\varphi = 0, \pm\pi/2$ . Эти выводы находятся в согласии с проведенным ранее общим анализом симметрии.

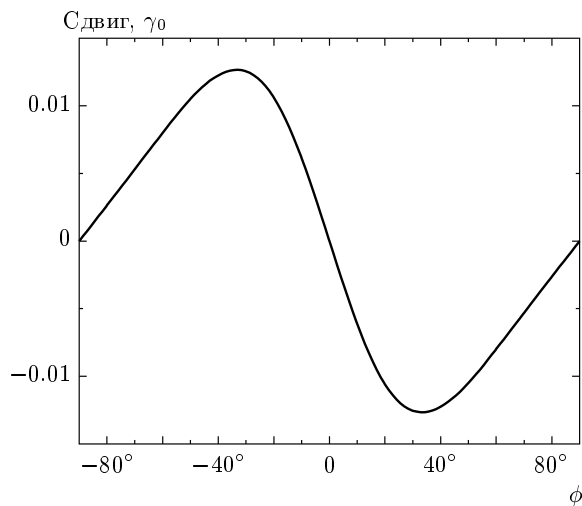




**Рис. 5.** а, в, д, ж — полное поглощение (19) и б, г, е, з — поглощение пробной волны (21).  $|R_1| = |R_2| = 0.1 \gamma_0$  для а, в, д, ж, з;  $R_{probe} = |R_1| = 0.1 \gamma_0, |R_2| = 0.2 \gamma_0$  для б, г, е. Параметры поляризации: а, б —  $\varepsilon_{1,2} = 0, \varphi = 30^\circ$ ; в, г —  $\varepsilon_1 = 10^\circ, \varepsilon_2 = -20^\circ, \varphi = 0$ ; д, е —  $\varepsilon_1 = 25^\circ, \varepsilon_2 = 10^\circ, \varphi = 45^\circ$ ; ж, з —  $\varepsilon_1 = 10^\circ, \varepsilon_2 = 10^\circ, \varphi = 30^\circ$ . Графики нормированы на величину линейного поглощения в центре резонанса



**Рис. 6.** Сдвиг резонанса как функция эллиптичности  $\varepsilon_1$  при  $\varepsilon_2 = 0$  и  $\varphi = 45^\circ$ . *a* — полное поглощение при  $|R_1| = |R_2| = 0.1 \gamma_0$ , *б* — поглощение пробной волны  $E_1$  при  $R_{probe} = |R_1| = 0.1 \gamma_0$ ,  $|R_2| = 0.2 \gamma_0$



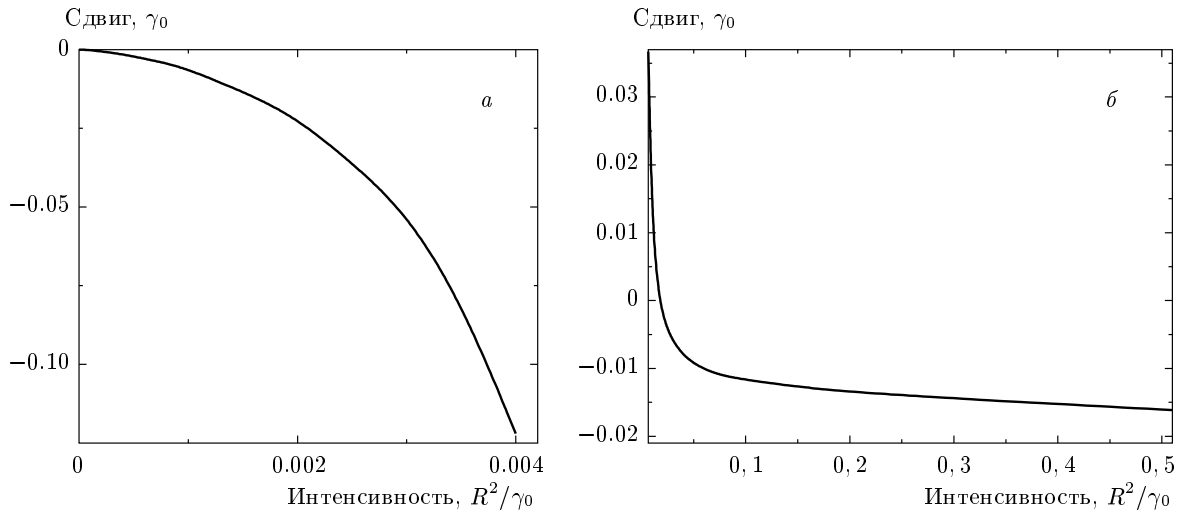
**Рис. 7.** Сдвиг резонанса как функция угла  $\phi$  между главными полуосями эллипсов поляризации. Сигнал — полное поглощение обеих волн (19).  $R_1 = R_2 = 0.3 \gamma_0$ ,  $\varepsilon_1 = 30^\circ$ ,  $\varepsilon_2 = 10^\circ$ ,  $\Gamma = 2 \cdot 10^{-3} \gamma_0$

