

ПОСТРОЕНИЕ «РЕЗОНАНСНЫХ» МАГНИТООПТИЧЕСКИХ СТРУКТУР С КОНТРОЛИРУЕМОЙ КРИТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИЕЙ

Ю. В. Сеничев^{a*}, А. Н. Чеченин^{b**}

^a Институт ядерной физики научного центра Юлиха
D-52428, Юлих, Германия

Институт ядерных исследований Российской академии наук
117312, Москва, Россия

^b Санкт-Петербургский государственный университет
199034, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 31 июля 2007 г.

На основании развитой в работе [1] теории «резонансных» магнитооптических структур для ускорителей (синхротронов) с комплексной критической энергией предложены методы построения таких структур для применения в различных ускорительных установках. Помимо условия исключения прохождения частиц через критическую энергию при ускорении эти структуры должны удовлетворять ряду важных требований, например, у них должны быть бездисперсные прямые участки, отводимые для установки ВЧ-резонаторов, сибирских змеек и детекторов, а также обеспечивать достаточно большую динамическую апертуру для минимизации влияния нелинейностей магнитооптики на параметры пучка в присутствии секступолей после коррекции хроматичности.

PACS: 29.20.Lq, 29.27.-a, 29.27.Vd, 45.20.Jj

1. ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] была разработана теория «резонансных» магнитооптических структур, которая позволяет при использовании специальной модуляции градиентов линз и кривизны орбиты вместе с выбором частот бетатронных колебаний получить связанные между собой изменения дисперсии $D(s)$ и кривизны $1/\rho(s)$ вдоль равновесной орбиты s и достичь отрицательного значения коэффициента расширения орбиты

$$\alpha = \frac{1}{C} \int \frac{D(s)}{\rho(s)} ds \leq 0. \quad (1)$$

В магнитооптической структуре с отрицательным α при ускорении частиц исключается их прохождение через критическую энергию, так как она принимает комплексные значения, $\gamma_{tr} = -i/\sqrt{|\alpha|}$. Помимо этого магнитооптическая структура должна отвечать

еще ряду физико-технических требований: независимая настройка коэффициента расширения орбиты и бетатронных частот арок; нулевая дисперсия на прямых участках; эффективная система коррекции хроматичности минимальным количеством семейств квадруполей; большая динамическая апертура. Последнее требование, прежде всего, предполагает взаимную компенсацию нелинейного воздействия хроматичных секступолей на движение частиц в ускорителе в первом порядке теории возмущений.

В настоящей работе предложены методы построения магнитооптических структур, отвечающих перечисленным выше условиям и обсуждается, какая структура является наиболее оптимальной с учетом возможных технологических особенностей ускорителя. Все численные результаты относятся в основном к проекту антипротонного накопительного кольца с высоким энергетическим разрешением HESR (High Energy Storage Ring) в рамках международного проекта FAIR (Facility for Antiproton and Ion Research) в Дармштадте (ФРГ) [2, 3], в котором авторы при-

*E-mail: y.senichev@fz-juelich.de

**E-mail: a.chechenin@fz-juelich.de

нимают непосредственное участие. Однако полученные в настоящей работе результаты могут быть использованы для любого аналогичного ускорителя с энергией в диапазоне 1–100 ГэВ.

Впервые «резонансная» магнитооптическая структура была предложена при разработке Московской каонной фабрики [4]. В дальнейшем эта структура была адаптирована для Каонной фабрики TRIUMF (Канада) [5,6]. Позже она же была признана как лучшая структура для бустера ускорительного комплекса SSC (Superconducting Super Collider, США) [7], затем принята для основного ускорителя Фабрики нейтрино в ЦЕРНе (Швейцария) [8] и, наконец, реализована в сооружаемом ускорительном комплексе J-PARC (Japan Proton Accelerator Research Center, Япония) [9,10].

2. ОБЩИЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ «РЕЗОНАНСНОЙ» МАГНИТООПТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ

Общие принципы построения «резонансных» магнитооптических структур, подробно изложенные в работе [1], основаны на решении уравнения для дисперсии $D(s)$ в бипериодической структуре:

$$\frac{d^2 D}{ds^2} + [K(s) + \varepsilon k(s)] D = \frac{1}{\rho(s)}. \quad (2)$$

Здесь градиент $G(s)$ и кривизна орбиты $1/\rho(s)$, связанные друг с другом через функции

$$K(s) = \frac{eG(s)}{p}, \quad \varepsilon k(s) = \frac{e\Delta G(s)}{p},$$

где $p = m_0 \gamma v$ — импульс частицы, должны модулироваться резонансно и коррелированно друг с другом.

В дальнейшем мы будем использовать гармоники модулированной функции градиентов

$$\varepsilon k(\phi) = \sum_{k=0}^{\infty} g_k \cos k\phi, \quad (3)$$

где

$$g_k = \frac{e}{p} \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Delta G \cos k\phi d\phi$$

— k -я гармоника Фурье функции градиентов, а

$$\phi = 2\pi \frac{s}{L_s}$$

— продольная координата, нормированная на длину суперпериода L_s , и гармоники в разложении функции кривизны

$$\frac{1}{\rho(\phi)} = \frac{1}{\bar{R}} \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} r_n \cos n\phi \right), \quad (4)$$

где

$$r_n = \frac{\bar{R}}{\pi} \int_{\pi}^{-\pi} \frac{\cos n\phi}{\rho(\phi)} d\phi$$

— n -я гармоника Фурье функции кривизны орбиты, а

$$\bar{R} = L_s \frac{S}{2\pi}$$

— средний радиус кривизны равновесной орбиты на суперпериоде, S — количество суперпериодов.

