ЖЭТФ, 2008, том 133, вып. 4, стр. 906–913

КОРОТКОВОЛНОВЫЕ ПЛАЗМОНЫ В НИЗКОРАЗМЕРНЫХ СИСТЕМАХ

Р. З. Витлина, Л. И. Магарилл, А. В. Чаплик*

Институт физики полупроводников Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 6 июля 2007 г.

Исследована дисперсия плазменных волн в системах различной размерности вплоть до точки окончания спектра. В двумерных и трехмерных случаях плазмонный спектр оканчивается (из-за затухания Ландау) еще в пределах применимости квазиклассического приближения, т. е. при $\hbar k \ll p_F$ ($\hbar k$ — импульс плазмона, p_F — фермиевский импульс электронов). В одномерной системе результаты качественно иные, так как затухание Ландау сосредоточено в области, где нельзя пренебрегать квантовыми эффектами. Эта же специфика одномерной системы приводит к тому, что в многокомпонентной одномерной плазме существуют незатухающие ветви акустических плазмонов, фазовая скорость которых меньше фермиевской скорости электронов.

PACS: 72.15.Nj, 73.20.Mf, 73.22.Lp

1. ВВЕДЕНИЕ

Последние годы отмечены возродившимся интересом к плазменным волнам в системах пониженной размерности и в наноструктурах. Это связано со значительным прогрессом в технологии создания достаточно совершенных структур, с успехами в технике возбуждения и регистрации таких колебаний, а также с возможностями их практических приложений в технике терагерцовых электромагнитных волн.

Имеющиеся в настоящее время эксперименты с низкоразмерными плазмонами относятся к длинноволновому пределу: импульсы плазмона $\hbar k$ много меньше фермиевского импульса электронов p_F. В этом случае можно пренебречь пространственной дисперсией в динамической проводимости и рассматривать электронную систему как сплошную среду. То же самое условие $\hbar k \ll p_F$ является критерием квазиклассичности рассмотрения проблемы, и кроме того при $\hbar k/p_F \to 0$ и при абсолютном нуле температуры плазменные волны не испытывают затухания Ландау.

Поскольку для современной литографической техники нанометровые масштабы стали вполне доступными, а фермиевская длина волны электронов в типичных двумерных системах порядка 10–30 нм, нам представляется актуальным вопрос о поведении дисперсионных кривых одно- и двумерных плазмонов в коротковолновой области вплоть до точки окончания плазмонного спектра. Эта точка определяется границей континуума одночастичных возбуждений (электрон-дырочного континуума, причем имеется в виду дырка под поверхностью Ферми), так как именно в этом месте «включается» затухание Ландау. Как мы покажем, закон дисперсии плазмонов $\omega(k)$, найденный в приближении самосогласованного поля (RPA), определяет в двумерных и трехмерных случаях точку окончания спектра k_0, которая в «металлическом» пределе плотной плазмы $p_F a_B/\hbar \gg 1$ (a_B — эффективный боровский радиус) лежит при $\hbar k_0 \ll p_F$. Одномерный случай (квантовая проволока, нанотрубка) является особым в нескольких отношениях. Во-первых, формально найденный в RPA закон дисперсии $\omega(k)$ вообще не имеет точки окончания. Во-вторых, в одномерном случае область затухания Ландау ограничена на оси частот как сверху, так и снизу, а ширина этой области $\Delta\omega$ определяется квантовыми поправками: $\Delta\omega = \hbar k^2/m$, где m — эффективная масса электрона. Поэтому в квазиодномерной системе, когда заселено более одной подзоны поперечного квантования, возникает, на первый взгляд, парадоксаль-

*E-mail: levm@isp.nsc.ru

ная ситуация: существуют незатухающие по Ландау ветви акустических плазмонов, фазовая скорость которых меньше фермиевской скорости электронов нижней подзоны. В многокомпонентной двумерной и трехмерной плазме таких ветвей не существует.

2. ОБЪЕМНЫЕ И ДВУМЕРНЫЕ ПЛАЗМОНЫ ВБЛИЗИ ТОЧКИ ОКОНЧАНИЯ СПЕКТРА

Уравнение кривой на плоскости (ω, k), определяющей границу электрон-дырочного континуума, дается кинематическим условием возможности распада плазмона на электрон-дырочную пару (ниже полагаем $\hbar = 1$)

$$\omega(k) = \varepsilon(p+k) - \varepsilon(p), \tag{1}$$

где $\varepsilon(p)$ — закон дисперсии электронов. Дисперсионное уравнение трехмерных плазменных волн получается из выражения для продольной диэлектрической проницаемости (см., например, [1, с. 204])

$$1 + \frac{\pi a_B k^2}{2p_F} - g(\omega_+) + g(\omega_-) = 0, \tag{2}$$

где

$$g(\omega) = \frac{m(\omega^2 - k^2 v_F^2)}{2k^3 v_F} \ln\left(\frac{\omega + k v_F}{\omega - k v_F}\right),$$