### 5. ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ

Приведем ряд графиков для резонанса насыщенного поглощения, полученных численным решением системы (14), (15). Для определенности рассмотрим закрытый переход  $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$ . Положим также  $\Gamma = 2 \cdot 10^{-3} \gamma_0$ . На рис. 5*a, в, д* представлено полное поглощение, в соответствии с формулой (19), при

$|R_1| = |R_2| = 0.1 \gamma_0$ . Числовые значения параметров по порядку соответствуют значениям для экспериментов с атомами щелочных металлов. Видно, что в случае линейно поляризованных волн (рис. 5*a*) при ненулевом относительном угле  $\varphi$  и в случае эллиптически поляризованных волн (рис. 5*в*) при  $\varphi = 0$  сигнал является четным по  $\delta_0$ . При произвольных же параметрах (рис. 5*д*) поглощение становится асимметричной функцией отстройки поля. Такое же поведение можно отметить для сигнала поглощения пробной волны (рис. 5*б, з, е*), построенного по формуле (21), при  $|R_1| = R_{probe} = 0.1 \gamma_0$ ,  $|R_2| = R_{pump} = 0.2 \gamma_0$ . На рис. 5*ж, з* видно различие в особенностях симметрии сигналов полного поглощения и поглощения пробной волны в соответствии с конфигурацией 3 в п. 3.2. Также отметим, что нелинейный резонанс может иметь двойную структуру. Например, на рис. 5*в* нелинейный резонанс состоит из широкого пика и более узкого провала. Широкая часть объясняется перераспределением населенностей между подуровнями основного состояния и уширяется с увеличением пролетного времени [40], а вторая структура возникает за счет изменения разности населенностей между подуровнями основного и возбужденного состояний.

На рис. 6 представлены зависимости сдвига резонанса относительно центра линии,  $\Delta = \omega_{min} - \omega_0$ , как функции эллиптичности  $\varepsilon_1$  для полного поглощения (19) и поглощения пробной волны (21). Как видно из графиков, при данных параметрах



**Рис. 8.** Сдвиг резонанса как функция интенсивности стоячей волны при малых (а) и умеренных (б) полях. Сигнал — полное поглощение обеих волн (19).  $\varphi = 45^\circ$ ,  $\varepsilon_1 = 30^\circ$ ,  $\varepsilon_2 = 10^\circ$ ,  $\Gamma = 2 \cdot 10^{-3}\gamma_0$

сдвиг является «синим». Знаком сдвига можно легко управлять изменением относительного угла  $\varphi$  между главными полуосями эллипсов (рис. 1), как это следует из анализа симметрии п. 3.2 и формулы (32), а также из рис. 7.

На рис. 8 представлены зависимости сдвига резонанса от интенсивности стоячей волны. При малых полях (рис. 8а) нелинейный резонанс имеет вид пика, сдвиг которого зависит от интенсивности нелинейным (квадратичным) образом. Такая зависимость означает, что асимметрия и сдвиг резонанса не проявляются в первом порядке теории возмущений. С ростом интенсивности волн в резонансной контуре образуется провал насыщенного поглощения, и далее исследуется сдвиг именно этой структуры (рис. 8б). Как видно из графика, сдвиг провала меняет знак с ростом интенсивности и при умеренных полях ведет себя линейным образом. Отметим, что полученные зависимости (рис. 5–8) находятся в хорошем согласии с приведенными ранее качественными выводами.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе теоретически исследован резонанс насыщенного поглощения в газе атомов, взаимодействующих с полем встречных световых волн. В отличие от предшествующих работ по данной тематике нами рассмотрен общий случай эллиптиче-

ской поляризации световых полей вне рамок теории возмущений. На основе анализа симметрии геометрии задачи были выявлены три класса конфигураций полей, для которых сигнал есть четная функция отстройки для переходов с произвольными значениями угловых моментов. В общем же случае имеет место асимметрия и сдвиг резонанса. Этот вывод подтверждается аналитическим решением для перехода  $F_g = 1 \rightarrow F_e = 2$  (в слабонасыщающих полях и в отсутствие пролетных эффектов), а также численными расчетами для перехода  $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$ . При этом еще раз подчеркнем, что асимметрия и сдвиг резонанса обусловлены поляризацией волн и поэтому отсутствуют в модели невырожденного двухуровневого атома.

