

ПЛОТНОСТЬ ОБЪЕМНОГО ЗАРЯДА И РАДИАЛЬНОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ $E_r(r)$ В ДВИЖУЩЕЙСЯ ПЛАЗМЕ ТОКАМАКА

А. Н. Романников *

Российский научный центр «Курчатовский институт»
123182, Москва, Россия

Поступила в редакцию 21 мая 2008 г.

В движущейся квазинейтральной плазме с током электрическое поле E_r в направлении, перпендикулярном току, можно (и возможно, нужно) рассматривать в рамках уравнения Пуассона и плотностей объемных зарядов, возникающих в плазме. При этом в общем случае E_r приобретает нелокальный характер, т. е. удаленные плотности объемных зарядов не экранируются, а влияют на формирование E_r в исследуемых точках. В рамках предложенного подхода представлена феноменологическая теория радиального электрического поля $E_r(r)$ и скорости тороидального вращения плазмы в токамаке. Приведены примеры применения данной теории к реальным экспериментальным исследованиям.

PACS: 52.55.Dy, 52.55.Fa, 52.30.-q

1. ВВЕДЕНИЕ

Радиальное электрическое поле $E_r(r)$, а также тороидальные и полоидальные потоки, играют важную роль в формировании различных режимов улучшенного удержания плазмы в токамаках [1]. Как было показано теоретически, особые радиальные профили $E_r(r)$ и скоростей потоков могут существенно понизить уровень электростатических флуктуаций в плазме [2]. Считается, что турбулентность, связанная с этими электростатическими флуктуациями, является основной причиной аномального транспорта в токамаке.

В основе подхода к исследованию стационарных скоростей потоков плазмы и радиального электрического поля $E_r(r)$ на магнитных поверхностях лежит простое соотношение, являющееся следствием радиального баланса сил на магнитной поверхности:

$$E_r(r) \approx \frac{V_t(r)B_p(r)}{c} + \frac{1}{|e|n_i(r)} \times \times \frac{dP_i(r)}{dr} - \frac{V_p(r)B_t(r)}{c}, \quad (1)$$

где $V_p(r)$ и $V_t(r)$ — скорости полоидального и тороидального вращений основных ионов плазмы, а зна-

чит, и плазмы в целом (при этом скорости достаточно малы, чтобы не учитывать центробежные эффекты); c — скорость света, e — заряд электрона; $n_i(r)$ и $P_i(r)$ — плотность и давление ионов плазмы; $B_p(r)$ и $B_t(r)$ — полоидальное и тороидальное магнитные поля. Для выявления основных закономерностей связи $E_r(r)$ с $V_p(r)$, $V_t(r)$ и с другими параметрами плазмы можно пренебречь слабой полоидальной зависимостью ($\sim 1 \pm (r/R) \cos \theta$, где R — большой радиус токамака, θ — полоидальный угол, характерное отношение $r/R \ll 1$) параметров в формуле (1). Для простоты считаем, что магнитные поверхности представляют собой вложенные цилиндры с малыми радиусами r и что плазма состоит только из электронов и ионов одного сорта, например, дейтерия. Второй член в правой части (1) иногда называют диамагнитным членом. В дальнейшем будем придерживаться этой терминологии. Предполагаем, что скорость полоидального вращения берется либо из экспериментов, либо из неоклассической теории в виде

$$V_p(r) \approx c \frac{k}{|e|B_t(r)} \frac{\partial T_i(r)}{\partial r},$$

где $T_i(r)$ — температура ионов плазмы и k изменяется от 1.17 для слабо столкновительного «бананового» режима до -2.2 для столкновительной плаз-

*E-mail: romannik@nfi.kiae.ru

мы [3]. Абсолютная величина скоростей полоидального вращения составляет единицы км/с (в областях транспортных барьеров скорость может увеличиться примерно в 10 раз). Абсолютная величина скорости тороидального вращения ионов плазмы достигает десятков и даже сотен км/с.

К сожалению, формулы (1) недостаточно для вычисления $E_r(r)$ в осесимметричных конфигурациях токамака из-за неопределенности скорости $V_i(r)$. Нужны дополнительные соотношения, связывающие $E_r(r)$ с $V_i(r)$ и другими параметрами плазмы. Можно было бы использовать уравнение амбиполярности для радиальных потоков, но в рассматриваемой симметричной в «тороидальном» направлении конфигурации амбиполярность возникает автоматически [4, 5]. Это по мнению автора является одной из главных причин сложности теоретического описания $E_r(r)$ в токамаках. Надо отметить, что в некоторых экспериментальных ситуациях возможно введение дополнительных соотношений, что позволяет описать $E_r(r)$. Это может быть дополнительный поток ионов в токамаке со значительной гофрировкой тороидального магнитного поля [6, 7] или соотношение, связывающее поток быстрых ионов, возникающий под действием ионно-циклотронного нагрева или в случае использования нагревных нейтральных пучков, с $V_i(r)$ [8–10], и др. Но часто очень трудно объяснить некоторые экспериментальные результаты. Например, нет согласованного физического объяснения положительности $E_r(r)$ и тороидального вращения плазмы по току в центральных областях [11] для экспериментов без внесения внешнего момента; крайне сложно объяснить быстрое тороидальное вращение тяжелых ионов примесей (и, следовательно, большую величину $E_r(r)$) в случае плоских профилей плотности и температуры плазмы [12] и т. д.

Следует подчеркнуть, что соотношение вида (1) выполняется всегда, когда плазма находится в равновесном и стационарном состоянии, а именно такие состояния будут предполагаться в дальнейшем обсуждении.