$$\omega_\pm = \omega \pm \frac{k^2}{2m}.$$

Уравнение граничной кривой:

$$\omega = \frac{k^2}{2m} + k v_F, \tag{3}$$

v_F — фермиевская скорость, и уравнение (2) применимо при $\omega \geq k^2/2m + k v_F$, так как в противном случае в диэлектрической проницаемости появляется мнимая часть, что означает возникновение затухания Ландау. Из этого ограничения совместно с уравнением (2) получается уравнение для точки окончания спектра k_0:

$$\left(1 + \frac{k_0}{2p_F}\right) \ln\left(1 + \frac{2p_F}{k_0}\right) = 1 + \frac{\pi k_0^2 a_B}{2p_F}. \tag{4}$$

В случае плотной плазмы, $p_F a_B \gg 1$, получаем с логарифмической точностью

$$k_0 \approx \sqrt{\frac{2p_F}{\pi a_B} \ln\left(\lambda p_F a_B\right)}, \tag{5}$$

где λ — число порядка единицы. Таким образом, $k_0 \ll p_F$ и область применимости известной асимптотики Гольдмана (нуль-звуковая дисперсия плазмона [1, с. 206]) оказывается весьма узкой:

$$\sqrt{\frac{p_F}{a_B}} \ll k \ll \sqrt{\frac{2p_F}{\pi a_B} \ln\left(\lambda p_F a_B\right)}. \tag{6}$$

Уравнение (2) можно неявно продифференцировать и убедиться, что наклон плазменной ветви в точке окончания равен $k/m + v_F$, т. е. равен наклону граничной кривой в этой точке. Таким образом, в точке окончания спектра кривая $\omega(k)$ и граничная парабола $\varepsilon(p_F + k) - \varepsilon(p_F)$ касаются друг друга. Тем не менее дисперсионная кривая плазмона не может быть продолжена за точку k_0, так как при этом в уравнении для $\omega(k)$ появляются мнимые слагаемые.

Перейдем к обсуждению двумерного электронного газа. В отличие от трехмерной ситуации, где закон дисперсии задается лишь неявным образом (уравнение (2)), в случае двумерных плазмонов зависимость $\omega(k)$ может быть найдена явно. Вопреки огромному числу работ, посвященных двумерным плазменным волнам, точная RPA-формула для дисперсии двумерного плазмона во всей области импульсов, насколько нам известно, до сих пор не была опубликована, хотя все необходимые предпосылки для ее получения содержатся еще в работе Стерна 1967 г. [2]. Вычисляя поляризационный оператор двумерного электронного газа, можно получить

$$\omega^2(k) = \left(k v_F + \frac{k^2}{2m}\right)^2 + \frac{k\left(8p_F a_B - 4k^2 a_B^2 - k^3 a_B^3\right)^2}{16 a_B^3 m^2 \left(k a_B + 4\right)}. \tag{7}$$

Формула (7) применима при $k \leq k_0$, где k_0 — положительный корень кубического уравнения

$$8p_F a_B - 4{k_0}^2 a_B^2 - {k_0}^3 a_B^3 = 0. \tag{8}$$

Анализ показывает, что при $k > k_0$ дисперсионное уравнение вообще не имеет решений — ни действительных, ни комплексных, т. е. k_0 является точкой окончания спектра. При $p_F a_B \gg 1$ имеем $k_0 \approx 2(p_F/a_B^2)^{1/3}$, т. е. снова $k_0 \ll p_F$; плазмоны перестают быть хорошими квазичастицами (из-за затухания Ландау) еще внутри квазиклассической области $k \ll p_F$, когда электроны могут рассматриваться как непрерывная среда. Из выражения (7) можно получить все известные асимптотики. В пределе самых длинных волн, $k \ll 1/a_B \ll p_F$, получается корневой закон дисперсии: $\omega = v_F k/(k a_B)^{1/2}$.

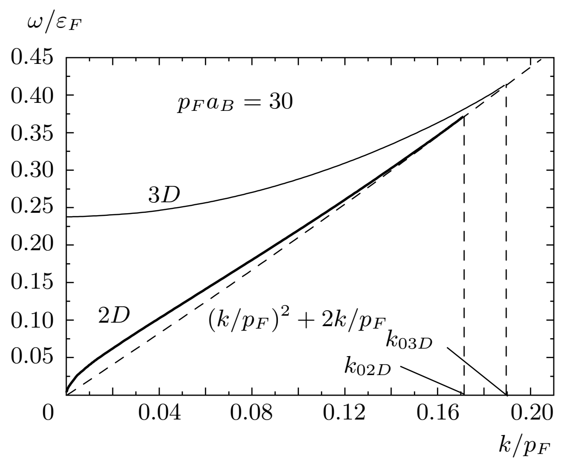

Рис. 1. Плазмонный спектр в двумерных и трехмерных системах

При ka_B произвольном, но $k \ll p_F$ формула (7) дает $\omega(k)$ в промежуточной области с нуль-звуковой асимптотикой при $ka_B \gg 1$ [3]:

$$\omega^2(k) = \frac{(kv_F)^2}{ka_B}\,\frac{(1+ka_B/2)^2}{(1+ka_B/4)}. \tag{9}$$

