

# НЕЛИНЕЙНОЕ ОТРАЖЕНИЕ ФЕМТОСЕКУНДНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО СУПЕРКОНТИНУУМА

*О. А. Мохнатова\*, С. А. Козлов*

*Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики  
197101, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 16 мая 2007 г.

Получена зависимость пространственно-временного спектра оптического излучения, отраженного от диэлектрической среды с нерезонансной дисперсией и нелинейностью, от параметров пространственно-временного спектра падающего на границу раздела под малыми углами параксиального светового пучка. Промоделировано нелинейное отражение различных типов фемтосекундных спектральных суперконтинуумов от границы раздела воздух–кварцевое стекло. Показано, что излучение кратных частот, генерируемое при отражении суперпозиции сильных полей двух импульсов из малого числа колебаний с разными центральными длинами волн, может иметь временную длительность и поперечные размеры меньше, чем у падающих сверхкоротких импульсов.

PACS: 42.25.Gy, 42.65.Ky

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее десятилетие были созданы и появились во многих научных лабораториях эффективные лазерные системы, генерирующие высокоинтенсивные сверхкороткие световые импульсы фемто- и субфемтосекундного диапазона [1–3]. Распространение фемтосекундного излучения в оптических средах без разрушения вещества (по крайней мере за сверхкороткую длительность импульса) оказалось возможным при гораздо больших интенсивностях, чем для более длинных импульсов [4]. Это привело к возможности свободно наблюдать нелинейные явления, которые в поле импульсов больших длительностей наблюдаются редко. Например, достаточно необычное даже для пикосекундного диапазона явление сверхширения временного спектра излучения, когда ширина спектра становится соразмерной с его центральной частотой, в поле фемтосекундных импульсов наблюдается практически во всех прозрачных средах [5–7]. Это явление, которое называют также генерацией спектрального суперконтинуума, по-видимому, можно считать универсальным в фемтосекундной нелинейной оптике. Оно сопровождается как самоуширение или самосжатие им-

пульсов в волноводах [6, 8, 9], так и их самофокусировку в объемных средах [10]. В настоящей работе рассмотрено нелинейное отражение фемтосекундных импульсов со сверхширокими временными спектрами.

В работах [11–13] были получены соотношения, связывающие параметры поля отраженного излучения с характеристиками падающего на нелинейный диэлектрик света, спектр которого может занимать значительную часть диапазона прозрачности диэлектрической среды, для случая нормального падения плоской поперечно однородной волны. В данной работе, по-видимому, впервые получены аналоги формул Френеля для случая отражения от нелинейного диэлектрика поперечно слабонеоднородной (параксиальной) волны со сверхшироким временным спектром. Выведенные формулы использованы для анализа нелинейного отражения различных типов фемтосекундных спектральных суперконтинуумов.

## 2. ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ СПЕКТР ОТРАЖЕННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Параксиальная динамика вдоль оси  $z$  поля  $E$  линейно поляризованного излучения, временной

\*E-mail: o.mokhnatova@mail.ru

спектр которого сверхширок, но лежит в диапазоне прозрачности диэлектрической однородной и изотропной среды с электронной нелинейностью, может быть описана уравнением [14]

$$\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{N_0}{c} \frac{\partial E}{\partial t} - a \frac{\partial^3 E}{\partial t^3} + b \int_{-\infty}^t E dt' + gE^2 \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{c}{2N_0} \Delta_{\perp} \int_{-\infty}^t E dt'. \quad (1)$$

Здесь  $N_0$ ,  $a$ ,  $b$  — константы, характеризующие нерезонансную дисперсию линейного показателя преломления среды,

$$n(\omega) = N_0 + \Delta n(\omega), \quad (2)$$

$$\Delta n(\omega) = c a \omega^2 - c \frac{b}{\omega^2},$$

$g = 6\pi\chi/cN_0$  описывает безынерционную нелинейность ее поляризационного отклика  $P_{nl} = \chi E^3$ ,  $\chi$  — нелинейная восприимчивость среды,  $c$  — скорость света,  $\Delta_{\perp}$  — поперечный лапласиан,  $t$  — время.

Граничные условия при падении парааксиального излучения на границу раздела диэлектрических сред под малыми углами имеют вид [15]

$$E_{inc} + E_{ref} = E_{tr}, \quad (3a)$$

$$\frac{\partial E_{inc}}{\partial z} + \frac{\partial E_{ref}}{\partial z} = \frac{\partial E_{tr}}{\partial z}, \quad (3b)$$

где  $E_{inc}$ ,  $E_{ref}$  и  $E_{tr}$  — напряженности электрического поля соответственно падающей, отраженной и преломленной волн.

Будем полагать, что световое излучение падает на границу раздела линейная среда (характеризуется дисперсионными параметрами  $N_1$ ,  $a_1$ ,  $b_1$ ) — нелинейная среда (характеризуется  $N_2$ ,  $a_2$ ,  $b_2$  и нелинейным коэффициентом  $g$ ) вдоль положительного направления оси  $z$  из линейной среды. Ось  $z$  считаем совпадающей с нормалью к границе раздела сред. Тогда для падающей, отраженной и преломленной волн выполняются соответственно следующие уравнения:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial E_{inc}}{\partial z} + \frac{N_1}{c} \frac{\partial E_{inc}}{\partial t} - a_1 \frac{\partial^3 E_{inc}}{\partial t^3} + \\ & + b_1 \int_{-\infty}^t E_{inc} dt' = \frac{c}{2N_1} \Delta_{\perp} \int_{-\infty}^t E_{inc} dt', \\ & \frac{\partial E_{ref}}{\partial z} - \frac{N_1}{c} \frac{\partial E_{ref}}{\partial t} + a_1 \frac{\partial^3 E_{ref}}{\partial t^3} - \\ & - b_1 \int_{-\infty}^t E_{ref} dt' = -\frac{c}{2N_1} \Delta_{\perp} \int_{-\infty}^t E_{ref} dt', \quad (4) \\ & \frac{\partial E_{tr}}{\partial z} + \frac{N_2}{c} \frac{\partial E_{tr}}{\partial t} - a_2 \frac{\partial^3 E_{tr}}{\partial t^3} + \\ & + b_2 \int_{-\infty}^t E_{tr} dt' + gE_{tr}^2 \frac{\partial E_{tr}}{\partial t} = \\ & = \frac{c}{2N_2} \Delta_{\perp} \int_{-\infty}^t E_{tr} dt'. \end{aligned}$$

