

АНИЗОТРОПИЯ РЕЛИКТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, ИНДУЦИРОВАННАЯ ДВИЖУЩЕЙСЯ ПРЯМОЙ КОСМИЧЕСКОЙ СТРУНОЙ

О. С. Сажина^{*}, *М. В. Сажин*^{**}, *В. Н. Семенцов*^{***}

*Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга,
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119992, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 11 декабря 2007 г.

Представлен метод поиска космических струн по анализу анизотропии реликтового излучения. Показано, что движущаяся прямая космическая струна будет генерировать структуры повышенной и пониженной яркости характерной формы. Проанализированы условия, при которых струна может быть обнаружена как по анизотропии реликтового излучения, так и по гравитационно-линзовому эффекту в оптических обзорах. Показано, что для релятивистской струны, обладающей дефицитом угла порядка $1-2''$, амплитуда генерируемой анизотропии есть величина порядка $15-30$ мК.

PACS: 11.25.-w, 11.27.+d, 95.75.Mn, 95.85.Vh, 98.80.-k

1. ВВЕДЕНИЕ

Топологические дефекты пространства-времени — космические струны — исследуются в теоретической физике уже несколько десятилетий [1–3], хотя они до сих пор и не найдены. Тем не менее, многие физики считают, что космические струны должны существовать во Вселенной (см., например, [4, 5] и ссылки в этих статьях).

Поиск космических струн предпринимался неоднократно, но ни в одном из исследований этот объект обнаружить не удалось. В частности, в недавних работах авторов [6, 7] был исследован объект CSL-1, фотометрические и спектроскопические данные которого с большой вероятностью указывали на наличие двух изображений галактики, сформированных гравитационной линзой — космической струной. Хотя детальные наблюдения, проведенные с помощью космического телескопа Хаббл, показали отсутствие космической струны [8, 9], было установлено, как именно космическая струна может проявлять себя в глубоких оптических обзорах. Другими словами, стали ясны ресурсы, необходимые для поиска косми-

ческих струн в глубоких оптических обзорах с помощью эффекта гравитационного линзирования.

Важно отметить, что для всех теоретически возможных космических струн (струн, обладающих различной линейной плотностью, скоростью и кривизной) эффект гравитационного линзирования обязательно должен присутствовать. Космическая струна всегда генерирует гравитационно-линзовые изображения фоновых источников, имеющие специальный вид — пар объектов идентичной морфологии и спектра [6]. Следовательно, обнаружение такого гравитационно-линзового эффекта послужило бы прямым доказательством существования космических струн как явления, без конкретизации их свойств.

Основной недостаток метода поиска космических струн с помощью оптических наблюдений (поиска линзированных изображений) заключается в том, что оптические обзоры покрывают, как правило, небольшую часть неба, и глубина современных оптических обзоров не слишком велика и достигает красных смещений $z \approx 6-7$.

Однако существует источник, который находится «рядом» с поверхностью горизонта частиц. Это поверхность последнего рассеяния, от которой к нам идут реликтовые фотоны. Разность расстояний между поверхностью горизонта частиц и поверхно-

*E-mail: tedeshka@mail.ru

**E-mail: moimaitre@mail.ru

***E-mail: valera@sai.msu.ru

стью последнего рассеяния, которая находится при $z \approx 1000$, составляет менее одного процента от размера горизонта частиц. Следовательно, при поиске струн по анизотропии реликтового излучения (РИ) наблюдатели охватили бы практически все струны, находящиеся внутри доступного нам горизонта частиц. Космические струны генерируют анизотропию РИ с помощью трех основных физических механизмов, указанных, например, в статьях [10, 11].

Будем рассматривать анизотропию, генерируемую только движущимися струнами. Движущаяся струна создает очень характерное распределение флуктуаций температуры на небесной сфере, позволяя таким образом отличить анизотропию, генерируемую космическими струнами, от анизотропии, созданной другими физическими механизмами (например, адиабатическими возмущениями плотности). При рассмотрении только движущихся струн, мы ограничиваем класс объектов поиска, что является недостатком модели. Однако большинство теоретиков, специалистов в этой области считают, что практически все струны движутся со скоростями, близкими к скорости света [12].

Еще одним достоинством поиска космических струн методом анизотропии РИ по сравнению с оптическими методами поиска является тот факт, что существуют многочастотные обзоры всего неба, выполненные при исследовании анизотропии РИ космологического происхождения, в то время как площадь самого большого оптического обзора неба составляет всего 1/6 часть небесной поверхности. Таким образом, использование как радиообзоров, так и глубоких оптических обзоров неба существенно повышают шанс обнаружения космических струн. Задача генерации анизотропии РИ космическими струнами исследовалась многими авторами (см., например, [12–14] и ссылки в этих статьях).

Кратко опишем свойства анизотропии РИ, которая генерируется движущейся космической струной.

Прямая струна во время движения создает скачок температуры РИ [13, 15]:

$$\frac{\delta T}{T} = 8\pi G\mu\gamma\frac{v}{c}, \quad (1)$$

где G — гравитационная постоянная, μ — линейная плотность струны, γ — релятивистский гамма-фактор, v — поперечная лучу зрения скорость струны, c — скорость света. Отметим, что величина скачка $\delta T/T$ не зависит от составляющей скорости струны по направлению к наблюдателю и от составляющей вдоль направления самой струны. Причина возник-

новения и физический смысл температурного скачка очень хорошо представлены в книге [12] и обзоре [14].

В простейшей модели фоновой однородной температуры РИ в направлении движения прямой струны (перед фронтом) существует постоянное значение температуры излучения T . Сразу после фронта температура принимает значение $T + \delta T$ (1) [13, 15]. Однако для поиска соответствующих структур на картах анизотропии РИ необходимо знать не только значение температурного скачка, но и форму пятна повышенной яркости — основной и важнейшей характеристики генерируемой струной анизотропии. Подчеркнем, что космическая струна с необходимостью создает повышение температуры за движущимся фронтом. Основной вклад в структуру анизотропии дают именно яркие пятна неправильной, но характерной формы. Определению характеристик пятна повышенной яркости, а также детальный анализ других элементов анизотропии, генерируемой струной, и посвящена настоящая статья. Такое исследование необходимо при поиске космических струн по анизотропии РИ.

Исследована структура распределения яркости на небе, которую создавала бы прямая движущаяся струна, — это простейшая модель для источника анизотропии такого вида.