Хорошо известно, что в квазинейтральной плазме с $n_e \approx n_i$ уравнение Пуассона не используется для определения радиального электрического поля. Это связано с тем, что для сохранения согласованности полной системы уравнений необходимо в случае уменьшения числа переменных за счет приближительного равенства $n_e \approx n_i$ соответственно уменьшить число уравнений. Но, тем не менее, в рассматриваемом нами цилиндрическом случае

$$\frac{1}{r} \frac{d[E_r(r)r]}{dr} \approx 4\pi q(r) \quad (2)$$

и именно перераспределение плотности зарядов $q(r)$ создает искомое электрическое поле $E_r(r)$ в токамаке. Для простоты не будем учитывать тороидальность в расчетах. Распределение $q(r)$ может быть достаточно сложным. Подставив $E_r(r)$ из (1) в формулу (2), можно однозначно рассчитать $q(r)$ для случая равновесия (1). Используем эту подстановку для оценки величины $q(r)$ для характерных параметров омических и L-режимов с ионно-циклотронным нагревом в токамаке. Оценки показывают, что $|q(r)|^{max} \approx 10^{-3}$ ед. СГСЕ, что соответствует $|n_i - n_e|^{max} \approx 10^7$ см⁻³. Это и есть характерный масштаб отклонения от нейтральности плазмы. Для режимов с нагревными пучками максимальная плотность объемного заряда может увеличиться на порядок.

2. РАСЧЕТ ПЛОТНОСТИ ОБЪЕМНЫХ ЗАРЯДОВ q ДЛЯ КВАЗИНЕЙТРАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ С ТОКОМ

Можно ли, не зная E_r , независимо рассчитать q из первых принципов для движущейся квазинейтральной плазмы с током? Да, и в случае прямого цилиндрического плазменного объема с током вдоль цилиндра процедура этого расчета достаточно проста. В некотором смысле похожие расчеты для металлических проводников частично представлены в работе [13]. Покажем основные моменты такого расчета. Пусть цилиндрическая камера заполнена в начальный момент атомарным дейтерием D^0 . Очевидно, что плотность ионов n_i^0 в этой камере тождественно равна плотности электронов n_e^0 , и $q = |e|(n_i^0 - n_e^0) \equiv 0$. Пусть каким-то образом произошла полная ионизация атомов дейтерия. Предположим, что электроны и ионы приобрели равновесные массовые скорости V_e и V_i вдоль оси цилиндра, при этом отсутствует движение электронов и ионов в перпендикулярном к оси цилиндра направлении. Учитывая релятивистское сокращение объемов в потоках ионов и электронов по отношению к лабораторной системе координат, можно записать:

$$q = |e| \left(n_i^0 \frac{1}{\sqrt{1 - V_i^2/c^2}} - n_e^0 \frac{1}{\sqrt{1 - V_e^2/c^2}} \right) \approx \approx -\frac{j^2}{2c^2|e|n_e^0} + \frac{jV_i}{c^2}, \quad (3)$$

где $j = |e|n_e^0(V_i - V_e)$.

Если рассматривать силу Лоренца с точки зрения возникновения релятивистской плотности зарядов, возникающей при движении нейтрального проводника с током (см., например, [13]), то член jV_i/c^2 как раз и приводит к силе Лоренца. Назовем этот член лоренцевским членом.

Завершим наш анализ переходом к более реальной ситуации. Пусть отдельные электроны и отдельные ионы за счет диффузии или конвекции могут перемещаться перпендикулярно направлению тока. При этом изменения происходят в числителе выражения для плотности, а это значит, что изменяются n_i^0 и n_e^0 . Легко учесть это в формуле (3) и получить выражение

$$q = |e| \left(n_i^0 \frac{1}{\sqrt{1 - V_i^2/c^2}} - n_e^0 \frac{1}{\sqrt{1 - V_e^2/c^2}} \right) \approx \approx -\frac{j^2}{2c^2|e|n_e^0} + \frac{jV_i}{c^2} + |e|(n_i^0 - n_e^0). \quad (4)$$

Здесь мы предполагаем, что величина $|e|(n_i^0 - n_e^0)$ того же порядка малости, что и остальные члены в правой части формулы (4). Это и есть общее выражение для плотности зарядов в движущейся квазинейтральной плазме с током без учета членов более высоких порядков в разложении по V^2/c^2 . Не теряя точности, в выражениях для $\frac{j^2}{2c^2|e|n_e^0}$ и j можно n_e^0 заменить на n_e .

Особую сложность в работе [13] вызывал член $q_j = -\frac{j^2}{2c^2|e|n_e}$. Оценим его для меди с плотностью тока 1000 А/см^2 . Легко показать, что $q_j \approx -2 \cdot 10^{-10} \text{ ед. СГСЕ}$ и $n_e - n_i \approx 0.4 \text{ см}^{-3}$. С точки зрения расчета электрического поля это соответствует как бы примерно одному лишнему электрону на два кубических сантиметра объема медного проводника. Это крайне мало для экспериментального обнаружения подобных величин плотностей объемного заряда. Для характерной плазмы, например, токамака, хотя плотность тока не превышает обычно 100 А/см^2 , но из-за меньшей величины плотности электронов плазмы член $q_j = -\frac{j^2}{2c^2|e|n_e}$ должен оказывать гораздо большее влияние на формирование электрического поля, чем в случае меди.

В статье [14] (данная работа является в определенной степени продолжением этой статьи) сделано предположение, что такое простое рассмотрение возможно в части лоренцевского члена (второй член в правой части формулы (4)) для тороидальной плазмы токамака при достаточно малых скоростях по-

токов по отношению к скорости света. Возможность подобного предположения основана на двух фактах.

1) На следствии работ [15, 16], в которых показано, что для пересчета электрических и магнитных полей в лабораторной системе координат из электрических и магнитных полей во вращающейся системе координат для локальной точки можно воспользоваться так называемой мгновенной локальной инерциальной системой координат. Это разрешает использование предложенного выше простого анализа.