Мы видим, что в двумерной системе область нуль-звуковой дисперсии $\omega \approx kv_F$ несколько шире, чем в трехмерной: $1/a_B \ll k \ll (p_F/a_B^2)^{1/3}$. Наконец, из уравнения (7) явно видно, что в точке окончания спектра кривая $\omega(k)$ касается граничной параболы $k^2/2m + kv_F$.

Описанные особенности плазмонного спектра в двумерной и трехмерной системах показаны на рис. 1. Таким образом, ни в одном из этих случаев плазмонная дисперсионная кривая не «входит» в область континуума. Спектр перестает существовать с касанием граничной линии, а формально математически дело заключается в смене знака радикала, что соответствует переходу на другой лист римановой поверхности.

3. ОДНОМЕРНЫЕ И КВАЗИОДНОМЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

Начнем с рассмотрения цилиндрической нанотрубки с одночастичным спектром полупроводникового типа:

$$\varepsilon_{p,l} = \frac{p^2}{2m} + Bl^2, \tag{10}$$

где $l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, $B = 1/2ma^2$, a — радиус трубки, p — импульс электрона вдоль оси трубки. Поляризационный оператор имеет вид

$$\Pi(\omega;k,n) = \frac{1}{4\pi^2 a}\times \\ \times \sum_l \int\limits_{-\infty}^{\infty} dp \frac{f_{p-k,l-n} - f_{p,l}}{\varepsilon_{p,l} - \varepsilon_{p-k,l-n} - \omega - i\delta} \quad (\delta = +0). \tag{11}$$

Здесь n и k задают азимутальный момент и продольный импульс плазмона, $f_{p,l} \equiv f(\varepsilon_{p,l})$ — фермиевские числа заполнения. Поляризационный оператор определяет плотность индуцированного заряда и (через уравнение Пуассона) индуцированную часть полного потенциала. Такое рассмотрение допустимо при пренебрежении эффектами запаздывания, что предполагается в данной работе. Плазменные моды определяются дисперсионным уравнением, получающимся из условия самовозбуждения системы: затравочный потенциал равен нулю, а индуцированный отличен от нуля. Решая уравнение Пуассона для полого цилиндра, приходим к дисперсионному уравнению плазменных волн

$$\Pi(\omega;k,n) I_n(ka) K_n(ka) + \frac{ma_B}{4\pi a} = 0, \tag{12}$$

где $I_n(ka), K_n(ka)$ — модифицированные функции Бесселя.

Точное аналитическое решение уравнения (12) возможно в ультраквантовом случае, когда заселена только нижняя подзона ($l = 0$); n и k остаются произвольными:

$$\omega_n^2(k) = \left(\frac{k^2}{2m} + Bn^2\right)^2 + (kv_F)^2 + \\ + kv_F\left(2Bn^2 + \frac{k^2}{m}\right)\operatorname{cth}\left(\frac{\pi k a_B}{4I_n(ka)K_n(ka)}\right). \tag{13}$$

В длинноволновом пределе ($ka \ll 1$) для $n = 0$ можно получить из (13) одномерный плазмонный закон дисперсии с логарифмической особенностью:

$$\omega_0^2 = \frac{2e^2 N_L k^2}{m\kappa} \ln\frac{\gamma}{ka}. \tag{14}$$

Здесь $N_L = 2p_F/\pi$ — линейная электронная концентрация, κ — фоновая диэлектрическая проницаемость, $\gamma = 2/e^C \approx 1.123$, $C \approx 0.577$ — константа Эйлера. Для $n \neq 0$ (межподзонный плазмон) спектр начинается с

$$\omega_n^2(k=0) = B^2\left[n^4 + 8|n|\frac{a^2 p_F}{\pi a_B}\right],$$

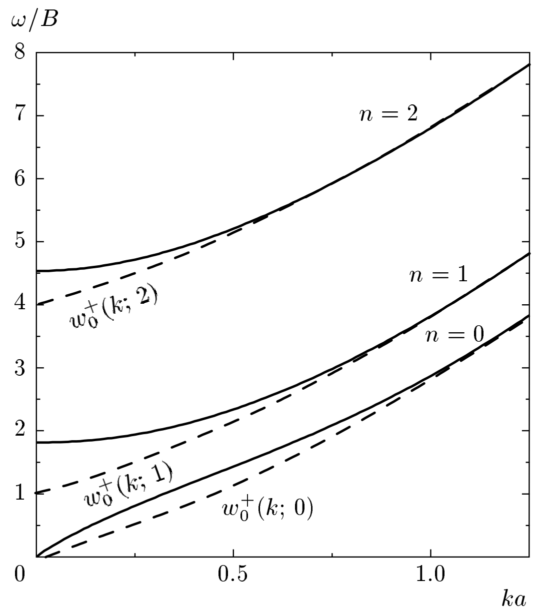

Рис. 2. Плазмонный спектр в ультраквантовом пределе; $p_{F0}a = 0.9$, $a = a_B$

т. е. соответствует энергии межподзонного перехода с поправкой на деполяризационный сдвиг.