Сделанные выше приближения ограничивают нас рассмотрением отражения излучения с широким временным спектром (зависимость (2) описывает дисперсию показателя преломления диэлектрика практически во всем диапазоне его прозрачности [16]), но узким пространственным (поперечные размеры светового пучка предполагаются значительно большими центральной длины волны излучения). При этом предполагается, что все компоненты (плоские волны) пространственного спектра падают на границу раздела сред под малыми углами. В этих условиях нормальная составляющая поля на границе раздела много меньше тангенциальной и задача отражения (4) оказывается скалярной. При малых углах падения на прозрачные среды в линейной оптике для преломленных волн реализуется режим однонаправленного распространения. В данной работе предполагается, что наведенная в среде нелинейная добавка к показателю преломления не достаточна, чтобы изменить такой характер распространения на полное внутреннее отражение или на не имеющую аналога в линейной оптике возможность появления самоиндуцированной новой границы раздела в нелинейной среде с генерацией от нее обратных волн [17]. В третьем уравнении системы (4) исходно заложено (это дифференциальное уравнение первого, а не второго порядка по  $z$ ) отсутствие в нелинейной среде такого самоотраженного излучения.

Используя граничные условия (3), из системы (4) несложно получить связь между полем отраженного и падающего излучения вида

$$\begin{aligned}
 & \frac{N_1}{c} \frac{\partial E_{inc}}{\partial t} - a_1 \frac{\partial^3 E_{inc}}{\partial t^3} + \\
 & + b_1 \int_{-\infty}^t E_{inc} dt' - \frac{c}{2N_1} \Delta_{\perp} \int_{-\infty}^t E_{inc} dt - \\
 & - \frac{N_1}{c} \frac{\partial E_{ref}}{\partial t} + a_1 \frac{\partial^3 E_{ref}}{\partial t^3} - \\
 & - b_1 \int_{-\infty}^t E_{ref} dt' + \frac{c}{2N_1} \Delta_{\perp} \int_{-\infty}^t E_{ref} dt = \\
 & = \frac{N_2}{c} \frac{\partial (E_{inc} + E_{ref})}{\partial t} - a_2 \frac{\partial^3 (E_{inc} + E_{ref})}{\partial t^3} + \\
 & + b_2 \int_{-\infty}^t (E_{inc} + E_{ref}) dt' + \\
 & + g(E_{inc} + E_{ref})^2 \frac{\partial (E_{inc} + E_{ref})}{\partial t} - \\
 & - \frac{c}{2N_2} \Delta_{\perp} \int_{-\infty}^t (E_{inc} + E_{ref}) dt. \quad (5)
 \end{aligned}$$

Уравнение (5) для пространственно-временного спектра излучения

$$\begin{aligned}
 G(\omega, k_x, k_y) = & \int \int \int_{-\infty}^{\infty} E(t, x, y) \times \\
 & \times \exp [i(\omega t - k_x x - k_y y)] dt dx dy \quad (6)
 \end{aligned}$$

решается в квадратурах и с учетом нерезонансной дисперсии, при которой  $\Delta n(\omega) \ll N_0$ , а также с учетом малости  $E_{ref}$  по сравнению с  $E_{inc}$  (характерно для диэлектриков при малых углах падения светового излучения). Зависимость спектра отраженного излучения  $G_{ref}$  от спектра падающего  $G_{inc}$  может быть приведена к виду

$$\begin{aligned}
 G_{ref} = & \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \left( 1 + \frac{c^2}{n_1 n_2} \frac{k_x^2 + k_y^2}{\omega^2} \right) G_{inc} - \\
 & - \frac{gcS}{3(n_1 + n_2)}, \quad (7)
 \end{aligned}$$

где  $n_1(\omega)$  и  $n_2(\omega)$  — линейные показатели преломления граничащих сред,

$$\begin{aligned}
 S(\omega, k_x, k_y) = & \int \int \int_{-\infty}^{\infty} E_{inc}^3(t, x, y) \times \\
 & \times \exp [i(\omega t - k_x x - k_y y)] dt dx dy = \\
 = & \frac{1}{(2\pi)^6} \int \int \int \int \int_{-\infty}^{\infty} G_{inc}(\omega - \omega', k_x - k'_x, k_y - k'_y) \times \\
 & \times G_{inc}(\omega' - \omega'', k'_x - k''_x, k'_y - k''_y) \times \\
 & \times G_{inc}(\omega'', k''_x, k''_y) d\omega' dk'_x dk'_y d\omega'' dk''_x dk''_y.
 \end{aligned}$$

Из формулы (7) видно, что изменения пространственного и временного спектров излучения при отражении неразделимы. Из-за дифракции (поперечной ограниченности) световой волны ее пространственный спектр при отражении смещается в область высоких пространственных частот, причем в большей степени на меньших временных частотах. Изменения спектра, обусловленные нелинейностью показателя преломления отражающей среды, описываются двукратной сверткой пространственно-временного спектра падающего светового пучка.

Линеаризованное соотношение (7), как несложно проверить, эквивалентно формулам Френеля в приближении параксиального излучения, а в приближении плоской однородной волны переходит в известную нелинейную формулу для спектра, выведенную в работе [13].

Полезно подчеркнуть, что примененная выше техника вывода нелинейной формулы Френеля (7) позволила получить спектр отраженного излучения в зависимости от параметров спектра падающей волны без решения уравнения динамики поля в нелинейной среде. Это возможно, когда излучение в нелинейной среде априорно является однонаправленным и динамика его поля описывается укороченным уравнением с первой (а не второй) производной по продольной координате. Связь этих производных (для падающей, отраженной и преломленной волн) и фигурирует в граничных условиях (3б). На возможность решения задачи об отражении без определения преломленного поля в нелинейной среде впервые, по-видимому, было указано в работе [18].

### 3. НЕЛИНЕЙНОЕ ОТРАЖЕНИЕ ОДИНОЧНОГО ИМПУЛЬСА ИЗ МАЛОГО ЧИСЛА КОЛЕБАНИЙ

Применим выведенную формулу (7) для анализа нелинейного отражения фемтосекундного спектрального суперконтинуума, который сфазирован и сжат во времени до всего нескольких колебаний све-

тового поля [1, 2, 8]. Пусть поле падающего излучения имеет вид

$$E_{inc}(t, x, y) = E_1 \exp \left\{ -2 \left( \frac{t}{\tau_1} \right)^2 \right\} \times \exp \left\{ -2 \left( \frac{x}{\rho_1} \right)^2 \right\} \exp \left\{ -2 \left( \frac{y}{\rho_1} \right)^2 \right\} \sin(\omega_1 t), \quad (8)$$

где  $\rho_1$  — поперечный размер пучка,  $\tau_1$  — длительность импульса, предполагаемая немного большей центрального периода колебаний  $T_1 = 2\pi/\omega_1$ ,  $\omega_1$  — центральная частота,  $E_1$  — амплитуда.