2) Тороидальная плазма токамака заключена в проводящий кожух, который экранирует значительные объемы плазмы друг от друга. В случае большого аспектного отношения токамака расчет электрического поля в любой локальной точке будет соответствовать расчету для практически прямого плазменного цилиндра конечной длины в области, расположенной посередине длины цилиндра. Граничные условия на концах цилиндра можно предположить таковыми, что в лабораторной системе координат выполняется формула (4).

3. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РАДИАЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ $E_r(r)$ В ТОКАМАКЕ

3.1. Плотность объемного заряда и лоренцевская часть радиального электрического поля

Предположим, что можно применить общую формулу (4) с учетом радиальной зависимости для плазмы токамака. При этом проводится процедура, описанная в предыдущем разделе, для каждой магнитной поверхности с разными параметрами плазмы на них. Тогда

$$q(r) \approx -\frac{j^2(r)}{2c^2|e|n_e(r)} + \frac{j(r)V_i(r)}{c^2} + |e|(n_i^0(r) - n_e^0(r)). \quad (5)$$

Как и при использовании формулы (1), не будем учитывать в формуле (5) слабую зависимость параметров плазмы от полоидального угла, поскольку рассматриваемые нами механизмы возникновения электрического поля не связаны непосредственно с тороидальной геометрией токамака. Первые два члена в правой части выражения (5) связаны с релятивистским сокращением объемов в потоках электронов и ионов, последний член связан с движением конкретных электронов и ионов (диффузия, кон-

векция и т. д.), меняющим число частиц на магнитных поверхностях. Если первые два члена в правой части выглядят определенными, их можно экспериментально измерить или рассчитать, то последний член в правой части фактически произволен и информацию о нем можно получить только из измерений профилей $E_r(r)$ в токамаке. Полученное общее выражение (5) для $q(r)$ в рамках описанных выше приближений позволяет из уравнения Пуассона (2) независимо от (1) рассчитать $E_r(r)$ в токамаке.

В работе [14] была высказана гипотеза, что второй лоренцевский член может являться определяющим для омических и некоторых режимов с дополнительным нагревом без внесения большого тороидального момента в плазму. Рассчитаем $E_r(r)$ из уравнения Пуассона (2), используя только лоренцевский член в (5). Имеем

$$E_{r,2}(r) \approx \frac{B_p(r)V_t(r)}{c} - \frac{1}{rc} \int_0^r B_p(\xi) \frac{dV_t(\xi)}{d\xi} \xi d\xi, \quad (6)$$

где

$$B_p(r) \approx \frac{4\pi}{rc} \int_0^r j(\xi)\xi d\xi.$$

Видно, что плотность объемного заряда внутри поверхности r не экранируется, а влияет на формирование $E_{r,2}(r)$, что проявляется во втором члене правой части формулы (6).

Из сравнения формул (6) и (1) видно, что в случае малых градиентов давления, ионной температуры и скорости тороидального вращения в центральных областях плазмы $E_{r,2}(r)$ близка к $E_r(r)$. Это значит, что в этой области предложенная в работе [14] гипотеза верна.

Что будет, когда градиенты перестанут быть малыми? Рассчитаем радиальный профиль $E_{r,2}(r)$ для характерного омического разряда, экспериментально исследованного в работе [17]. Для упрощения расчетов потоковая координата, используемая в работе [17], считается приблизительно соответствующей эффективному малому радиусу r/a на рис. 1, где a — малый радиус токамака. На рис. 1 видно, что расчет $E_{r,2}(r)$ по формуле (6), использующий экспериментально измеренный профиль скорости тороидального вращения ионов углерода, дает значение, несколько отличающееся от рассчитанного из экспериментов профиля $E_r(r)$ для данного омического режима. Из экспериментальных данных работы [17] можно вычислить профиль скорости тороидального вращения основных ионов плазмы. Это позволяет рассчитать $E_{r,2}(r)$ по формуле (6) для основных

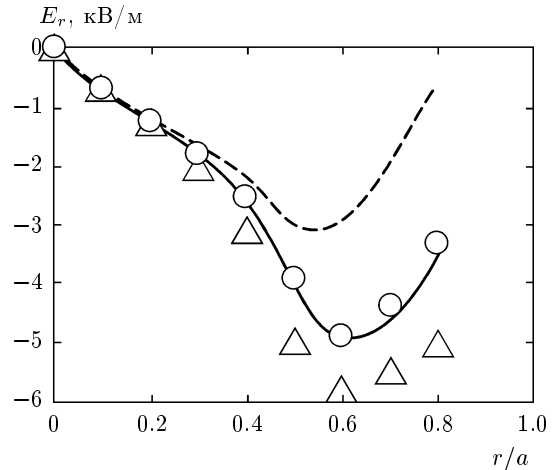


Рис. 1. Пример расчета профиля радиального электрического поля $E_r(r)$ в характерном омическом разряде токамака TCV [17]; r/a — эффективный радиус магнитной поверхности. Штриховая линия — экспериментально измеренный профиль $V_i^{5+}(r)B_p(r)/c$ для ионов углерода, сплошная линия — рассчитанный из экспериментов профиль $E_r(r)$ в разряде; Δ — расчет $E_{r,2}(r)$ по формуле (6) с использованием экспериментально измеренного профиля скорости тороидального вращения ионов углерода, \circ — расчет $E_{r,2}(r)$ по формуле (6) с использованием профиля скорости тороидального вращения основных ионов плазмы, рассчитанного из экспериментального профиля скорости тороидального вращения ионов углерода и экспериментально измеренного профиля диамагнитного члена в формуле (1)

ионов и, следовательно, для плазмы. На рис. 1 видно удовлетворительное совпадение рассчитанных точек (кружки) с экспериментально измеренным профилем $E_r(r)$, что является хорошим подтверждением нашей гипотезы.