Замечательная особенность формулы (13) — отсутствие точки окончания плазмонного спектра, когда k становится бесконечно большим. Кривая $\omega_n(k)$ асимптотически «прижимается» к параболе $kv_F + k^2/2m + Bn^2$, которая является границей континуума одночастичных возбуждений, но в отличие от двумерных и трехмерных случаев нигде не касается граничной кривой. Мы интерпретируем это следующим образом: в одномерном случае распад плазмонов на электрон-дырочную пару кинематически возможен только в фазовом пространстве нулевой меры, так как все три квазичастицы должны двигаться вдоль одной прямой. Плазмонный спектр для $n = 0, 1, 2$ представлен на рис. 2.

Для цилиндрической квантовой проволоки получается аналогичный результат. Спектр аксиально-симметричного плазмона ($n = 0$) в проволоке с одной заполненной подзоной имеет вид

$$\omega_0^2(k) = \frac{k^4}{4m^2} + (kv_F)^2 + \frac{k^3 v_F}{m}\,\mathrm{cth}\left(\frac{\pi k a_B}{4\mathcal{I}(ka)}\right), \quad (15)$$

где $\mathcal{I}(x)$ дается выражением

$$\mathcal{I}(x) = 4\int_0^1 dt\, t\,\frac{J_0^2(x_1^{(0)}t)}{J_1^4(x_1^{(0)})} \times \left[\int_0^t dt' t' J_0^2(x_1^{(0)}t') I_0(xt') K_0(xt) + \int_t^1 dt' t' J_0^2(x_1^{(0)}t') I_0(xt) K_0(xt')\right]. \quad (16)$$

Здесь $x_1^{(0)} \approx 2.405$ — первый корень функции Бесселя $J_0(x)$. При $ka \ll 1$ мы снова приходим к формуле типа (14) с другой константой под логарифмом:

$$\omega_0^2 = \frac{2e^2 N_L k^2}{m\kappa} \ln\frac{\gamma_1}{ka}, \quad \gamma_1 \approx 2.22. \quad (17)$$

Заметим, что точно решаемая модель латтинджеровской жидкости дает качественно тот же асимптотический результат (см., например, [4]): дисперсия плазмона $\omega(k)$ стремится сверху к одночастичному закону дисперсии, т. е. в модели Латтинджера к прямой $\omega = \tilde{v}_F|k|$, где $\tilde{v}_F$ — перенормированная взаимодействием скорость Ферми, и точка окончания спектра отсутствует. Таким образом, специфической чертой одномерного случая является существование свободных от затухания Ландау плазмонов вплоть до импульсов порядка p_F, чего нет в двумерных и трехмерных системах.

При заселении более, чем одной подзоны, возникают новые ветви плазмонного спектра. Рассмотрим подробнее случай плазмона с $n = 0$ в нанотрубке в ситуации, когда уровень Ферми лежит между B и $4B$. При этом вклад в поляризационный оператор (11) дают три подзоны: $l = 0$ и $l = \pm 1$. Характеристическое уравнение для $\omega(k)$ может быть приведено к кубическому (относительно ω^2):

$$\left(\omega^2 - w_0^{(+)2}(k;0)\right)\left(\omega^2 - w_1^{(+)2}(k;0)\right)^2 - A_0(k)\left(\omega^2 - w_0^{(-)2}(k;0)\right) \times \left(\omega^2 - w_1^{(-)2}(k;0)\right)^2 = 0. \quad (18)$$

Здесь введены обозначения:

$$A_0(k) = \exp\left[-\frac{\pi k a_B}{2I_0(ka)K_0(ka)}\right],$$

$$w_l^{(\pm)}(k;n) = kv_{Fl} \pm \frac{k^2}{2m} \pm B(n^2 + 2nl),$$

$v_{Fl} = \sqrt{v_{F0}^2 - (l/ma)^2}$ — скорость Ферми в l-й подзоне. Максимальный (при каждом k) корень это-