Поскольку зеркальная симметрия суперпериода является одним из условий построения «резонансной» структуры, разложения функций $\varepsilon k(\phi)$ и $1/\rho(\phi)$ в ряд Фурье содержат только члены с косинусами.

В соответствии с формулой (1) коэффициент расширения орбиты представляет собой среднее значение функции $D(\phi)/\rho(\phi)$. В общем виде дисперсия $D(\phi)$ и кривизна орбиты $1/\rho(\phi)$ могут быть представлены через средние значения \bar{D} , \bar{R} и функции $\tilde{D}(\phi)$, $\tilde{r}(\phi)/\bar{R}$, осциллирующие вокруг этих средних значений. Тогда коэффициент расширения орбиты можно записать в виде суммы

$$\alpha = \frac{\bar{D}}{\bar{R}} + \frac{\overline{\tilde{D}(\phi)\tilde{r}(\phi)}}{\bar{R}}. \quad (5)$$

В обычной структуре без модуляции градиентов и кривизны орбиты осциллирующие компоненты равны нулю, $\tilde{D}(\phi) = 0$, $\tilde{r}(\phi) = 0$, а коэффициент расширения орбиты определяется первым слагаемым в выражении (5). Учитывая, что средняя дисперсия в классических структурах равна

$$\bar{D} = \frac{\bar{R}}{\nu^2},$$

получаем, что минимальное значение коэффициента расширения орбиты

$$\alpha = \frac{\bar{D}}{\bar{R}} = \frac{1}{\nu^2}$$

ограничено суммарным числом горизонтальных бетатронных колебаний ν в магнитооптической структуре длиной SL_s . В «резонансной» структуре можно модулировать функции градиентов и/или кривизны

орбиты вместе или по-отдельности. В работе [1] получены общие выражения для коэффициента расширения орбиты для одного суперпериода

$$\alpha_s = \frac{1}{\nu^2} \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\bar{R}}{\nu} \right)^4 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \times \right. \\ \times \frac{g_k^2}{(1 - kS/\nu) [1 - (1 - kS/\nu)^2]^2} + \frac{1}{4} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{r_k^2}{1 - kS/\nu} - \\ - \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{R}}{\nu} \right)^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{r_k g_k}{(1 - kS/\nu) [1 - (1 - kS/\nu)^2]} - \\ - \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{R}}{\nu} \right)^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{r_k g_k}{1 - (1 - kS/\nu)^2} + \\ \left. + O(g_k^i, r_k^j, \quad i + j \geq 3) \right\} \quad (6)$$

и максимума дисперсионной функции на суперпериоде

$$D_{max} = \frac{\bar{R}}{\nu^2} \hat{f} \times \\ \times \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{R}}{\nu} \right)^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{g_k}{(1 - kS/\nu) [1 - (1 - kS/\nu)^2]} - \right. \\ - \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{R}}{\nu} \right)^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{g_k}{1 - (1 - kS/\nu)^2} + \\ \left. + \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{r_k}{1 - kS/\nu} + O(g_k^i, r_k^j, \quad i + j \geq 2) \right\}, \quad (7)$$

где kS — частота модуляции k -й гармоники в разложении функций градиентов и кривизны, \hat{f} — нормированная на свое среднее значение функция, описывающая осцилляции огибающей пучка. Наиболее близкую к ν гармонику (с минимально возможной разностью $kS - \nu$), оказывающую максимальное влияние на коэффициент расширения орбиты, будем называть фундаментальной. Эта гармоника имеет kS осцилляций на всей рассматриваемой магнитооптической структуре. В большинстве рассматриваемых нами случаях частота k -й гармоники совпадает с количеством суперпериодов, т. е. $k = 1$ и $kS = S$. Действительно, если модулировать обе функции градиентов линз и кривизны орбиты с одинаковой частотой (т. е. при $k = n$ в выражениях (3) и (4)), то второй член в выражении (5) может дать существенный вклад в коэффициент расширения орбиты при условии малости величины $1 - kS/\nu$ (см. (6)). Кроме того, из выражения (7) следует очевидное условие противофазности модуляции функций градиентов и

кривизны, позволяющее коррелированно изменять с помощью этих функций величину коэффициента расширения орбиты. Такую структуру, основанную на резонансном и коррелированном возмущении параметров магнитооптического канала, мы назвали «резонансной».

Таким образом, общий подход к построению «резонансной» структуры основан на следующих принципах:

1) фундаментальная частота модуляции должна быть одинаковой для функций градиентов и кривизны орбиты, а также больше горизонтальной бетатронной частоты $kS > \nu$, но с минимально возможной разностью $kS - \nu$;

2) модуляция кривизны орбиты должна быть в противофазе с модуляцией градиентов линз, $g_k r_k < 0$;

3) величины амплитуд каждой из фундаментальных гармоник, g_k и r_k , должны быть максимально возможными;

4) точное равенство частот $\nu = kS$ и $\nu = kS/2$, при котором дисперсия и β -функция растут неограниченно, должно быть исключено.