Показательным является второй пример использования предлагаемого подхода — это сравнение рассчитанного профиля $E_{r,2}(r)$ из (6) с экспериментальными измерениями профиля радиального электрического поля на токамаке ASDEX в режиме так называемой «locked»-моды, см. рис. 8 из работы [18]. При этом плазма перестает вращаться в тороидальном направлении на всех магнитных поверхностях и экспериментально измеренное радиальное электрическое поле везде становится близким к нулю. При ионной температуре в центре около 3 кВ сумма последних двух членов в правой части соотношения (1) (именно это соотношение использовалось для расчета из экспериментальных данных электриче-

ского поля) должна быть близка к нулю. Из формулы (6) равенство нулю радиального электрического поля в отсутствие тороидального вращения следует автоматически.

Для режимов с нагревом нейтральными пучками при инжекции по току для расчета возникающего в экспериментах поля $E_r(r)$ лоренцевского члена не достаточно. На рис. 2 представлены результаты расчета $E_{r,2}(r)$ из экспериментальных данных работы [18]. В случае вращения плазмы по току и положительного радиального электрического поля (рис. 2а) рассчитанный профиль значительно отличается от экспериментального как при использовании в расчете скорости тороидального вращения ионов углерода, так и после коррекции с учетом диамагнитного члена. Физически это означает, что существенную роль начинает играть отличие от нуля суммы первого и третьего членов в правой части формулы (5). Хотя реальных измерений режимов с отрицательным $E_r(r)$ при сохранении значений основных параметров плазмы в данной работе не приводится, для выявления особенностей применения данной феноменологической теории проведем модельный расчет режима с вводом мощности нейтрального пучка против тока плазмы. Предполагаем, что все параметры останутся близкими к режиму с вводом мощности по току, за исключением изменения знаков $E_r(r)$ и $V_t(r)$. На рис. 2б показан пример подобного моделирования для $E_r(r)$ и результаты расчета $E_{r,2}(r)$ по формуле (6) с использованием скорости тороидального вращения ионов углерода и основных ионов плазмы. Видно, что профиль радиального электрического поля, рассчитанный только из профиля лоренцевской плотности объемного заряда, в данном случае гораздо лучше соответствует возможному экспериментальному профилю.

Можно сделать вывод, что для большинства режимов, в которых наблюдается отрицательное электрическое поле, профиль $E_r(r)$ в непериферийной области токамаков с хорошей точностью описывается уравнением Пуассона с лоренцевской плотностью объемного заряда.

Это приводит к важному выводу о величине члена $|e|(n_i^0(r) - n_e^0(r))$ в формуле (5) в подобных режимах. Действительно, в этих режимах должно выполняться с хорошей точностью следующее равенство:

$$-\frac{j^2(r)}{2c^2|e|n_e(r)} + |e|(n_i^0(r) - n_e^0(r)) \approx 0.$$

Необходимо отметить, что характерная величина члена $\frac{j^2}{2c^2|e|n_e}$ составляет $q_j \approx 5 \cdot 10^{-3}$ ед. СГСЕ,

что примерно минимум в пять раз больше характерной величины лоренцевской плотности объемного заряда (исключение могут составлять некоторые режимы с мощной нейтральной инжекцией). Это значит, что должен существовать достаточно мощный аномальный электронный канал потерь, связанный с $n_e^0(r)$ в выражении $|e|(n_i^0(r) - n_e^0(r))$, позволяющий компенсировать плотность объемного заряда $-\frac{j^2}{2c^2|e|n_e}$. Предполагается, что степень аномальности ионов незначительна по сравнению со степенью аномальности электронов.

Возможная причина этого в рамках рассматриваемой теории будет упомянута ниже.

Отметим еще одно следствие для так называемого будстреп-тока, связанное с формулой (5). Будстреп-ток не дает вклада в релятивистскую плотность объемного заряда в токамаке. Это связано с тем, что в будстреп-токе массовая скорость электронов, создающая ток, примерно равна с обратным знаком массовой скорости ионов в лабораторной системе координат [19]. Согласно формуле (5) релятивистской плотности зарядов в этом случае не возникает. Этот факт может быть существенным при рассмотрении вопросов формирования радиального электрического поля в случае большой фракции будстреп-тока в плазме.

3.2. Равновесная скорость тороидального вращения плазмы

Используя процедуру, описанную в работе [14], проведем расчет радиального профиля скорости тороидального вращения основных ионов и, следовательно, плазмы в целом. Для этого подставим в формулу (1) выражение для $E_r(r)$, вычисленное из формулы (2) с плотностью объемного заряда из формулы (5). Делая естественное предположение, что скорость тороидального вращения на границе плазмы близка к нулю, легко получить выражение

$$\begin{aligned} V_t(r) \approx & V_p(r) \frac{B_t}{B_p(r)} - \frac{c}{|e|n_i(r)B_p(r)} \frac{dP_i(r)}{dr} - \\ & - \left[V_p(r) \frac{B_t}{B_p(r)} - \frac{c}{|e|n_i(r)B_p(r)} \frac{dP_i(r)}{dr} \right]_{r=a} - \\ & - \int_r^a \left[V_p(\xi) \frac{B_t}{B_p(\xi)} - \frac{c}{|e|n_i(\xi)B_p(\xi)} \frac{dP_i(\xi)}{d\xi} - \right. \\ & \left. - \frac{j(\xi)}{2|e|n_e(\xi)} + |e|(n_i^0(\xi) - n_e^0(\xi)) \frac{c^2}{j(\xi)} \right] \times \\ & \times \left(\frac{1}{\xi} + \frac{1}{B_p(\xi)} \frac{dB_p(\xi)}{d\xi} \right) d\xi. \quad (7) \end{aligned}$$

