

# ДИФРАКЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ БЫСТРОЙ ЧАСТИЦЫ, ИНДУЦИРОВАННОЕ ВНЕШНИМ ПОЛЕМ

*М. И. Рязанов\**

*Московский инженерно-физический институт (государственный университет)  
115409, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 22 июля 2008 г.

Показано, что при пролете быстрой тяжелой заряженной частицы вблизи поверхности металла, на который действует постоянное неоднородное внешнее электрическое поле, возникает дифракционное излучение, существенно зависящее от внешнего поля.

PACS: 41.60.-m

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Как известно, постоянное электрическое поле не проникает внутрь металла, образуя на его границе слой поверхностной плотности заряда  $en_s$ , связанной с нормальной компонентой поля  $E_{0n}$  соотношением  $en_s = E_{0n}/4\pi$  [1]. Поэтому у находящегося в постоянном внешнем поле металла имеется обогащенный (или обедненный) электронами проводимости поверхностный слой. Если кроме постоянного поля на металл действует переменное поле, то обогащенный электронами поверхностный слой влияет на взаимодействие переменного поля с веществом. Для переменного поля большой частоты мнимая часть диэлектрической проницаемости металла мала и такое поле свободно проходит в глубь металла. Если переменное поле намного меньше постоянного внешнего поля, то по отношению к переменному полю металл во внешнем поле ведет себя аналогично диэлектрику с обогащенным электронами поверхностным слоем. Если вблизи поверхности металла пролетает быстрая тяжелая заряженная частица, то возникает излучение двух видов: излучение из-за отклонения частицы внешним полем и излучение из-за взаимодействия собственного поля заряда с металлом. Для тяжелых частиц отклонением во внешнем поле можно пренебречь, так что основным является излучение из-за взаимодействия поля заряда с металлом, обычно называемое дифракционным излучением [2–6]. Такое излучение может сильно зависеть

от плотности числа электронов в приповерхностном слое, т. е. от постоянного внешнего поля.

Эта зависимость возникает из-за того, что в задаче о дифракционном излучении существенную роль играют граничные условия на поверхности раздела металл–вакуум, а граничные условия всегда содержат плотности поверхностных токов и зарядов.

Как известно, процесс излучения фотона быстрой заряженной частицей разрешен законами сохранения энергии и импульса только в том случае, если в этом процессе происходит передача продольного (вдоль скорости частицы) импульса веществу. Если частица летит параллельно поверхности металла, то передаваемый металлу продольный импульс также должен быть параллелен его поверхности. Если среда однородна вдоль поверхности, то продольный импульс сохраняется, т. е. не может быть передан среде. Если же внешнее поле меняется вдоль поверхности, то свойства обогащенного электронами поверхностного слоя также меняются вдоль поверхности. При этом продольный импульс не сохраняется, появляется возможность передачи его среде и становится возможным излучение. Таким образом и возникает зависимость дифракционного излучения от внешнего поля. Излучение такого типа ранее не рассматривалось. Представляет интерес оценить зависимость интенсивности дифракционного излучения от свойств действующего на металл постоянного внешнего электрического поля.

\*E-mail: ryazanov@theor.mephi.msk.su, ryazanov-m@mail.ru

## 2. ПОВЕРХНОСТНАЯ ПЛОТНОСТЬ ТОКА

Пусть металл занимает полупространство отрицательных  $x$ , а при  $x > 0$ , в вакууме, имеется постоянное электрическое поле  $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ , направленное по нормали к поверхности металла и создающее поверхностную плотность заряда  $en_s(y, z) = E_0(0, y, z)/4\pi$ . Пусть на металл кроме внешнего поля  $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$  действует еще и переменное поле  $\mathbf{E}_1$  большой частоты, для которой мнимая часть диэлектрической проницаемости мала. Если переменное поле намного меньше постоянного, то величина поверхностной плотности заряда определяется постоянным внешним полем  $\mathbf{E}_0$ . Под влиянием переменного поля  $\mathbf{E}_1$  частоты  $\omega$  каждый электрон поверхностного заряда приобретает скорость  $\mathbf{v} = ie\mathbf{E}_1/m\omega$ , так что возникает поверхностный ток, зависящий и от постоянного, и от переменного поля. Переменное поле  $\mathbf{E}_1$  создает также и объемные поляризационные токи, учитываемые, как обычно, введением диэлектрической проницаемости. Рассмотрим случай, когда на частоте переменного поля мнимая часть диэлектрической проницаемости металла мала. Плотность поверхностного тока можно представить в форме

