# КОЭФФИЦИЕНТ ПРОХОЖДЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКА ИЗ ЖИДКОГО ГЕЛИЯ В АЛЮМИНИЙ В ПРОМЕЖУТОЧНОМ СОСТОЯНИИ ПРИ $T \approx 0.1$ К

К. Н. Зиновьева, В. В. Кондратьев\*

Институт физических проблем им. П. Л. Капицы Российской академии наук 119334, Москва, Россия

Поступила в редакцию 20 июля 2007 г.

Измерен коэффициент прохождения ультразвука  $\alpha(\theta)$  из жидкого <sup>4</sup>Не в монокристалл алюминия при  $T \approx 0.1$  К в промежуточном, сверхпроводящем и нормальном состояниях как функция полярного угла  $\theta$  при азимутальном угле  $\varphi = 0$ . Метод основан на измерении температурного скачка Капицы на границе двух сред. Найдены зависимости коэффициента прохождения для рэлеевских мод от частоты звука (интервал 13-194 МГц) и величины магнитного поля. Показано, что интегральный коэффициент прохождения в промежуточном состоянии при угле  $\theta_R$ , большем критического, растет с увеличением магнитного поля. Вблизи  $H_c$  интегралы прохождения от частоты не зависят. Вблизи H = 0 при  $\nu > 39$  МГц коэффициент прохождения слабо растет с повышением частоты; при самых низких частотах наблюдается аномальный рост коэффициента прохождения с понижением частоты. Экспериментальные результаты сравниваются с теорией Андреева. Выполнен численный расчет и построены зависимости  $\alpha(\theta, \varphi)$  для объемных мод в области, соответствующей углу меньшему критического, для трех главных плоскостей кристалла: (001), (011) и (111), построена зависимость  $\alpha(\theta)$  при  $\varphi = 0$ . Проведена оценка ширины рэлеевского пика.

PACS: 67.40.Pm, 68.35.Ja, 74.25.Ld

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В данной статье представлены результаты экспериментального исследования и численного расчета коэффициента прохождения звука из жидкого <sup>4</sup>Не в монокристалл алюминия в магнитном поле  $H \lesssim H_c$  при  $T \approx 0.1$  К.

Цель работы — измерить вклады объемных и поверхностных волн сверхпроводника в тепловой поток через границу; определить зависимость этих вкладов от частоты падающей волны и величины магнитного поля, сравнить результаты с теорией.

Как известно, при распространении потока тепла через контакт жидкого гелия с твердым телом на границе раздела возникает температурный скачок  $\Delta T$ , пропорциональный плотности теплового потока  $\Delta W$  и обратно пропорциональный кубу температуры. Явление было открыто Капицей [1] в 1941 г. и получило название «скачка Капицы» или «граничного теплового сопротивления».

В 1952 г. Халатников [2] предложил теоретическое объяснение скачка Капицы. Согласно теории Халатникова, теплообмен между твердым телом и жидким гелием осуществляется путем поглощения и испускания фононов поверхностью твердого тела, а скачок температуры на границе возникает из-за акустического рассогласования импедансов двух сред (различающихся примерно на 3 порядка) и малости критического угла падения для фононов в жидком гелии (порядка 10°). При углах падения, больших критического, происходит полное внутреннее отражение. В теории Халатникова для простоты твердое тело предполагается изотропным.

Плотность потока тепла через границу определяется формулой

$$\Delta W = \frac{\Delta T}{R_K},\tag{1}$$

где

<sup>\*</sup>E-mail: kondr57@gmail.com

$$R_K = \frac{15}{16\pi^5} \frac{DT^{-3}}{\rho c} (2\pi\hbar c_t)^3 [F_1(\eta) + F_2(\eta)]^{-1} \qquad (2)$$

— граничное тепловое сопротивление. Здесь  $\rho$ , D — плотности соответственно жидкого гелия и твердого тела;  $\eta = c_l/c_t$ ;  $c, c_l, c_t$  — соответственно скорость звука в гелии, скорости продольного и поперечного звука в твердом теле,  $F_1(\eta)$  и  $F_2(\eta)$  — безразмерные константы порядка единицы, отвечающие соответственно вкладам объемных (продольной и двух поперечных) и поверхностных рэлеевских волн. Для монохроматической волны когерентных фононов

$$F_1(\eta) + F_2(\eta) = \frac{1}{2} \frac{D}{\rho} \left(\frac{c_t}{c}\right)^3 \int_0^{\pi/2} w(\theta) \cos\theta \sin\theta \, d\theta, \quad (3)$$

где  $w(\theta)$  — коэффициент прохождения фонона, падающего из жидкого гелия на твердое тело под углом  $\theta$ . В теории Халатникова предполагалось полное поглощение энергии рэлеевских волн твердым телом. В этом случае  $F_1 \approx F_2$ , т.е. вклады в поток энергии объемных и поверхностных волн примерно равны.

Многочисленные экспериментальные исследования [3] показали, что теория Халатникова справедлива для границы жидкого гелия с совершенными кристаллами при идеальной поверхности и очень низких температурах ( $T \lesssim 0.3$  K). При более высоких температурах реальные значения сопротивления Капицы на 1-2 порядка меньше значений, предсказываемых теорией. При этом часто вместо закона  $R_K \propto T^{-3}$  наблюдается закон  $R_K \propto T^{-4}$ . Причина заключается в том, что теория не учитывает все каналы обмена энергией, существующие в реальном твердом теле. В металлах, например, эффективным каналом диссипации энергии фононов являются электроны проводимости, в поликристаллах рэлеевское рассеяние звука на границах зерен. Необходимо учитывать также рассеяние на примесях, дефектах решетки, неровностях поверхности и краевых углах.

Впервые вклад электронов проводимости в тепловой поток между металлом и жидким гелием был вычислен Андреевым [4]. Андреев показал, что при учете поглощения звука проводящими электронами в чистых металлах, когда длина свободного пробега электронов много больше длины волны звука, на зависимости коэффициента прохождения от угла падения  $\theta$  при угле падения  $\theta_R$ , большем критического, должен появиться острый пик высотой порядка единицы и шириной порядка одной угловой минуты. Пик обусловлен поглощением рэлеевской волны, возбужденной падающим звуком, электронами проводимости.

Эффект, предсказанный Андреевым, был экспериментально подтвержден и подробно исследован для границы жидкий гелий – нормальный металл в работах [5–10]. Граница жидкого гелия со сверхпроводящим металлом, находящимся в промежуточном состоянии, до сих пор не изучалась.