Соответственно спектр (6) падающего импульса (8) имеет вид

$$G_{inc}(\omega, k_x, k_y) = G_1 \exp \left( -\frac{\rho_1^2 k_x^2}{8} \right) \exp \left( -\frac{\rho_1^2 k_y^2}{8} \right) \times \left[ \exp \left( -\frac{\tau_1^2 (\omega + \omega_1)^2}{8} \right) - \exp \left( -\frac{\tau_1^2 (\omega - \omega_1)^2}{8} \right) \right], \quad (9)$$

где

$$G_1 = \frac{E_1}{2i} \tau_1 \rho_1^2 \left( \frac{\pi}{2} \right)^{3/2}.$$

Для иллюстрации основных закономерностей нелинейного отражения соотношения (7)–(9) удобно нормировать, вводя новые переменные

$$\tilde{E} = \frac{E}{E_1}, \quad \tilde{t} = \omega_1 t, \quad \tilde{x} = \frac{x}{\rho_1}, \quad \tilde{y} = \frac{y}{\rho_1}$$

и соответствующие им переменные в спектральной области

$$\tilde{G} = \frac{G}{G_1}, \quad \tilde{\omega} = \frac{\omega}{\omega_1}, \quad \tilde{k}_x = \rho_1 k_x, \quad \tilde{k}_y = \rho_1 k_y.$$

После нормировки формула (7) принимает вид (для всех этих новых переменных знак « $\sim$ » ниже везде опускаем)

$$G_{ref} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \left( 1 + \frac{D}{n_1 n_2} \frac{k_x^2 + k_y^2}{\omega^2} \right) G_{inc} - \frac{FS}{n_1 + n_2}. \quad (10)$$

Здесь

$$n_i(\omega) = N_i + A_i \omega^2 - \frac{B_i}{\omega^2}, \quad A_i = a_i c \omega_i^2, \\ B_i = \frac{b_i c}{\omega_i^2}, \quad i = 1, 2,$$

$n_i$  — линейные показатели преломления граничащих сред, величина

$$F = \frac{g}{3} c E_1^2 = \frac{2}{3} \Delta n_{nl}$$

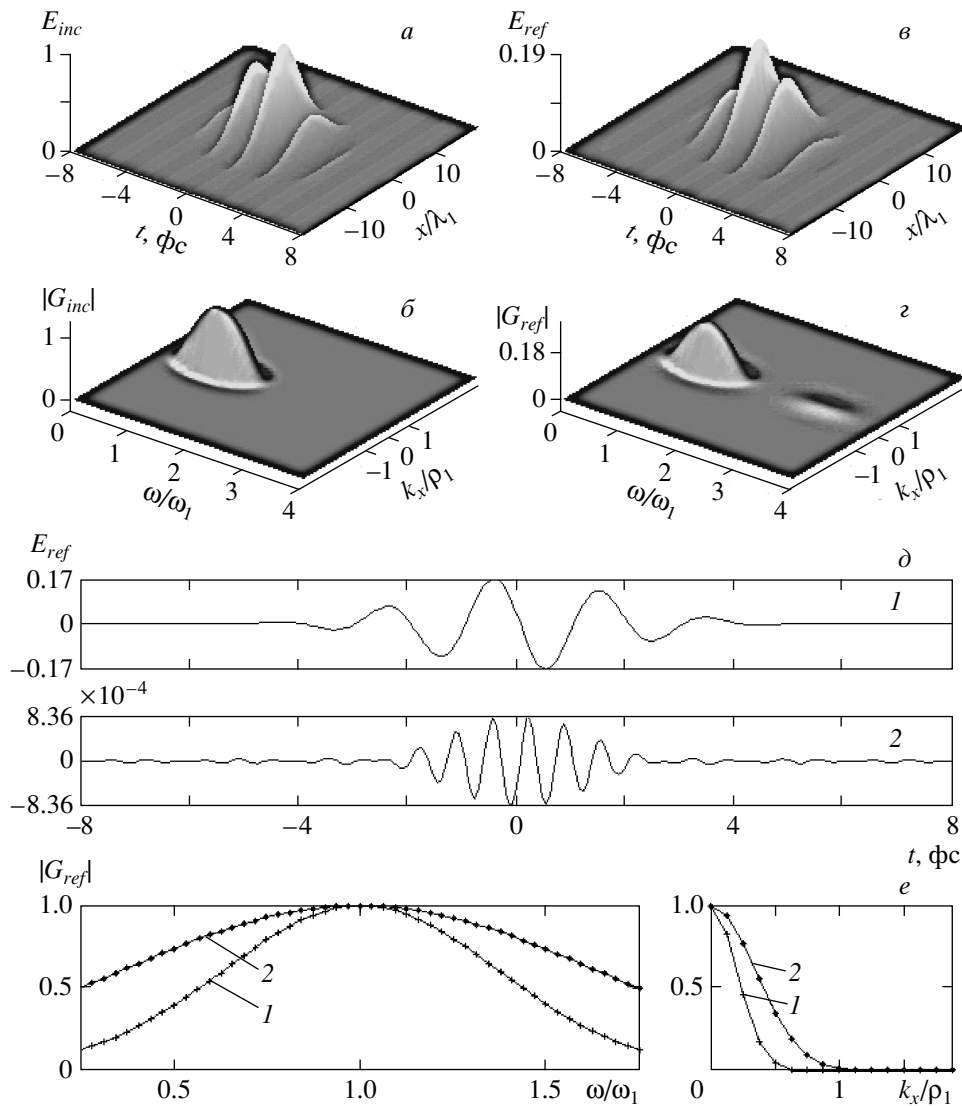
описывает нелинейность отражающей среды,  $\Delta n_{nl} = n_2 I$  — нелинейное изменение показателя преломления,  $n_2$  — коэффициент нелинейного показателя преломления отражающей среды,  $I$  — интенсивность преломленного излучения, предполагаемая близкой интенсивности падающего, величина  $D = c^2/\rho_1^2 \omega_1^2$  характеризует дифракцию пучка.