3. СУПЕРПЕРИОД «РЕЗОНАНСНОЙ» МАГНИТООПТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ

Существует два типа структур ускорителей с введенными прямыми участками: так называемая круглая структура с S идентичными суперпериодами и структура, состоящая из арок с S суперпериодами, разделенных прямыми участками. Для структур первого типа коэффициент расширения орбиты полностью совпадает с его значением для одного суперпериода. В структурах второго типа, состоящих из арок с совокупным числом суперпериодов S , разделенных прямыми участками длиной L_{str} , коэффициент расширения орбиты для всего ускорителя α и для суперпериода α_s связаны соотношением

$$\alpha = \alpha_s \frac{SL_s}{SL_s + L_{str}}.$$

Таким образом, зная коэффициент расширения орбиты для одного суперпериода, легко найти его значение для всего ускорителя. Обычно суперпериод формируется за счет изменения параметров регулярной магнитооптической структуры, основанной в свою очередь на синглетных FODO-ячейках, дублетных FDO-ячейках или триплетных FDFO-ячейках (F — фокусирующий квадруполь, D — дефокусирующий квадруполь и O — дрейфовый промежуток), каждая из которых имеет определенные

преимущества и недостатки. Однако принимая во внимание требование компенсации хроматичности, FODO-структуру следует считать наиболее предпочтительной, поскольку две другие не имеют хорошего разделения горизонтальной и вертикальной β -функций, что приводит к уменьшению эффективности секступолей и, как следствие, к уменьшению динамической апертуры. Кроме того, суперпериод, состоящий из FODO-ячеек с зеркальной симметрией относительно середины, обладает всеми условиями для отдельного контроля бетатронных частот, хроматичности в обеих плоскостях и коэффициента расширения орбиты, что ставит эту структуру вне конкуренции по сравнению с другими.

Число ячеек в суперпериоде N_{cell} определяется требуемым набегом фаз радиальных колебаний. Следуя теории «резонансных» структур, будем стремиться построить структуру с горизонтальной частотой ν , по возможности максимально близкой к числу суперпериодов [1]. В этом случае фазовый набег радиальных колебаний на одной ячейке будет порядка $2\pi\nu/SN_{cell}$. В то же время известно, что оптимальный набег фаз радиальных колебаний с точки зрения минимизации значений β -функций на ячейке должен находиться в диапазоне 60° – 100° . Таким образом, в структуре с фундаментальной гармоникой модуляции параметров суперпериода $k = 1$ и требованием $\nu < S$ число ячеек оказывается равным 3–5 на одном суперпериоде.

Поскольку увеличение числа ячеек требует большего дробления суперпериода и влечет за собой рост числа элементов магнитооптики, сразу же исключим из рассмотрения опцию с пятью ячейками и ограничимся анализом суперпериода, состоящего из 3–4 ячеек. Рисунки 1а–е соответствуют различным вариантам суперпериодов, используемых в «резонансных» структурах. Согласно теории «резонансных» структур, для достижения требуемого коэффициента расширения орбит α вводится либо модуляция градиентов линз, либо модуляция кривизны орбиты, либо одновременная модуляция обеих функций [1].

На рис. 1а показано поведение функций $\beta_{x,y}$ и D_x в канале, состоящем из трех FODO-ячеек, где в каждом дрейфовом промежутке размещен поворотный магнит. Такую структуру правильнее называть FBDB-ячейкой (В — поворотный магнит). Строгая периодичность ячеек, очевидно, не позволяет получить требуемого значения коэффициента расширения орбиты, которое в этом случае фиксировано значением горизонтальной бетатронной частоты.

На рис. 1б показано, как из трех FBDB-ячеек

образуется суперпериод путем модуляции только градиентов с зеркальной симметрией относительно середины, при этом два семейства квадруполь формируют требуемую фундаментальную гармонику $k = 1$. Однако метод модуляции одной лишь функции градиентов требует сильного изменения поля в линзах. Отметим, что сильная модуляция градиентов ведет к значительному росту β -функций и хроматичности всего ускорителя, что приводит к уменьшению динамической апертуры, поэтому в дальнейшем этот вариант «резонансной» структуры не рассматривается.