Работа построена следующим образом. В разд. 2 приведены результаты численных расчетов зависимостей коэффициента прохождения звука из жидкого гелия в алюминий от полярного ( $\theta$ ) и азимутального ( $\varphi$ ) углов падения, а также от полярного угла падения при  $\varphi = 0$ . В разд. 3 приводится краткое описание экспериментальной установки, а в разд. 4 — метода измерения. В разд. 5 сообщается о величине и зависимости коэффициента прохождения звука в алюминий от частоты и магнитного поля при  $T \approx 0.1$  К в интервале частот 10–200 МГц в нормальном и сверхпроводящем состояниях, а также в промежуточном состоянии в области магнитных полей, близких к  $H_c$ , и в области слабых магнитных полей. В разд. 6 даны значения интегралов энергии рэлеевской волны, прошедшей в алюминий. В разд. 7 экспериментальные результаты сравниваются с теорией, в разд. 8 подводятся итоги работы.

# 2. ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ

Коэффициент прохождения звука из жидкого <sup>4</sup>Не в алюминий (кубический кристалл со слабой анизотропией,  $\eta_{anisotr} = 1.22$ ) рассчитывался численно. Расчет необходим для калибровки экспериментальных данных.

При падении звуковой волны из жидкого гелия на границу с твердым телом в последнем могут возбуждаться разнообразные моды звуковых колебаний: объемные продольная и две поперечные, поверхностная рэлеевская и псевдоповерхностная. (Строго говоря, термины «продольная волна» и «поперечная волна» применимы только к изотропным телам, но коэффициент анизотропии алюминия близок к единице, и мы для простоты будем пользоваться этими терминами.) Каждая из этих волн удовлетворяет волновому уравнению, которое для анизотропного твердого тела записывается в виде (см., например, [11])

$$(k_i k_l \lambda_{ijkl} - D\omega^2 \delta_{jk}) X_j = 0, \qquad (4)$$

где  $k_m - m$ -я компонента волнового вектора,  $\lambda_{ijkl}$  тензор модулей упругости,  $\omega$  — частота фонона, D плотность твердого тела,  $\delta_{jk}$  — символ Кронекера, а  $X_i - j$ -я компонента вектора поляризации волны.



Рис.1. Зависимости коэффициента прохождения  $\alpha(\theta,\varphi)$  для алюминия; плоскости (001) (a), (111) (б) и (011) (6)

Направим ось z перпендикулярно границе раздела между жидкостью и твердым телом, причем будем считать, что твердому телу соответствуют значения z < 0. Для существования ненулевого решения уравнения (4) необходимо выполнение условия

$$\det(k_i k_l \lambda_{ijkl} - D\omega^2 \delta_{jk}) = 0, \qquad (5)$$

где  $\omega$  — параметр. Это уравнение шестой степени относительно неизвестной величины  $k_3$ ; решив его, получим в общем случае шесть возможных значений  $k_3$ . Нас интересует случай, когда волна распространяется от поверхности в глубь твердого тела, поэтому из этих корней надо отобрать три, удовлетворяющие исходной постановке задачи (если корень  $k_{3\beta}$ чисто действительный, то волна должна удаляться от поверхности твердого тела, т.е.  $k_{3\beta} < 0$ , а если этот корень комплексный, то она должна затухать в твердом теле с глубиной, т.е. Im $(k_{3\beta}) < 0$ ). Каждый корень определяет некоторую поляризацию волны (вектор  $\mathbf{X}_{\beta}$ ). Далее отыскивается линейная комбинация трех полученных решений волнового уравнения, а также отраженной в гелий волны, удовлетворяющая граничным условиям (при преломлении сохраняются частота фонона и параллельная границе раздела компонента волнового вектора; на границе отсутствуют тангенциальные напряжения, а нормальные компоненты смещений и напряжений в жидкости и твердом теле на границе равны). Коэффициент отражения энергии  $A_{refl}$  определяется отношением квадратов амплитуд отраженной и падающей волн, а коэффициент прохождения энергии — из формулы  $\alpha = 1 - A_{refl}$ .

На рис. 1 построены расчетные зависимости  $\alpha(\theta, \varphi)$  коэффициента прохождения энергии фононов из жидкого гелия в алюминий для трех главных плоскостей кристалла: (001), (011) и (111). На этом рисунке степень почернения соответствует величине коэффициента прохождения (белый цвет —  $\alpha = 0$ , черный —  $\alpha \geq 0.03$ ), расстояние от центра спектра полярный угол  $\theta$ , угол от положительного направления горизонтальной оси — азимутальный угол  $\varphi$ . Расчет проведен для следующих плоскостей алюминия: (001) (рис. 1*a*), (111) (рис. 1*б*), (011) (рис. 1*e*).

Зависимости  $\alpha(\theta, \varphi)$  коэффициента прохождения энергии фононов из жидкого гелия в алюминий на рис. 1 характерны для слабоанизотропного кристалла. В центре при углах падения  $\theta = (0-2.1)^{\circ}$  наблюдается окрашенная в светлосерый тон область, в которой происходит возбуждение и продольного, и поперечного звука, эта область слабо отличается от круга из-за малой анизотропии кристалла. При  $\theta \gtrsim 2.1^{\circ}$  следует область поперечных волн (быстрых и медленных) с бо́льшим коэффициентом прохождения, окрашенная в темно-серый тон, при этом ближе к центру коэффициент прохождения слегка увеличивается.

Области продольного и поперечного звука отделены друг от друга белым кольцом, в котором прохождение равно нулю. Внешняя граница области, в которой возбуждаются только поперечные волны, соответствует критическому углу падения.

Для анизотропного кристалла характерны резонансные пики псевдоповерхностных волн. На рис. 1 *а* они появляются вблизи направления [110] в виде тонких усов, а на рис. 1*б* они видны в виде темных полос с симметрией шестиугольника в области поперечных волн. Псевдоповерхностные волны не полностью локализованы вблизи поверхности и при этом они достаточно слабо связаны с объемными модами.

Кроме того, в области полного внутреннего отражения существует еще одно кольцо (соответствующее возбуждению рэлеевских поверхностных мод), в котором наблюдается прохождение энергии звука в металл. Для этой области мы оценивали прохождение энергии звуковой волны в металл следующим образом. Как и для прохождения в объемные моды, по амплитуде падающей из гелия волны мы можем выписать волновое уравнение (4) и формально найти его решения. Оказывается, если угол падения лежит в узкой окрестности угла, называемого рэлеевским  $(\theta_R)$ , то в металле вдоль поверхности распространяется волна, амплитуда которой быстро затухает с удалением в глубь металла (волновой вектор этой волны имеет действительные компоненты в направлении, параллельном границе раздела, и мнимую в направлении, перпендикулярном границе раздела). Коэффициент прохождения для этой области пропорционален амплитуде колебания границы металл – гелий (см. ниже вставку к рис. 2).