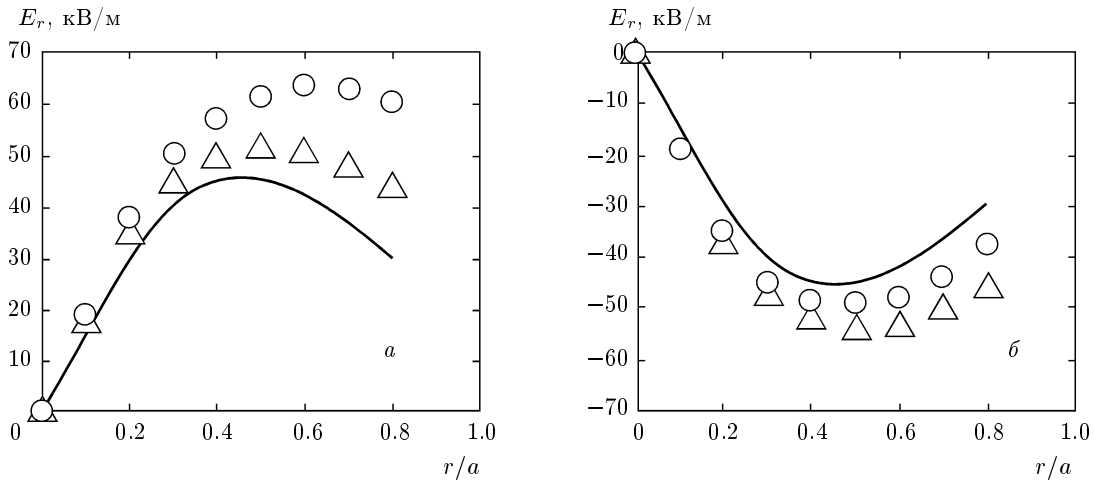


Рис. 2. Примеры расчета профиля радиального электрического поля $E_r(r)$ в разрядах с инъекцией нейтральных пучков для токамака ASDEX [18]: *a* — реальный разряд с нейтральной инъекцией по току плазмы, *б* — смоделированный разряд с нейтральной инъекцией против тока плазмы. Обозначения точек (o, Δ) такие же, как на рис. 1. Сплошные кривые — экспериментально измеренный (*a*) и смоделированный (*б*) профили $E_r(r)$ в разряде в предположении, что все параметры плазмы подобны за исключением направления ввода нейтральной мощности и, следовательно, направления скорости тороидального вращения плазмы

Для вычисления этой формулы использовалось равновесное выражение типа формулы (1), поэтому назовем полученную скорость равновесной скоростью тороидального вращения плазмы.

Как указывалось выше, в омических и некоторых других режимах сумма последних двух членов в квадратных скобках под интегралом близка к нулю. Это позволяет рассчитывать профиль скорости тороидального вращения плазмы из диамагнитного члена и полоидального вращения. При этом возможная логарифмическая расходимость интеграла требует, чтобы профиль давления основных ионов плазмы был достаточно плоским в центре. Это не противоречит существующим экспериментам (см., например, [20]).

Полученное соотношение для равновесной скорости тороидального вращения плазмы позволяет в определенной мере понять причину того, почему создаются условия компенсации плотности объемного релятивистского заряда $-\frac{j^2}{2c^2|e|n_e}$ (связанной с электронным потоком) членом $|e|(n_i^0(r) - n_e^0(r))$ (связанным с потоками ионов и электронов поперек магнитного поля). Действительно, пусть $n_i^0(r) \approx n_e^0(r)$. Тогда при характерных параметрах плазмы из формулы (7) следует, что уже в области 0.6 малого радиуса скорость равновесного тороидального вращения плазмы по направлению тока достигнет примерно половины токовой скорости электронов и далее бу-

дет логарифмически расти к центру до бесконечности. В случаях, когда невозможно компенсировать член $-\frac{j^2}{2c^2|e|n_e}$, при реальных профилях тока в центре всегда будет возникать логарифмическая расходимость. Равновесие типа формулы (1) перестает выполняться. Подобный пучок не может существовать в плазме, возможно, это является одной из причин, приводящих к аномальному поведению электронов.

Покажем возможности использования формулы (7) для эффективного анализа реальных экспериментов, в которых нельзя пренебрегать членами

$$-\frac{j(\xi)}{2|e|n_e(\xi)} + |e|(n_i^0(\xi) - n_e^0(\xi))\frac{c^2}{j(\xi)}$$

в формуле (7). В работе [21] среди прочих представлено исследование профилей скорости тороидального вращения плазмы (ионов C^{5+}) для режимов с мощным ионно-циклотронным нагревом. Исследовались три режима, в которых: а) из двух нейтральных инжекторов вводились пучки по току плазмы; б) проводились эксперименты с сбалансированным введением пучков двух инжекторов; в) из двух нейтральных инжекторов вводились пучки против тока плазмы. Во всех случаях работал еще один инжектор в поперечном направлении к тороидальному магнитному полю. Суммарная введенная мощность составляла: а) 8 МВт; б) 8.8 МВт; в) 10 МВт. По-

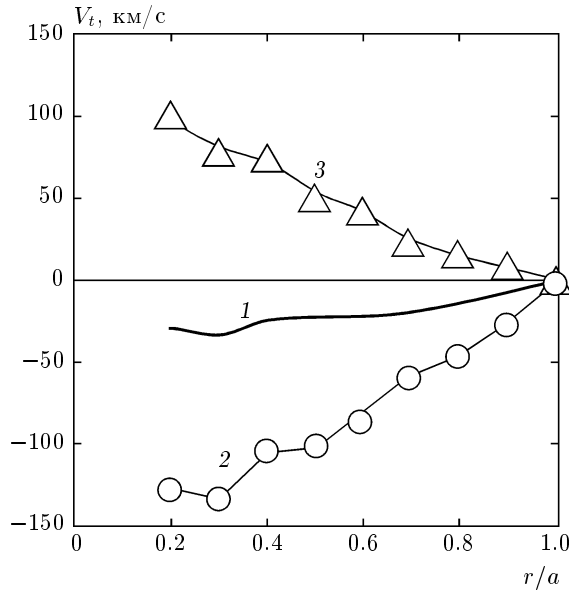


Рис. 3. Результаты расчета скорости тороидального вращения плазмы для экспериментов из работы [21]. Расчет скорости тороидального вращения плазмы из экспериментальной кривой 1 для режимов а) (Δ), в) (\circ) с использованием формулы (7). Кривые 1, 2, 3 — экспериментальные профили скорости тороидального вращения для режимов в), б), а)