На рис. 1 приведены иллюстрации изменения структуры электрического поля и пространственно-временного спектра излучения с центральной длиной волны  $\lambda_1 = 780$  нм (соответствующей излучению титан-сапфирового лазера), пространственно-временными параметрами  $\rho_1 = 10\lambda_1$ ,  $\tau_1 = 4.5$  фс и пиковой интенсивностью  $I = 5 \cdot 10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup> (при таком ее значении еще можно использовать приближение кубичной нелинейности [19] при падении импульса из воздуха на кварцевое стекло ( $N = 1.4508$ ,  $a = 2.7401 \cdot 10^{-44}$  с<sup>3</sup>/см,  $b = 3.9437 \cdot 10^{17}$  (с·см)<sup>-1</sup>,  $n_2 = 2.9 \cdot 10^{-16}$  см<sup>2</sup>/Вт [10]). При указанных параметрах световой волны и характеристиках граничащих сред коэффициенты нормированного уравнения (10) имеют значения  $N_1 = 1$ ,  $A_1 = B_1 = 0$ ,  $N_2 = 1.45$ ,  $A_2 = 4.8 \cdot 10^{-3}$ ,  $B_2 = 2.0 \cdot 10^{-3}$ ,  $D = 0.25 \cdot 10^{-3}$ ,  $F = 9.7 \cdot 10^{-3}$ .

На рис. 1а,б приведены зависимости электрического поля  $E_{inc}$  падающего излучения от координаты и времени и его спектра  $G_{inc}$  от пространственной и временной частот. В связи с цилиндрической симметрией пучка (8) на рис. 1 даны зависимости поля только от одной пространственной координаты.

На рис. 1в,г представлены электрическое поле  $E_{ref}$  и спектр  $G_{ref}$  отраженного излучения. Из рис. 1в видно, что при выбранных условиях отражения ( $A_2, B_2, D$  малы) линейными эффектами дифракционно-дисперсионного изменения поля и спектра излучения можно пренебречь, а заметными являются только тривиальные — скачок фазы отраженного излучения на  $\pi$  и пятикратное уменьшение его амплитуды.

Основным нелинейным эффектом отражения является генерация излучения на утроенной частоте, энергия которого составляет величину порядка  $10^{-6}$  от энергии падающего импульса (рис. 1з). На рис. 1д сравниваются зависимости поля от времени на оси отраженного пучка на основных (1) и утроенных (2) частотах. На рис. 1е приведены временные и пространственные спектры излучения на этих же частотах, которые для удобства сопоставления их полуширин нормированы на свои максимальные значения. Из рис. 1е видно, что импульс на утроенной частоте



**Рис. 1.** Нормированные поле  $E_{inc}$  (а) и пространственно-временной спектр  $G_{inc}$  (б) (логарифмический масштаб) падающего на границу раздела сред одиночного гауссова импульса; нормированные поле  $E_{ref}$  (в) и пространственно-временной спектр  $G_{ref}$  (г) (логарифмический масштаб) отраженного излучения при падающем на границу раздела воздух-кварцевое стекло одиночного гауссова импульса; нормированные поля (д) и спектры (е) импульсов, отраженных на центральной (1) и утроенной (2) частотах

в  $\sqrt{3}$  раз короче импульса на основной частоте по временной длительности (что несложно показать и аналитически из (7) для падающего излучения (8)). И в такое же число раз шире его временной и пространственный спектры. Несмотря на более широкий пространственный спектр и, соответственно, в  $\sqrt{3}$  раз меньший размер светового пятна на границе раздела, излучение на утроенных частотах дифрагирует в дальней зоне в более узкий конус, чем излучение на основных частотах из-за в три раза меньшей длины волны.

#### 4. НЕЛИНЕЙНОЕ ОТРАЖЕНИЕ ДВУХ ОДНОВРЕМЕННО ПАДАЮЩИХ НА ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА ИМПУЛЬСОВ ИЗ МАЛОГО ЧИСЛА КОЛЕБАНИЙ С РАЗНЫМИ ЦЕНТРАЛЬНЫМИ ЧАСТОТАМИ

В настоящем разделе формулу (7) применим для анализа нелинейного отражения более сложного спектрального суперконтинуума, имеющего вид нормированной суперпозиции двух фемтосекундных

гауссовых или супергауссовых импульсов:

$$E_{inc}(t, x, y) = \exp \left\{ -2 \left( \frac{t}{\tilde{\tau}_1} \right)^{2m} \right\} \times \\ \times \exp \left\{ -2(x)^{2m} \right\} \exp \left\{ -2(y)^{2m} \right\} \sin t + \\ + \frac{E_2}{E_1} \exp \left\{ -2 \left( \frac{t+\Delta\tilde{t}}{\tilde{\tau}_2} \right)^{2m} \right\} \exp \left\{ -2 \left( \frac{x}{\tilde{\rho}_2} \right)^{2m} \right\} \times \\ \times \exp \left\{ -2 \left( \frac{y}{\tilde{\rho}_2} \right)^{2m} \right\} \sin \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} (t + \Delta\tilde{t}) \right). \quad (11)$$

Здесь  $E_1$  и  $E_2$  — амплитуды соответственно первого и второго импульсов,  $\tilde{\tau}_1 = \omega_1 \tau_1$  и  $\tilde{\tau}_2 = \omega_2 \tau_2$  — их нормированные временные длительности,  $\tilde{\rho}_2 = \rho_2/\rho_1$  — нормированный поперечный размер второго импульса,  $\Delta\tilde{t} = \omega_1 \Delta t$  — нормированная задержка импульсов по времени,  $\omega_1 = 2\pi c/\lambda_1$  и  $\omega_2 = 2\pi c/\lambda_2$  — центральные частоты импульсов,  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  — их центральные длины волн,  $\Delta t$  — временная задержка импульсов,  $m$  — целое число. Далее будем полагать амплитуды и поперечные размеры импульсов равными друг другу:  $E_2/E_1 = 1$ ,  $\rho_2/\rho_1 = 1$ .

На рис. 2 проиллюстрированы изменения структуры электрического поля и пространственно-временного спектра суперпозиции двух гауссовых ( $m = 1$ ) импульсов с центральными длинами волн  $\lambda_1 = 780$  нм и  $\lambda_2 = 390$  нм, пространственно-временными параметрами  $\rho_1 = \rho_2 = 10\lambda_1$  ( $D = 0.25 \cdot 10^{-3}$ ),  $\tau_1 = \tau_2 = 20$  фс ( $\tilde{\tau}_1 = \tilde{\tau}_2 = 48$ ) и пиковой интенсивностью  $I = 5 \cdot 10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup> ( $F = 9.7 \cdot 10^{-3}$ ), которые падают из воздуха на кварцевое стекло без временной задержки ( $\Delta\tilde{t} = 0$ ).

