

КОЛЛЕКТИВНЫЕ МОДЫ АНСАМБЛЕЙ КВАНТОВЫХ ТОЧЕК В МИКРОРЕЗОНАТОРАХ

Н. С. Аверкиев, М. М. Глазов, А. Н. Поддубный*

*Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук
194021, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 18 сентября 2008 г.

Теоретически исследованы спектры излучения массивов квантовых точек в нуль-мерных микрорезонаторах и показано, что их вид определяется конкуренцией формирования коллективной сверхизлучающей моды и неоднородного уширения. Разработан метод случайных источников для расчета спектров фотолюминесценции при нерезонансной накачке и приведено микроскопическое обоснование метода случайных источников в рамках диаграммной техники. Проанализированы спектры излучения микрорезонатора с учетом разброса энергий экситонных состояний, обусловленного неоднородным распределением квантовых точек и туннелированием между ними. Продемонстрировано, что в случае сильной туннельной связи спектры люминесценции чувствительны к геометрическому расположению точек, и коллективная мода может при определенных условиях стабилизироваться случайными туннельными переходами.

PACS: 42.50.Ct, 42.50.Pq, 78.55.-m, 78.67.Hc

1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из наиболее актуальных направлений в современной оптике является квантовая электродинамика резонаторов — систем, в которых локализованный в одном или нескольких направлениях фотон взаимодействует с элементарными возбуждениями среды [1, 2]. В качестве среды могут выступать как пучки атомов, так и отдельные атомы и молекулы. В этих исследованиях наиболее ярко проявляются квантовые свойства излучения и вещества (см., например, работу [3] и ссылки, приведенные там).

Полупроводниковые наноструктуры служат твердотельными аналогами таких атомных систем. Исследование оптических свойств полупроводниковых наноструктур и, в особенности, структур с квантовыми точками — искусственными атомами — является одной из бурно развивающихся областей современной физики твердого тела [4–6]. В полупроводниковых квантовых микрорезонаторах достигается эффективное взаимодействие между локализованными фотонными модами и экситонами (электрон-дырочными возбуждениями) в наноструктурах [7]. Светоэкситонное взаимодей-

ствие, многократно усиленное микрорезонатором, позволяет эффективно визуализировать собственные состояния наноструктур [8].

В последнее время был достигнут заметный экспериментальный прогресс в получении режима сильной связи между экситоном, локализованным в одиночной квантовой точке, и фотоном, плененным в микрорезонаторе в трех пространственных измерениях [9–12]. В случае, когда затухание фотонной моды, обусловленное неидеальностью микрорезонатора, и нерадиационное затухание экситона оказываются малыми по сравнению с константой их связи, формируются новые собственные состояния — нуль-мерные экситонные поляритоны. Структура собственных состояний и спектры излучения в таких микрорезонаторах теоретически исследовались в ряде работ, см., например, [13–15]. В этих работах предполагалось, что в режиме сильной связи находится лишь одна квантовая точка, и феноменологически учитывалось возможное наличие в системе других нерезонансных излучателей [15].

В связи с этим несомненный интерес представляет изучение оптических свойств микрорезонаторов, в которые помещено несколько излучателей с энергиями вблизи фотонного резонанса. Теоретическому исследованию этой задачи и посвящена данная

*E-mail: glazov@coherent.ioffe.ru

статья. Можно ожидать, что взаимодействие со светом усилит определенные (симметричные или сверхизлучающие [6, 16, 17]) моды аналогично тому, как это происходит в планарных микрорезонаторах и в оптических резонаторах, содержащих холодные атомы [7, 18]. Однако, как будет показано в данной работе, взаимодействие света с локализованными экситонами в полупроводниковых квантовых точках имеет ряд принципиальных особенностей, ярко проявляющихся при наличии туннельной связи между точками.

Работа построена следующим образом. В разд. 2 сформулирована модель нуль-мерного микрорезонатора, содержащего массив квантовых точек, и предложен формализм для расчета спектров фотолюминесценции таких структур на основе метода случайных источников. Этот метод обосновывается микроскопически в рамках стандартной диаграммной техники для неравновесных систем. Раздел 3 посвящен исследованию различных моделей генерации экситонов в резонансных и нерезонансных квантовых точках и связанных с ними особенностей в спектрах люминесценции. В разд. 4 приводятся результаты расчетов спектров фотолюминесценции неупорядоченных массивов квантовых точек с учетом разброса резонансных частот локализованных экситонов. В разд. 5 теоретически исследуется излучение туннельно-связанных массивов квантовых точек. Основные результаты работы кратко обсуждаются в разд. 6.

2. МОДЕЛЬ

Рассмотрим N квантовых точек, помещенных в нуль-мерный микрорезонатор. В данной работе исследуются лишь линейные эффекты, поэтому фотонную моду микрорезонатора и экситонные состояния в квантовых точках мы описываем как классические связанные осцилляторы. Система характеризуется следующими параметрами: ω_{phot} — энергия фотонной моды резонатора, ω_i — энергии экситонов в квантовых точках ($i = 1, \dots, N$), V_i — константа связи i -й квантовой точки с фотонной модой резонатора, параметры $t_{ij} = t_{ji}^*$ описывают туннельные связи между i -й и j -й квантовыми точками. Кроме того, введем γ_{phot} — константу затухания фотонной моды, γ_i — константы затухания экситонных состояний.

Считается, что экситоны туннелируют между квантовыми точками как целое, поскольку кулоновское взаимодействие между носителями препятствует

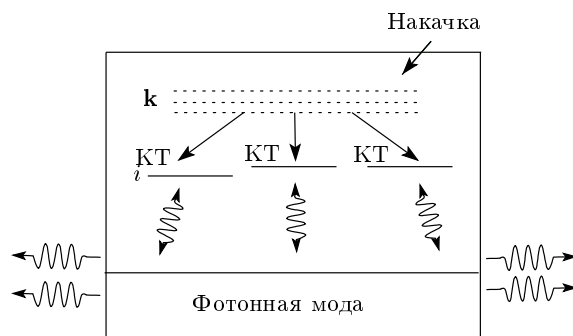


Рис. 1. Схема формирования фотолюминесценции в микрорезонаторе с квантовыми точками (КТ). Индекс « i » обозначает низшие по энергии экситонные состояния в точках. Предполагается нерезонансная накачка в возбужденные, «темные», состояния, обозначенные мультииндексом « k », не связанные с фотонной модой. Излучение выходит из микрорезонатора за счет туннелирования фотонной моды через зеркала

ет разделению зарядов [5, 19, 20]. Такая ситуация может быть реализована в больших квантовых точках, характерные размеры которых велики по сравнению с боровским радиусом экситона. Независимое туннелирование электрона и дырки приводит к дополнительному каналу затухания экситонного резонанса и может быть учтено обычными методами.