Обнаружение космической струны являлось бы, очевидно, более достоверным, если на ее наличие независимо указывали бы оба метода: по анализу анизотропии РИ и с помощью поиска событий гравитационного линзирования. Однако, как было сказано, космическая струна, проявившая себя по генерируемой характерной анизотропии, не всегда доступна в современных оптических обзорах. В статье мы проанализировали условия, при которых струна может быть обнаружена как по анизотропии РИ, так и по гравитационно-линзовому эффекту в оптических обзорах.

2. ФОНОВАЯ КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассматривая фоновое пространство-время, ограничимся стандартной моделью расширяющейся Вселенной, доминированной пылью, с учетом вклада Λ -члена. Метрика стандартной модели — метрика Фридмана:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) (d\xi^2 + d\eta^2 + d\zeta^2).$$

Здесь t — физическое время, а ξ , η и ζ — лагранжевы пространственные координаты. Поскольку со-

стояние космической струны выглядит значительно проще в конформных метрике и координатах, будем пользоваться конформным временем $\tau(t)$:

$$\tau(t) = \int_0^t \frac{d\hat{t}}{a(\hat{t})}.$$

Масштабный фактор в момент времени t определяется из уравнения Фридмана:

$$\left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}G\rho_c \left[\Omega_M \left(\frac{a(t_0)}{a(t)}\right)^3 + \Omega_\Lambda \right], \quad (2)$$

где $a(t_0) = a_0 = 1$ — значение масштабного фактора в настоящий момент времени. Кроме того, $\Omega_M = 0.28$, $\Omega_\Lambda = 0.72$. Полная плотность равна критической плотности:

$$\rho = \rho_c = \frac{3}{8\pi G}H_0^2,$$

где современная постоянная Хаббла $H_0 = 73$ км/с/Мпк [16, 17]. Здесь значение $\Omega_M = 0.28$ учитывает как барионы, так и темную материю.

Решая дифференциальное уравнение (2), получаем зависимость масштабного фактора от времени:

$$a(t) = \left(\frac{\Omega_M}{\Omega_\Lambda}\right)^{1/3} \text{sh}^{2/3} \left[\frac{3}{2}H_0\sqrt{\Omega_\Lambda}t \right].$$

Возраст Вселенной в такой модели [18] равен

$$t_0 = \frac{1}{3H_0\sqrt{\Omega_\Lambda}} \ln \frac{1 + \sqrt{\Omega_\Lambda}}{1 - \sqrt{\Omega_\Lambda}}.$$

В дальнейшем нас будут интересовать кинематические характеристики движения струны. Вычисления этих характеристик можно вести в лагранжевых (сопутствующих) координатах, а можно в эйлеровых (физических) координатах. Напомним, что отношение эйлеровой координаты некой пробной частицы к ее лагранжевой координате и есть масштабный фактор космологической модели:

$$x(t) = a(t)\xi(t).$$

Здесь мы рассматриваем лагранжеву координату $\xi(t)$ частицы как функцию времени, так как в общем случае частица может обладать пекулярной скоростью относительно хаббловского движения. Космическая струна, согласно большинству современных теоретических представлений, должна обладать пекулярной скоростью, близкой к скорости света. Ниже всюду будем обозначать лагранжевы координаты буквами греческого алфавита, а эйлеровы координаты — буквами латинского алфавита. Большую

часть вычислений мы будем вести в лагранжевых координатах, иногда выражая физические координаты в виде произведения лагранжевых на масштабный фактор. Поскольку в настоящий момент значения масштабного фактора $a_0 = 1$, современные значения лагранжевых и эйлеровых координат, очевидно, совпадают.

Расстояние от наблюдателя до горизонта частиц в лагранжевых координатах как функция времени t определяется интегралом вида

$$\rho_{ph} = c \int_0^{t_0} \frac{dt'}{a(t')}, \quad (3)$$

где t_0 — настоящий момент времени. Уравнение (3) представляет собой уравнение распространения света в расширяющейся Вселенной. Расстояние до горизонта частиц значительно проще выглядит в терминах конформного времени:

$$\rho_{ph} = c\tau(t_0),$$

что совпадает с уравнением распространения света в пространстве Минковского.

Расстояние от наблюдателя до некоторого внегалактического объекта s как функция красного смещения этого объекта в настоящий момент времени определяется из уравнения

$$\rho_s = c \int_0^{z_s} \frac{dz}{1+z} \frac{1}{H(z)}. \quad (4)$$

Нижний предел интегрирования показывает, что наблюдатель находится в точке $z = 0$. Верхний предел интегрирования z_s означает красное смещение объекта s . Параметр Хаббла есть функция масштабного фактора, а следовательно, и красного смещения, которая в стандартной космологической модели имеет вид

$$H(z) = H_0\sqrt{\Omega_M(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}.$$

Здесь H_0 — современное значение параметра Хаббла.

Основные характеристики задачи удобно рассматривать в долях характерных космологических величин: время — в долях возраста Вселенной, расстояние до объектов — в долях расстояния до горизонта частиц и т. п.

Расстояние до горизонта частиц в стандартной космологической модели, найденное по формуле (4), есть $\rho_{ph} = 3.4c/H_0$. На рис. 1 представлено значение расстояния до некоторого объекта, выраженное в долях расстояния до горизонта частиц, как функция

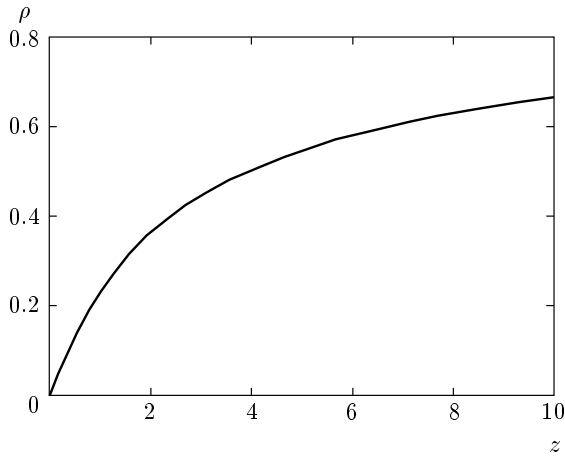


Рис. 1. Зависимость расстояния до объекта от его красного смещения

красного смещения этого объекта, также найденное по формуле (4). Считая, что красное смещение самого далекого объекта, доступного наблюдениям в современных оптических обзорах, $z = 7$, получаем расстояние до этого объекта:

$$\rho_{opt} = 0.61\rho_{ph}. \tag{5}$$

Строго говоря, в нашей задаче необходимо рассматривать расстояние не до горизонта частиц, а до поверхности последнего рассеяния, которое определяется уравнением

$$\rho_{ls} = c \int_{t_{ls}}^{t_0} \frac{dt'}{a(t')}, \tag{6}$$

где t_{ls} — время образования поверхности последнего рассеяния («last scattering») или время рекомбинации $t_{ls} = t_r$. Это уравнение имеет более простой вид при переходе к конформному времени:

$$\rho_{ls}(\tau) = c(\tau_0 - \tau_{ls}). \tag{7}$$

Однако разница между ρ_{ph} и ρ_{ls} составляет величину менее одного процента от самого расстояния и в наших вычислениях ей можно пренебречь.