На рис. 2а,б приведены электрическое поле  $E_{ref}$  и спектр  $G_{ref}$  отраженного излучения. Из рисунков видно, что, как и в предыдущем разделе, дифракционно-дисперсионным изменением поля и спектра можно пренебречь, а основными эффектами являются нелинейные, заключающиеся в генерации импульсов на кратных и комбинационных частотах  $3\omega_1$  (совпадает с  $2\omega_2 - \omega_1$ ),  $2\omega_1 + \omega_2$ ,  $2\omega_2 + \omega_1$  и  $3\omega_2$ .

На рис. 2в приведены волновые пакеты с разными центральными комбинационными частотами. Из рисунка видно, что импульсы, отраженные на кратных и комбинационных частотах, имеют меньшую длительность по сравнению с импульсами, отраженными на основных частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$  (в  $\sqrt{3}$  раз). Их спектральная полуширина как по временной оси, так и по пространственной (рис. 2г) в соответственное число раз больше. Тот факт, что полуширины пространственных спектров и размеры световых пятен волновых пакетов на границе раздела сред на

разных комбинационных частотах одинаковы, означает, что в дальней зоне волновые пакеты дифрагируют в разные по угловым размерам конусы: на более высоких частотах излучение образует более узкий конус. Энергия импульсов на кратных и комбинационных частотах составляет величину порядка  $10^{-6}$  от энергии падающего излучения.

Рассмотрим отражение суперпозиции двух импульсов (11) с теми же параметрами, что и на рис. 2, но с длительностью второго импульса, в два раза меньшей,  $\tau_2 = 10$  фс ( $\tilde{\tau}_2 = 24$ ). Из рис. 3а,б, где приведены электрическое поле  $E_{ref}$  и спектр  $G_{ref}$  отраженного излучения, видно, что неодинаковая длительность импульсов приводит к различию ширин спектров излучения разных комбинационных частот.

На рис. 3в,г представлены временные и пространственные характеристики излучения на комбинационных частотах по отдельности. Из рисунков видно, что длительности отраженных на этих частотах импульсов, во-первых, как и на рис. 2в, короче длительности падающих, а, во-вторых, не равны между собой (рис. 3в). Соответственно, как было упомянуто выше, полуширины временных спектров импульсов на разных частотах тоже отличаются (рис. 3г). На кривой 3 наблюдается провал спектральной плотности, который, по-видимому, объясняется наложением комбинационной частоты  $2\omega_2 - \omega_1$  на утроенную частоту  $3\omega_1$ .

Рассмотрим отражение суперпозиции двух импульсов (11) почти со всеми теми же параметрами, что и на рис. 2, но на этот раз форму импульсов будем полагать супергауссовой ( $m = 2$ ) и предположим наличие между ними временной задержки  $\Delta t = 10$  фс ( $\Delta\tilde{t} = 24$ ).

На рис. 4а,б приведены электрическое поле  $E_{ref}$  и спектр  $G_{ref}$  отраженного излучения. На рис. 4в представлены электрические поля импульсов, отраженных на комбинационных и кратных частотах. Из рисунков видно, что из-за совпадения комбинационной частоты  $2\omega_2 - \omega_1$  с утроенной частотой  $3\omega_1$  отраженное на этой частоте излучение представляет собой два сдвинутых друг относительно друга на 13 фс импульса, причем длительность одного из них примерно в 4 раза меньше длительности падающих импульсов. Длительность и поперечные размеры импульсов, отраженных на других частотах (кривые 3, 4, 5, 6), как и в предыдущих случаях, меньше длительности и поперечных размеров импульсов, отраженных на основных частотах (кривые 1, 2), см. рис. 4г.