Для простоты будем считать, что волновые функции экситонных состояний могут быть выбраны вещественными. Тогда подбором знаков волновых функций могут быть сделаны положительными величины V_i . Отметим, что такое изменение знаков определяет и знаки констант t_{ij} . Возможное различие знаков туннельных констант и его влияние на оптические спектры квантовых точек в микрорезонаторе обсуждается в разд. 5.

Поскольку зеркала микрорезонатора не являются идеальными, фотонная мода оказывается связанной с континуумом состояний, распространяющихся снаружи микрорезонатора. Это приводит, с одной стороны, к конечному времени жизни фотона внутри резонатора, а с другой — к возможности детектировать излучение системы.

Схематическое изображение процессов возникновения фотолюминесценции в рассматриваемой системе приведено на рис. 1. Предполагается, что имеет место нерезонансное возбуждение, т. е. генерируются экситоны в возбужденных состояниях или свободные электрон-дырочные пары, энергии которых находятся вдали от фотонной моды. Накачка приводит к формированию стационарной функции распре-

ления носителей в возбужденных состояниях квантовых точек. Эти состояния являются «темными», так как находятся далеко по энергии от фотонной моды. Благодаря взаимодействию с фононами происходит релаксация носителей и экситонов из возбужденных состояний в низшие по энергии, находящиеся в резонансе с фотонной модой. Детектируется излучение, обусловленное выходом фотонов наружу из микрорезонатора.

2.1. Метод случайных источников

В данной работе будут изучаться спектры люминесценции ансамблей квантовых точек в линейном по мощности накачки режиме. Это означает, что квантовая природа фотонной моды (которая формально описывается бозевским полем) и экситонных мод (которые могут проявлять свойства как композитных бозонов, так и композитных фермионов в зависимости от соотношения между характерным размером точки и боровским радиусом экситона [14]) не важна, а спектр излучения линейным образом масштабируется с мощностью накачки. Таким образом, вид спектров излучения может быть получен в классической модели.

Для расчета спектра фотолюминесценции ансамбля квантовых точек нами был обобщен метод случайных источников, развитый в работах [21, 22] для структур с квантовыми ямами. Он заключается в нахождении электрического поля, возникающего вследствие генерации экситонов в квантовых точках, описываемого амплитудами случайных источников F_i . Амплитуды источников F_i являются случайными функциями с нулевыми средними значениями, а расчет их корреляционных функций выходит за рамки метода случайных источников и должен быть выполнен независимо, см. п. 2.2. Спектр фотолюминесценции определяется интенсивностью поля в фотонной моде, усредненной по реализациям случайных источников. Таким образом, в рамках этого подхода решается неоднородная система уравнений

$$\begin{aligned} (\omega_{phot} - \omega - i\gamma_{phot})E &= \sum_{i=1}^N V_i P_i, \\ (\omega_i - \omega - i\gamma_i)P_i + \sum_{j \neq i} t_{i,j} P_j &= V_i E + F_i, \\ i &= 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (1)$$

описывающих колебания на частоте ω связанных осцилляторов, фотона и экситонов, под воздействием вынуждающих сил F_i . Здесь величина E пропорциональна амплитуде поля в фотонной моде микроре-

зонатора, а величины $V_i P_i$ пропорциональны проинтегрированным по координатам вкладам экситонов в i -х квантовых точках в поляризацию среды. Аналогичные уравнения связанных затухающих осцилляторов со случайными вынуждающими силами использовались в ряде статей для описания люминесценции структур с квантовыми ямами [21, 22].

Удобно определить собственные частоты Ω_m , получаемые из однородной системы (1), а также собственные векторы $[C_{phot}^{(m)}, C_1^{(m)}, \dots, C_N^{(m)}] \equiv [E, P_1, \dots, P_N]$, представляющие собой коэффициенты Хопфилда [7] экситонных поляритонов в микрорезонаторе. Тогда электрическое поле в фотонной моде равняется

$$E(\omega) = \sum_{m=1}^{N+1} \frac{C_{phot}^{(m)} \langle C^{(m)} | F \rangle}{\Omega_m - \omega},$$

где введено скалярное произведение $\langle C^{(m)} | F \rangle \equiv \sum_{j=1}^N [C_j^{(m)}]^* F_j$. Интенсивность фотолюминесценции дается выражением

$$\begin{aligned} I(\omega) &= T |E(\omega)|^2 = \\ &= T \sum_{m,m'=1}^{N+1} \frac{C_{phot}^{(m)*} C_{phot}^{(m')} \langle C^{(m)} | S | C^{(m')} \rangle}{(\Omega_m^* - \omega)(\Omega_{m'} - \omega)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где корреляционная матрица S равняется

$$S_{ij} = \langle \langle F_i F_j^* \rangle \rangle, \quad (3)$$

а двойные угловые скобки обозначают усреднение по реализациям случайных источников. Множитель T пропорционален коэффициенту пропускания зеркал и связывает интенсивность электромагнитного поля внутри и снаружи микрорезонатора. Выражение (2) показывает, что интенсивность люминесценции как функция частоты ω имеет полюсы на собственных частотах Ω_m^* и $\Omega_{m'}$ и пропорциональна доле фотонной компоненты в экситонных поляритонах $C_{phot}^{(m)*} C_{phot}^{(m')}$, а также корреляционной матрице случайных источников S . Подчеркнем, что расчет величин S_{ij} возможен только с помощью микроскопического подхода, который развит в п. 2.2. Ниже будет показано, что в актуальном случае квантования экситона как целого и не слишком близко расположенных квантовых точек матрица S оказывается диагональной, $S_{ij} \propto \delta_{ij}$.

Отметим, что формула (2) для спектра фотолюминесценции может быть упрощена в режиме сильной связи, когда мнимые части собственных частот $\Gamma_m \equiv \text{Im} \Omega_m$ пренебрежимо малы по сравнению с расстояниями между вещественными частями, т. е.

$$|\text{Re} \Omega_m - \text{Re} \Omega_{m'}| \gg \Gamma_m, \Gamma_{m'} \quad (m \neq m'). \quad (4)$$

Тогда в сумме (2) можно пренебречь слагаемыми с $m \neq m'$, что приводит к выражению

$$I(\omega) = T \sum_{m=1}^{N+1} |C_{phot}^{(m)}|^2 \frac{\Gamma_m}{(\omega - \text{Re} \Omega_m)^2 + \Gamma_m^2} \times \frac{\langle C^{(m)} | S | C^{(m)} \rangle}{\Gamma_m}, \quad (5)$$

обобщающему результаты работы [23] на случай системы квантовых точек, помещенных в нуль-мерный микрорезонатор. Условие (4) означает, что поляритоны хорошо определены, а значит, структура слагаемых в формуле (5) может быть интерпретирована следующим образом: первые два множителя описывают спектр излучения фотонов из m -го поляритонного состояния (произведение доли фотонной моды в этом состоянии на лоренциан, описывающий плотность состояний данной поляритонной моды), а третий множитель — стационарную заселенность этого состояния, пропорциональную отношению темпа генерации поляритонов $\langle C^{(m)} | S | C^{(m)} \rangle$ и затухания поляритонного состояния Γ_m .