Рисунки 1в и г соответствуют структурам, в которых суперпериод образуется соответственно тремя или четырьмя ячейками с формированием фундаментальной гармоники $k = 1$ путем модуляции кривизны орбиты за счет пустых центральных ячеек. В литературе такие ячейки называют «Missing Magnet» [11, 12]. В подобных структурах с вариацией кривизны β -функции остаются практически невозмущенными с хроматичностью на уровне значений, соответствующих периодической оптике. Однако, к сожалению, метод модуляции кривизны орбиты не всегда может обеспечить требуемое значение коэффициента расширения орбиты. На рис. 1д и е показаны результаты, получающиеся при возможных модификациях этого метода. В первом случае (рис. 1д) центральный квадруполь «разрезается» и между двумя половинами вставляется секступоль. Так, в частности сделано в проекте J-PARC [10]. С одной стороны, при размещении секступоля в точке, где горизонтальная β -функция имеет большее значение, его эффективность возрастает, поэтому общее количество фокусирующих секступолей может быть уменьшено. С другой стороны, разделение квадруполь на две части приводит к росту их числа. С нашей точки зрения, этот вариант не дает каких-либо существенных преимуществ и является лишь модификацией общепринятой «резонансной» структуры. Во втором случае (рис. 1е) вариация кривизны орбиты проводится без уменьшения общего числа магнитов, а только за счет длины центральной ячейки. В магнитооптической структуре с прямоугольными магнитами этот вариант может быть выигрышным, поскольку значительно сокращает сагитту магнита.

В следующих разделах мы рассмотрим различные варианты контроля за коэффициентом расширения орбиты с использованием отдельной и смешанной модуляции функций кривизны и градиентов магнитных линз и покажем, что последний вариант является более предпочтительным.

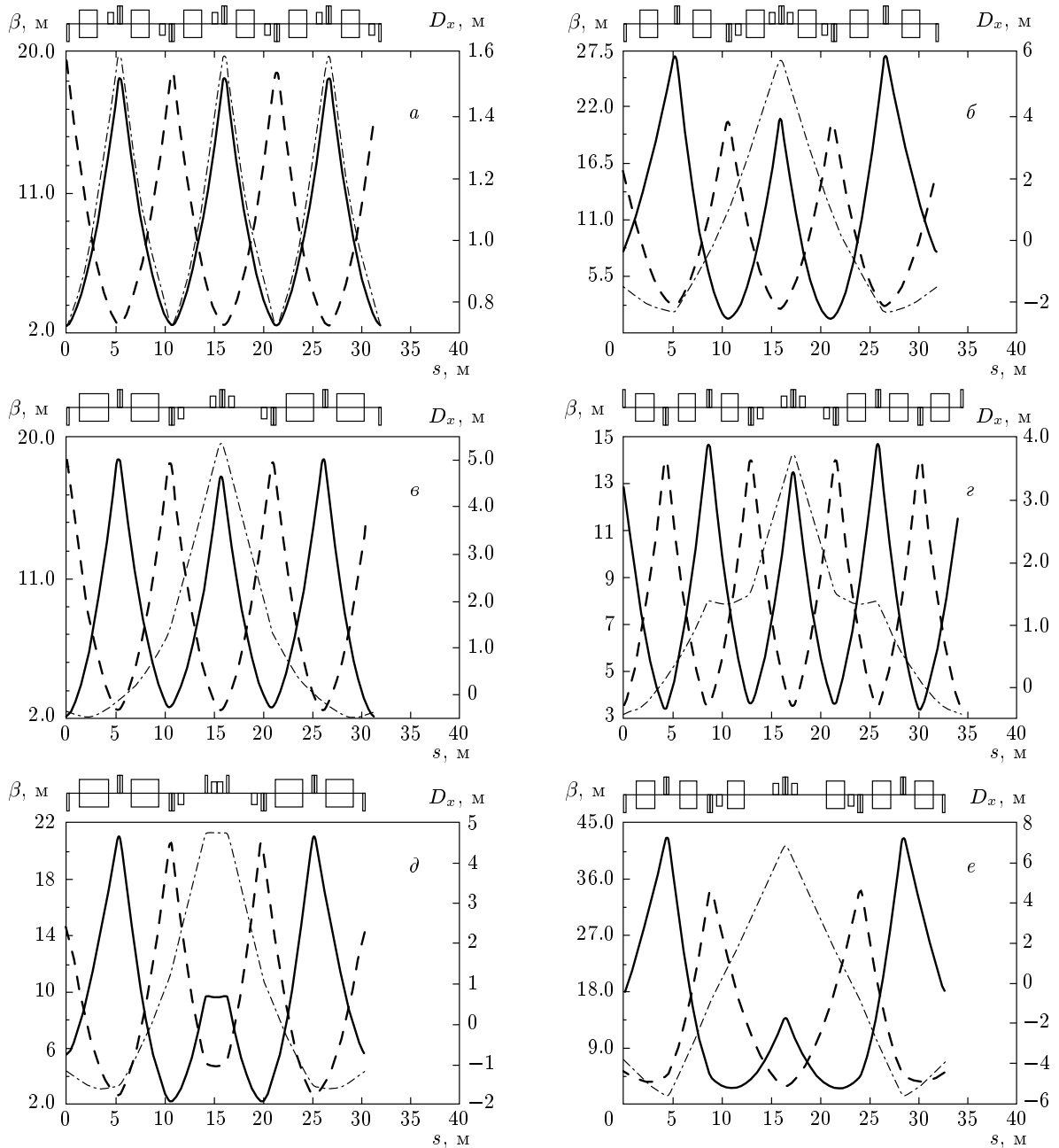


Рис. 1. Зависимости β_x -функции (сплошные кривые), β_y -функции (штриховые кривые) и D_x (штрихпунктирные кривые) от расстояния s по каналу ускорителя в случаях магнитооптического канала из трех регулярных ячеек (а), трехъячеечного суперпериода с модуляцией градиентов линз (б), трехъячеечного суперпериода с модуляцией кривизны орбиты (в), четырехъячеечного суперпериода с модуляцией кривизны орбиты (г), трехъячеечного суперпериода с центральным разрезным квадруполом (д), трехъячеечного суперпериода с шестью магнитами (е)

4. МЕТОД МОДУЛЯЦИИ ФУНКЦИИ КРИВИЗНЫ ОРБИТЫ

Рассмотрим структуру, в которой кривизна орбиты $1/\rho$ и градиенты линз ΔG модулируются незави-

симо друг от друга. Начнем со случая, когда модулируется только функция $1/\rho$.