$$\mathbf{J}(y, z, \omega) = i\zeta(y, z)\mathbf{E}_1(0, y, z, \omega), \quad (1)$$

$$\zeta(y, z) = \frac{e^2}{m\omega} n_s(y, z) = \frac{e}{4\pi m\omega} E_0(0, y, z). \quad (2)$$

Плотности поверхностного заряда  $\rho_s$  и тока  $\mathbf{J}$  связаны соотношением

$$i\omega\rho_s(y, z, \omega) = \frac{\partial J_y(y, z, \omega)}{\partial y} + \frac{\partial J_z(y, z, \omega)}{\partial z}. \quad (3)$$

В области больших частот диэлектрическая проницаемость близка к единице и можно использовать малость величины  $\chi(\omega) = 1 - \varepsilon(\omega)$ , ограничиваясь линейным приближением по  $\chi(\omega)$ . В этом приближении можно пренебречь влиянием объемных поляризационных токов на поверхностный ток, так что объемные и поверхностные токи являются независимыми источниками излучения. Но при рассматриваемой геометрии задачи объемные токи не дают излучения независимо от того, действует постоянное поле на металл или нет. Следовательно, в рассматриваемом приближении при вычислении интенсивности излучения можно не учитывать объемные поляризационные токи.

Тогда задача сводится к определению излучения, созданного поверхностным поляризационным током (1).

## 3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ ПО УГЛАМ И ЧАСТОТАМ

В рассматриваемом линейном по  $1 - \varepsilon(\omega)$  приближении задача состоит в вычислении плотности поверхностного тока (1), созданного при пролете быстрой частицы параллельно слою с током. Пусть поверхность металла лежит в плоскости  $x = 0$ , постоянное внешнее поле зависит только от координаты  $z$ , а быстрая частица с зарядом  $Ze$  движется по закону  $x = a, y = 0, z = vt$ . Поле движущегося по такому закону заряда имеет вид

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) = \int d^3q \int d\omega \mathbf{E}_1(\mathbf{q})\delta(\omega - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) \times \exp\{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} - i\omega t\}, \quad (4)$$

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{q}) = \frac{-iZe\{\mathbf{v}(\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) - \mathbf{q}c^2\}}{2\pi^2\{q^2c^2 - (\mathbf{q} \cdot \mathbf{v})^2\}} \exp(-iq_x a). \quad (5)$$

При отражении поля от металла процесс излучения состоит в превращении фурье-компоненты поля частицы  $\mathbf{E}_1(\mathbf{q}) \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} - i\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}t)$  в плоскую волну  $\mathbf{E} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)$ . При отражении сохраняются частоты и тангенциальные компоненты волновых векторов, так что  $q_y = k_y, q_z = k_z, \omega = \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}$ . Отсюда следует, что  $q_x = (\omega - k_y v_y - k_z v_z)/v_x$ . Если скорость частицы параллельна поверхности, то  $v_x = 0$ , «волновой вектор» соответствующей компоненты собственного поля частицы стремится к бесконечности и амплитуда такой фурье-компоненты поля стремится к нулю. Это значит, что если скорость частицы параллельна поверхности металла, излучения не будет, как было показано выше из других соображений.