2.2. Метод функций Грина

Микроскопическое описание фотолуминесценции массивов квантовых точек в микрорезонаторах возможно с применением диаграммной техники Келдыша. Для сокращения записи пренебрежем туннельной связью между квантовыми точками, а в конце данного раздела прокомментируем влияние туннелирования экситона.

Легко убедиться в том, что интенсивность излучения связана с функцией Грина $D_{\mathbf{q},\omega}^{-+}$ фотона вне микрорезонатора следующим образом:

$$I = -\hbar \omega_{\mathbf{q}} \lim_{\gamma \rightarrow +0} \left(\frac{\gamma}{\pi} \int D_{\mathbf{q},\omega}^{-+} d\omega \right), \quad (6)$$

где γ — фиктивное затухание, необходимое для того, чтобы ввести стационарную функцию распределения фотонов вне резонатора.

В условиях нерезонансной накачки малой интенсивности излучение микрорезонатора пропорционально заселенности возбужденных экситонных состояний. Поэтому в уравнении Дайсона для функций Грина $D_{\mathbf{q},\omega}^{-+}$, $D_{\mathbf{q},\omega}^{++}$ можно вовсе пренебречь накачкой, в результате чего

$$D_{\mathbf{q},\omega}^{--} = \frac{1}{\omega - \omega_{\mathbf{q}} + i\gamma}, \quad D_{\mathbf{q},\omega}^{++} = -(D_{\mathbf{q},\omega}^{--})^*, \quad (7)$$

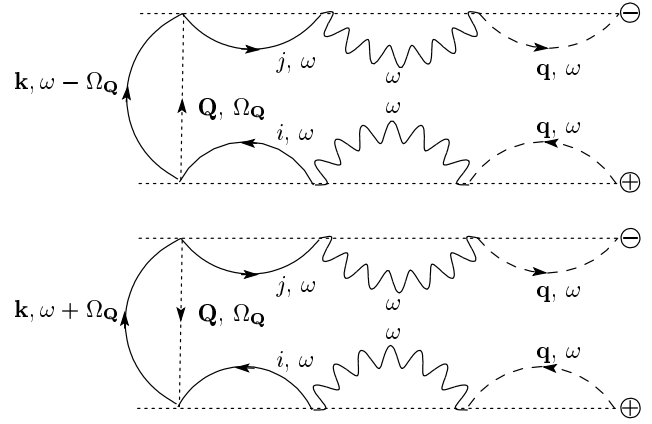


Рис. 2. Диаграммное представление уравнения (8). Штриховые линии обозначает гриновскую функцию фотона вне микрорезонатора, волнистые — фотона внутри микрорезонатора, сплошные линии — функции Грина экситонов в квантовых точках, рассчитанные без учета взаимодействия со светом, пунктирные линии — функции Грина фононов

а в уравнении для $D_{\mathbf{q},\omega}^{-+}$ достаточно учесть лишь вклады, линейные по заселенностям возбужденных экситонных состояний в квантовых точках. Следовательно, искомая функция Грина может быть представлена в виде суммы графиков на рис. 2 (см. также [22]):

$$D_{\mathbf{q},\omega}^{-+} \propto |g_{\mathbf{q}}|^2 |D_{\mathbf{q},\omega}^{--}|^2 |D_{\omega}^{--}|^2 \times \sum_{ij, \mathbf{Q}} V_i V_j G_{i,\omega}^{++} G_{j,\omega}^{--} U_{i \rightarrow \mathbf{k}}^{\mathbf{Q}} U_{\mathbf{k} \rightarrow j}^{\mathbf{Q}} \times \left[G_{\mathbf{k},\omega - \Omega_{\mathbf{Q}}}^{-+} N_{\mathbf{Q}} + G_{\mathbf{k},\omega + \Omega_{\mathbf{Q}}}^{-+} (1 + N_{\mathbf{Q}}) \right]. \quad (8)$$

Здесь величины $g_{\mathbf{q}}$ описывают связь между фотонной модой в микрорезонаторе и континуумом фотонных состояний снаружи микрорезонатора, D_{ω}^{--} — гриновская функция фотонной моды в микрорезонаторе, рассчитанная с учетом светоэкситонного взаимодействия, $G_{i,\omega}^{--}$ ($G_{i,\omega}^{++}$) — функции Грина экситонов в i -й квантовой точке, $G_{\mathbf{k},\omega}^{--}$ — функция Грина экситонов в возбужденных состояниях, которые нумеруются индексом \mathbf{k} (в общем случае он пробегает значения, принадлежащие как дискретному, так и непрерывному спектру). Матричные элементы $U_{i \rightarrow \mathbf{k}}^{\mathbf{Q}}$ ($U_{\mathbf{k} \rightarrow i}^{\mathbf{Q}}$) в уравнении (8) описывают переходы из состояния i в состояние \mathbf{k} (и наоборот), сопровождающиеся излучением или поглощением фонона с волновым вектором \mathbf{Q} и частотой $\Omega_{\mathbf{Q}}$, $N_{\mathbf{Q}}$ — функция распределения фононов. Затуханием фононов в уравнении (8) пренебрегается.

Экситонные функции Грина, входящие в уравнение (8) и рассчитанные в низшем приближении по мощности накачки, имеют вид

$$G_{i,\omega}^{--} = \frac{1}{\omega - \omega_i + i\gamma_i}, \quad G_{i,\omega}^{++} = -(G_{i,\omega}^{--})^*, \quad (9)$$

$$G_{\mathbf{k},\omega}^{-+} = -2\pi f_{\mathbf{k}}\delta(\omega - \varepsilon_{\mathbf{k}}),$$

где $f_{\mathbf{k}}$ — функция распределения в возбужденных состояниях, сформированная в результате нерезонансной накачки, а $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ — спектр возбужденных состояний. Простой вид функций Грина связан с тем, что заселенностью экситонных состояний i в режиме слабой накачки можно пренебречь, затуханием возбужденных состояний экситона мы также пренебрегаем.