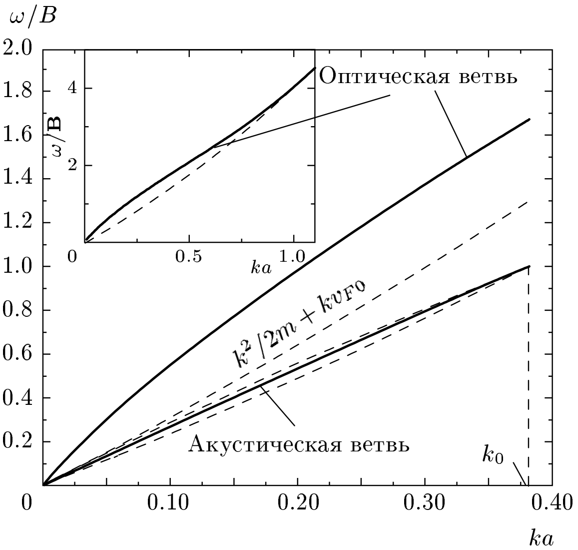

Рис. 3. Спектр симметричного плазмона ($n = 0$) при заселении трех подзон $l = 0, \pm 1$; $p_{F0}a = 1.5$, $a_B/a = 6/\pi$

го уравнения описывает синфазные колебания плотности частиц в подзонах и соответствует оптической ветви плазмонов. Ее длинноволновая асимптотика дается формулой (14), но теперь $N_L = 2(p_{F0}+2p_{F1})/\pi$. При $k \to \infty$ оптическая ветвь (так же, как в случае заполнения одной подзоны) стремится к ограничивающей параболе $kv_{F0}+k^2/2m$ (см. рис. 3). Следующий по величине корень уравнения (18) соответствует акустической ветви (антифазные колебания) и имеет линейную дисперсию при $k \to 0$: $\omega = sk$, где скорость «звука»

$$s = \sqrt{v_{F0}v_{F1}\frac{v_{F1}+2v_{F0}}{v_{F0}+2v_{F1}}}. \tag{19}$$

Эта ветвь целиком лежит в области $\omega < kv_{F0}$, но, как упомянуто во Введении, не испытывает затухания Ландау в силу специфики одномерной системы. Физический смысл этой специфики можно пояснить следующим образом. Как известно, при классическом рассмотрении затухание Ландау оказывается пропорциональным df/du, где $f(u)$ — функция распределения частиц по проекции скорости на направление импульса плазменной волны. Для вырожденного ферми-газа df/du в трехмерном случае пропорционально u, а в двумерном случае $df/du \propto u/\sqrt{v_F^2-u^2}$. Таким образом, затухание Ландау отлично от нуля в области $u < v_F$, что дает крыло в спектре бесстолкновительного поглощения электромагнитных волн с импульсом k ($\omega < kv_F$). В одномерной же системе $df/du \propto \delta(v_{F0}^2-u^2)$, т. е. затухание Ландау сосредоточено в точке $u = v_{F0}$. Этот классический результат должен быть исправлен учетом квантовых поправок, которые в шкале скоростей имеют порядок k/m. В результате оказывается, что области затухания соответствует интервал $-k^2/2m < (\omega - kv_F) < k^2/2m$, и вместо крыла в спектре бесстолкновительного поглощения возникает неоднородно уширенная линия с шириной $\Delta\omega = k^2/m$ [5]. Таким образом, акустическая ветвь $\omega_{ac}(k)$ проходит в части плоскости (ω, k), расположенной между параболами $w_0^{(-)}(k;0)$ и $w_1^{(+)}(k;0)$; она оканчивается в точке пересечения k_0 этих парабол (см. рис. 3, $k_0 = p_{F0} - p_{F1}$). Хотя в этой точке снова нет формальной особенности функции $\omega_{ac}(k)$, кривая не может быть продолжена за k_0, так как при $k > k_0$ в дисперсионном уравнении появляются мнимые вклады. Третий, наименьший, корень уравнения (18) дает кривую с линейным поведением при $k \to 0$ и наклоном равным наклону кривой $w_1^{(+)}(k;0)$, а затем уходящую в континуум верхней подзоны ($l = \pm 1$). Следовательно, этот корень должен быть отброшен. Две незатухающие ветви плазменного спектра даны на рис. 3.

Наконец, в случае произвольного числа заполненных подзон вместо (18) получается уравнение степени $2L+1$ ($L = [p_{F0}a]$ — номер последней заселенной подзоны):

$$\left(\omega^2 - w_0^{(+)2}(k;0)\right)\prod_{l=1}^{L}\left(\omega^2 - w_l^{(+)2}(k;0)\right)^2 - A_0\left(\omega^2 - w_0^{(-)2}(k;0)\right)\times \prod_{l=1}^{L}\left(\omega^2 - w_l^{(-)2}(k;0)\right)^2 = 0. \tag{20}$$