На рис. 2 показана расчетная зависимость коэф-



Рис.2. Зависимость коэффициента прохождения  $\alpha(\theta)$ ; плоскость (001) монокристалла алюминия,  $\varphi=0$ ; вставка — рэлеевский пик

фициента прохождения энергии звука из жидкого гелия в алюминий  $\alpha(\theta)$  для  $\varphi = 0$  при падении на плоскость (001). На вставке показан рэлеевский пик; вообще говоря, соотношение масштабов по вертикальным осям на вставке и на основной части рисунка из расчета определить нельзя — это является предметом экспериментальной части работы.

Коэффициент  $\alpha(\theta)$  обращается в нуль при углах полного внутреннего отражения продольных волн  $\theta_1$  =  $\arcsin(c/c_l)$  и поперечных волн  $\theta_2$  =  $\arcsin(c/c_t)$ , а рэлеевский максимум соответствует углу  $\theta_R$  =  $\arcsin(c/c_R)$ , где c — скорость звука в жидком гелии,  $c_l, c_t$  — скорости продольных и поперечных волн в металле,  $c_R$  — скорость рэлеевской волны на свободной поверхности металла. Для алюминия  $\theta_1$  =  $2.10^\circ$ ,  $\theta_2$  =  $4.00^\circ$ ,  $\theta_R$  =  $4.38^\circ$ ; c =  $2.37 \cdot 10^4$  см/с,  $c_l$  =  $6.5 \cdot 10^5$  см/с,  $c_t$  =  $3.4 \cdot 10^5$  см/с,  $c_R$  =  $3.2 \cdot 10^5$  см/с.

## 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

В работе использовалась установка (см. [5, 7]), специально созданная для высокочувствительных измерений малого коэффициента прохождения фононов из жидкого гелия в твердое тело с высоким угловым разрешением. Установка смонтирована в отдельной экранированной комнате. Основная ее часть — криостат растворения <sup>3</sup>Не в <sup>4</sup>Не с предельной температурой 25 мК, в котором охлаждается измерительная камера, заполненная <sup>4</sup>Не, с образцом и пьезокварцевым излучателем. Измерительная камера (см. [5]) представляет собой цилиндр диаметром 40 мм и высотой 50 мм, верхний торец которого одновременно является дном ванны растворения.

Образец из алюминия в виде диска (толщиной 2 мм, диаметром 18 мм, монокристалл высокой чистоты;  $R_{300\text{K}}/R_{4.2\text{K}} = 40000; H_c(0 \text{ K}) = 104 \text{ }$ ) был выращен Вольским [12]. Расчетная длина свободного пробега электронов (обусловленная рассеянием на примесях) составляет  $l = \sigma m v_F / (n_e e^2) = 800$  мкм (при  $\sigma = 10^{10} \text{ Om}^{-1} \cdot \text{см}^{-1} = 9 \cdot 10^{21} \text{ ед. СГС},$  $v_F = 1.4 \cdot 10^8 \text{ см/с}$ ). Поверхность образца была подвергнута механической полировке на полировальном станке (размер зерен полировальной пасты около 1 мкм) и последующей электрохимической полировке. После обработки размер дефектов на поверхности образца не превышал 0.1 мкм (т. е. был много меньше длины волны фононов,  $\lambda \geq 16$  мкм). Образец закреплен во вращающейся рамке, с помощью которой его можно отклонять от горизонтального положения на угол до  $\pm 10^{\circ}$ .

На расстоянии примерно 10 мм от образца горизонтально расположен излучатель ультразвука, представляющий собой круглую кварцевую пластину X-среза диаметром около 15 мм. Толщина кварцевого излучателя составляет 0.23 мм; частота основной гармоники звука равна 12.89 МГц. В эксперименте также использовались нечетные кратные гармоники (38.91, 64.80, 90.70, 116.67, 142.55, 168.47, 194.40 МГц).

Поворот рамки с образцом осуществлялся с помощью сильфона, размещенного над измерительной камерой, через тягу, прикрепленную к одному концу рамки.

Угол отклонения образца от горизонтали измерялся косвенным методом — по изменению емкости плоского конденсатора, неподвижные пластины которого были жестко закреплены на стойке в измерительной камере, а подвижные вращались вместе с образцом. Конденсатор переменной емкости являлся частью LC-контура, подключенного к генератору; по частоте колебаний этого контура определялся угол падения  $\theta$ .

К «теневой» стороне образца электропроводящим клеем приклеен германиевый термометр сопротивления, другой аналогичный термометр сопротивления помещен в жидком <sup>4</sup>Не в измерительной камере. В эксперименте измерялась разница показаний этих двух термометров как функция угла падения  $\theta$ .

Магнитное поле создавалось короткозамкнутым сверхпроводящим соленоидом, намотанным на поверхности вакуумной рубашки, и измерялось датчиком Холла серийного производства (монокристалл германия размерами  $4 \times 3 \times 0.5 \text{ мм}^3$ ). Он был расположен горизонтально в непосредственной близости от образца на неподвижной стойке измерительной камеры. Чувствительность датчика Холла составляла 15.15 мкВ/Э при T = 300 К и 14.94 мкВ/Э при T = 4.2 К.

Измерения были проведены в сверхпроводящем состоянии алюминия (магнитное поле Земли, равное примерно 0.5 Э, не компенсировалось), в промежуточном состоянии (поля 16, 72, 85 Э) и в нормальном состоянии. Из-за наличия кольцевых паек, выполненных оловянно-свинцовым припоем, захватывающих магнитный поток в сверхпроводящем состоянии, измерения для нормального состояния алюминия проводились в магнитном поле около 1500 Э (заведомо превышающем поле сверхпроводящего перехода припоя).

Для перевода образца в промежуточное состояние в начале эксперимента вакуумная рубашка охлаждалась снаружи, так чтобы температура измерительной камеры оставалась не ниже примерно 15 К, после чего в соленоид вводился необходимый ток и только потом проводилось дальнейшее охлаждение измерительной камеры.