Таким образом, в дополнение к ранее известным эффектам, приводящим к сдвигу резонанса насыщенного поглощения (квадратичный эффект Доплера, световое давление и др.), нами был обнаружен новый поляризационный механизм сдвига и асимметрии резонанса. Полученные результаты кроме фундаментальной научной значимости могут иметь важные практические приложения. Например, для стандартов частоты, основанных на резонансе насыщенного поглощения. Как следует из проведенного нами анализа, необходимо проводить оценку неопределенности положения реперного резонанса, обусловленной неконтролируемостью поляризационных параметров волн (эллиптичности и ориентации).

Работа выполнена при финансовой поддержке целевой программы Министерства образования и науки РФ «Развитие научного потенциала высшей школы» (2009–2010), РФФИ (гранты №№ 08-02-01108, 08-02-01347, 08-02-90711, 07-02-01230), ИНТАС-СОРАН (грант № 06-1000013-9427) и Президиума СО РАН. Д. В. Б. был также поддержан грантом некоммерческого фонда «Династия» и «Фондом содействия отечественной науке».

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Летохов, В. П. Чеботаев, *Нелинейная лазерная спектроскопия сверхвысокого разрешения*, Наука, Москва (1990).
2. С. Г. Раутиан, Г. И. Смирнов, А. М. Шалагин, *Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул*, Наука, Новосибирск (1979).
3. *Нелинейная спектроскопия*, под ред. Н. Бломбергена, Мир, Москва (1979).
4. А. К. Попов, *Введение в нелинейную спектроскопию*, Наука, Новосибирск (1983).
5. С. Стенхольм, *Основы лазерной спектроскопии*, Мир, Москва (1987).
6. M. D. Levenson, *Introduction to Nonlinear Laser Spectroscopy*, Acad. Press, New York (1982).
7. В. Демтредер, *Лазерная спектроскопия: Основные принципы и техника эксперимента*, Наука, Москва (1985).
8. W. R. Bennett, Jr., *Phys. Rev.* **126**, 580 (1962).
9. W. E. Lamb, Jr., *Phys. Rev.* **134**, 1429 (1964).
10. M. Sargent III, M. O. Scully, and W. E. Lamb, Jr., *Laser Physics*, Addison-Wesley, London (1974).
11. J. von Zanthier, Th. Becker, M. Eichenseer et al., *Opt. Lett.* **25**, 1729 (2000); A. Huber, B. Gross, M. Weitz, and T. W. Hänsch, *Phys. Rev. A* **59**, 1844 (1999); Th. Udem, J. Reichert, and T. W. Hänsch, *Phys. Rev. A* **62**, 031801 (2000).
12. J. L. Hall, *Rev. Mod. Phys.* **78**, 1279 (2006).
13. Н. Г. Басов, В. С. Летохов, *УФН* **96**, 585 (1968).
14. D. J. Berkeland, E. A. Hinds, and M. G. Boshier, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2470 (1995).
15. B. de Beauvoir, F. Nez, L. Julien et al., *Phys. Rev. Lett.* **78**, 440 (1997); T. W. Hänsch, M. H. Nayfeh, S. A. Lee et al., *Phys. Rev. Lett.* **32**, 1336 (1974).
16. A. Huber, Th. Udem, B. Gross et al., *Phys. Rev. Lett.* **80**, 468 (1998).
17. S. N. Bagayev, A. K. Dmitriyev, and P. V. Pokasov, *Laser Phys.* **7**, 989 (1997); R. Guo, F.-L. Hong, A. Onae et al., *Opt. Lett.* **29**, 1733 (2004); A. Yu. Nevsky, R. Holzwarth, J. Reichert et al., *Opt. Comm.* **192**, 263 (2001); M. L. Eickhoff and J. L. Hall, *IEEE Trans. Instr. Meas.* **44**, 155 (1995); K. G. Zhao, J. Blabla, and J. Helmcke, *IEEE Trans. Instr. Meas.* **34**, 252 (1985).
18. A. Czajkowski, A. A. Madej, and P. Dube, *Opt. Comm.* **234**, 259 (2004); J. Ye, L.-S. Ma, and J. L. Hall, *IEEE Trans. Instr. Meas.* **46**, 178 (1997).
19. K. Nakayama, M. Hyodo, R. Ohmukai, and M. Watanabe, *Opt. Comm.* **259**, 242 (2006).
20. Ю. А. Быковский, В. Л. Величанский, В. К. Егоров и др., *Письма в ЖЭТФ* **19**, 665 (1974); А. М. Акульшин, В. Л. Величанский, А. С. Зибров и др., *КЭ* **18**, 1214 (1988); F. Bertinetto, P. Cordiale, G. Galzerano, and E. Vava, *IEEE Trans. Instr. Meas.* **50**, 490 (2001).
21. А. П. Кольченко, С. Г. Раутиан, Р. И. Соколовский, *ЖЭТФ* **55**, 1864 (1968); J. L. Hall, C. J. Borde, and K. Uehara, *Phys. Rev. Lett.* **37**, 1339 (1976); S. N. Bagayev, A. K. Dmitriyev, M. V. Okhapkin et al., *Laser Phys.* **6**, 226 (1996).
22. С. Н. Багаев, А. К. Дмитриев, Ю. В. Некрасов и др., *Письма в ЖЭТФ* **50**, 173 (1989).
23. А. М. Акульшин, В. Л. Величанский, Р. Г. Гамидов и др., *Письма в ЖЭТФ* **50**, 167 (1989).
24. С. Н. Багаев, В. П. Чеботаев, *Письма в ЖЭТФ* **16**, 614 (1972).
25. S. Haroche and F. Hartmann, *Phys. Rev. A* **6**, 1280 (1972); J. Shirley, *Phys. Rev. A* **8**, 347 (1973); B. J. Feldman and M. S. Feld, *Phys. Rev. A* **1**, 1375 (1970); S. Stenholm and W. E. Lamb, Jr., *Phys. Rev.* **181**, 618 (1969); H. K. Holt, *Phys. Rev. A* **2**, 233 (1970).
26. P. G. Pappas, M. M. Burns, D. D. Hinshelwood et al., *Phys. Rev. A* **21**, 1955 (1980).
27. J. Macek and I. V. Hertel, *J. Phys. B* **7**, 2173 (1974); А. П. Казанцев, В. С. Смирнов, А. М. Тумайкин и др., *Препринт № 5, ИОА СО АН СССР, Томск* (1982); Bo Gao, *Phys. Rev. A* **48**, 2443 (1993).
28. D. Suter, *Opt. Comm.* **86**, 381 (1991); А. И. Алексеев, В. М. Галицкий, *ЖЭТФ* **57**, 1002 (1969); W. D. Davis, A. L. Gaeta, and R. W. Boyd, *Opt. Lett.* **17**, 1304 (1992).