Максимальный корень этого уравнения соответствует оптической ветви и в коротковолновом пределе стремится к верхней границе континуума $w_0^{(+)}$. При $k \to \infty$ полагаем $\omega = w_0^{(+)}$ всюду, кроме первого множителя, и получаем

$$\omega_0^2(k\to\infty) - \left(kv_{F0} + \frac{k^2}{2m}\right)^2 = \frac{2k^3p_{F0}}{m^2}\prod_{l=-L}^{L}\left(\frac{p_{F0}+p_{Fl}}{p_{F0}-p_{Fl}}\right)^2 e^{-\pi a_B a k^2}. \tag{21}$$

Таким образом, оптическая ветвь экспоненциально быстро приближается к верхней границе континуума нулевой подзоны. В длинноволновом пределе можно воспользоваться квазиклассическим приближением, т. е. заменить в поляризационном операторе разность $f_{p-k,l} - f_{p,l}$ на $-kv\partial f/\partial\varepsilon$. В результате дисперсионное уравнение приобретает вид ($t = (\omega/k)^2$)

$$\frac{v_{F0}}{t - v_{F0}^2} + 2\sum_{l=1}^{L} \frac{v_{Fl}}{t - v_{Fl}^2} = \frac{\pi a_B m}{4I_0(ka)K_0(ka)} \approx \frac{\pi a_B m}{4\ln(\gamma/ka)}. \quad (22)$$

Один из корней этого уравнения соответствует условию $t \gg v_{FL}^2, v_{F,L-1}^2, \ldots, v_{F0}^2$ и дает уже известную асимптотику оптической ветви (14).

При $k = 0$ правая часть (22) обращается в нуль, и получившееся уравнение имеет L вещественных и положительных корней t_l — по одному в каждом из интервалов $[v_{F,l-1}^2, v_{Fl}^2]$. Действительно, левая часть (22) имеет простые полюса в точках $t = v_{Fl}^2$, равна отрицательной величине при $t = 0$ и в указанных интервалах монотонно убывает (производная ее по t всюду отрицательна). Отсюда и следует сделанное утверждение. Эти L корней соответствуют акустическим ветвям плазмонного спектра, скорости «звука» в каждой ветви равны $\sqrt{t_l}$ и монотонно убывают с ростом l.

При $n \neq 0$ (межподзонные плазмоны (МПП)) и $L \neq 0$ в спектре плазменных волн возникают особенности, качественно отличающие МПП в нанотрубке, от аналогичных колебаний в двумерных системах (например, в двойных квантовых ямах или многослойных системах вообще). Мы остановимся здесь лишь на относительно простом случае $n = 1$, $L = 1$, когда имеются три ветви МПП. Каждой из них может быть поставлен в соответствие какой-либо одночастичный переход с правилом отбора $\Delta l = n = 1$. При заселении подзон $l = 0$ и $l = \pm 1$ это переходы $0 \to 1$, $-1 \to 0$, $1 \to 2$. Упомянутыми особенностями обладает ветвь, соответствующая переходу $-1 \to 0$ и являющаяся одним из трех корней дисперсионного уравнения:

$$\ln\left|\left(\omega^2 - w_0^{(+)2}(k;1)\right)\left(\omega^2 - w_1^{(+)2}(k;1)\right) \times \left(\omega^2 - w_{-1}^{(+)2}(k;1)\right)\left(\omega^2 - w_0^{(-)2}(k;1)\right)^{-1} \times \left(\omega^2 - w_1^{(-)2}(k;1)\right)^{-1}\left(\omega^2 - w_{-1}^{(-)2}(k;1)\right)^{-1}\right| + \frac{\pi k a_B}{2I_1(ka)K_1(ka)} = 0, \quad (23)$$

где в данном случае ограничивающие параболы даются выражениями

$$w_0^{(\pm)}(k;1) = kv_{F0} \pm \frac{k^2}{m} \pm B,$$

$$w_1^{(\pm)}(k;1) = kv_{F1} \pm \frac{k^2}{2m} \pm 3B,$$

$$w_{-1}^{(\pm)}(k;1) = kv_{F1} \pm \frac{k^2}{2m} \mp B.$$

Эта ветвь изображена на рис. 4*а* и примечательна в нескольких отношениях:

1) при $k \to 0$ имеем $\omega \approx B(1 - \beta k^2 a^2)$, где

$$\beta = \big(2(p_{F0} + p_{F1}) + 4(p_{F0} - p_{F1})p_{F0}p_{F1}a^2 + \pi a_B p_{F0}p_{F1}\big)/2(p_{F0} - p_{F1}),$$

т. е. деполяризационный сдвиг обращается в нуль;

2) при k, близком к k_0 ($k_0 = p_{F0} - p_{F1}$), $\omega \approx \lambda v_{F0}|k - k_0|$, где

$$\lambda = \sqrt{1 + \frac{(p_{F1}k_0 a)^2 A_1(k_0)}{p_{F0}^2\,(1 - p_{F1}k_0 a^2 A_1(k_0))}},$$

$$A_1(k) = \exp\left[-\frac{\pi k a_B}{2I_1(ka)K_1(ka)}\right],$$

т. е. частота обращается в нуль, причем кривая $\omega(k)$ имеет в точке k_0 излом (в рассматриваемом случае $(1 < p_{F0}a \le 2)$ при произвольном значении параметра a_B/a число λ лежит в интервале $1 \ldots \approx 1.05$);

3) точка k_1, равная $1/a$ при $\sqrt{2} \ge p_{F0}a > 1$ и $1/p_{F1}a^2$ при $\sqrt{2} \le p_{F0}a < 2$, где $p_{F1}a = \sqrt{p_{F0}^2 a^2 - 1}$, является точкой окончания спектра МПП $(-1) \to 0$.