#### 4. МЕТОД ИЗМЕРЕНИЙ

Для измерений коэффициента прохождения энергии акустических фононов из жидкого <sup>4</sup>Не в твердое тело был использован акусто-тепловой бесконтактный метод, описанный в работах [5, 7]. Метод основан на измерении температурного скачка Капицы, вызванного перегревом твердого тела относительно гелиевой ванны энергией звука, прошедшей через границу и рассеянной в образце в тепловую энергию. Из-за большой величины коэффициента отражения звуковая энергия, прошедшая из жидкого гелия в алюминий, поглощается в металле практически полностью.

При непрерывном падении плоской монохроматической волны частоты  $\omega$  на границу под углом  $\theta$ перегрев образца определяется формулой

$$\frac{\Delta T}{R_K} S_2 = S_1 \alpha(\theta, \varphi) \Delta W, \tag{6}$$

где  $R_K$  — сопротивление Капицы,  $\Delta W$  — плотность потока звуковой энергии,  $S_1$  — площадь, на которую падает звук,  $S_2$  — полная площадь поверхности образца,  $\alpha(\theta, \varphi) = w \cos \theta$  — коэффициент прохождения энергии звука,  $\theta$  и  $\varphi$  — полярный и азимутальный углы падения. Множитель  $\cos \theta$  учитывает изменение падающего потока с изменением угла



Рис. 3. Зависимость коэффициента прохождения  $\alpha$  энергии звуковой волны из жидкого гелия в монокристалл алюминия через плоскость (001) от угла  $\theta$  при  $\varphi = 0$ , T = 0.1 K и H = 85 Э для частот звука 12.89 (a), 38.91 (б), 64.80 (e), 90.70 (c), 116.67 (d), 168.47 МГц (e)

 $\theta$ . (Для алюминия в области угла 0–4.3°, меньшего критического, значение  $\cos \theta$  меняется от 1 до 0.997, поэтому с хорошей точностью можно считать, что  $\alpha(\theta, \varphi) = w(\theta, \varphi)$ .) Из выражения (6) получаем

$$\alpha(\theta,\varphi) = \frac{\Delta T S_2}{R_{\rm K} S_1 \Delta W}.\tag{7}$$

Таким образом, коэффициент прохождения энергии звука  $\alpha(\theta, \varphi)$  пропорционален перегреву образца  $\Delta T$ . В эксперименте определялась зависимость  $\Delta T(\theta)$  при фиксированных значениях частоты звука и жесткой стабилизации температуры жидкого гелия (с точностью до  $10^{-4}$  K). Для этого достаточно измерить при изменении угла  $\theta$  сопротивление германиевого термометра, помещенного на образце, как функцию частоты *LC*-генератора. Второй термометр, помещенный в жидкость, показывал постоянную температуру (с точностью  $10^{-4}$  K).

Сопротивления термометров и частота LC-генератора снимались с приборов с интервалом 1 с и записывались компьютером в реальном времени. На полное прохождение всего диапазона углов (от  $-8^{\circ}$  до  $+8^{\circ}$ ) уходило примерно полчаса.

Измерения дают лишь относительную величину  $\alpha(\theta, \varphi)$ . Абсолютное значение величины  $\alpha$  определялось из экспериментальной кривой  $\Delta T(\theta)$  после ее нормирования по теоретической зависимости  $\alpha(\theta,\varphi) = 1 - (A_{refl}/A_0)^2$  в области, соответствующей углу, меньшему критического. В качестве теоретической зависимости брались результаты расчета из разд. 2 и вычисления, опирающиеся на работу Бреховских [13] (в обоих случаях коэффициент прохождения в объемные моды одинаковый).

Угол  $\theta$  отклонения образца от горизонтального положения определялся следующим образом. В процессе эксперимента записывалась частота f колебательного контура, содержащего конденсатор с переменной емкостью С. Поскольку частота LC-контура монотонно менялась при повороте образца (изменении угла  $\theta$ ), наша задача состояла в нахождении функции, переводящей значения частоты контура в угол отклонения образца. В экспериментальных записях отчетливо наблюдались два рэлеевских пика (им приписывались углы  $\pm \theta_R$ ) и два пика при втрое меньших значениях угла  $\theta$  (см. рис. 3–5). Последние (далее — «вторичные рэлеевские пики») возникали из-за отражения звука в гелии от поверхности образца и излучателя: при угле между образцом и излучателем, равном  $\theta_R/3$ , волна, прошедшая по траектории излучатель-образец-излучатель-образец, па-



Рис. 4. Зависимость коэффициента прохождения  $\alpha$ энергии звуковой волны из жидкого гелия в монокристалл алюминия через плоскость (001) от угла  $\theta$ при  $\varphi = 0, T = 0.1$  К и H = 72 Э для частот звука 12.89 (*a*), 38.92 (*b*), 64.80 (*b*), 90.70 МГц (*z*)

дает на образец под углом  $\theta_R$ , т. е. также возбуждает рэлеевскую волну [6]. Основные и «вторичные» рэлеевские пики служили реперами угла. Определив из экспериментального графика значения частоты, при которых появляются рэлеевские пики и «вторичные рэлеевские пики», мы легко можем записать три условия:

$$-\theta_R = F(f_1),\tag{8}$$

$$\theta_R = F(f_4), \tag{9}$$

$$F(f_2) = -F(f_3).$$
(10)

Учитывая малость значений угла  $\theta$  ( $|\theta| < 0.1$ ) и изменений частоты f ( $f \approx 950$  кГц,  $\Delta f \approx 30$  кГц), разложим функцию F в ряд Тейлора по f, отбросив члены, меньшие квадратичного:

$$\theta = af^2 + bf + c. \tag{11}$$

Теперь величины *a*, *b*, *c* можно найти из следующих условий:

$$-\theta_R = af_1^2 + bf_1 + c, \qquad (12)$$

$$\theta_B = af_4^2 + bf_4 + c, \qquad (13)$$

$$af_2^2 + bf_2 + c = -(af_2^2 + bf_3 + c).$$
(14)

где  $f_1, f_4$  — частоты, отвечающие соответственно углам  $-\theta_R$  и  $\theta_R$ , а  $f_2, f_3$  — частоты, отвечающие соответственно углам  $-\theta_R/3$  и  $\theta_R/3$ . Подставив значения a, b, c в уравнение (11), находим значение  $\theta$  в любой точке спектра.