29. M. Ducloy, *J. Phys. B* **9**, 357 (1976); К. А. Насыров, А. М. Шалагин, *ЖЭТФ* **81**, 1649 (1981); К. А. Насыров, А. М. Шалагин, *ЖЭТФ* **116**, 436 (1999); К. А. Насыров, *ЖЭТФ* **125**, 556 (2004).
30. A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, V. I. Yudin, and G. Nienhuis, *Phys. Rev. A* **69**, 033410 (2004); В. С. Смирнов, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, *ЖЭТФ* **96**, 1613 (1989); А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, Г. Ниенхаус, *ЖЭТФ* **108**, 415 (1995); А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, *Письма в ЖЭТФ* **64**, 8 (1996); G. Nienhuis, A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, and V. I. Yudin, *Europhys. Lett.* **44**, 20 (1998).
31. В. И. Юдин, Дисс. . . . докт. физ.-матем. наук, НГУ, Новосибирск (2000).
32. А. М. Акульшин, В. Л. Величанский, Р. Г. Гамидов и др., *ЖЭТФ* **99**, 107 (1991).
33. С. Н. Багаев, С. В. Мальцев, В. П. Чеботаев, *Письма в ЖЭТФ* **37**, 495 (1983); Е. В. Бакланов, *Опт. и спектр.* **38**, 24 (1975); В. А. Алексеев, Т. Л. Андреева, И. И. Собельман, *ЖЭТФ* **64**, 813 (1973).
34. А. П. Казанцев, Г. И. Сурдутович, В. П. Яковлев, *Письма в ЖЭТФ* **43**, 222 (1986).
35. И. В. Краснов, Н. Я. Шапарев, *ЖЭТФ* **77**, 899 (1979).
36. J. L. Hall and C. J. Borde, *Appl. Phys. Lett.* **29**, 788 (1976).
37. C. Wieman and T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **36**, 1170 (1976).
38. A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, and V. I. Yudin, ThO7 in *Technical Digest of Int. Conf. on Coher. and Nonlin. Opt. (ICONO)*, Minsk (2001).
39. А. В. Тайченачев, Дисс. . . . докт. физ.-матем. наук, НГУ, Новосибирск (2001).
40. А. М. Акульшин, В. Л. Величанский, Р. Г. Гамидов и др., *ЖЭТФ* **99**, 107 (1991).