На рис. 4*б* показаны две энергетически более высокие ветви МПП, соответствующие переходам $0 \to 1$ и $1 \to 2$. Их деполяризационные сдвиги даются выражениями (верхний знак относится к более высокой ветви):

$$\frac{1}{m}\left\{\frac{1}{\pi a_B a^2}\left[p_{F0} + 2p_{F1} \mp \frac{\pi a_B}{a^2} \pm \left((p_{F0} + 2p_{F1})^2 + \frac{2\pi a_B}{a^2}\left(\frac{\pi a_B}{2a^2} + 4p_{F1} - p_{F0}\right)\right)^{1/2}\right]\right\}^{1/2}.$$

Верхняя ветвь при больших k прижимается к ограничивающей параболе $w_0^{(+)}$. Точка окончания нижней ветви лежит при пересечении $w_0^{(+)}$ и $|w_1^{(-)}|$ и равна k_0. Значение частоты в этой точке есть $2v_{F0}(p_{F0} - p_{F1})$. Аналогичные особенности имеются в спектрах МПП при $n > 1$ и/или $L > 1$.

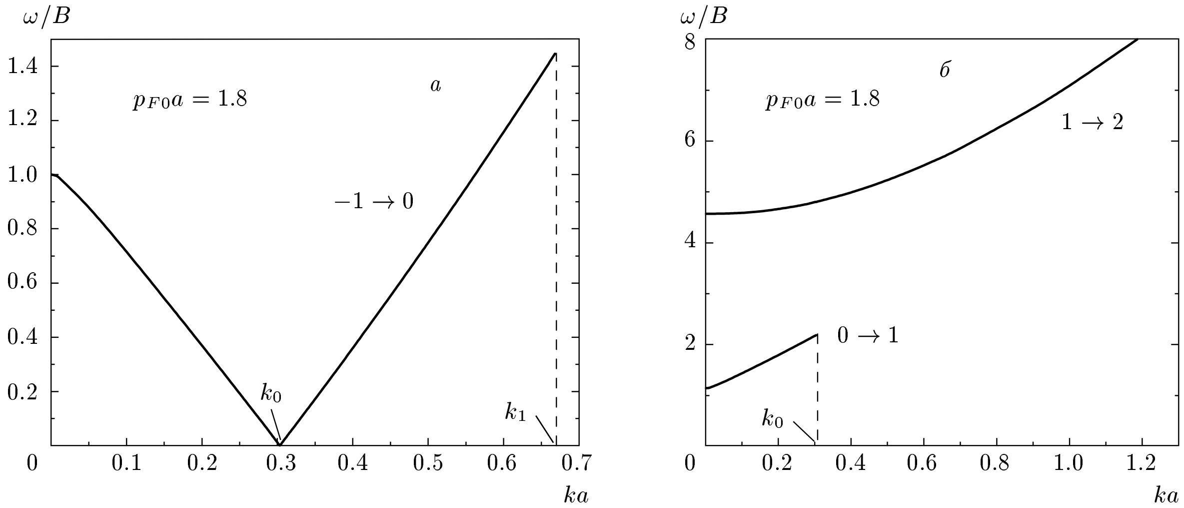

Рис. 4. Спектр межподзонных плазмонов $n = 1$, $L = 1$; $a = a_B$

3.1. Нанотрубка с магнитным потоком

Новые возможности возникают в присутствии магнитного поля. Пусть поле параллельно оси нанотрубки, и поток сквозь нее равен Φ. Тогда одночастичный спектр модифицируется:

$$\varepsilon_{p,l}(\phi) = \frac{p^2}{2m} + B(l + \phi)^2, \tag{24}$$

где $\phi = \Phi/\Phi_0$, Φ_0 — квант магнитного потока.

Поляризационный оператор дается выражением (11), в котором $\varepsilon_{p,l}$ нужно заменить на $\varepsilon_{p,l}(\phi)$ или (что эквивалентно) сделать замену $l \to l + \phi$. Поскольку сумма по l в (11) идет по всем целым числам, легко показать, что поляризационный оператор периодичен по ϕ с периодом единица и обладает свойством $\Pi(-n, -\phi) = \Pi(n, \phi)$. Таким образом, решать задачу о магнитополевой зависимости спектра плазмонов в нанотрубке достаточно в области потоков $0 \le \phi \le 1/2$.