Акусто-тепловой метод позволял при температурах 60–400 мК на частотах 10–300 МГц измерять малый коэффициент прохождения ( $\alpha \sim 0.003$ –0.005) с высоким угловым разрешением (до одной угловой минуты) при отношении сигнал/шум порядка 100 и с хорошей воспроизводимостью. Степень разрешения и чувствительность этого метода на порядок выше, чем у других методов, применяемых для аналогичных исследований.

## 5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

#### 1. Нормальное состояние

Исследованы угловые спектры коэффициента прохождения  $\alpha(\theta)$  энергии фононов из жидкого гелия в монокристалл алюминия в нормальном состоянии через базисную плоскость (001) при  $\varphi = 0$ . Измерения выполнены при  $H \approx 1500$  Э и  $T \approx 0.1$  К в интервале частот 13–170 МГц, более широком по сравнению с предыдущими измерениями [9].

Звук проходит в алюминий внутри узкого конуса с углом при вершине порядка  $2 \cdot 5^{\circ} = 10^{\circ}$ . Область непрерывного спектра с минимумом между продольными и поперечными волнами при углах  $\pm 2.1^{\circ}$  ограничена критическим углом  $\pm 4.3^{\circ}$ . За критическим углом симметрично расположены высокие и острые



Рис. 5. Зависимость коэффициента прохождения  $\alpha$  энергии звуковой волны из жидкого гелия в монокристалл алюминия через плоскость (001) от угла  $\theta$  при  $\varphi = 0$ , T = 0.1 К и H = 16 Э для частот звука 12.89 (*a*), 38.91 ( $\delta$ ), 64.80 (*b*), 90.70 (*c*), 116.67 ( $\partial$ ), 142.55 (*b*), 194.40 МГц (*Эс*)

пики, обусловленные поглощением рэлеевских волн, возбуждаемых падающим звуком.

Рэлеевские максимумы при  $\theta_R = 4.38^{\circ}$  достигают амплитуды  $\alpha \approx 0.1-0.15$  при ширине около 30'. Столь узкие и высокие пики, безусловно, указывают на электронный характер поглощения, как и предсказывалось в теории Андреева [4].

Высоты и ширины пиков в исследованном интервале частот примерно одинаковы, из чего следует, что коэффициент прохождения практически постоянен. На высоких частотах (142, 168 МГц) наблюдается ослабление сигнала, что вызвано, по-видимому, шумами в большом магнитном поле. Величина шумов сравнима с уровнем сигнала поперечных объемных волн, что затрудняет нормирование резонансных пиков в этой области. (В малых полях в промежуточном состоянии сигнал хорошо виден вплоть до частоты 200 МГц, см. рис. 5.)

Как уже обсуждалось в разд. 4, центральная область угловых спектров ( $|\theta| < 2.1^{\circ}$ ) содержит допол-

нительные резонансные пики при углах  $\theta_R/3$ ,  $\theta_R/5$ ,  $\theta_R/7$  и т. д., не следующие из теории и обусловленные многократным отражением звука между образцом и излучателем из-за малого расстояния между ними (порядка 10 мм) [6]. Вторичные рэлеевские пики увеличивают коэффициент прохождения звука в области продольной моды в 2–3 раза по сравнению с теоретическим значением. По этой причине абсолютная величина  $\alpha(\theta)$  была определена нами нормировкой экспериментальной зависимости по теоретической в области возбуждения поперечной моды, не искаженной вторичными резонансами.

Экспериментальные кривые хорошо совпадают с расчетными теоретическими зависимостями (см. рис. 1, 2) и нашими более ранними измерениями на низких частотах [9]. Сравнение угловых спектров  $\alpha(\theta)$  алюминия в нормальном состоянии и ранее исследованных нами спектров вольфрама [5] и меди [7] показывает, что в случае совершенных монокристаллов с идеальной поверхностью спектры идентичны, а коэффициенты прохождения по порядку величины близки.

## 2. Промежуточное состояние

Исследованы угловые спектры  $\alpha(\theta)$  при  $\varphi = 0$ для алюминия в промежуточном состоянии в диапазоне частот 13–200 МГц при четырех фиксированных значениях внешнего магнитного поля: 85, 72, 16 Э (поле направленно перпендикулярно поверхности образца), а также в магнитном поле Земли (0.5 Э). Угловые спектры  $\alpha(\theta)$  для полей, близких к H = 0, и полей, близких к  $H = H_c$ , заметно различаются. Рассмотрим особенности этих спектров.

Спектры для полей 85, 72 Э (рис. 3, 4) мало отличаются от спектра нормального алюминия при H = 1500 Э, если исключить точку при 117 МГц. Единственное серьезное отличие заключается в уменьшении шумов. Главные максимумы имеют те же значения амплитуды  $\alpha(\theta) \approx 0.12$ –0.15 (для 85 Э) и  $\alpha(\theta) \approx 0.10$ –0.14 (для 72 Э) при ширине 10–15'. Высота и ширина резонансных пиков практически не меняется с частотой.

На рис. 5 приведены экспериментальные записи  $\alpha(\theta)$  для поля 16 Э (концентрация нормальной фазы около 16%). Это — наиболее характерное семейство записей (магнитное поле фиксировано, частота меняется от 12.89 до 194.40 МГц), на котором можно наблюдать обычные рэлеевские пики, вторичные рэлеевские пики, а также (для низких частот) «гребень» в области прохождения в поперечные моды (см. подробнее в следующем разделе).

Для магнитного поля 0.5 Э (рис. 6) наши измерения дают заметное уменьшение величины  $\alpha(\theta)$  по сравнению со значением  $\alpha(\theta)$  в поле 16 Э (при частоте выше 39 МГц).

Таким образом, и в случае малых концентраций нормальной фазы мы отмечаем рост величины  $\alpha(\theta)$  с магнитным полем для достаточно высоких частот. В области низких частот такой закономерности не наблюдается.

#### 3. Сверхпроводящее состояние

В расширенном интервале частот 13–200 МГц исследованы угловые спектры  $\alpha(\theta)$  при  $\varphi = 0$  для алюминия в сверхпроводящем состоянии (H = 0; рис. 6). Эти спектры существенно отличаются от аналогичных спектров в нормальном состоянии. Рэлеевские пики становятся заметно у́же (до 5'), а высота пиков лишь слегка превышает уровень сигнала  $\alpha \approx 2 \cdot 10^{-2}$ в области непрерывного спектра (для достаточно высоких частот,  $\nu > 65$  МГц). Характерен низкий уровень шумов по сравнению с нормальным металлом. На низких частотах (13–65 МГц) наблюдается заметное увеличение амплитуды рэлеевских максимумов с уменьшением частоты.