Рассмотрим положение струны относительно поверхности последнего рассеяния с точки зрения наблюдателя. Прежде всего, опишем положение поверхности последнего рассеяния, видимое наблюдателем.

В ранней Вселенной вещество представляло собой высокотемпературную плазму, которая остывала по мере расширения Вселенной. Скорость расши-

рения была достаточно медленной, поэтому частицы, составлявшие плазму, находились в термодинамическом равновесии. Спустя примерно 300 тыс. лет после Большого взрыва, в плазме находились следующие основные частицы: протоны, нейтроны, электроны, нейтрино и фотоны. Равновесие между протонами, электронами и фотонами поддерживалось электромагнитными силами посредством томсоновского рассеяния (рассеяния фотонов на электронах). Поэтому характерная длина свободного пробега фотона в такой плазме была значительно меньше размера горизонта частиц, и фотоны не могли распространяться свободно к наблюдателю.

Ко времени рекомбинации плазма остыла настолько, что стало энергетически выгодным образование нейтрального водорода. Протоны и электроны объединились, вместо горячей плазмы возникло горячее нейтральное вещество. Сечение рассеяния фотонов в нейтральном веществе значительно меньше, чем в плазме. Таким образом, равновесие между фотонами и окружающей средой нарушилось, фотоны стали свободными частицами и начали распространяться в пространстве, практически не взаимодействуя с окружающим веществом. Именно такие фотоны называются реликтовыми, представляющими собой самое первое излучение, родившееся во Вселенной. В этот момент формируется поверхность последнего рассеяния.

Момент времени t_r , когда нарушается равновесие в первичной плазме и фотоны становятся свободными, называется «эпохой рекомбинации». До этой эпохи свободный пробег фотона невелик, значительно меньше размеров горизонта событий, после эпохи рекомбинации сечение рассеяния фотона уменьшается во много раз, длина свободного пробега значительно вырастает, становясь больше горизонта событий. Из каждого «кусочка» плазмы, в котором фотоны были «пленены» томсоновским рассеянием, они начинают свободно распространяться во все стороны. Каждый такой фотон приходит из определенной точки, находящейся на расстоянии, почти равном размеру горизонта частиц. Совокупность этих точек в пространстве образует сферу. Ее и называют поверхностью последнего рассеяния, или «космологической фотосферой».

С течением времени гипотетический наблюдатель, существовавший с момента рекомбинации во Вселенной, видит все более далекие ее части, в которых произошла рекомбинация. С его точки зрения это выглядит так, как будто поверхность последнего рассеяния удаляется от него. Закон удаления проще всего выглядит в лагранжевых координатах (7), при

этом скорость, определяемая как

$$v(\tau) = \frac{d\rho(\tau)}{d\tau},$$

есть $v(\tau) = c$. Скорость удаления фронта точно равна скорости света, что не противоречит теории относительности, так как в это движение не вовлечен перенос масс или информации.

Следует особо подчеркнуть, что такая картина не противоречит однородности Вселенной. Другой наблюдатель, удаленный от первого на произвольное расстояние, будет наблюдать точно такую же картину. Появление «видимого» фронта поверхности последнего рассеяния связано не с распределением вещества, а с конечностью скорости света.

В качестве модели космической струны рассмотрим прямую струну, не имеющую концов. Согласно современным теоретическим представлениям, возможны комбинированные модели системы топологических дефектов: например, струна, заканчивающаяся двумя монополями, или струна с концами на доменной стенке [4]. Мы будем рассматривать простейший случай, когда струна не имеет концов, что с точки зрения наблюдателя означает, что в любой момент времени t концы струны есть ее точки пересечения с поверхностью последнего рассеяния в этот момент времени. Разумеется, струна в такой модели продолжается за поверхностью последнего рассеяния, но бесконечная оптическая толщина, вызванная томсоновским рассеянием, будет препятствовать наблюдениям.

3. КОСМИЧЕСКАЯ СТРУНА ВНУТРИ ПОВЕРХНОСТИ ПОСЛЕДНЕГО РАССЕЯНИЯ

Выберем декартову систему лагранжевых координат $\xi'\eta'\zeta'$ так, чтобы струна совпадала с осью ζ' . Введем цилиндрическую систему координат $\rho'\Phi\zeta'$, где

$$\rho' = \sqrt{(\xi')^2 + (\eta')^2}, \quad \xi' = \rho' \cos \Phi, \quad \eta' = \rho' \sin \Phi.$$

При этом ρ' становится радиальной координатой, отсчитываемой от положения струны, а Φ — угловой цилиндрической координатой.

Метрика космической струны имеет вид [3]

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu} &= \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \\ \eta_{\mu\nu} &= \text{diag}(1, -1, -1, -1), \\ h_{\mu\nu} &= 8G\mu \ln \frac{\rho'}{\rho_0} \text{diag}(0, 1, 1, 0), \end{aligned} \quad (8)$$

где ρ_0 — произвольное число. Будем полагать, что величина $8G\mu$ значительно меньше единицы. Все вычисления будем вести с точностью до первого порядка величины $8G\mu$.