С увеличением задержки  $\Delta t$  время взаимодей-

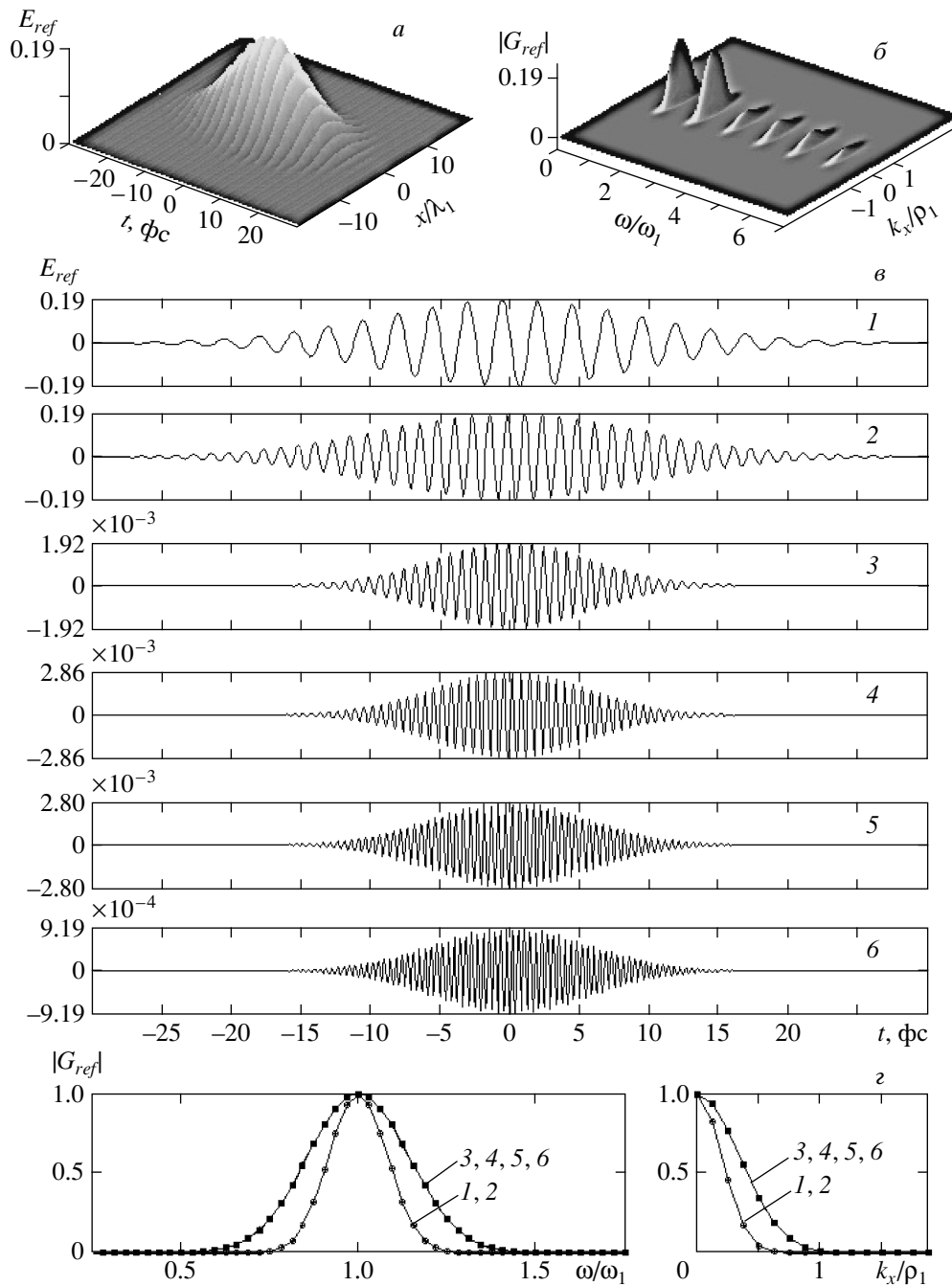


Рис. 2. Нормированное поле  $E_{ref}$  (а) и пространственно-временной спектр  $G_{ref}$  (б) (логарифмический масштаб) отраженного излучения при падающей на границу раздела воздух–кварцевое стекло суперпозиции полей двух гауссовых импульсов одинаковой длительности; нормированные поля (в) и спектры (з) импульсов, отраженных на основных (1, 2) и кратных (3, 4, 5, 6) частотах

ствия двух импульсов уменьшается, что может приводить к значительному уменьшению длительности и амплитуды импульсов, отраженных на комбинационных частотах. Иллюстрация этого эффекта при-

ведена на рис. 5, на котором по сравнению с рис. 4 временная задержка между импульсами увеличена и составляет  $\Delta t = 18$  фс ( $\Delta \tilde{t} = 43$ ). Как видно из рис. 5, длительность импульсов, отраженных на ком-

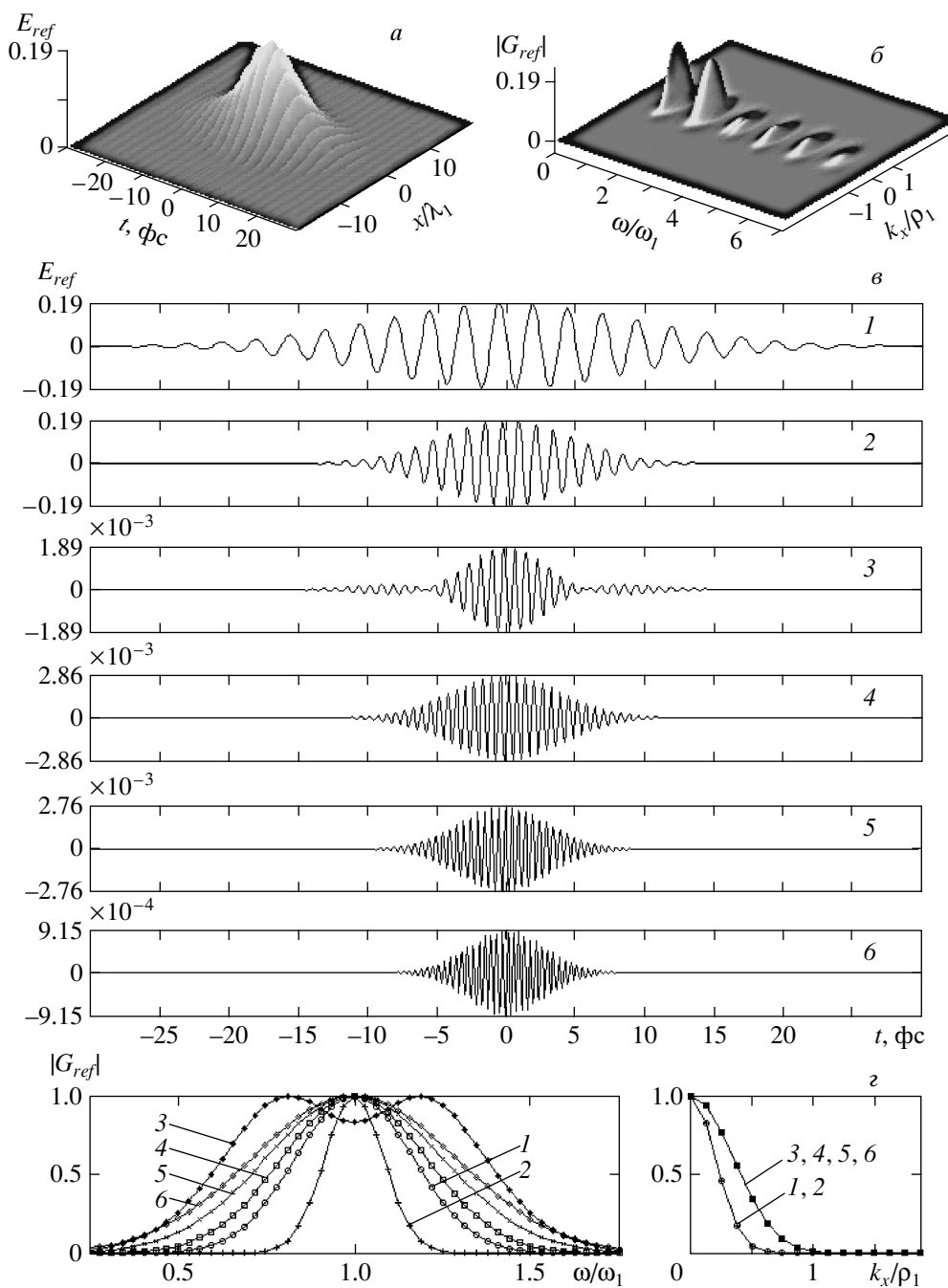


Рис. 3. Нормированное поле  $E_{ref}$  (а) и пространственно-временной спектр  $G_{ref}$  (б) (логарифмический масштаб) отраженного излучения при падающей на границу раздела воздух–кварцевое стекло суперпозиции полей двух гауссовых импульсов разной длительности; нормированные поля (в) и спектры (г) импульсов, отраженных на основных (1, 2) и кратных (3, 4, 5, 6) частотах

бинационных частотах  $2\omega_1 + \omega_2$  и  $2\omega_2 + \omega_1$ , уменьшилась. При этом спектр этих импульсов имеет форму, близкую к гауссовому распределению поля (а не к супергауссовому, как для кратных частот  $3\omega_1$  и  $3\omega_2$ ).