Резкое падение поглощения звука в алюминии при переходе из нормального состояния в сверхпроводящее приводит к увеличению сопротивления Капицы (примерно в два раза).

В сверхпроводящем состоянии алюминия были замечены угловые осцилляции величины  $\alpha(\theta)$  («гребень») в области непрерывного спектра для поперечных волн (на частотах от 13 до 91 МГц). Подробнее это явление было изучено нами ранее при большей амплитуде звука и увеличении времени записи  $\alpha(\theta)$  в два раза [9]. Осцилляции  $\alpha(\theta)$  возникают из-за конечной толщины пластины. Звук, прошедший внутрь и многократно отраженный между параллельными плоскостями пластины, интерферирует внутри металла (по аналогии с интерферометром Фабри-Перо). Правильность нашего предположения подтверждается компьютерным расчетом и наблюдаемой прямой зависимостью периода угловых осцилляций от длины волны звука, а также формой интенсивности сигнала в зависимости от угла падения, характерными для эталона Фабри-Перо (острые максимумы и широкие минимумы). Расчетная интерференционная картина хорошо совпадает с измеренной. (Хорошее совпадение наблюдается и для продольного звука.) За пределами критического конуса явление интерференции исчезает. В промежуточном состоянии осцилляции легко наблюдаются при малых концентрациях нормальной фазы. В нормальном состоянии осцилляции  $\alpha(\theta)$  видны лишь для самой низкой частоты 13 МГц в связи со значительно бо́льшим поглощением звука в металле.

Таким образом, экспериментально показано, что как в нормальном, так и в промежуточном состоянии поглощение рэлеевской волны электронами проводимости является доминирующим механизмом диссипации. В сверхпроводящем состоянии при  $T \ll T_c$  и не слишком низких частотах поглощение резко уменьшается из-за экспоненциального убывания числа нормальных электронов.

Сделанные нами выводы носят качественный характер. Экспериментальные пики по ширине и высоте отличаются от теоретических, рассчитанных по формуле Андреева. Мы предполагаем, что это связано с геометрией эксперимента (конечными размерами излучателя и образца). Для аккуратного сравнения экспериментальных пиков с теорией нам представляется правильным вычислить интегралы коэффициента прохождения в окрестности рэлеевского  $\theta_{n+} \wedge \theta$ 

угла 
$$(\int_{\theta_R - \Delta \theta}^{\pi} \alpha(\theta) d\theta).$$



Рис. 6. Зависимость коэффициента прохождения  $\alpha$  энергии звуковой волны из жидкого гелия в монокристалл алюминия через плоскость (001) от угла  $\theta$  при  $\varphi = 0$ , T = 0.1 К и H = 0 для частот звука 12.89 (*a*), 38.91 ( $\delta$ ), 64.80 (*b*), 90.70 (*c*), 116.67 ( $\partial$ ), 194.40 МГц (*c*)

# 6. ИНТЕГРАЛЫ ЭНЕРГИИ РЭЛЕЕВСКОЙ ВОЛНЫ, ПРОШЕДШЕЙ В АЛЮМИНИЙ

По имеющимся экспериментальным данным были вычислены интегралы  $\int_{\theta_1}^{\theta_2} \alpha(\theta) d\theta$  энергии прошедшего в алюминий звука в области рэлеевского пика. Точность вычисления большинства интегралов (кроме нормального состояния) была лучше ±10 % при наблюдавшейся хорошей повторяемости записей, сделанных в разное время. Ошибка определялась разбросом экспериментальных точек (единичных измерений перегрева образца), выбором интервала интегрирования и погрешностью нормирования экспериментальных кривых. Чтобы уменьшить влияние случайных отклонений при записи резонансов, на графике отложена сумма интегралов по двум рэлеевским пикам (левому и правому).

Магнитное поле измерялось с точностью  $\pm 1$  Э датчиком Холла, предварительно прокалиброванным при низкой температуре. Стабильность поля в течение всего эксперимента обеспечивалась постоянством тока в сверхпроводящем короткозамкнутом соленоиде, погруженном в ванну с жидким гелием при T = 1.5 K.

На рис. 7 приведена зависимость интеграла энергии прошедшей рэлеевской волны в алюминий от магнитного поля для разных частот.

Как видно на рис. 7 с некоторым разбросом дан-



Рис.7. Зависимость интеграла коэффициента прохождения от магнитного поля для частот 13 (○), 39 (□), 65 (●), 91 (■), 117 (△), 143 (+), 168 (▽), 194 МГц (⊕)

ных по частоте, поглощение энергии рэлеевской волны растет с магнитным полем (или с концентрацией нормальной фазы) в первом приближении линейно, если исключить точки для частоты 13 МГц. Если на график нанести все имеющиеся точки, как на рис. 7, то их разброс увеличится, но зависимость от поля при этом сохраняется.

Обращает на себя внимание тот факт, что погло-



Рис. 8. Зависимость интеграла коэффициента прохождения от частоты падающих фононов: a - H = 1500 Э, b - H = 85 (•), 72 (v), 16 ( $\Box$ ), 0 Э ( $\circ$ )

щение не исчезает при выключенном поле и, кроме того, растет начиная с нулевого значения внешнего магнитного поля, а не с  $H = H_c(1-n) \approx 14$  Э. Здесь n = 0.86 — размагничивающий фактор образца, определенный нами по таблицам Стонера [14]. Неполное исчезновение поглощения в сверхпроводнике может быть вызвано неполнотой эффекта Мейсснера, а также рассеянием рэлеевских волн на прямых углах образца и периодических неровностях поверхности. По этим же причинам на графике отсутствует отрезок с нулевым поглощением в начале координат (при H = 0–14 Э).

Зависимости интеграла энергии прошедшей рэлеевской волны в алюминий от частоты для четырех значений магнитного поля в области промежуточного состояния представлены на рис. 8*6*, где даны все экспериментальные точки.

Для сравнения на рис. 8*a* приведен аналогичный график для нормального состояния алюминия в магнитном поле 1500 Э. Три верхних записи (1500, 85, 72 Э) сходны по характеру частотной зависимости, если исключить точку при частоте 117 МГц, однако абсолютное значение интеграла в магнитном поле 1500 Э приблизительно на 15-20% меньше, чем в поле 85 Э. Согласно теории [15, 16], при больших Hвозможны отклонения величины поглощения звука как в ту, так и в другую сторону.