глощенная мощность была во всех режимах близка и составляла примерно 6 МВт. Были получены близкие основные параметры плазмы за исключением профиля скорости тороидального вращения (и, следовательно, профиля $E_r(r)$). Взятые из [21, рис. 10] для применения формулы (7) данные профили представлены на рис. 3, для режима а) — кривая 3; для режима б) — кривая 2; для режима в) — кривая 1. Разные профили скорости тороидального вращения обусловлены отличием только в диффузионном члене под интегралом в формуле (7), пропорциональном $|e|(n_i^0(r) - n_e^0(r))$. Все остальные члены примерно одинаковы для представленных режимов. Взяв за основу профиль скорости тороидального вращения для сбалансированного режима б) и считая, что тороидальная скорость плазмы примерно равна измеряемой скорости тороидального вращения ионов углерода, можно рассчитать из формулы (7) изменение диффузионного члена $|e|(n_i^0(r) - n_e^0(r))$, приводящее к профилям скорости тороидального вращения в режимах а) и в). Хотя, в принципе, на токамаке JT60-U существует возможность получения экспериментальной информации о профиле тока (MSE-диагностика), необходимого для расчетов, для простоты воспользуемся

моделью однородного профиля тока. Тогда из (7) для получения профиля тороидального вращения в случае а) должна появиться добавка в диффузионном члене, равная

$$\Delta [n_i^0(r) - n_e^0(r)] \approx -0.3 \cdot 10^7 \frac{r}{a} \text{ см}^{-3},$$

а для режима в) —

$$\Delta [n_i^0(r) - n_e^0(r)] \approx +0.22 \cdot 10^7 \frac{r}{a} \text{ см}^{-3}.$$

Отметим, что характерное значение величины $|n_i^0(r) - n_e^0(r)|$ для омических разрядов составляет $5 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$. Расчетные профили скорости тороидального вращения, полученные из формулы (7) с учетом этих добавок, показаны на рис. 3. Естественно, что экспериментальные и расчетные точки хорошо совпадают. При том, что традиционно электронный канал считается определяющим в удержании плазмы, появление дополнительной отрицательной плотности $\Delta(n_i^0(r) - n_e^0(r))$ указывает на улучшение удержания электронов, и наоборот, положительная плотность указывает на ухудшение удержания электронов. Таким образом, с точки зрения рассматриваемой теории энергетическое время жизни удержания плазмы должно быть наименьшим для режима в), лучшим для режима б) и наилучшим для режима а).

Это хорошо коррелирует с экспериментальным исследованием фактора НН [21, рис. 12] для энергетического времени жизни ITER N97 ELM-скейлинга [22] в этих режимах. Величина фактора НН минимальна для случая в) и примерно равна 0.7 (наихудшее удержание плазмы), увеличивается приблизительно до 0.75 в случае б) и максимальна для случая а), при котором равна примерно 0.8 (наилучшее удержание плазмы).

3.3. Равновесное радиальное электрическое поле в токамаке

Используя формулы (1), (5), (7), можно рассчитать равновесное (связанное с равновесием (1)) радиальное электрическое поле в токамаке:

$$\begin{aligned}
 E_r(r) \approx & -\frac{B_p(r)}{c} \times \\
 & \times \int_r^a \left[V_p(\xi) \frac{B_t}{B_p(\xi)} - \frac{c}{|e|n_i(\xi)B_p(\xi)} \frac{dP_i(\xi)}{d\xi} - \right. \\
 & \left. - \frac{j(\xi)}{2|e|n_e(\xi)} + |e|(n_i^0(\xi) - n_e^0(\xi)) \frac{c^2}{j(\xi)} \right] \times \\
 & \times \left(\frac{1}{\xi} + \frac{1}{B_p(\xi)} \frac{dB_p(\xi)}{d\xi} \right) d\xi + \\
 & + \left[\frac{V_p(r)B_t}{c} - \frac{1}{|e|n_i(r)} \frac{dP_i(r)}{dr} \right]_{r=a}. \quad (8)
 \end{aligned}$$

Ряд особенностей для этого поля, следующих из интегрального вида выражения (8), будут отмечены в выводах. Сейчас покажем, как это выражение может эффективно применяться при анализе экспериментов, связанных с физикой формирования транспортных барьеров. В рамках дебаевского экранирования объемных зарядов трудно понять, как формируются характерные профили радиального электрического поля вблизи барьеров, наблюдаемые на многих токамаках [21, 23–25]. На рис. 4б,в представлены результаты расчетов радиальных профилей электрического поля, скорости тороидального (для тороидального вращения считаем определяющим диамагнитный член в формуле (7)) и полоидального вращения основных ионов, качественно совпадающие с результатами экспериментов [21, 23–25]. Согласно интегральным формулам (7) и (8), эти профили автоматически возникают, если в области барьера появляется два слоя плотности объемного заряда (рис. 4а) с примерно равной шириной. Отрицательный слой вызван резким уменьшением электронного радиального потока, наблюдаемого обычно в барьере, положительный слой возникает из уравнения непрерывности и того факта, что вне области транспортного барьера в сторону периферии все параметры плазмы практически не меняются. Интегрирование в формулах (8) и (7) ведется от r до a , следовательно, изменение плотности объемного заряда в области барьера не скажется в направлении к периферии, а все изменения будут происходить в области к центру плазмы, что характерно для реальных экспериментов. Абсолютная величина изменения радиального электрического поля в барьере изменяется от величин ~ 10 кВ/м в работе [21] до ~ 100 кВ/м в работах [23–25]. Поэтому в зависимости от ширины барьера и величины электрического поля величина ступеньки плотности объемного заряда $\Delta|e|(n_i^0(r) - n_e^0(r))$ в барьере по абсолютной величине должна находиться в пределах от 0.005 ед. СГСЕ до 0.2 ед. СГСЕ.