Сделаем преобразование координат:

$$\begin{aligned} \hat{t} &= \tau, \\ \hat{\xi}' &= \xi' + 4G\mu \left(1 - \ln \frac{\rho}{r_0}\right) \xi' + 4G\mu \Phi \eta', \\ \hat{\eta}' &= \eta' + 4G\mu \left(1 - \ln \frac{\rho}{r_0}\right) \eta' - 4G\mu \Phi \xi', \\ \hat{\zeta}' &= \zeta', \end{aligned} \quad (9)$$

которое приводит метрику (8) к виду метрики Минковского [3]:

$$\hat{g}_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1).$$

При этом, однако, область значений декартовых координат изменяется. Проще всего это свойство записать в цилиндрических координатах $\hat{\rho}'\hat{\Phi}\hat{\zeta}'$, аналогичных определенным выше. Тогда в пространстве-времени космической струны значения координат меняются в пределах

$$-\infty < \hat{\zeta}' < \infty, \quad 0 \leq \hat{\rho}' < \infty, \quad 0 \leq \hat{\Phi} \leq 2\pi - \alpha.$$

Такое пространство называется пространством типа конуса. Угол α называется «дефицитом угла» и связан с линейной плотностью струны соотношением $\alpha = 8\pi G\mu$. Пространство типа конуса является локально евклидовым, но глобально неевклидовым, в результате чего в нем и оказывается возможным явление гравитационного линзирования.

Поверхность последнего рассеяния является сферической с точки зрения наблюдателя, поэтому естественно выбрать систему координат так, чтобы ее начало совпадало с положением наблюдателя. Пусть поверхность последнего рассеяния есть сфера с центром в точке O (положение наблюдателя). Введем систему лагранжевых координат $\xi\eta\zeta$ так, чтобы струна была перпендикулярна плоскости $\xi\eta$. Назовем эту плоскость «основной плоскостью» нашей задачи. Точка S — пересечение струны с плоскостью $\xi\eta$ в настоящий момент времени τ_0 . Точки A и B — пересечения космической струны поверхности последнего рассеяния в тот же момент (см. рис. 2).

Расстояние от точки S до наблюдателя является кратчайшим расстоянием от наблюдателя до струны. Кроме того, точка S является центральной точкой отрезка струны внутри поверхности последнего рассеяния. Будем называть эту точку центром

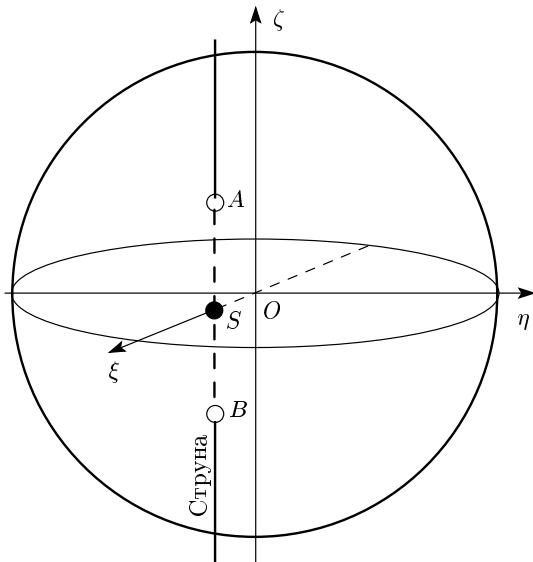


Рис. 2. Космическая струна и поверхность последнего рассеяния. O — положение наблюдателя, S — положение струны относительно основной плоскости для некоторого момента времени (см. текст), A и B — точки пересечения космической струны и поверхности последнего рассеяния

струны. Положение каждой точки струны однозначно характеризуется положением центра, так как проекция каждой точки на основную плоскость и есть центр.

Выберем ось ξ системы координат так, чтобы она проходила через точку S . Расстояние от наблюдателя до струны обозначим ξ_s . Положение точек «протыкания» определяется как

$$\zeta_s = \pm \sqrt{\rho_{ls}^2 - \xi_s^2}. \quad (10)$$

Отметим также, что, поскольку координатная ось ξ проходит через наблюдателя и центр струны, то можно также записать равенство $\xi_s = \rho_s$.

Поскольку положение струны вполне характеризуется положением центра (ориентация основной плоскости в пространстве нас пока не интересует), распределение струн в пространстве можно характеризовать распределением центров струн. Для простоты будем считать, что центры в пространстве распределены равномерно.

Для моделирования распределения струн в пространстве необходимо оценить количество космических струн, которые могут быть одновременно видны и в оптических обзорах, и проявлять себя в анизотропии РИ. Кроме того, необходимо найти средние характеристики пятен повышенной яркости, ко-

торые производят космические струны. В этом разделе мы обсудим только одну из основных характеристик пятна — его полную высоту. Хотя формально пятно имеет размер (ненулевое положительное значение флуктуации температуры) от полюса до полюса, основное повышение температуры имеет угловой размер порядка высоты струны. Таким образом, под характерной высотой пятна будем понимать продольный размер той части струны, которая находится внутри поверхности последнего рассеяния.

Мы моделировали распределение струн внутри поверхности последнего рассеяния и процесс образования пятен в анизотропии РИ следующим способом. Первым шагом в моделировании мы задавали n космических струн (т. е. их центров), распределенных случайным образом внутри горизонта частиц. Распределение по трем декартовым координатам ξ , η и ζ выбиралось равномерным. Затем отсеивались те точки, которые лежали вне сферы с радиусом, равным горизонту частиц. Оставшиеся точки рассматривались как центры хаотически ориентированных струн.

Направление движения струны в основной плоскости характеризуется углом ψ между направлением движения струны и лучом, соединяющим наблюдателя и струну. Будем считать, что угол ψ распределен равномерно в интервале $0 \leq \psi \leq 2\pi$ и отсчитывается от направления на наблюдателя (см. рис. 3).

На рис. 4 показано распределение высоты пятен. Это распределение строилось по формуле (10), где ξ_s — случайная равномерно распределенная величина в интервале $[0, \rho_{ls}]$.

Распределение струн по красному смещению следует обычному распределению объектов во Вселенной с материей и Λ -членом (рис. 5). Наличие максимума плотности объектов вблизи $z \approx 2$ было отмечено еще в работах [19, 20].