Итак, для магнитных полей 1500, 85 и 72 Э и  $\nu > 13$  МГц интегралы  $\int_{\theta_1}^{\theta_2} \alpha(\theta) d\theta$  в области рэлеевских пиков от частоты практически не зависят, если не считать выброса для  $\nu = 117$  МГц при H = 1500 Э. Для тех же трех значений поля при  $\nu < 13$  МГц интегральное прохождение, по-видимому, будет стремиться к нулю с уменьшением частоты. Таким образом, частотная зависимость интегрального коэффициента поглощения рэлеевских волн в промежуточном состоянии сверхпроводника вблизи  $H_c$  такая же, как и для объемных волн в нормальных металлах [16–18].

На рис. 86 значения ошибки вычисления интеграла прохождения звука не превышают 5–10 %, поэтому ошибки на графике не показаны. Для поля 1500 Э часть записей дает бо́льшие значения ошибки (до 30%), поэтому на рис. 8a вместе с интегралами указаны значения доверительных интервалов. Видно, что в пределах ошибки на рис. 8а можно наблюдать небольшой линейный рост интеграла прохождения с увеличением частоты ультразвука. Одновременно можно видеть также, что колебания интегралов по частоте на рис. 8а и 8б имеют небольшие максимумы и минимумы, расположенные в одних и тех же местах. Амплитуда этих колебаний увеличивается с магнитным полем. Не исключено, что колебания интегралов вызваны интерференционным механизмом образования отраженных от углов образца рэлеевских волн, что может быть причиной роста коэффициента  $\alpha(\theta)$  при 117 МГц [22]. Нельзя исключать также влияния на  $\alpha(\theta)$  сильного магнитного поля, при котором возможны частотные осцилляции поглощения. Эти предположения нуждаются в экспериментальной проверке при дальнейших исследованиях.

Для магнитных полей порядка 0.5-16 Э и не слишком низких частот ( $\nu > 65-91$  МГц) интеграл поглощенной энергии рэлеевской волны растет линейно с частотой (с небольшим наклоном). В тех же магнитных полях при частоте ниже 91 МГц наблюдается аномальный рост поглощения с понижением частоты.

Рост поглощения звука в слабых магнитных полях на низких частотах вызван, по-видимому, добавочным тепловым сопротивлением сверхпроводника в промежуточном состоянии [19], приводящим к дополнительному поглощению звука из-за температурных скачков на межфазной границе.

## 7. СРАВНЕНИЕ С ТЕОРИЕЙ

В микроскопической теории Андреев [4] рассчитал поглощение рэлеевской волны электронами проводимости отдельно для двух предельных случаев, различающихся отношением  $l/\lambda$  — длины свободного пробега электронов в металле l к длине волны звука  $\lambda$ .

При  $l \ll \lambda$  (гидродинамическая область, низкие частоты) коэффициент прохождения пропорционален частоте звука  $\omega$  и имеет узкий максимум высотой много меньше единицы и шириной порядка  $\rho c^2/Dc_t^2$  (около одной угловой минуты). Для учета поглощения использовалось выражение для энергии, диссипируемой в единицу времени (обусловленное вязкостью электронного газа, [20]).

При  $l \gg \lambda$  (квантовая область, высокие частоты) коэффициент прохождения имеет острый пик той же ширины, что и в первом случае (около одной угловой минуты), но высотой порядка единицы. При этом коэффициент прохождения не зависит от частоты звука  $\omega$ . Таким образом, при  $l \gg \lambda$  падающая под углом  $\theta_R$  из жидкости на поверхность звуковая волна почти полностью поглощается металлом, а коэффициент отражения соответственно обращается в нуль.

Поскольку при  $l \gg \lambda$  нельзя пользоваться понятием вязкости, решение здесь было получено введением в классическую формулу для коэффициента отражения [13] дополнительного члена Y, равного импедансу твердого тела при возбуждении рэлеевской волны.

В случае  $l \gg \lambda$  Андреев получил следующее выражение для коэффициента прохождения энергии  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{4B}{h^2 (Dc_t^2 / \rho c^2)^2 (\theta - \theta_R) + (B+1)^2},$$
(15)

где  $B = Y/\rho c$ , Y, h - функции упругих констант, плотности и скорости звука в средах, а также скорости электронов на поверхности Ферми.

Формула (15) дает резонансную кривую с высотой около (0.8–1.0) и шириной порядка (0.5–1.0)'.

Характерно, что при переходе от нормального к сверхпроводящему состоянию экспериментальный рэлеевский пик становится более узким с меньшей амплитудой, что означает ослабление электрон-фононного взаимодействия с уменьшением числа нормальных электронов. Таким образом, в промежуточном состоянии высота и ширина рэлеевского пика пропорциональны поглощению звука, что само по себе представляет интерес. В теории этот вопрос детально не рассматривался.

Нужно отметить, что дополнительные источники потерь, такие как индукционный механизм [21], связанный с движением границ раздела нормальной и сверхпроводящей фаз в магнитном поле, или потери из-за рассеяния рэлеевских волн на дефектах и примесях в эксперименте отсутствуют из-за высокой чистоты металла и зеркальной полировки поверхности. Остаются лишь потери на краях образца. Однако любой неэлектронный механизм поглощения приводил бы к более широким резонансам с меньшей амплитудой, а главное, к сильной зависимости коэффициента прохождения  $\alpha$  от частоты (см., например, работу [8]), что в эксперименте не наблюдается.

Следует также иметь в виду, что теория рассматривает поглощение рэлеевской волны на бесконечной границе жидкого гелия и металла. Поэтому теоретическое локальное поглощение будет всегда меньше экспериментального, так как теория не учитывает краевые эффекты.

На основании приведенных выше данных мы делаем вывод о том, что доминирующим механизмом диссипации ультразвуковых рэлеевских волн в образце является поглощение на электронах проводимости, а наблюдаемое нами уширение резонансных кривых сверх теоретического значения, по-видимому, вызвано рассеянием рэлеевских волн в объемные на прямых углах образца. Энергия рэлеевских волн при этом поглощается металлом полностью.

Заметим, что краевые эффекты сильнее проявляются в нормальном состоянии металла на низких частотах. В промежуточном состоянии металла при малых значениях магнитного поля H на высоких частотах (90–200 МГц) роль краевых эффектов незначительна, что связано, по-видимому, с тем, что при  $\lambda \ll r$  (r — радиус закругления краев) рэлеевская волна проходит за угол без потерь [22]. Интересно отметить, что среди вторичных рэлеевских пиков при углах падения  $\theta_R/3$  встречаются пики шириной около 2', что подтверждает высокое угловое разрешение метода. Однако для записи пика шириной около 1' разрешающую способность нужно повысить на порядок.