Функцию Грина фотонной моды внутри микрорезонатора следует определить самосогласованно, с учетом как светоэкситонного взаимодействия, так и затухания фотонной моды, обусловленного туннелированием фотона через зеркала. Как и выше мы не учитываем заселенность экситонных состояний и фотонной моды. Решая соответствующие уравнения Дайсона, имеем

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\omega}^{--} &= \\ &= \frac{1}{\omega - \omega_{phot} + i\gamma_{phot}(\omega) - \sum_j V_j^2(\omega - \omega_j + i\gamma_j)^{-1}}, \\ \mathcal{D}_{\omega}^{++} &= -(\mathcal{D}_{\omega}^{--})^*. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь

$$\gamma_{phot}(\omega) = \sum_{\mathbf{q}} |g_{\mathbf{q}}|^2 \delta(\omega - \omega_{\mathbf{q}})$$

— затухание фотонной моды, обусловленное уходом фотона за пределы микрорезонатора, малой перенормировкой частоты моды микрорезонатора за счет связи с окружением пренебрегаем.

Подставляя уравнение (8) в уравнение (6), интегрируя по частоте и переходя к пределу $\gamma \rightarrow 0$, можно прийти к уравнению (2). При этом множитель T в уравнении (2) оказывается пропорциональным $\hbar\omega_{\mathbf{q}}|g_{\mathbf{q}}|^2$. Элементы корреляционной матрицы случайных источников S (уравнение (3)) с точностью до общего множителя равны:

$$\begin{aligned} S_{ij}(\omega) \propto \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{Q}} U_{i \rightarrow \mathbf{k}}^{\mathbf{Q}} U_{\mathbf{k} \rightarrow j}^{\mathbf{Q}} f_{\mathbf{k}} [N_{\mathbf{Q}} \delta(\omega - \Omega_{\mathbf{Q}} - \varepsilon_{\mathbf{k}}) + \\ + (1 + N_{\mathbf{Q}}) \delta(\omega + \Omega_{\mathbf{Q}} - \varepsilon_{\mathbf{k}})]. \end{aligned} \quad (11)$$

Таким образом, по своему микроскопическому смыслу $S_{ij}(\omega)$ — матрица генерации экситонов (т. е. темп

изменения их матрицы плотности) в квантовых точках. Важно отметить, что здесь не ставится задача о точном количественном описании процессов релаксации носителей в массивах квантовых точек. Можно считать, что выражение (11) описывает последний перед формированием экситона в основном состоянии переход в квантовой точке с участием фонона [24].

Поскольку выражение $\langle C^{(m)} | S | C^{(m')} \rangle$, определяющее спектр фотолюминесценции согласно формуле (2), представляет собой квадратичную форму относительно коэффициентов Хопфилда $C_i^{(m)}$, а выражение (11) билинейно по $U_{i \rightarrow \mathbf{k}}^{\mathbf{Q}}$, $U_{\mathbf{k} \rightarrow j}^{\mathbf{Q}}$, формула (11) для матрицы генерации S_{ij} сохраняет свой вид в любом базисе экситонных состояний i, j . В выражение для S_{ij} энергии экситонных состояний вообще не входят, поэтому можно показать, что выражение (11) имеет место и при учете туннельной связи между квантовыми точками.

Сравним диагональные и недиагональные элементы матрицы S . В актуальном случае локализации экситона в точке как целого характерные расстояния между центрами точек d превышают боровский радиус экситона. Можно убедиться, что в таких условиях $S_{ij} \ll S_{ii}$ ($i \neq j$), если длина волны фонона, осуществляющего переходы из возбужденного состояния \mathbf{k} в состояния i и j , меньше, чем d . Оценки показывают, что для энергии акустического фонона $\hbar\Omega_{\mathbf{Q}} \sim 10$ мэВ (что соответствует типичным энергетическим зазорам в квантовых точках) длина волны фонона составляет величину порядка 2 нм, т. е. существенно меньше типичных расстояний между центрами соседних квантовых точек. Это означает, что недиагональные элементы матрицы S_{ij} (11) малы по сравнению с диагональными, так что

$$S_{ij} \approx S_i \delta_{ij}, \quad (12)$$

т. е. генерацию экситонов в квантовых точках можно считать независимой.

3. РОЛЬ НЕРЕЗОНАНСНЫХ КВАНТОВЫХ ТОЧЕК В ФОРМИРОВАНИИ СПЕКТРОВ ФОТОЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ

Спектр фотолюминесценции (2) определяется структурой экситон-поляритонных состояний и темпом генерации поляритонов в этих состояниях. В настоящем разделе мы проанализируем, как влияет на спектр излучения микрорезонатора, в котором одна квантовая точка находится в резонансе с фотонной модой, наличие других, нерезонансных, квантовых

точек. Здесь и в последующих разделах считается, что константы взаимодействия фотона с экситонами одинаковы, $V_i \equiv V > 0$, а матрица генерации S_{ij} является диагональной.

Фотолюминесценция квантовых точек в микро-резонаторе теоретически исследовалась в недавней работе [15]. В том случае, когда с фотонной модой эффективно взаимодействует только одна квантовая точка, результаты [15] переходят (в пределе слабых накачек) в уравнение (2). Влияние нерезонансных квантовых точек, для которых $|\omega_i - \omega_{phot}| \gg V$, учтено в работе [15] феноменологически: генерация и последующее высвечивание экситонов в этих точках сводятся к эффективной накачке в фотонную моду, которая, в свою очередь, взаимодействует лишь с резонансными точками. Формально накачка в фотонную моду описывается добавлением случайной амплитуды F_{phot} в правую часть первого из уравнений (1), спектр люминесценции в случае $N = 1$ дается тогда выражением

$$I(\omega) \propto \frac{S_{phot}|\omega - \omega_1 + i\gamma_1|^2 + V^2 S_1}{|(\omega - \Omega_1)(\omega - \Omega_2)|^2}, \quad (13)$$

где $S_{phot} = \langle\langle F_{phot} F_{phot}^* \rangle\rangle$. Преимуществом же нашего рассмотрения является возможность непосредственного учета вклада всех квантовых точек, взаимодействующих с фотонной модой. Это позволяет связать величину S_{phot} с темпом генерации экситонов, а также определить не описываемый формулой (13) вклад в фотолюминесценцию остальных точек.

На рис. 3 показаны спектры фотолюминесценции, соответствующие различным механизмам генерации экситонов. Расчет выполнен для характерных значений параметров квантового микро-резонатора [12], указанных в подписи к рисунку. Кривая 1 рассчитана для случая, когда в микро-резонаторе есть только одна квантовая точка, так что в спектре присутствует дублет, соответствующий режиму сильной связи. Предполагается, что невзаимодействующие фотонная и экситонная моды находятся в точном резонансе, их энергия принята за нуль, накачка ведется лишь в экситонное состояние.