Излучение, отраженное на частоте  $3\omega_1$ , представляет собой два отстоящих друг от друга примерно на 15 фс импульса.



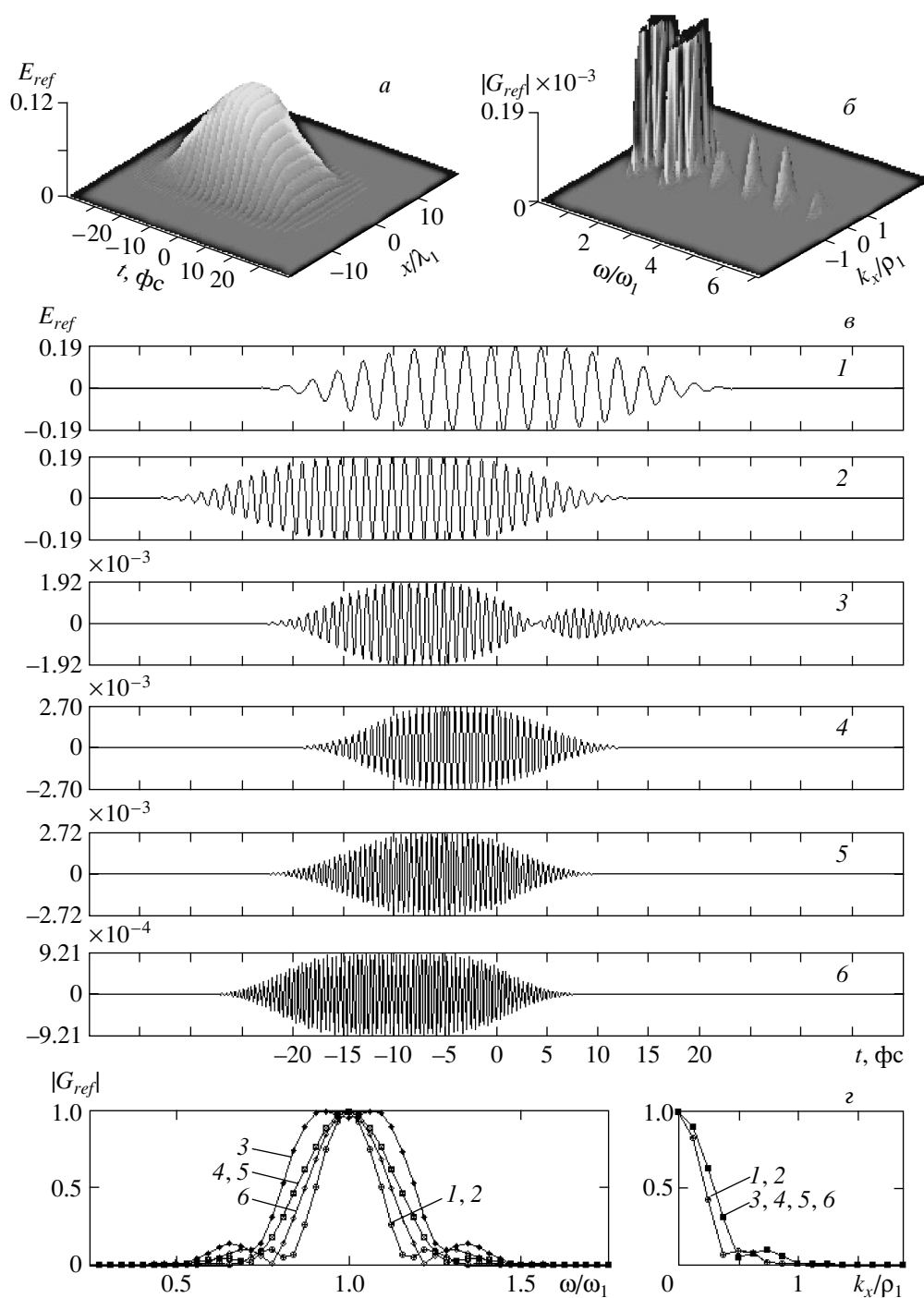


Рис. 4. Нормированное поле  $E_{ref}$  (а) и спектр  $G_{ref}$  (б) отраженного излучения при падающей на границу раздела воздух–кварцевое стекло суперпозиции полей двух супергауссовых импульсов одинаковой длительности с временной задержкой  $\Delta t = 10$  фс; нормированные поля (в) и спектры (з) импульсов, отраженных на основных (1, 2) и кратных (3, 4, 5, 6) частотах