#### 8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые экспериментально получены угловые спектры  $\alpha(\theta)$  коэффициента прохождения ультра-

звука из жидкого гелия в монокристалл алюминия для различных состояний металла: нормального, промежуточного и сверхпроводящего. Измерения выполнены при T = 0.1 К в интервале частот (10–200) МГц в магнитных полях 0.5, 16, 72, 85, 1500 Э. Метод основан на измерении температурного скачка Капицы  $\Delta T(\theta)$ , вызванного перегревом металла поглощенной звуковой энергией.

Проведены численные расчеты коэффициента прохождения звука из жидкого гелия в монокристалл алюминия. Найдены зависимости  $\alpha(\theta, \varphi)$  коэффициента прохождения энергии фононов для падения на различные грани монокристалла в докритическом диапазоне углов.

Определены абсолютные значения коэффициента прохождения ультразвука в монокристалл алюминия в нормальном, промежуточном и сверхпроводящем состояниях во всем диапазоне углов, полученные нормированием экспериментальных кривых  $\alpha(\theta) = f(\Delta T)$  по расчетным теоретическим зависимостям  $\alpha(\theta, \varphi)$  в области возбуждения объемных поперечных волн.

Установлено, что во всех трех состояниях металла звук проходит из жидкого гелия в алюминий внутри узкого конуса с углом при вершине около 10°. Область непрерывного спектра объемных волн ограничена критическим углом ±4.3°, за которым расположены острые и высокие пики, обусловленные поглощением поверхностных рэлеевских волн, возбуждаемых падающим звуком. Узкие и высокие максимумы при углах, больших критического, с амплитудой до 0.15–0.25 при ширине от 5' до 30' указывают на электронный характер поглощения звука, предсказанный в работах Андреева.

Экспериментально установлена следующая картина прохождения (поглощения) энергии ультразвука при закритическом угле.

а) В нормальном состоянии алюминия (T = 0.1 K, H = 1500 Э) коэффициент прохождения  $\alpha(\theta)$  в интервале частот 13–91 МГц от частоты не зависит (рис. 8*a*). Для более высоких частот нужны дополнительные исследования. Вклад рэлеевских волн в прошедший через границу поток энергии  $(5.6 \cdot 10^{-2})$  приблизительно равен вкладу объемных волн при докритических углах  $(7 \cdot 10^{-2})$ .

б) В промежуточном состоянии (T = 0.1 K, H = 0.5-85 Э) поглощение рэлеевской волны происходит лишь в нормальной фазе, что подтверждается экспериментально линейной зависимостью интеграла прошедшей энергии рэлеевской волны в алюминий от магнитного поля (или объемной концентрации нормальной фазы, рис. 7). В магнитных полях, близких к  $H_c$  (72, 85 Э), коэффициент прохождения энергии от частоты не зависит (рис. 86).

В магнитных полях 0.5–16 Э, рис. 86, при частотах  $\nu > 91$  МГц коэффициент прохождения энергии слабо растет с частотой.

Завышенные значения поглощения в полях 0.5–16 Э при частотах ниже 90 МГц, по-видимому, связаны с добавочным тепловым сопротивлением сверхпроводника в промежуточном состоянии, приводящим к дополнительным потерям звука из-за температурных скачков на межфазной границе [19].

в) В сверхпроводящем состоянии (T = 0.1 K,  $H = 0, \nu > 90$  МГц) поглощение резко уменьшается из-за экспоненциального падения числа нормальных электронов. Вклад рэлеевских максимумов в тепловой поток практически равен нулю. Сопротивление Капицы при этом возрастает примерно вдвое. Малое поглощение объясняется присутствием незначительной доли нормальной фазы с нормальными электронами, на которых и происходит диссипация энергии.

Авторы выражают благодарность А. Ф. Андрееву, С. Т. Болдареву, Ю. А. Косевичу, В. И. Марченко, Л. А. Мельниковскому, А. Я. Паршину и Д. И. Холину за обсуждение работы и ценные замечания.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. П. Л. Капица, ЖЭТФ 11, 1 (1941).
- 2. И. М. Халатников, ЖЭТФ 22, 687 (1952); *Теория* сверхтекучести, Наука, Москва (1971).
- О. В. Лоунасмаа, Принципы и методы получения температур ниже 1 К, Мир, Москва (1977), с. 306.
- **4**. А. Ф. Андреев, ЖЭТФ **43**, 358, 1535 (1962).
- 5. К. Н. Зиновьева, ЖЭТФ 79, 1973 (1980).
- К. Н. Зиновьева, Г. Э. Карстенс, А. В. Кашлюк, А. С. Семенов, Письма в ЖЭТФ 61, 332 (1990).
- К. Н. Зиновьева, Д. А. Нармонева, А. С. Семенов, ЖЭТФ 105, 1280 (1994).
- К. Н. Зиновьева, И. Н. Швецов, ЖЭТФ 105, 886 (1994).
- К. Н. Зиновьева, Д. А. Нармонева, А. С. Семенов, Письма в ЖЭТФ 59, 118 (1994).
- 10. К. Н. Зиновьева, ФНТ № 5/6, 485 (1997).

- G. W. Farnell, Types and Properties of Surface Waves, in *Acoustic Surface Waves*, ed. by A. A. Oliner, New York (1978), p. 226.
- 12. Е. П. Вольский, ЖЭТФ 46, 123 (1964).
- 13. Л. М. Бреховских, Волны в слоистых средах, Изд-во АН СССР, Москва (1957), с. 31.
- 14. E. C. Stoner, Phil. Mag. 36, 803 (1945).
- 15. А. М. Гришин, Э. А. Канер, ЖЭТФ 63, 2304 (1972).
- 16. В. Л. Гуревич, ЖЭТФ 37, 71, 1680 (1959).

- **17**. А. И. Ахиезер, М. И. Каганов, Г. Я. Любарский, ЖЭТФ **32**, 837 (1978).
- 18. А. Ф. Андреев, ЖЭТФ 53, 680 (1967).
- 19. А. Ф. Андреев, ЖЭТФ 46, 1823 (1964).
- **20**. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика сплошных сред*, Гостехиздат, Москва (1954).
- 21. А. Ф. Андреев, Ю. М. Брук, ЖЭТФ 50, 1420 (1966).
- 22. И. А. Викторов, Акуст. ж. 7, 90 (1961).