Кривой 2 показан спектр фотолюминесценции для системы, в которую была добавлена вторая квантовая точка, отстроенная на величину $\omega_2 - \omega_{phot} = 0.5$ мэВ $\gg V = 80$ мкэВ от резонанса с фотонной модой, при этом считается, что темп генерации экситонов в точках одинаков, $S_2 = S_1$. Туннельным взаимодействием между точками пренебрегаем. Из сравнения кривых 1 и 2 видно, что присутствие второй квантовой точки приводит

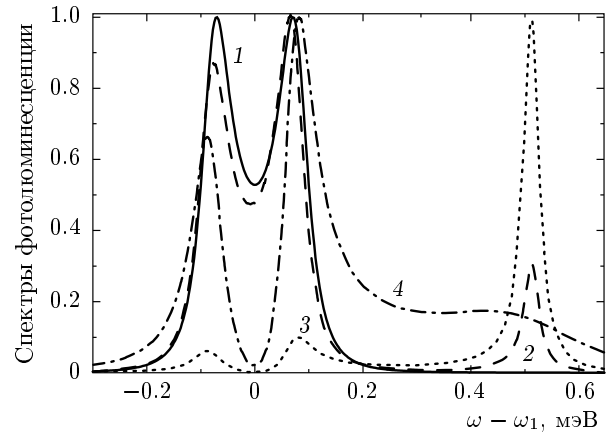


Рис. 3. Спектры люминесценции системы квантовых точек в микро-резонаторе. Сплошная кривая 1 рассчитана для $N = 1$, $\omega_{phot} = \omega_1$, $V = 80$ мкэВ, $\gamma_1 = 17$ мкэВ, $\gamma_{phot} = 50$ мкэВ, штриховая 2 — для $N = 2$, $\omega_{phot} = \omega_1$, $\omega_2 - \omega_1 = 0.5$ мэВ, $\gamma_2 = \gamma_1$, $S_1 = S_2$, пунктирная кривая 3 — для $\gamma_2 = \gamma_1$, $S_1 = 0$, $S_2 \neq 0$; штрихпунктирная 4 — для $\gamma_2 = 150$ мкэВ, и $S_1 = 0$, $S_2 \neq 0$ (не указанные здесь параметры те же, что и для кривой 1). За начало отсчета энергии взята энергия фотонной моды, спектры нормированы таким образом, чтобы их максимальные значения совпадали. Тунелирование между квантовыми точками не учитывается,

$$t_{i,j} \equiv 0$$

к незначительному искажению спектра в области частот $|\omega - \omega_{phot}| \ll |\omega_2 - \omega_{phot}|$, что связано с изменением собственных частот поляритонов. Анализ показывает, что относительные величины пиков в этом дублете сильно зависят от расстройки частот $\omega_1 - \omega_{phot}$ и соотношения темпов накачки S_1/S_2 . Более существенно появление в спектре дополнительного пика на частоте ω_2 экситона во второй квантовой точке.

Если генерация экситонов происходит только во второй квантовой точке, так что $S_1 = 0, S_2 \neq 0$, то пик на частоте ω_2 становится доминирующим в спектре (кривая 3). Вторая квантовая точка служит также источником фотонов, поэтому в спектре фотолюминесценции сохраняется дублет вблизи частоты ω_1 , однако его интенсивность мала по сравнению с интенсивностью пика на частоте ω_2 . Форма дублета описывается выражением (13) с $S_1 \equiv 0$ и

$$S_{phot} = S_2 \frac{V^2}{|\omega - \omega_2 + i\gamma_2|^2}, \quad (14)$$

так, что $S_{phot} \ll S_2$ при $|\omega - \omega_2 + i\gamma_2| \gg V$. Отметим, что глубина провала между пиками дублета для кри-

вой 3 заметно больше, чем для кривых 1 и 2. Это объясняется наличием множителя $|\omega - \omega_1 + i\gamma_X|^2$ в числителе формулы (13), принимающего минимальное значение на частоте $\omega = \omega_1$, и является характерным признаком того, что накачка идет «через фотонную моду».

Наконец, кривая 4 получена для $S_1 = 0, S_2 \neq 0$ и $\gamma_2 \gg \gamma_1$. Этот расчет моделирует ситуацию, когда генерация экситонов имеет место, например, в континууме состояний (смачивающем слое), а непосредственная генерация экситонов в резонансное состояние первой квантовой точки неэффективна. Из сравнения кривых 3 и 4 видно, что в том случае, когда $S_1 = 0$, происходит конкуренция между излучением через нерезонансное и резонансное состояния экситона.

Для использованных параметров имеет место режим сильной связи: две поляритонные частоты $\text{Re } \Omega_{\pm} \approx \omega_1 \pm V$, а затухания $\Gamma_{\pm} \sim \gamma_1 + \gamma_{phot} < V$. Третья «поляритонная» частота, очевидно, близка к частоте нерезонансной квантовой точки. Спектр фотолюминесценции в данном случае хорошо описывается формулой (5). Структура этого выражения такова, что пиковые значения люминесценции на частотах $\text{Re } \Omega_m$ пропорциональны $1/\Gamma_m^2$, а интегральные по частоте вблизи пика — пропорциональны $1/\Gamma_m$, поскольку стационарное число поляритонов в состоянии m есть отношения их темпа генерации и темпа затухания. Это означает, что излучение в m -ю поляритонную моду тем эффективнее, чем меньше ее затухание Γ_m . Следовательно, если величина γ_2 мала, то более эффективным оказывается непосредственное излучение из состояния 2, рост γ_2 приводит к увеличению эффективности излучения через резонансное состояние 1, в согласии с рис. 3.

Таким образом, мы продемонстрировали, что спектр люминесценции квантовых точек в режиме сильной связи может сильно изменяться при наличии в системе дополнительных, нерезонансных состояний экситона. На фоне резонансного дублета вблизи частоты ω_1 в спектре проявляются особенности на частоте ω_2 , причем соотношение интенсивностей фотолюминесценции на частотах ω_1 и ω_2 сильно зависит от параметров задачи.

4. РОЛЬ НЕОДНОРОДНОГО УШИРЕНИЯ

Перейдем к анализу ситуации, когда в микрорезонаторе имеется несколько квантовых точек, частоты которых близки к частоте фотонной моды. В

данном разделе мы анализируем эффекты разброса резонансных частот квантовых точек, вызванного неоднородным уширением в массиве, пренебрегая туннельной связью между ними, а в следующем разделе будет изучено влияние туннелирования между точками.

Для последующего исследования полезно привести результаты [18] для идентичных и туннельно не связанных квантовых точек, т. е. $\omega_i \equiv \omega_X, \gamma_i \equiv \gamma_X$ и $t_{i,j} \equiv 0$. Легко убедиться, что спектр фотолюминесценции такой системы по-прежнему описывается выражением (13), причем $S_2 = 0$. В этом случае имеются два смешанных (поляритонных) состояния с частотами

$$\omega_{\pm} = \frac{\omega_X + \omega_{phot} - i(\gamma_X + \gamma_{phot})}{2} \pm \sqrt{\left[\frac{\omega_X - \omega_{phot} - i(\gamma_X - \gamma_{phot})}{2} \right]^2 + NV^2}. \quad (15)$$

Остальные $N - 1$ экситонных состояний не взаимодействуют с фотонной модой и не проявляются в спектре люминесценции. Видно, что расщепление между поляритонными состояниями растет пропорционально \sqrt{N} .