4. ВЫВОДЫ

1. Найдено общее выражение для плотности объемного заряда в рамках сделанных в работе предположений (формула (5)) в плазме токамака, состоящее из трех членов: первые два связаны с релятивистским сокращением объемов в потоках электронов и ионов, третий член учитывает переход конкретных ионов и электронов с одних магнитных поверхностей на другие. Как следствие, в общем случае $E_r(r)$ не является локальным параметром в плазме токамака, т. е. удаленные плотности объемных зарядов не экранируются, а влияют на формирование $E_r(r)$ в исследуемых точках.

2. Сравнение с экспериментами показывает, что в непериферийных областях плазмы определяющим является второй лоренцевский член в формуле (5). Это приводит к тому, что электронный канал потерь в непериферийных областях токамака должен быть аномальным.

3. Будстреп-ток не дает вклада в релятивистскую плотность объемного заряда в токамаке. Это связано с тем, что в будстреп-токе массовая скорость электронов, создающая ток, примерно равна с обратным знаком массовой скорости ионов в лабораторной системе координат [19]. Согласно формуле (5), релятивистской плотности зарядов в этом случае не возникает. Этот факт может быть существенным при рассмотрении вопросов формирования радиального электрического поля в случае большой фракции будстреп-тока в плазме.

4. Получено общее выражение для радиального профиля скорости тороидального вращения основных ионов плазмы, а значит, и плазмы в целом (формула (7)), в случае существования равновесия (формула (1)).

5. Знак и характерная величина скорости тороидального вращения центральных областей плазмы в большинстве омических режимов и в стандартных режимах с ионно-циклотронным нагревом (когда скорость тороидального вращения направлена против тока плазмы и составляет величину 10–100 км/с) правильно описываются формулой (7) при реальных профилях давления ионов.

6. Если на периферии плазмы сумма членов в правой части (5)

$$-\frac{j^2(r)}{2c^2|e|n_e(r)} + |e|(n_i^0(r) - n_e^0(r))$$

становится меньше нуля (фактически это чаще всего означает подавление электронных потерь на периферии), то при некотором значении этой суммы

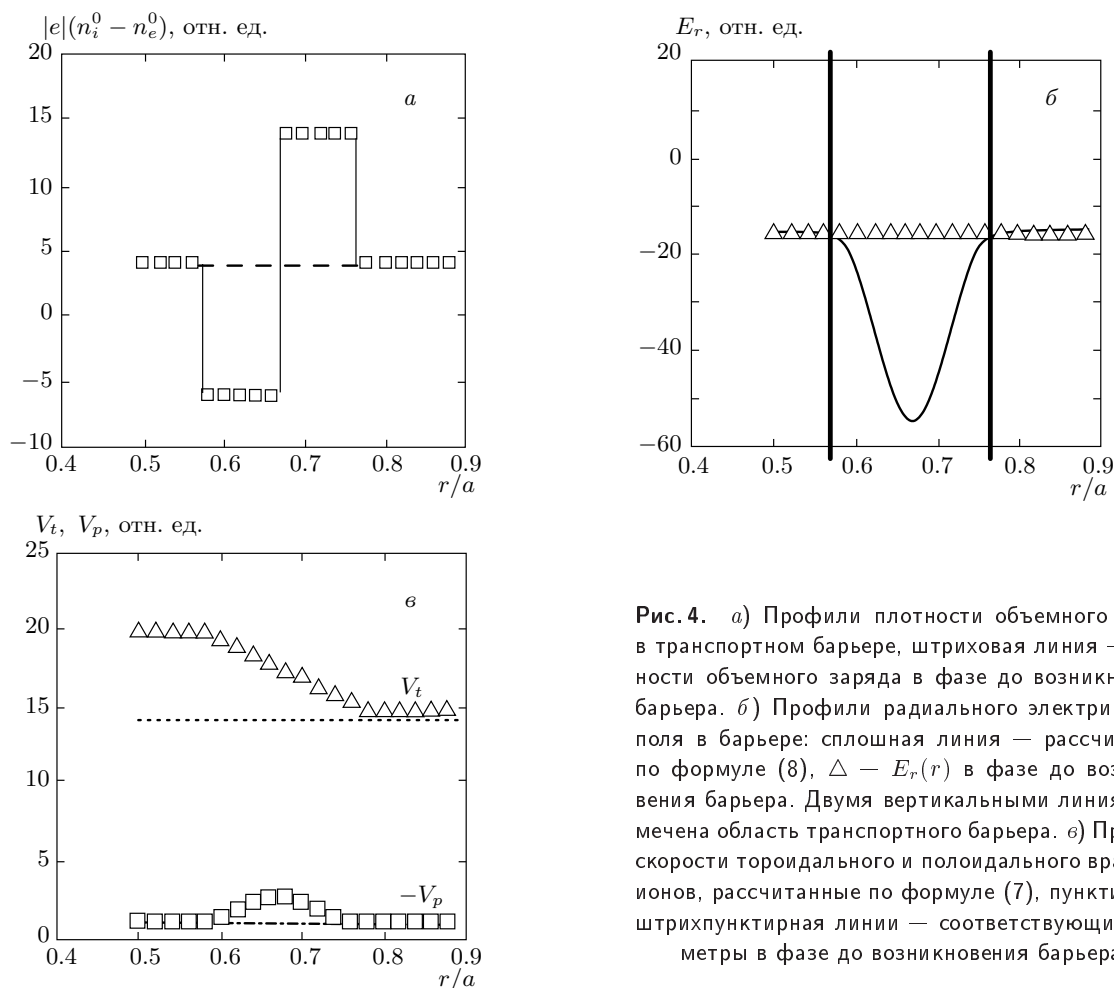


Рис. 4. а) Профили плотности объемного заряда в транспортном барьере, штриховая линия — плотности объемного заряда в фазе до возникновения барьера. б) Профили радиального электрического поля в барьере: сплошная линия — рассчитанные по формуле (8), Δ — $E_r(r)$ в фазе до возникновения барьера. Двумя вертикальными линиями отмечена область транспортного барьера. в) Профили скорости тороидального и полоидального вращения ионов, рассчитанные по формуле (7), пунктирная и штрихпунктирная линии — соответствующие параметры в фазе до возникновения барьера