С одной стороны, модуляция кривизны орбиты требует наличия свободного от магнитов пространства, что приводит к росту общей длины (перимет-

ра) ускорителя. С другой стороны, свободное пространство, сконцентрированное в одном месте, мы можем использовать более эффективно, что позволяет, наоборот, сократить общую длину (периметр) ускорителя. Например, секступоли, мультипольные корректоры, диагностическое и вакуумное оборудование, ранее распределенные равномерно по всей орбите, теперь могут размещаться в освободившейся центральной части суперпериода более компактно. С точки зрения эффективности компенсации хроматичности секступольными линзами «резонансные» структуры с условием $\nu < S$ обладают важной особенностью, а именно, дисперсия, осциллирующая в противофазе с кривизной орбиты, достигает максимума на участках с нулевым значением кривизны, $1/\rho = 0$ (см. рис. 1*б-е*). Следовательно, секступоли, размещенные на этих участках, находятся в точках, соответствующих максимуму дисперсии. Кроме того, пустая центральная ячейка может одновременно использоваться для обоих семейств секступолей, поскольку в ее пределах функции β_x и β_y хорошо разделяются между собой. Оба этих факта в значительной мере позволяют сохранить динамическую апертуру. В то же время в поворотных магнитах величина дисперсии будет меньше, чем в регулярной структуре (см. рис. 1*а* и *в*), что сокращает физическую апертуру магнита. Аналогичные рассуждения справедливы и для мультипольных корректоров, эффективность которых также зависит от величины дисперсии в местах их расположения. Пустая центральная ячейка удобна и для размещения диагностического оборудования.

Если сравнивать суперпериоды с тремя и четырьмя ячейками (рис. 1*в* и *г*), то в первом случае модуляция кривизны орбиты более эффективна с точки зрения получения требуемого коэффициента расширения орбиты, поскольку при большем отношении числа пустых ячеек к их общему количеству трехъячеечная структура обладает большим значением фундаментальной гармоники r_k . Конечно и в четырехъячеечной структуре возможно увеличить значение фундаментальной гармоники путем введения дополнительной пустой ячейки, но тогда периметр ускорителя необоснованно возрастет. Поэтому структура, основанная на суперпериоде, состоящем из трех ячеек, более предпочтительна.

На рис. 2 для суперпериода, состоящего из трех ячеек, показаны результаты расчета зависимости энергии перехода γ_{tr} , горизонтальной β_x -функции, горизонтальной дисперсии D_x и нормированной на ν хроматичности $\xi_x = (1/\nu)(d\nu/dp)$ от горизонтальной частоты бетатронных колебаний ν , нормирован-

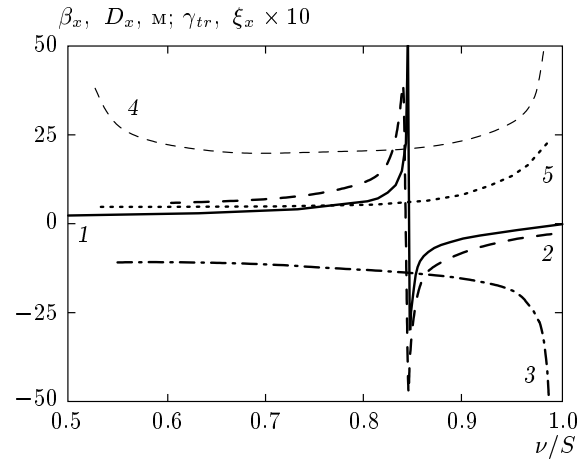


Рис. 2. Зависимости энергии перехода γ_{tr} (1 — аналитический расчет, 2 — MAD) и функций ξ_x (3 — MAD), β_x (4 — MAD), D_x (5 — MAD) от ν/S для случая трехъячеечного суперпериода с модулированной функцией кривизны орбиты

ной на количество суперпериодов S . Эти данные были рассчитаны с помощью программ MAD [13] и OptiM [14]. Для энергии перехода γ_{tr} построена зависимость, полученная аналитически с помощью формулы (6). При определенном значении горизонтальной частоты $\nu = \nu_{tr}$ коэффициент расширения орбиты $\alpha = 1/\gamma_{tr}^2$ меняет знак с положительного на отрицательный и критическая энергия становится комплексной величиной. Как видно из рис. 2, это изменение осуществляется скачком и изображено как переход из области положительных значений в область отрицательных. В точке перехода коэффициент расширения орбиты α через нуль и при дальнейшем продвижении в область отрицательных значений α величины функций β_x , D_x и ξ_x остаются небольшими. Однако по мере приближения к точке $\nu = S$ значения этих функций неограниченно возрастают, демонстрируя типичную параметрическую неустойчивость.