Полученный результат можно интерпретировать, проанализировав собственные векторы $P^{(i)} = [P_1^{(i)} \dots P_N^{(i)}]$ ансамбля невзаимодействующих со светом квантовых точек. При $\omega_i \equiv \omega_X$ и $t_{i,j} \equiv 0$ спектр N -кратно вырожден, так что собственные частоты тождественно равны ω_X , а собственные векторы $P^{(i)}$ могут быть выбраны следующим образом:

$$P_j^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{N}}, \quad j = 1, \dots, N, \quad (16)$$

$$\sum_{j=1}^N P_j^{(i)} = 0, \quad i \geq 2.$$

Как следует из первого уравнения системы (1), интенсивность взаимодействия фотона с квантовыми точками определяется величиной $\sum_{j=1}^N P_j$, т. е. максимальна, когда экситоны в различных квантовых точках колеблются в фазе. Поэтому из всего набора мод (16) свет взаимодействует только с симметричной, сверхизлучательной, модой $P^{(1)}$ [6, 7, 16–18, 25, 26], что приводит к образованию экситонных поляритонов с собственными частотами (15), а все остальные $N - 1$ экситонных состояний оказываются оптически неактивными.

Описание светоэкситонного взаимодействия при наличии разброса резонансных частот квантовых точек удобно проводить в базе состояний (16). Видно, что собственные поляритонные состояния будут определяться конкуренцией взаимодействия экситонов с фотонной модой и неоднородным уширением. Первый эффект оставляет спектр собственных поляризаций в виде (16), а второй разбивает полностью симметричное состояние на отдельные локализованные экситонные моды. Разрушение двухмодовой структуры спектра должно происходить в случае, если разброс частот индивидуальных квантовых точек оказывается сравнимым не с V , а с \sqrt{NV} .

Указанная конкуренция проиллюстрирована рис. 4, на котором показаны спектры фотолюминесценции, рассчитанные для $N = 9$ различных квантовых точек в пренебрежении туннельной связью между ними. Рисунок 4а рассчитан при отсутствии неоднородного уширения, спектр в этом случае содержит два пика, расщепление между которыми составляет $2\sqrt{NV}$. На рис. 4б девять экситонных частот были выбраны случайно из гауссова распределения с дисперсией $\sigma_\omega = 40$ мкэВ. Разброс частот достаточно велик, он превышает константу связи со светом индивидуальной точки, но меньше, чем \sqrt{NV} , $\sigma_\omega = 40$ мкэВ $> V \approx 27$ мкэВ, однако двухпиковая структура спектра хорошо видна, причем глубина провала между пиками того же порядка, что и на рис. 4а. Расчет показывает, что при изменении расстройки микрорезонатора имеет место антипересечение мод. Наконец, рис. 4в соответствует большому неоднородному уширению, $\sigma_\omega = 200$ мкэВ $> \sqrt{NV} = 80$ мкэВ. В этом случае в спектре фотолюминесценции видны отдельные пики, соответствующие индивидуальным квантовым точкам, находящимся в режиме слабой связи с фотонной модой, а изменение расстройки не приводит к антипересечению.

Отметим, что переход между режимами слабой и сильной связи в ансамблях квантовых точек с большим однородным уширением (затуханием) $\gamma_{phot}, \gamma_i > \sigma_\omega$ также определяется соотношением параметров затухания с величиной \sqrt{NV} [18]. Таким образом, если \sqrt{NV} превышает характерное уширение спектров фотонной моды и квантовых точек, то микрорезонатор находится в режиме сильной связи и спектр излучения демонстрирует двухпиковую структуру. В противном случае имеет место сложный многопиковый спектр, отвечающий отдельным точкам в режиме слабой связи.

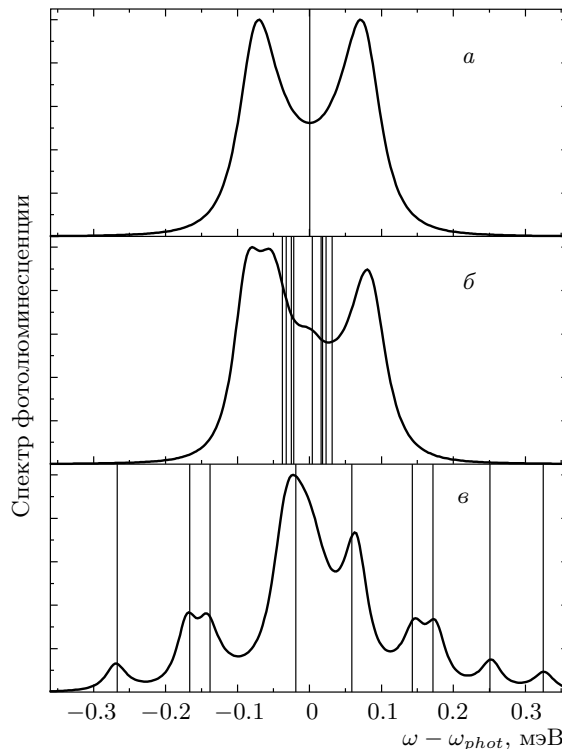


Рис. 4. Спектры фотолюминесценции $N = 9$ квантовых точек, рассчитанные для частоты микрорезонатора $\omega_{phot} = \bar{\omega}$ ($\bar{\omega}$ — средняя частота экситонных резонансов в квантовых точках) и неоднородного уширения $\sigma_\omega = 0$ (а), $\sigma_\omega = 40$ мкэВ (б), $\sigma_\omega = 200$ мкэВ (в). Вертикальные линии показывают положения энергий экситонов без учета взаимодействия со светом. Остальные параметры принимали следующие значения: $\sqrt{NV} = 80$ мкэВ, $\gamma_{phot} = 50$ мкэВ, $\gamma_i \equiv 17$ мкэВ. Накачка во все точки предполагается одинаковой. Вертикальный масштаб на рис. а, б, в одинаков, спектры нормированы таким образом, чтобы их максимальные значения совпадали

5. ВЛИЯНИЕ ТУННЕЛИРОВАНИЯ ЭКСИТОНА МЕЖДУ КВАНТОВЫМИ ТОЧКАМИ

В настоящем разделе анализируется влияние туннелирования экситона между квантовыми точками на спектр фотолюминесценции. Очевидно, что в общем случае наличие туннельной связи между квантовыми точками может приводить к полной перестройке собственных мод (16) и сложному многопиковому спектру фотолюминесценции, наподобие показанного на рис. 4в. Оказывается, однако, что форма спектра существенно зависит от конкретного вида матрицы $t_{i,j}$, т. е. от характера туннельных свя-

зей между точками. Ниже проанализируем два возможных предельных случая: случайное туннелирование только между соседними квантовыми точками и случайное туннелирование между всеми парами квантовых точек. Отметим, что знак туннельных констант $t_{i,j}$ определяется видом волновых функций, соответствующих состояниям экситона в квантовых точках i и j . В том случае, если эти состояния одинаковые и низшие по энергии, $t_{i,j} < 0$, в общем случае знак $t_{i,j}$ может быть произвольным.