Как известно, распределение по углам и частотам энергии излучения, созданного заданным распределением плотности тока

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \int d^3q \int d\omega \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} - i\omega t)\mathbf{j}(\mathbf{q}, \omega) \quad (6)$$

может быть записано в форме

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = (2\pi)^6 \frac{1}{c} |[\mathbf{k}, \mathbf{j}(\mathbf{k}, \omega)]|^2, \quad (7)$$

где  $\mathbf{k} \equiv (\omega/cr)\mathbf{r}$ . Учитывая, что поверхностный ток существует в плоскости  $x = 0$ , можно получить фурье-образ поверхностного поляризационного тока в виде

$$\mathbf{j}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{i}{8\pi^3} \int d^3r \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})\delta(x)\zeta(z)\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, \omega) \quad (8)$$

или, используя (2) и (4), в виде

$$\mathbf{j}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{ie}{mv\omega 8\pi^2} \int dq_x \mathbf{E}_1\left(q_x, k_y, \frac{\omega}{v}\right) F(\omega, \vartheta), \quad (9)$$

где  $\vartheta$  — угол между векторами  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{v}$ , а функция  $F(\omega, \vartheta)$  определена равенством

$$F(\omega, \vartheta) = \frac{1}{2\pi} \int dz E_0(z) \times \exp \left\{ -i \left( k \cos \vartheta - \frac{\omega}{v} \right) z \right\}. \quad (10)$$

Используя обозначения

$$1/\gamma \equiv [1 - v^2/c^2]^{1/2}, \quad L = [k_y^2 + (\omega/v\gamma)^2]^{1/2}$$

и считая, что  $\gamma \gg 1$ , можно получить следующее выражение:

$$\int dq_x \mathbf{E}_1 \left( q_x, k_y, \frac{\omega}{v} \right) = \frac{iZe}{2\pi L} \{ \mathbf{e}_x L + \mathbf{e}_y k_y \} e^{-aL}. \quad (11)$$

Отсюда следует, что

$$\mathbf{j}(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{Ze^2}{16\pi^3 m v \omega L} \{ \mathbf{e}_x L + \mathbf{e}_y k_y \} F(\omega, \vartheta) e^{-aL}. \quad (12)$$

В соответствии с формулой (7) распределение энергии дифракционного излучения по углам и частотам можно получить в виде

$$d^2W = \frac{Z^2 e^4 E_0^2 |[\mathbf{k} \times \mathbf{e}_x]L + [\mathbf{k} \times \mathbf{e}_y]k_y|^2}{16\pi^3 m^2 v^2 c \omega^2 L^2} \times |F(\omega, \vartheta)|^2 e^{-2aL} d\omega d\Omega. \quad (13)$$

Влияние на интенсивность излучения пространственной неоднородности действующего на металл внешнего поля описывается функцией  $F(\omega, \vartheta)$  (10).

#### 4. ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОМ ВНЕШНЕМ ПОЛЕ

При внешнем поле, не зависящим от координат, функция  $F(\omega, \vartheta)$  имеет вид

$$F(\omega, \vartheta) = E_0 \delta \left( k_z - \frac{\omega}{v} \right) = \frac{E_0 v}{\omega} \delta \left\{ 1 - \frac{v}{c} \cos \vartheta \right\} = 0 \quad (14)$$

и излучение отсутствует, так как передача продольного импульса среде невозможна. Рассмотрим теперь случай, когда внешнее поле является периодической функцией координаты  $z$ , например

$$E_0(z) = E_{01} + E_{02} \cos(Qz).$$

Тогда, учитывая, что  $\omega > k_z v$  и  $\omega > k_z v - Qv$ , нетрудно получить следующее соотношение:

$$F(\omega, \vartheta) = (1/2)E_{02} \delta(Q + k \cos \vartheta - \omega/v). \quad (15)$$

Подстановка этого выражения в (13) приводит к распределению дифракционного излучения по углам и частотам с единицы пути частицы в форме

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = \frac{Z^2 e^4 E_0^2 a^2 |[\mathbf{k} \times \mathbf{e}_x]L + [\mathbf{k} \times \mathbf{e}_y]k_y|^2}{64\pi^3 m^2 v^2 c \omega^2 L^2} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( k \cos \vartheta - \frac{\omega}{v} \right) a^2 - 2aL \right\}. \quad (16)$$