В «резонансных» структурах область частот от значения $\nu = \nu_{tr}$ до значения $\nu = S$ является наиболее важной, поскольку нас интересует получение отрицательного коэффициента расширения орбиты одновременно с выполнением условия устойчивости движения и с приемлемыми значениями параметров пучка. Расстояние между двумя точками, $\nu = \nu_{tr}$ и $\nu = S$, определяется свойствами структуры, а именно, величиной фундаментальной гармоники возмущения.

На рис. 3 показаны спектры гармоник Фурье

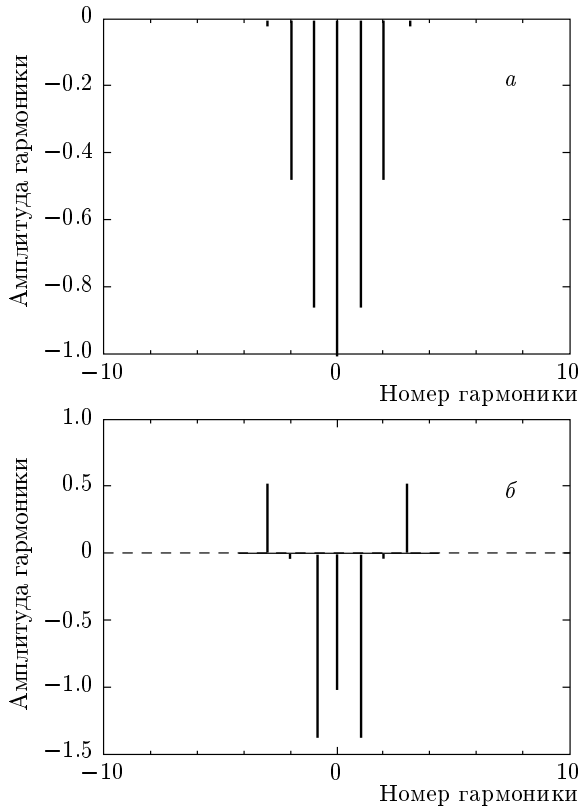


Рис. 3. Спектр гармоник Фурье модулированной функции кривизны орбиты для суперпериода с пустой ячейкой регулярной (а) и удвоенной (б) длины

функции кривизны орбиты для суперпериода в двух случаях: когда все ячейки имеют одинаковую длину (а) и когда пустая центральная ячейка имеет удвоенную длину (б). При центральном расположении пустых ячеек суперпериода фундаментальная и близлежащие гармоники Фурье имеют большие по модулю значения. Как мы видим, во втором случае (рис. 3б) фундаментальная гармоника $k = 1$ имеет большее значение вследствие удвоения длины пустой центральной ячейки. Отметим, что на рис. 3а ближайшая к фундаментальной гармоника $k = 2$ имеет большую величину, но за счет «ослабления» фактора $1/(1 - kS/\nu)$ она практически не влияет на коэффициент расширения орбиты.

Из выражений (6) и (7) при $g_k = 0$ и для $k = 1$ несложно получить простые выражения для коэффициента расширения орбиты и максимальной дисперсии:

$$\alpha_s = \frac{1}{\nu^2} \left[1 + \frac{1}{4} \frac{r_1^2}{1 - S/\nu} \right], \quad (8)$$

$$D_{max}(\phi) = \frac{\bar{R}}{\nu^2} \hat{f} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{r_1}{1 - S/\nu} \right]. \quad (9)$$

Из выражения (8) видно, что для получения нулевого значения коэффициента расширения орбиты, $\alpha_s = 0$, нужно стремиться создать магнитооптическую структуру с фундаментальной гармоникой

$$r_1 = \pm 2 \sqrt{\frac{S}{\nu_{tr}} - 1} \quad \text{или} \quad \nu_{tr} = \frac{S}{1 + r_1^2/4}. \quad (10)$$

Из выражения (10) следует, что чем ближе мы к параметрическому резонансу, $\nu = S$, тем меньшей величины фундаментальная гармоника r_1 нам необходима, и наоборот, чем больше амплитуда фундаментальной гармоники, тем дальше от резонанса возможно достичь требуемого нулевого значения коэффициента расширения орбиты. Знак «плюс» в выражении (10) означает, что пустые полуячейки располагаются по краям суперпериода, а знак «минус» означает, что пустая ячейка расположена в центре суперпериода. Второй вариант является более предпочтительным, поскольку для совместного воздействия модуляции градиентов и кривизны орбиты фундаментальные гармоники должны иметь противоположные знаки.

Для проверки разработанной в работе [1] «резонансной» теории была построена зависимость критической энергии от частоты горизонтальных бетатронных колебаний для конкретного значения фундаментальной гармоники $r_1 = 0.86$ (см. рис. 2). Сравнение результатов, полученных по формуле (6), с численными результатами, полученными с помощью программы MAD, демонстрирует достаточно хорошее качественное совпадение поведения обеих кривых и практически точное совпадение точки перехода критической энергии γ_{tr} в область комплексных значений: $\nu_{tr} = 3.37$ (формула (6)) и $\nu_{tr} = 3.38$ (программа MAD) (см. рис. 2).