Оценим вероятность того, что струна будет находиться так близко к наблюдателю, чтобы производить не только горячее пятно в анизотропии РИ, но и гравитационно-линзовый эффект в оптических наблюдениях. Для этого, по крайней мере центр струны (точка, ближайшая к наблюдателю), должен лежать между оптическими источниками и наблюдателем. Будем полагать, что глубина оптического обзора есть $z_{opt} = 7$, что соответствует положению самого далеко оптического источника, доступного наблюдателю: $\rho_{opt} = 0.61\rho_{ph}$. Если считать, что с вероятностью единица струна лежит внутри современного горизонта частиц ρ_{ph} , который охватывает объем в лагранжевом пространстве координат $(4\pi/3)\rho_{ph}^3$, то

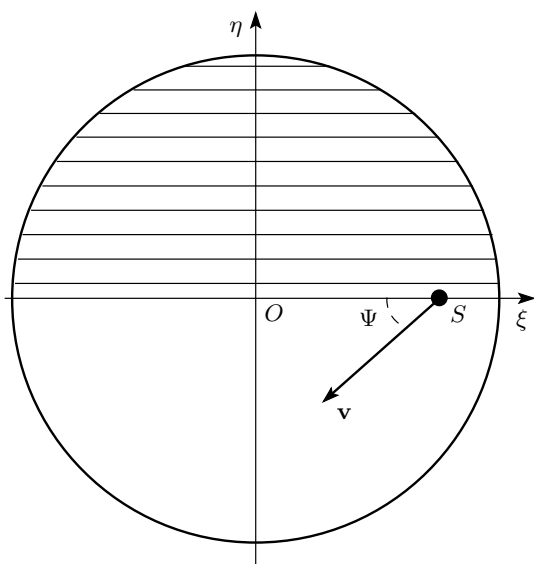


Рис. 3. Положение струны S и направление ее скорости на основной плоскости задачи. Штриховкой показана верхняя полуплоскость (см. текст)

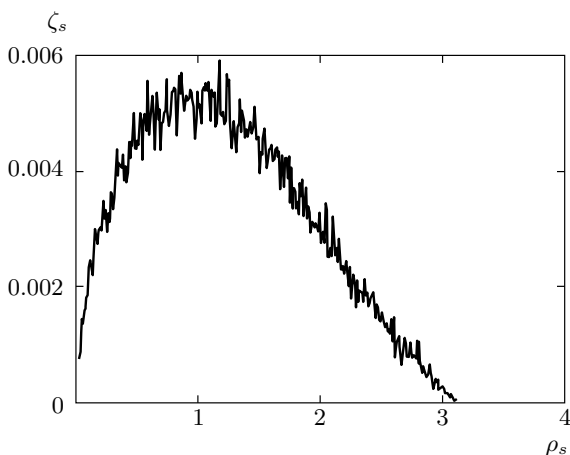


Рис. 4. Гистограмма распределения высот космических струн внутри поверхности последнего рассеяния. Распределение обладает пологим максимумом с центром, соответствующим угловому размеру примерно 1 рад

вероятность нахождения струны внутри сферы радиусом ρ_{opt} равна

$$p = \frac{\rho_{opt}^3}{\rho_{ph}^3}. \tag{11}$$

Таким образом, вероятность того, что центр космической струны лежит при $z \leq 7$ составляет 0.22. При этом высота пятна должна быть более 100° . На

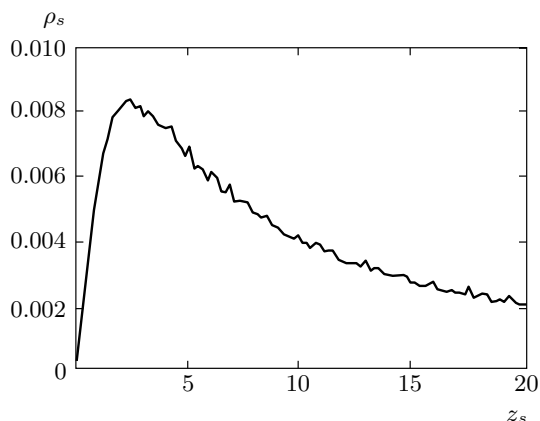


Рис. 5. Гистограмма распределения центров космических струн по красному смещению в момент наблюдения. Виден максимум распределения плотности струн вблизи $z \approx 2$. После максимума распределения следует очень пологий «хвост», в котором содержится основное количество струн внутри поверхности последнего рассеяния

рис. 6 показан сравнительный размер высоты пятна в РИ и длины струны, которая может производить гравитационно-линзовые эффекты в оптических обзорах.

Один из основных выводов статьи заключается в том, что с вероятностью 0.22 струна должна лежать в интервале красных смещений от $0 \leq z \leq 7$. Таким образом, лишь одна из 5 космических струн, которые генерируют горячие пятна в РИ, должна проявляться в современных оптических обзорах, производя гравитационно-линзовые эффекты. Проведенные вероятностные оценки могут служить простым объяснением отрицательных результатов в попытках обнаружить космические струны с помощью только лишь оптических методов.

4. ДВИЖУЩАЯСЯ ПРЯМАЯ СТРУНА КАК ИСТОЧНИК АНИЗОТРОПИИ

Рассмотрим движение космической струны и форму пятна повышенной яркости на небесной сфере, которое создает эта струна. Как уже было сказано, пространство-время в присутствии прямой космической струны не является асимптотически пространством Минковского. Невозможность определить в таком пространстве, хотя бы на бесконечности, инерциальную систему отсчета приводит к неопределенности процедуры определения инерциальных наблюдателей и, вообще говоря, к различ-

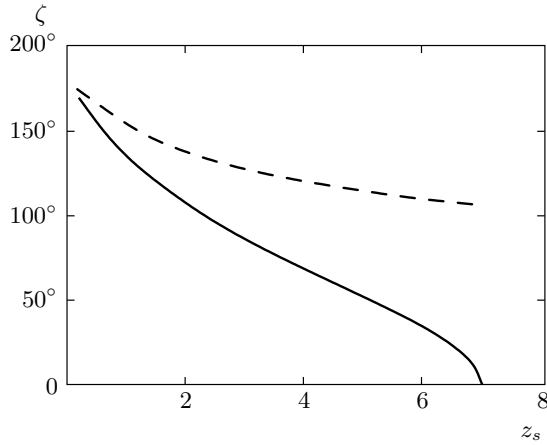


Рис. 6. Сравнительная высота горячего пятна в РИ (штриховая кривая) и длина части струны, производящей гравитационно-линзовый эффект в оптических обзорах глубиной вплоть до $z = 7$ (сплошная кривая). По горизонтальной оси отложено значение красного смещения центра струны. Видно, что угловой размер той части струны, которая может производить гравитационно-линзовые эффекты в оптических обзорах, равен нулю при $z > 7$ и начинает быстро расти при $z < 7$. Вертикальный размер пятна анизотропии, создаваемого такой струной, больше 100°

ным результатам в вычислении анизотропии. В этой статье мы будем следовать общепринятой процедуре, введенной в работе [13], которая кратко заключается в следующем. Вначале мы определяем бусты Лоренца в пространстве-времени с метрикой космической струны. Из формул (8) видно, что метрика инвариантна относительно движений вдоль струны и поэтому можно рассматривать преобразования Лоренца только в плоскости, перпендикулярной направлению струны — в основной плоскости. Тогда аналогом преобразования Лоренца в пространстве-времени струны будут бусты вида

$$u^\alpha = \gamma \left(1, \frac{\beta \cos \psi}{\sqrt{-g_{11}}}, \frac{\beta \sin \psi}{\sqrt{-g_{22}}}, 0 \right), \quad (12)$$

где $\beta = v/c$ — отношение скорости струны к скорости света.