Наличие дельта-функции в правой части (16) означает, что направление излучения жестко связано с его частотой и определяется соотношением

$$\cos \vartheta = \frac{\omega - Qv}{kv} = \frac{c}{v} \left( 1 - \frac{Qv}{\omega} \right). \quad (17)$$

Условием существования излучения в этом случае является неравенство

$$v \geq ck/Q, \quad (18)$$

из которого следует, что существует энергетический порог для появления излучения. Из порогового значения лоренц-фактора

$$\gamma_0 = Q/[Q^2 - k^2]^{1/2} \quad (19)$$

следует, что длина волны излучения всегда должна быть больше длины периодичности внешнего поля.

#### 5. ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ ГАУССОВСКОЙ КООРДИНАТНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ВНЕШНЕГО ПОЛЯ

Если внешнее поле зависит от координаты  $z$  по гауссовому закону

$$E_0(z) = E_0 \exp(-z^2/a^2), \quad (20)$$

то

$$F(\vartheta, \omega) = \frac{a}{2\pi^{1/2}} E_0 \exp \left\{ - \left( k \cos \vartheta - \frac{\omega}{v} \right)^2 \frac{a^2}{4} \right\}. \quad (21)$$

Подстановка этого выражения в (13) дает распределение излучения по углам и частотам в виде

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = \frac{Z^2 e^4 E_0^2 |[\mathbf{k} \times \mathbf{e}_x]L + [\mathbf{k} \times \mathbf{e}_y]k_y|^2}{64\pi^3 m^2 v^2 c \omega^2 L^2} \times \exp \left\{ -2aL - \frac{(k \cos \vartheta - \omega/v)^2 a^2}{2} \right\}. \quad (22)$$

В ультрарелятивистском случае, когда  $\gamma \gg 1$ , излучение сосредоточено в малой области углов  $\vartheta \sim 1/\gamma$

вблизи направления скорости заряженной частицы. Поэтому

$$k_z \approx k(1 - \vartheta^2/2), \quad k_y \approx k\vartheta \sin \varphi, \quad k_x \approx k\vartheta \cos \varphi,$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{e}_z \ll \mathbf{k} \times \mathbf{e}_y, \quad k_y \ll k_z$$

и формула (22) упрощается:

$$\begin{aligned} \frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = & \frac{Z^2 e^4 E_0^2 \vartheta^2 \sin^2 \varphi}{64\pi^3 m^2 v^2 c^3 [\vartheta^2 \sin^2 \varphi + 1/\gamma^2]} \times \\ & \times \exp \left\{ -2ak \left[ \vartheta^2 \sin^2 \varphi + \frac{1}{\gamma^2} \right]^{1/2} - \right. \\ & \left. - \left( \vartheta^2 + \frac{1}{\gamma^2} \right)^2 \frac{k^2 a^2}{8} \right\}. \end{aligned} \quad (23)$$

Зависимость интенсивности излучения (23) от ширины распределения Гаусса определяется экспоненциальным множителем. Наиболее благоприятная для излучения ширина распределения определяется неравенством

$$a \geq \omega/c\gamma, \quad (24)$$

при выполнении которого показатель экспоненты при малых углах  $\vartheta$  меньше или порядка единицы.

Предельный случай  $a \rightarrow 0$  соответствует независимому от координат внешнему полю. Интенсивность излучения (23) в этом случае стремится к нулю, так как становится невозможной передача продольного импульса, требуемая законами сохранения при излучении.