Оценим максимальное значение дисперсии в точке перехода $\nu_{tr} \approx 3.38$. Из формул (9) и (10) с учетом центрального расположения пустой ячейки получаем

$$D_{max} = \hat{f}_{max} \frac{\bar{R}}{\nu_{tr}^2} \left[1 + \frac{1}{\sqrt{S/\nu_{tr} - 1}} \right]. \quad (11)$$

Сравнение величины D_{max}^{mod} для суперпериода с модулированной кривизной орбиты и величины максимальной дисперсии D_{max}^{reg} в регулярной структуре без модуляции, вычисленных по формуле (11), дает

$$\frac{D_{max}^{mod}}{D_{max}^{reg}} \approx 3.33.$$

Это отношение определяется величиной, стоящей в квадратных скобках в выражении (11). Оно может быть определено из численных расчетов с помощью программы MAD (см. рис. 1а и в), причем результаты с большой точностью совпадают с аналитическими. Это говорит о том, что «резонансная» теория, развитая в работе [1], хорошо описывает основные свойства структуры в случае модуляции кривизны орбиты.

Легко показать, что в общем случае, когда отношение числа пустых ячеек к их общему числу равно K , фундаментальная гармоника определяется выражением

$$r_k = -\frac{2 \sin(\pi k K)}{\pi k} \frac{1}{1 - K}. \quad (12)$$

Знак «минус» в выражении (12), как и раньше, соответствует случаю, когда пустая ячейка находится в центре суперпериода. Учитывая только одну фундаментальную гармонику и подставляя ее величину в формулы (6) и (7) для коэффициента расширения орбиты и максимальной дисперсии, получаем выражения, аналогичные выражениям (8) и (9):

$$\alpha_s = \frac{1}{\nu^2} \left[1 + \frac{\sin^2(k\pi K)}{k^2 \pi^2} \left(\frac{1}{1-K} \right)^2 \frac{1}{1-kS/\nu} \right], \quad (13)$$

и

$$D_{max} = \hat{f}_{max} \frac{\bar{R}}{\nu^2} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\sin(k\pi K)}{\pi k} \left(\frac{1}{1-K} \right) \right]. \quad (14)$$

Для случая $K \geq 0.4$ величина фундаментальной гармоники $r_k \geq 1$, а при $K \rightarrow 1$ она стремится к двум, $r_k \rightarrow 2$. Это означает следующее: не ограничиваясь длиной орбиты и каким-либо определенным набегом фазы радиальных колебаний на суперпериоде, можно получить практически любое значение коэффициента расширения орбиты только с помощью модуляции кривизны орбиты.

В качестве примера того, как, используя метод модуляции кривизны орбиты, можно исключить прохождение частиц в ускорителе через критическую энергию без значительных изменений, рассмотрим протонный синхротрон в Национальной лаборатории КЕК (Япония) [15], сооруженный около 40 лет назад. На рис. 4а сверху изображена структура одного из четырех суперпериодов ускорителя. Ускоритель имеет конечную энергию 12 ГэВ, и в процессе ускорения частицы проходят через критическую энергию при значении 5.4 ГэВ, что представляет основную проблему для увеличения интенсивности ускоренного пучка. Каждый суперпериод состоит из семи FODO-ячеек и не имеет зеркальной