При преобразованиях вида (10) бусты Лоренца преобразуются как

$$u^\alpha = \gamma (1, \beta \cos(\psi - 4G\mu\Phi), \beta \sin(\psi - 4G\mu\Phi), 0), \quad (13)$$

где Φ — угловая координата, значение которой соответствует положению начала координат преобразованной системы, она измеряется относительно

центра струны и меняется в пределах $0 \leq \Phi \leq 2\pi - 8\pi G\mu$.

Рассмотрим теперь анизотропию РИ, которую генерирует движущаяся струна. Для этого выберем следующие условия [13]: проведем разрез плоскости $\xi^i \eta^j$ в направлении отрицательного значения координаты ξ^i . Пусть первый наблюдатель имеет декартовы координаты $(-\xi'_0, 4\pi G\mu\xi'_0, 0)$, а второй — координаты $(-\xi'_0, -4\pi G\mu\xi'_0, 0)$. Видно, что первый наблюдатель находится на верхней части вырезанного сектора, второй — на нижней части. Перейдем к цилиндрической системе координат, причем будем считать, что угловая координата в верхней полуплоскости меняется в пределах $\pi - 4\pi G\mu \geq \Phi \geq 0$, а в нижней полуплоскости — в пределах $-\pi + 4\pi G\mu \leq \Phi \leq 0$. Сделаем преобразования Лоренца вида (13). Тогда первый наблюдатель будет двигаться относительно струны со скоростью

$$u^\alpha = \gamma(1, \beta \cos(\psi - 4G\mu\Phi_{01}), \beta \sin(\psi - 4G\mu\Phi_{01}), 0), \quad (14)$$

а второй наблюдатель — со скоростью

$$u^\alpha = \gamma(1, \beta \cos(\psi - 4G\mu\Phi_{02}), \beta \sin(\psi - 4G\mu\Phi_{02}), 0). \quad (15)$$

Здесь Φ_{01}, Φ_{02} — значения угловой координаты, соответствующие положениям первого и второго наблюдателей.

Рассмотрим, кроме того, набор излучателей, которые находятся на одинаковом расстоянии от первого и второго наблюдателей, излучают свет в момент времени τ_r , причем свет от излучателей приходит в одинаковый момент времени τ_0 . Каждый излучатель имеет координаты в системе струны $(\tau_r, \rho'_r, \Phi_r, \zeta'_r)$ и движется со скоростью

$$u^\alpha = \gamma(1, \beta \cos(\psi - 4G\mu\Phi_r), \beta \sin(\psi - 4G\mu\Phi_r), 0). \quad (16)$$

Каждый из излучателей представляет собой кулочек плазмы в момент рекомбинации (реликтовые фотоны, освободившиеся от плазмы). Теперь можно сказать, что струна движется относительно наблюдателей и излучателей с противоположной скоростью.

Собственная энергия фотона в системе отсчета, связанной с излучателем, составляет $E_r = k^\alpha u_{\alpha(r)}$, а в системе отсчета, сопутствующей наблюдателю,

энергия равна $E_0 = k^\alpha u_{\alpha(o)}$. Смещение частоты фотона

$$\frac{E_0 - E_r}{E_r} = \frac{k^\alpha u_{\alpha(o)} - k^\alpha u_{\alpha(r)}}{k^\alpha u_{\alpha(r)}}. \quad (17)$$

Волновой вектор фотона можно записать в виде $k^\alpha = (\omega/c)(1, \tilde{\mathbf{n}})$, где ω — частота фотона, $\tilde{\mathbf{n}}$ — единичный вектор вдоль траектории фотона от источника излучения до наблюдателя.

Для одного фотона движение от поверхности последнего рассеяния до наблюдателя выражается в смещении частоты, для ансамбля фотонов со спектром типа Планка — во флуктуации температуры:

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{E_0 - E_r}{E_r}.$$

Разница $E_0 - E_r$ является малой величиной порядка $G\mu$. Поэтому при вычислении знаменателя вкладом величин, пропорциональных $G\mu$, можно пренебречь. Тогда для первого наблюдателя флуктуация температуры РИ составляет

$$\begin{aligned} \frac{\delta T}{T} &= 4\pi G\mu\beta \left(-1 + \frac{\Phi_r}{\pi} \right) \times \\ &\times \frac{n^1 \sin \psi - n^2 \cos \psi}{1 - \beta(n^1 \cos \psi + n^2 \sin \psi)}, \quad (18) \end{aligned}$$

для второго —

$$\begin{aligned} \frac{\delta T}{T} &= 4\pi G\mu\beta \left(1 + \frac{\Phi_r}{\pi} \right) \times \\ &\times \frac{n^1 \sin \psi - n^2 \cos \psi}{1 - \beta(n^1 \cos \psi + n^2 \sin \psi)}. \quad (19) \end{aligned}$$

Здесь n^1, n^2 — компоненты единичного вектора $\tilde{\mathbf{n}}$.

Рассмотрим теперь картину анизотропии, вызванной движущейся струной. Прежде всего рассмотрим изменение температуры РИ в направлении на струну. Второй наблюдатель при приближении луча зрения к струне ($\Phi_r \rightarrow 0$ и $\Phi_r < 0$) видит понижение температуры (напомним, что компоненты вектора $\tilde{\mathbf{n}}$ являются отрицательными величинами), которое достигает величины

$$-4\pi G\mu\beta \frac{\sin \psi}{1 + \beta \cos \psi}.$$

При пересечении фронта движущейся струны (которая относительно наблюдателя при $\beta > 0$ движется в направлении отрицательных значений оси η) из нижней полуплоскости в верхнюю полуплоскость (см. рис. 3) возникает скачок температуры, равный

$$8\pi G\mu\beta \frac{\sin \psi}{1 + \beta \cos \psi}.$$

Этот скачок формирует положительное значение флуктуации температуры сразу за фронтом. Это свойство анизотропии, создаваемое движущейся струной, было отмечено еще в работе [15].