центральные области плазмы начинают вращаться по току и это хорошо коррелирует с экспериментами (см., например, [11]).

7. Нескомпенсированная релятивистская плотность объемного заряда в центральных областях плазмы, связанная с электронами (первый член в формуле (5)), приводит к сильному увеличению скорости тороидального вращения в этих областях (в направлении тока) до величин, значительно превышающих токовую скорость электронов плазмы. Это приводит к быстрому выходу за рамки возможности использования формулы для равновесных потоков (1) и может быть одной из причин существующих аномальностей в переносах плазмы.

8. Важной особенностью формулы для равновесной скорости тороидального вращения (7) является тот факт, что если имеются два режима с близкими параметрами плазмы, различающимися только направлением скорости тороидального вращения, то

удержание плазмы в режиме с вращением по току всегда будет гораздо лучше, чем в случае вращения против тока. Это подтверждается экспериментами, например, работы [21].

9. Получено общее выражение для профиля радиального электрического поля в плазме (формула (8)) в случае существования равновесия (1).

10. Особенностью зависимости равновесного поля $E_r(r)$ от плотности объемного заряда в токамаке является то, что отрицательной суммарной плотности заряда первого и третьего членов в формуле (5) соответствует положительное равновесное поле $E_r(r)$ (формула (8)) и это хорошо коррелирует с экспериментами (см., например, [11]).

11. Интегральный характер связи параметров плазмы (формулы (7), (8) или следствие формулы (5)) в общем случае приводит к тому, что локальное изменение параметров плазмы в какой-то области, например на периферии, вызывает изменение ско-

рости тороидального вращения и поля $E_r(r)$ во всей плазме в сторону центра от возмущения. Все магнитные поверхности в той или иной мере «мгновенно» почувствуют данное локальное возмущение. Подобное недиффузионное проникновение возмущений наблюдается в экспериментах (см., например, [26]).

ЛИТЕРАТУРА

1. T. S. Taylor, *Plasma Phys. Control. Fusion* **39**, B47 (1997).
2. T. S. Nahm and K. H. Burrell, *Phys. Plasmas* **2**, 1648 (1995).
3. R. D. Hazeltine, *Phys. Fluids* **17**, 961 (1974).
4. P. H. Rutherford, *Phys. Fluids* **13**, 482 (1970).
5. Л. М. Коврижных, *ЖЭТФ* **56**, 877 (1969).
6. J. W. Connor and R. J. Hastie, *Nucl. Fusion* **13**, 221 (1973).
7. А. Б. Михайловский, В. С. Цыпин, Препринт ИАЭ-3730/6 (1983).
8. W. Stacey, *Phys. Plasmas* **8**, 158 (2001).
9. L.-G. Eriksson, G. T. Hoang, and V. Bergeaud, *Nucl. Fusion* **41**, 91 (2001).
10. J. E. Rice, P. T. Bonoli, J. A. Goetz et al., *Nucl. Fusion* **39**, 1175 (1999).
11. G. T. Hoang, P. Monier-Garbet, T. Aniel et al., *Nucl. Fusion* **40**, 913 (2000).
12. J. E. Rice, E. S. Marmor, F. Bombarda, and L. Qu, *Nuclear Fusion* **37**, 421 (1997).
13. М. Л. Мартинсон, А. В. Недоспасов, *УФН* **163**, 91 (1993).
14. A. N. Romannikov, *Plasma Phys. Control. Fusion* **49**, 641 (2007).
15. T. C. Mo, *J. Math. Phys.* **11**, 2589 (1970).
16. J. van Bladel, *Relativity and Engineering*, Springer, Heidelberg (1984).
17. B. P. Duval, A. Bortolon, A. Karpushov et al., *Plasma Phys. Control. Fusion* **49**, B195 (2007).
18. H. Meister, A. Kallenbach, A. G. Peeters et al., *Nucl. Fusion* **41**, 1633 (2001).
19. M. Kikuchi and M. Azumi, *Plasma Phys. Control. Fusion* **37**, 1215 (1995).
20. А. Романников, Ю. Петров, П. Платц и др., *Физика плазмы* **28**, 110 (2002).
21. H. Shirai, M. Kikuchi, T. Takizuka et al., *Nucl. Fusion* **39**, 1713 (1999).
22. *ITER Confinement Database and Modelling Working Group*, *Plasma Phys. Control. Fusion* **39**, B115 (1997).
23. К. А. Разумова, В. В. Аликаев, И. С. Бондаренко и др., *Физика плазмы* **27**, 291 (2001).
24. S. de Pena Hempel, H. Meister, A. Kallenbach et al., *Proc. 25th Europ. Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics*, Prague (1998), *Europ. Phys. Soc.*, Geneva (1998), Vol. 22C, p. 484.
25. R. E. Bell, F. M. Levinton, S. H. Batha et al., *Plasma Phys. Control. Fusion* **40**, 609 (1998).
26. S. V. Neudatchin, T. Takizuka, N. Hayashi et al., *Nucl. Fusion* **44**, 945 (2004).