Заселенности подзон теперь зависят от магнитного поля. Будем считать заданным число частиц N_L на единицу длины трубки. Если при $\phi = 0$ уровень Ферми лежит между 0 и B (для чего должно выполняться условие $N < 1$, где $N = \pi N_L a/2$), то при $\phi = \phi_c \equiv (1 - N^2)/2$ начинает заселяться одна из подзон, на которые в магнитном поле расщепляется вырожденная подзона $l = \pm 1$ (при $\phi > 0$ это подзона с $l = -1$). Энергия Ферми в этом случае дается выражениями

$$E_F(\phi) = B(N^2 + \phi^2), \quad 0 \le \phi \le \phi_c,$$

$$E_F(\phi) = B(N^2 + (1 - 2\phi)^2)\frac{N^2 + 1}{4N^2}, \quad \phi_c \le \phi \le \frac{1}{2}. \tag{25}$$

Соответственно, для импульсов Ферми имеем

$$p_{F0}(\phi) = \frac{N}{a}, \quad 0 \le \phi \le \phi_c,$$

$$p_{F0}(\phi) = \frac{1 - \phi - \phi_c}{Na}, \quad \phi_c \le \phi \le \frac{1}{2}, \tag{26}$$

$$p_{F,-1}(\phi) = \frac{\phi - \phi_c}{Na}, \quad \phi_c \le \phi \le \frac{1}{2}.$$

Решая дисперсионное уравнение вида (12), при $n = 0$ (аксиально симметричный плазмон) получаем следующие результаты для плазмонного спектра. В области $0 \le \phi \le \phi_c$ имеется одна ветвь, которая не зависит от потока. Ее частота дается выражением (13) при $n = 0$:

$$\omega_0^2(k, \phi) = \left(\frac{k^2}{2m}\right)^2 + (kv_{F0})^2 + kv_{F0}(\frac{k^2}{m}) \operatorname{cth}\left(\frac{\pi k a_B}{4I_0(ka)K_0(ka)}\right). \tag{27}$$

В области $\phi > \phi_c$ имеются две ветви:

$$
\begin{gathered}
(\omega_0^{\pm})^2(k,\phi) = B\frac{k^2}{2m}\times \\
\times\left\{(ka)^2 + N^2 + \left(\frac{1-2\phi}{N}\right)^2 + 2kaN\frac{1+A_0}{1-A_0}\pm\right. \\
\pm\frac{2}{N(1-A_0)}\left[\left[(1-A_0)^2(N^2+(ka)^2)\right.\right. + \\
\left.\left.+\ 2kaN(1-A_0^2)\right](1-2\phi)^2 + 4A_0(ka)^2N^4\right]^{1/2}\Biggr\}. \qquad (28)
\end{gathered}
$$

Функция $\omega_0^+(k,\phi)$ при $\phi=\phi_c$ совпадает с ω_0, даваемой выражением (27). Таким образом, она определяет зависимость спектра оптического плазмона от k и ϕ в области $\phi > \phi_c$. Вторая ветвь $\omega_0^-(k,\phi)$ при малых k является линейной функцией импульса плазмона. Соответствующая скорость «звука» равна $v_s = \sqrt{v_{F0}(\phi)v_{F,-1}(\phi)}$. Следовательно, при $\phi > \phi_c$ в спектре появляется дополнительная, акустическая, ветвь плазменных колебаний, скорость «звука» в которой зависит от магнитного потока. Соответственно, спектры ИК-поглощения и комбинационного рассеяния света нанотрубкой приобретают структуру, существенно изменяемую магнитным полем.

Дисперсия оптических и акустических плазмонов в нанотрубках рассматривалась в работе [6], а магнитоплазмоны исследовались в [7]. Авторы привели кривые, полученные численными расчетами, но не дали никаких аналитических формул и не обсудили физический смысл отсутствия затухания Ландау при $\omega < kv_F$. Поэтому мы сочли целесообразным подробно изложить эти вопросы в данной статье.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-02-16939) и INTAS (грант № 03-51-6453), а также в рамках программы Президента РФ по поддержке научных школ (грант № 4500.2006.2) и Программ РАН.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).
2. F. Stern, Phys. Rev. Lett. **21**, 1687 (1967).
3. А. В. Чаплик, ЖЭТФ **60**, 1845 (1971).
4. H. S. Shulz, Phys. Rev. Lett. **71**, 1864 (1993).
5. A. V. Chaplik, Phys. Low-Dim. Struct. **12**, 211 (1995).
6. M. F. Lin and K. W.-K. Shung, Phys. Rev. B **47**, 6617 (1993).
7. M. F. Lin and K. W.-K. Shung, Phys. Rev. B **48**, 5567 (1993).