Важно отметить, что анизотропия температуры в направлении, противоположном направлению на струну, является непрерывной функцией. Действительно, для первого наблюдателя при $\Phi_r \rightarrow +\pi$ анизотропия уменьшается: $\delta T/T \rightarrow +0$. Для второго наблюдателя при $\Phi_r \rightarrow -\pi$ анизотропия увеличивается: $\delta T/T \rightarrow -0$.

Рассмотрим теперь общий случай анизотропии с точки зрения наблюдателя. Для этого требуется ввести систему координат с центром в точке, где находится наблюдатель, а также ввести единичный вектор $\tilde{\mathbf{N}}$, направленный от наблюдателя к поверхности последнего рассеяния. Легко видеть, что $\tilde{\mathbf{N}} = -\tilde{\mathbf{n}}$. Введем вокруг наблюдателя сферическую систему координат и выразим вектор $\tilde{\mathbf{N}}$ в виде

$$\tilde{\mathbf{N}} = (\cos \phi \sin \theta, \sin \phi \sin \theta, \cos \theta).$$

Здесь θ — полярный угол введенной нами сферической системы координат, ϕ — азимутальный угол.

Интервал изменения угла $\theta - 0 \geq \theta \geq \pi$. Интервал значений азимутального угла отличается от интервала значений этого угла в евклидовом пространстве. В пространстве типа конуса значения угла ϕ принадлежат интервалу

$$0 \geq \phi \geq 2\pi - 8\pi\mu \frac{\rho_{ls} - \rho_s}{\rho_{ls}}.$$

Отметим важный факт. Поскольку область определения азимутального угла ϕ теперь изменилась, меняется и набор ортогональных функций при разложении по сфере. Теперь набор сферических функций, ортогональных в пространстве типа конуса, уже не является набором обычных скалярных сферических функций. Меняется также область интегрирования, для того чтобы удовлетворить соотношениям нормировки новых функций. Но все эти функции отличаются от стандартного набора сферических функций на множитель порядка единицы: $1 + 8\pi G\mu$. Кроме того, результат свертки двух обычных сферических функций с разными значениями азимутального числа m будет отличаться от нуля на величину порядка $8\pi G\mu$. Следовательно, при вычислениях будем пренебрегать отличием пространства типа конуса от евклидова пространства и пользоваться обычными интервалами определения угловых переменных.

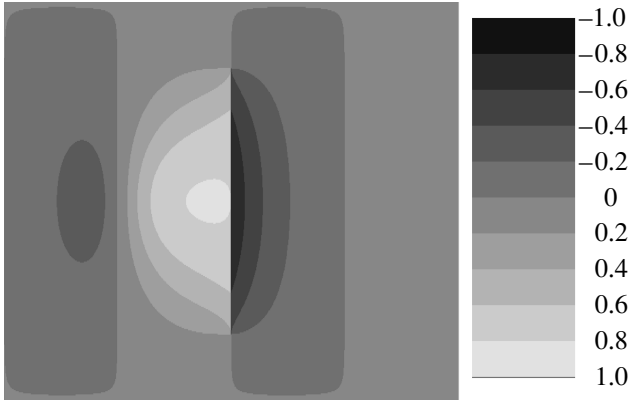


Рис. 7. Распределение температуры по небесной сфере (проекция Меркатора). Экватор совпадает с горизонтальной линией. Струна находится вдоль оси, соединяющей полюсы. Угол ϕ отсчитывается справа налево от фронта струны. Перед струной находится небольшое холодное пятно, на фронте происходит резкий скачок температуры, затем следует протяженное горячее пятно, которое снова сменяется слабо выделенным холодным пятном. Распределение температуры является типичным для движущейся струны и практически не зависит от параметров, меняются только ширина пятен, значения температуры в максимуме и локальных минимумах

Выпишем теперь общую формулу для анизотропии:

$$\frac{\delta T}{T} = 4\pi G\mu\beta \left(\text{sign}(\Phi_r) - \frac{\Phi_r}{\pi} \right) \times \frac{\sin(\psi - \phi) \sin \theta}{1 - \beta \cos(\psi - \phi) \sin \theta}. \quad (20)$$

Угол Φ_r выражается как

$$\text{tg } \Phi_r = \frac{\sin \phi \sin \theta}{\cos \phi \sin \theta - R},$$

а $R = \rho_s / \rho_{ls}$.

Построим распределение температуры по небесной сфере в системе HEALPix [21]. Выберем угол направления скорости $\psi = \pi/2$, расстояние от наблюдателя до струны $\rho_s = 0.5$, что соответствует положению центра струны при $z = 4$. Скорость выберем равной $\beta = 0.8$. На рис. 7 показано распределение температуры на небесной сфере в проекции Меркатора. Струна движется слева направо. Видна характерная структура трех пятен. Первое — холодное пятно перед фронтом струны. Оно достаточно короткое по координате ϕ . На фронте

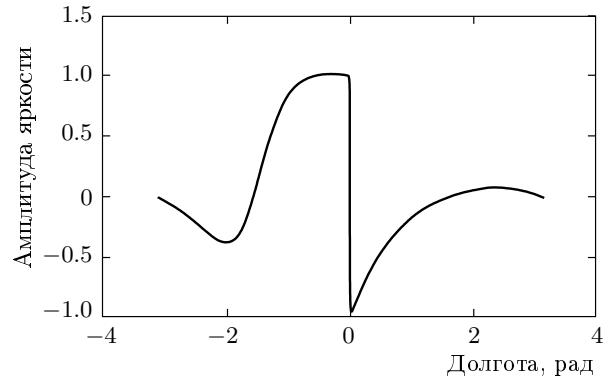


Рис. 8. Распределение температуры вдоль экватора. Положение струны, перпендикулярной экватору, определяется скачком температуры. Перед струной находится небольшое холодное пятно, на фронте происходит скачок температуры, затем следует более длинное горячее пятно. Оно заканчивается небольшим холодным пятном, которое следует за горячим. Такое распределение температуры характерно для движущейся струны и практически не зависит от ее параметров

происходит скачок температуры, появляется горячее пятно — основная характеристика анизотропии на струне, — которое опять сменяется холодным пятном. Значение температуры в минимуме второго холодного пятна меньше по абсолютной величине, чем значение в минимуме первого холодного пятна. На рис. 8 показан разрез структуры по экватору. После значительного понижения температуры происходит скачок, появляется горячее пятно, которое сменяется холодным «кильватерным» пятном, значительно меньшим по абсолютной величине температуры в минимуме, чем первое холодное пятно.