## 6. ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ КООРДИНАТНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ВНЕШНЕГО ПОЛЯ

При произвольной зависимости внешнего поля от координаты  $z$  удобно использовать разложение внешнего поля в интеграл Фурье:

$$E_0(z) \equiv E_0 f(z) = E_0 \int dp g(p) \exp(ipz). \quad (25)$$

Подстановка этого выражения в формулу (10) дает

$$F(\vartheta, \omega) = E_0 g(k \cos \vartheta - \omega/v). \quad (26)$$

Из формул (12) и (26) следует, что распределение дифракционного излучения по углам и частотам в этом случае запишется как

$$\begin{aligned} \frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = & \frac{Z^2 e^4 E_0^2 |[\mathbf{k} \times \mathbf{e}_x]L + [\mathbf{k} \times \mathbf{e}_y]k_y|^2}{16\pi^2 m^2 v^2 c\omega^2 L^2} \times \\ & \times \left| g \left( k \cos \vartheta - \frac{\omega}{v} \right) \right|^2 \exp(-2aL). \end{aligned} \quad (27)$$

В ультрарелятивистском случае, при  $\gamma \gg 1$ , излучение сосредоточено в области малых углов  $\vartheta \sim 1/\gamma$ ,  $\mathbf{k} \times \mathbf{e}_z \ll \mathbf{k} \times \mathbf{e}_y$ ,  $k_y \ll k_z$  и равенство (27) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = & \frac{Z^2 e^4 E_0^2 \vartheta^2 \sin^2 \varphi}{64\pi^3 m^2 v^2 c^3 [\vartheta^2 \sin^2 \varphi + 1/\gamma^2]} \times \\ & \times \exp \left\{ -2ak \left[ \vartheta^2 \sin^2 \varphi + \frac{1}{\gamma^2} \right]^{1/2} \right\} \times \\ & \times \left| g \left( k \left( \vartheta^2 + \frac{1}{\gamma^2} \right) \right) \right|^2. \end{aligned} \quad (28)$$

## 7. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Из приведенного выше рассмотрения следует, что при действии внешнего электрического поля на металл можно получить дифракционное излучение с заранее заданным частотным спектром, подбирая соответствующим образом пространственное распределение внешнего поля. Это может быть полезным при диагностике свойств поверхности и при изучении поверхностных явлений.

Приведенные выше результаты получены в предположении, что скорость быстрой заряженной частицы параллельна плоской поверхности металла. Однако в эксперименте при юстировке пучка всегда имеется малый, но конечный по величине разброс скоростей по направлениям,  $v\delta\varphi \ll v$ . Тогда в пучке имеются частицы, скорость которых не параллельна поверхности. Из-за этого дельта-функция, возникающая в разложении (4) собственного поля быстрой заряженной частицы, примет вид  $\delta(\omega - q_z v_z - qv\delta\varphi)$ . Угловой разброс скоростей частиц в пучке практически не влияет на излучение, если  $qv\delta\varphi \ll \omega - k_z v_z$ . Для нерелятивистских частиц это неравенство имеет вид  $q\delta\varphi \ll \omega/v$  и оно легко выполнимо. Но для ультрарелятивистских частиц это неравенство оказывается более жестким:

$$q\delta\varphi \ll \frac{k}{2} \left( \vartheta^2 + \frac{1}{\gamma^2} \right), \quad (29)$$

и может ограничить область применимости полученных результатов.

Следует отметить также, что полученные результаты относятся к идеально плоской поверхности. Существование на поверхности неоднородностей, дефектов или адсорбированных атомов также приводит к дифракционному излучению. Поэтому внешнее поле следует выбирать так, чтобы вызванное этим полем излучение было бы намного интенсивнее, чем излучение из-за нерегулярностей поверхности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1992).
2. Б. М. Болотовский, Г. В. Воскресенский, УФН **94**, 377 (1968).
3. Ю. Днестровский, Д. Костомаров, ДАН СССР **116**, 377 (1957); **124**, 1026 (1959).
4. А. П. Казанцев, Г. И. Сурдутович, ДАН СССР **147**, 74 (1962).
5. А. Р. Potylitsyn, Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. B **145**, 169 (1968); Phys. Lett. A **238**, 112 (1968).
6. М. И. Рязанов, М. Н. Стриханов, А. А. Тищенко, ЖЭТФ **126**, 349 (2004).