Как было установлено в предыдущем разделе, качественный вид спектра фотолюминесценции микрорезонатора определяется тем, насколько искажена сверхизлучающая (полностью симметричная) мода (16). Для дальнейшего анализа выберем в (16) собственные векторы $P^{(i)}$ с $i > 2$, соответствующие оптически неактивным поляритонным состояниям, в виде

$$P_j^{(i)} = \frac{1}{\sqrt{N}}(\delta_{j,1} - \delta_{j,i}), \quad (17)$$

$$i = 2, \dots, N, \quad j = 1, \dots, N,$$

и обозначим как $\langle i|t|j \rangle$ матричные элементы туннельного гамильтониана в базисе (17),

$$\langle i|t|j \rangle = \sum_{l,m=1}^N P_l^{(i)} t_{l,m} P_m^{(j)}.$$

Можно показать, что если все величины $t_{i,j} = t_{j,i}$ независимы и одинаково распределены, то средние по реализациям беспорядка значения $\langle i|t|j \rangle$ равны

$$\overline{\langle 1|t|1 \rangle} = (N-1)\bar{t}, \quad \overline{\langle 1|t|j \rangle} = 0, \quad (18)$$

остальные матричные элементы порядка \bar{t} , а их среднеквадратичные флуктуации с точностью до численных множителей порядка единицы равны σ_t . Здесь \bar{t} и σ_t — соответственно среднее значение и дисперсия случайной величины $t_{i,j}$. Такая ситуация реализуется, если массив точек достаточно плотный, так что каждая точка связана с каждой (или, по крайней мере, с большинством точек массива).

Из уравнений (18) следует, что при достаточно больших N и $\bar{t} \neq 0$ спектр состояний, найденных с учетом туннелирования, состоит из уровня с энергией ε_1 , соответствующего сверхизлучательной моде $P^{(1)}$, отщепленного на расстояние порядка $N|\bar{t}|$ от остального спектра. Поскольку отщепленная мода слабо взаимодействует с остальными, N экситонных состояний по-прежнему можно разбить на одно, взаимодействующее с фотонной модой, и $N-1$ состояние, которые практически не активны. Следовательно, сохраняется двухпиковая форма спектра,

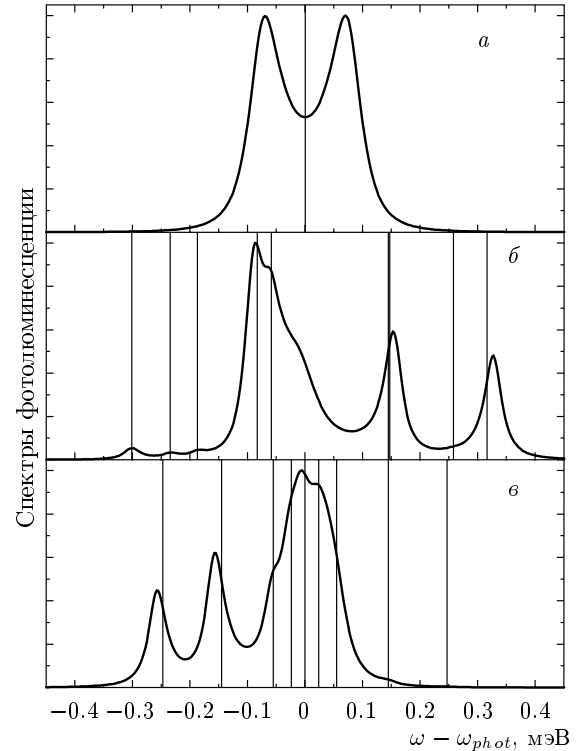


Рис. 5. Спектры фотолюминесценции $N = 9$ квантовых точек. Рисунки *a*, *б* соответствуют учету туннелирования между всеми квантовыми точками $\bar{t} = -80$ мкэВ (*a*) и $\bar{t} = 0$ (*б*), а рис. *в* — учету туннелирования только между ближайшими соседями, $\bar{t} = -80$ мкэВ. Дисперсия туннельных констант равна $\sigma_t = 80$ мкэВ, а остальные параметры те же, что и на рис. 4. Вертикальные линии показывают положения энергий экситонов без учета взаимодействия со светом; *a* соответствует $\omega_{phot} = \varepsilon_1$, что означает настройку на частоту туннельно-отщепленной моды, *б, в* — $\omega_{phot} = \omega_i$. Разбросом частот экситонов ω_i пренебрегаем. Вертикальный масштаб на рис. *a, б, в* одинаков, спектры нормированы таким образом, чтобы их максимальные значения совпали

см. рис. 5*a*. Кривая, показанная там, рассчитана в случае, когда фотонная мода настроена на туннельно-отщепленное экситонное состояние. Помимо этого, в спектре имеется тонкая структура в области энергий оставшихся экситонных состояний, не показанная на рисунке. Отметим, что в представленном расчете дисперсия туннельных констант имеет ту же величину, что и константа связи фотона со сверхизлучающей модой, $\sigma_t = \sqrt{NV}$. С ростом N режим сильной связи становится более стабильным как за счет увеличения эффективной константы связи, так и благодаря все большему туннельному отщеплению сверхизлучающей моды.

Структура спектров кардинально меняется, если $\bar{t} = 0$ (туннельные связи между точками разных знаков) или при учете туннелирования только между ближайшими соседями (в матрице $t_{i,j}$ ненулевые и случайные элементы находятся только над и под диагональю). Несложно убедиться, что все матричные элементы $\overline{\langle i|t|j\rangle}$ при этом одного порядка и рассматриваемая ситуация оказывается аналогичной неоднородному разбросу энергий экситонов в отдельных квантовых точках. Структура спектра является двухпиковой при $\sigma_t \lesssim \sqrt{NV}$, в противном случае происходит полная перестройка собственных мод, в согласии с рис. 5б (туннельные константы разных знаков, среднее значение $\bar{t} = 0$) и рис. 5в (туннелирование в линейной геометрии между ближайшими соседями).