Важно отметить, что такое распределение температуры является типичным для прямой движущейся струны и практически не зависит от параметров. При изменении параметров струны (величины скорости и направления движения струны, ее положения относительно наблюдателя), изменяются только ширина пятен, значения температуры в максимуме и локальных минимумах. Полученная структура анизотропии сохраняется для всего диапазона изменения параметров.

В наших исследованиях мы ориентируемся на поиск одиночной космической струны, поскольку согласно теоретическим оценкам, а также отрицательным результатам при попытке их обнаружения гравитационно-линзовыми методами, таких объектов во Вселенной должно быть немного.

Оценим амплитуду ожидаемого сигнала анизотропии РИ для случая релятивистской струны ($\beta = 0.9$) с дефицитом угла $\alpha = 8\pi G\mu \approx 2''$.

Согласно полученной общей формуле (20), анизотропия РИ, генерируемая космической струной, равна

$$\frac{\delta T}{T} = 8\pi G\mu\beta \cdot F(\psi, \phi, \theta),$$

где F — функция от сферических углов составляет величину порядка единицы. В физических единицах (мкК) флуктуация температуры имеет вид

$$\delta T \approx 27 \text{ мкК} \frac{\alpha}{2''} \frac{\beta}{0.9} F(\psi, \phi, \theta).$$

Таким образом, для такой струны амплитуда анизотропии составит величину порядка 30 мкК.

Согласно данным наблюдений, анизотропия поверхности последнего рассеяния составляет несколько сотен мкК. Следовательно, если бы струна обладала дефицитом угла, большим $6''$, что приблизительно соответствует 100 мкК, то она уже была бы обнаружена. Таким образом, струна должна обладать дефицитом угла не больше указанной величины. Струны с дефицитом угла порядка десятых долей секунды генерировали бы анизотропию порядка нескольких мкК.

Если космические струны существуют, то одновременно с помощью двух методов (оптического гравитационного линзирования и анализа анизотропии РИ) можно детектировать космические струны с диапазоном дефицита угла от десятых долей секунды до $5-6''$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведен анализ структуры анизотропии РИ, которая генерируется на космической струне. Рассмотрена простейшая модель прямой космической струны, движущейся с постоянной скоростью. Выявлена структура анизотропии, представляющая собой последовательность зон пониженной и повышенной температуры, а именно: холодное пятно перед фронтом движения космической струны, далее выраженный скачок температуры и горячее пятно, которое снова сменяется холодным пятном. Получены характерные ожидаемые размеры указанных структур на небе. Моделирование проведено в предположении однородности температуры поверхности последнего рассеяния.

На простейшей вероятностной модели показано, что, если струны распределены равномерно в объеме поверхности последнего рассеяния, то количе-

ство струн, которые можно искать с помощью оптических методов наблюдения, составляет всего 20 % от общего числа струн. Этот факт позволяет объяснить безрезультатность поиска космических струн только лишь с помощью гравитационно-линзовых оптических эффектов.

Показано, что для релятивистской струны, обладающей дефицитом угла порядка $1-2''$, амплитуда генерируемой анизотропии составляет величину порядка $15-30$ мкК. Для того чтобы космическую струну можно было бы искать как оптическими методами гравитационного линзирования, так и методом анализа анизотропии РИ, диапазон дефицита угла должен быть от десятых долей секунды до $5-6''$. Данная работа подчеркивает необходимость совместного анализа структуры анизотропии РИ и оптических данных для поиска проявлений космических струн во Вселенной.

Часть результатов работы была получена благодаря использованию программного продукта HEALPix [21]. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 07-02-01034а). Работа одного из авторов (О. С. С.) поддержана INTAS (грант № 05-109-4793), а также программой Президента РФ (грант МК-2503.2008.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. T. W. B. Kibble, J. Phys. A: Math. Gen. **9**, 1387 (1976).
2. Ya. B. Zeldovich, Month. Not. Roy. Astron. Soc. **192**, 663 (1980).
3. A. Vilenkin, Phys. Rev. D **23**, 852 (1981).
4. A.-C. Davis and T. W. B. Kibble, Contemp. Phys. **46**, 313 (2005).
5. J. Polchinski and J. V. Rocha, Phys. Rev. D **75**, 123503 (2007).
6. M. Sazhin, G. Longo, M. Capaccioli et al., Month. Not. Roy. Astron. Soc. **343**, 353 (2003).
7. M. Sazhin, O. Khovanskaya, M. Capaccioli et al., E-print archives, astro-ph/0611744.
8. M. Sazhin, M. Capaccioli, G. Longo et al., E-print archives, astro-ph/0601494.
9. E. Agol, C. J. Hogan, and R. M. Plotkin, E-print archives, astro-ph/0603838.
10. S. Veeraraghavan and A. Stebbins, Astrophys. J. **395**, L55 (1992).

11. L. Perivolaropoulos, *Astrophys. J.* **451**, 429 (1995).
12. A. Vilenkin and E. P. S. Shellard, *Cosmic Strings and Other Topological Defects*, Cambridge Univ. Press., Cambridge (1994).
13. A. Stebbins, *Astrophys. J.* **327**, 584 (1988).
14. A. Hindmarsh, in *The Formation and Evolution of Cosmic Strings*, ed. by G. Gibbons, S. W. Hawking, and T. Vachaspathi, Cambridge Univ. Press, Cambridge (1990).
15. N. Kaiser and A. Stebbins, *Nature* **310**, 391 (1984).
16. D. N. Spergel, R. Bean, O. Dore et al., *Astrophys. J. Suppl.* **170**, 377 (2007).
17. S. Perlmutter, G. Aldering, M. Della Valle et al., *Nature* **391**, 51 (1998).
18. E. W. Kolb and M. C. Turner, *The Early Universe*, Addison Wesley, Chicago (1990).
19. I. Shklovsky, *Astrophys. J.* **150**, L1 (1967).
20. N. Kardashev, *Astrophys. J.* **150**, L135 (1967).
21. K. M. Gorski, E. Hivon, A. J. Banday et al., *Astrophys. J.* **622**, 759 (2005).