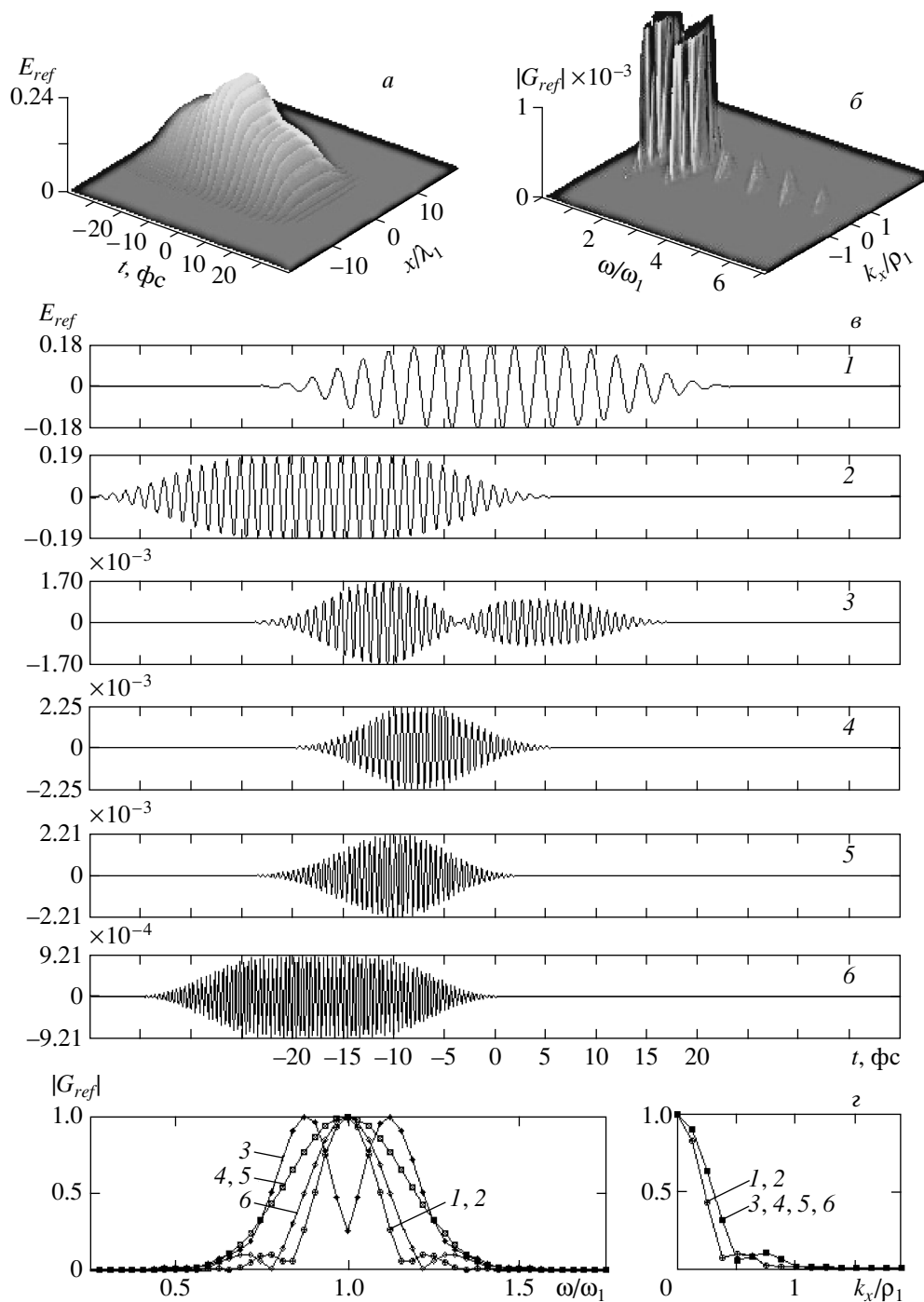


Рис. 5. Нормированное поле  $E_{ref}$  (а) и спектр  $G_{ref}$  (б) отраженного излучения при падающей на границу раздела воздух–кварцевое стекло суперпозиции полей двух супергауссовых импульсов одинаковой длительности с временной задержкой  $\Delta t = 18$  фс; нормированные поля (в) и спектры (г) импульсов, отраженных на основных (1, 2) и кратных (3, 4, 5, 6) частотах

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе выведены нелинейные формулы Френеля для отражения световых импульсов с узким пространственным, но сверхшироким временным спектром. Показано, что из-за дифракции пространственный спектр светового пучка при отражении смещается в область высоких пространственных частот, причем в большей степени на меньших временных частотах. Из-за нелинейности отражающей среды временной спектральный суперконтинуум может дополнительно сверхширяться за счет генерации кратных и комбинационных частот.

Для иллюстрации закономерностей нелинейного отражения излучения со сверхшироким спектром рассмотрено отражение нормально падающих на границу раздела воздух–кварцевое стекло высокоинтенсивных импульсов из малого числа колебаний. Показано, что основным нелинейным эффектом при отражении одиночного импульса является генерация излучения утроенной частоты, временной и пространственный спектр которого шире спектра падающей волны. В случае, когда на границу раздела сред падают одновременно два импульса с разной центральной частотой, в отражении появляются комбинационные частоты, излучение на которых представляет собой высокочастотные импульсы также с меньшими длительностями и поперечными размерами, чем у падающих импульсов. Меняя временную задержку между падающими на границу раздела сред импульсами, можно управлять длительностью и формой импульсов, отраженных на комбинационных и кратных частотах и содержащих лишь несколько колебаний светового поля.

Работа выполнена при поддержке программы «Развитие научного потенциала высшей школы» (грант РНП.2.1.1.6877) и РФФИ (грант № 05-02-16556).

## ЛИТЕРАТУРА

1. G. Steinmeyer, D. H. Sutter, L. Gallman et al., *Science* **286**, 1507 (1999).
2. G. Cerullo, S. De Silvestry, M. Nisoli et al., *IEEE J. Selected Topics Quant. Electr.* **6**, 948 (2000).
3. M. Hentschel, R. Kienberger, U. Spielmann et al., *Nature* **414**, 509 (2001).
4. Th. Brabec and F. Krausz, *Rev. Mod. Phys.* **72**, 545 (2000).
5. A. Brodeur and S. L. Chin, *J. Opt. Soc. Amer. B* **16**, 637 (1999).
6. J. K. Ranka, R. S. Windeler, and A. J. Stenz, *Opt. Lett.* **25**, 25 (2000).
7. В. П. Кандидов, О. Г. Косарева, А. А. Колтун, *КЭ* **33**, 69 (2003).
8. В. Г. Беспалов, С. А. Козлов, А. Н. Сутягин, Ю. А. Шполянский, *Опт. ж.* **65**(10), 85 (1998).
9. Yu. A. Shpolyansky, D. L. Belov, M. A. Bakhtin et al., *Appl. Phys. B* **7**, 349 (2003).
10. A. N. Berkovsky, S. A. Kozlov, and Yu. A. Shpolyansky, *Phys. Rev. A* **72**, 043821 (2005).
11. А. О. Украинский, Дисс. ... канд. физ.-матем. наук, СПбГУ ИТМО, Санкт-Петербург (2003).
12. Н. Н. Розанов, *Опт. и спектр.* **94**, 449 (2003).
13. Н. В. Ястребова, Ю. А. Шполянский, С. А. Козлов, *Опт. ж.* **71**(6), 78 (2004).
14. С. А. Козлов, С. В. Сазонов, *ЖЭТФ* **111**, 404 (1997).
15. О. А. Мохнатова, С. А. Козлов, в сб. *Труды IV междунар. конф. молодых ученых и специалистов «Оптика-2005»*, Санкт-Петербург (2005), с. 84.
16. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, Москва (1973).
17. Н. Н. Розанов, *Оптическая бистабильность и гистерезис в распределенных нелинейных системах*, Наука, Москва (1997).
18. G. B. Altshuler, V. S. Ermolaev, S. A. Kozlov et al., *Appl. Phys. B* **32**, 97 (1983).
19. С. А. Штумпф, А. А. Королев, С. А. Козлов, *Изв. РАН, сер. физ.* **71**, 158 (2007).