Представленные нами результаты относятся к случаю, когда в объеме микрорезонатора находится не очень большое число квантовых точек $N \sim 1-10$. В случае, когда N велико и квантовые точки распределены хаотически, так что величины $t_{i,j}, \omega_i$ случайны, структура поляритонных состояний становится такой же, как и в планарном микрорезонаторе с учетом неоднородного уширения [7, 27]. Если же квантовые точки образуют упорядоченную двумерную сверхрешетку, то оптические свойства системы определяются видом блоховских состояний экситона [28].

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье разработана теория фотолюминесценции массивов квантовых точек, помещенных в нуль-мерные микрорезонаторы. Развита метод случайных источников, позволяющий наглядно описывать люминесценцию таких структур в зависимости от энергетических параметров квантовых точек и фотонной моды. Спектр излучения связан с частотами собственных экситон-поляритонных состояний и корреляционной матрицей случайных источников. Последняя вычислена в рамках стандартной диаграммной техники для неравновесных процессов.

Исследовано влияние параметров накачки, положения фотонной моды, а также энергетического спектра квантовых точек на спектры излучения. Проанализированы спектры люминесценции квантового микрорезонатора, в котором одна точка находится в режиме сильной связи с фотонной модой, а остальные — далеки по энергии. Для этого режима приведено количественное и качественное обоснование так называемой нерезонансной накачки в фо-

тонную моду, введенной в работе [15] для описания экспериментальных данных статьи [9].

Детально изучена структура собственных мод и спектров излучения в случае, когда в резонансе с фотонной модой находится весь массив квантовых точек. Проанализировано влияние разброса энергий экситона в квантовых точках и случайных туннельных связей между точками на спектры фотолюминесценции. Показано, что спектры определяются конкуренцией формирования полностью симметричной (сверхизлучательной) моды квантовых точек и неоднородного уширения в массиве. Формирование сверхизлучательной моды оказывается весьма чувствительным к геометрии туннельно-связанного массива точек, в частности, она оказывается сильно подавленной, если туннелирование возможно только между соседями, когда данная точка туннельно взаимодействует лишь с несколькими ближайшими.

Авторы благодарны Н. А. Гишпиусу, Ф. П. Лосси, Е. дель Валле и П. Сенеллар за интерес к работе и ценные обсуждения. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и в рамках программ РАН. М. М. Г. и А. Н. П. выражают благодарность фонду некоммерческих программ «Династия»–МЦФФМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Y. Yamamoto, F. Tassone, and H. Cao, *Semiconductor Cavity Quantum Electrodynamics*, Springer (2000).
2. S. M. Dutra, *Cavity Quantum Electrodynamics*, Wiley (2004).
3. I. Schuster, A. Kubanek, A. Fuhrmanek, T. Puppe, P. W. H. Pinkse, K. Murr, and G. Rempe, *Nature Phys.* **4**, 382 (2008).
4. E. L. Ivchenko, *Optical Spectroscopy of Semiconductor Nanostructures*, Alpha Science, Harrow UK (2005).
5. C. Bardot, M. Schwab, M. Bayer, S. Fafard, Z. Wasilewski, and P. Hawrylak, *Phys. Rev. B* **72**, 035314 (2005).
6. M. Scheibner, T. Schmidt, L. Worschech, A. Forchel, G. Bacher, T. Passow, and D. Hommel, *Nature Phys.* **3**, 106 (2007).
7. A. Kavokin and G. Malpuech, *Cavity Polaritons*, Vol. 32 of *Thin Films and Nanostructures*, Elsevier (2003).
8. N. S. Averkiev and M. M. Glazov, *Phys. Rev. B* **76**, 045320 (2007).

9. J. P. Reithmaier, G. Sek, A. Löffler, C. Hofmann, S. Kuhn, S. Reitzenstein, L. V. Keldysh, V. D. Kulakovskii, T. L. Reinecker, and A. Forchel, *Nature* **432**, 197 (2004).
10. T. Yoshie, A. Scherer, J. Heindrickson, G. Khitrova, H. M. Gibbs, G. Rupper, C. Ell, O. B. Shchekin, and D. G. Deppe, *Nature* **432**, 200 (2004).
11. E. Peter, P. Senellart, D. Martrou, A. Lemaître, J. Hours, J. M. Gérard, and J. Bloch, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 67401 (2005).
12. K. Hennessy, A. Badolato, M. Winger, D. Gerace, M. Atatüre, S. Gulde, S. Fält, E. L. Hu, and A. Imamoglu, *Nature* **445**, 896 (2007).
13. L. C. Andreani, G. Panzarini, and J.-M. Gérard, *Phys. Rev. B* **60**, 13276 (1999).
14. F. P. Laussy, M. M. Glazov, A. Kavokin, D. M. Whittaker, and G. Malpuech, *Phys. Rev. B* **73**, 115343 (2006).
15. F. P. Laussy, E. del Valle, and C. Tejedor, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 083601 (2008), arXiv:0807.3194.
16. G. Khitrova and H. M. Gibbs, *Nature Phys.* **3**, 84 (2007).
17. R. H. Dicke, *Phys. Rev.* **93**, 99 (1954).
18. R. Houdre, P. Stanley, and M. Ilegems, *Phys. Rev. A* **53**, 2711 (1996).
19. S. Lan, K. Akahane, H.-Z. Song, Y. Okada, M. Kawabe, T. Nishimura, and O. Wadxa, *Phys. Rev. B* **61**, 16847 (2000).
20. T. Nakaoka, E. C. Clark, H. J. Krenner, M. Sabathil, M. Bichler, Y. Arakawa, G. Abstreiter, and J. J. Finley, *Phys. Rev. B* **74**, 121305 (2006).
21. M. Voronov, E. Ivchenko, M. Erementchouk, L. Deych, and A. Lisyansky, *J. Lumin.* **125**, 112 (2007).
22. L. I. Deych, M. V. Erementchouk, A. A. Lisyansky, E. L. Ivchenko, and M. M. Voronov, *Phys. Rev. B* **76**, 075350 (2007).
23. V. Savona, F. Tassone, C. Piermarocchi, A. Quattropani, and P. Schwendimann, *Phys. Rev. B* **53**, 13051 (1996).
24. U. Bockelmann and G. Bastard, *Phys. Rev. B* **42**, 8947 (1990).
25. Е. Л. Ивченко, А. И. Несвижский, С. Йорда, *ФТТ* **36**, 2118 (1994).
26. T. Ikawa and K. Cho, *Phys. Rev. B* **66**, 85338 (2002).
27. G. Malpuech and A. Kavokin, *Semicond. Sci. Technol.* **14**, 1031 (1999).
28. М. М. Воронов, Е. Л. Ивченко, *ФТТ* **45**, 168 (2003).