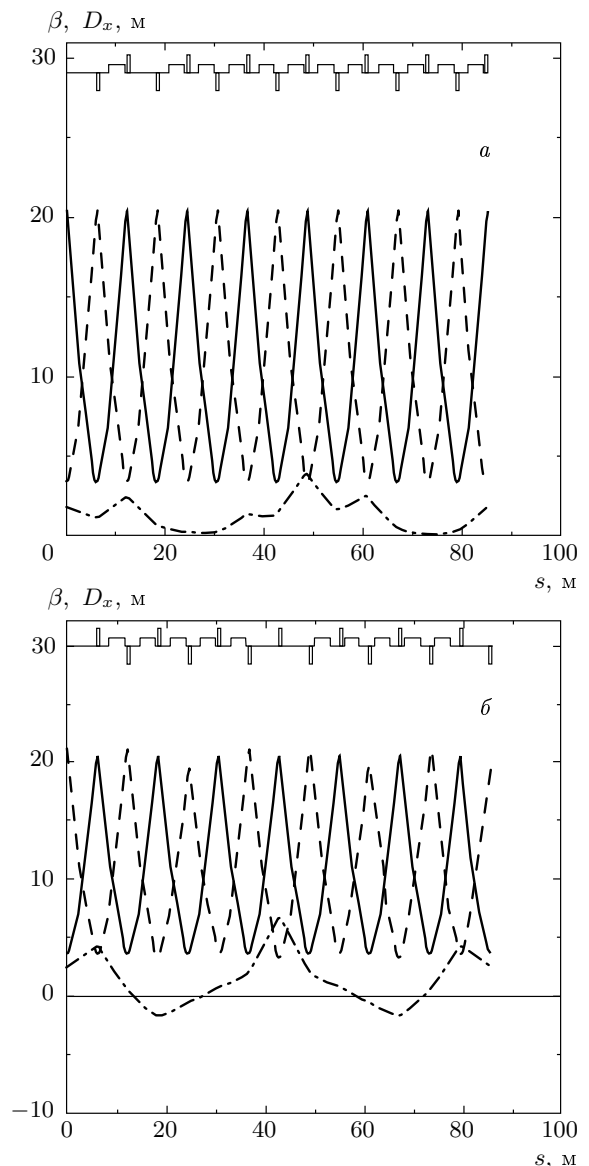


Рис. 4. а) Структура протонного синхротрона КЕК: один суперпериод (горизонтальная бетатронная частота на кольце $\nu = 4 \times 1.8125$), б) его модифицированная структура: два суперпериода с вариацией кривизны орбиты (горизонтальная бетатронная частота на кольце $\nu = 4 \times 1.7$); обозначения кривых — как на рис. 1

симметрии. Суперпериодичность образуется за счет двух дрейфовых участков в начале каждого суперпериода. Частота бетатронных колебаний в горизонтальной плоскости на всем кольце $\nu = 7.25$. Чтобы повысить значение критической энергии и, тем самым, исключить ее прохождение в процессе ускорения, необходимо модифицировать структуру, при-

чем «резонансно». Одним из возможных способов модификации является введение удвоенной суперпериодичности, а именно, вместо четырех суперпериодов образуются восемь суперпериодов по магнитам на всем ускорителе. При этом возбуждается фундаментальная гармоника ($k = 1$) модуляции кривизны орбиты на длине 3.5 ячейек с одновременной подстройкой частоты горизонтальных бетатронных колебаний к величине $\nu = 0.85$ на новом суперпериоде, составляющем $1/8$ кольца. На рис. 4б показано поведение β -функций и дисперсии в модифицированной структуре на длине двух новых суперпериодов. Данный «резонансный» метод позволяет относительно легко исключить прохождение через критическую энергию. Однако для его реализации требуется дополнительная пустая ячейка, что приводит к увеличению на 20% значения магнитного поля в остающихся магнитах. Описанный метод практически не возмущает β -функции, а дисперсия растет только на участках дрейфа. Отметим также, что для его успешного использования требуется достаточно близко подойти к точке параметрического резонанса, что влечет за собой рост дисперсии.

5. МЕТОД МОДУЛЯЦИИ ФУНКЦИИ ГРАДИЕНТОВ ЛИНЗ

Теперь рассмотрим случай, когда модулируются только градиенты линз, т.е. $r_k = 0$. Из общих выражений (6) и (7) нетрудно вывести формулы для коэффициента расширения орбиты и максимальной дисперсии, соответствующих одной фундаментальной гармонике модуляции функции градиентов при $r_k = 0$:

$$\alpha_s = \frac{1}{\nu^2} \left\{ 1 + \frac{1}{4(1 - kS/\nu)} \left(\frac{\bar{R}}{\nu} \right)^4 \times \frac{g_k^2}{[1 - (1 - kS/\nu)^2]^2} \right\}, \quad (15)$$

$$D_{max} = \frac{\bar{R}}{\nu^2} \hat{f} \left\{ 1 - \frac{1}{2(1 - kS/\nu)} \left(\frac{\bar{R}}{\nu} \right)^2 \times \frac{g_k}{1 - (1 - kS/\nu)^2} \right\}. \quad (16)$$

Из выражения (15) следует, что $\alpha = 0$ при значении амплитуды фундаментальной гармоники

$$g_k = \pm 2 \sqrt{\frac{kS}{\nu_{tr}} - 1} \left(\frac{\nu_{tr}}{\bar{R}} \right)^2 \left[1 - \left(1 - \frac{kS}{\nu_{tr}} \right)^2 \right]. \quad (17)$$

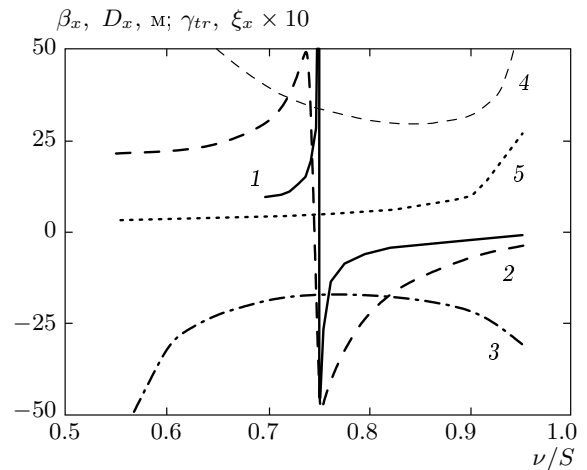


Рис. 5. Зависимости энергии перехода γ_{tr} (1 — аналитический расчет, 2 — MAD) и функций ξ_x (3 — MAD), β_x (4 — MAD), D_x (5 — MAD) от ν/S для случая трехъячеечного суперпериода с модулированной функцией кривизны орбиты

Из выражения (17) (аналогично разд. 4) видно, что чем ближе частота горизонтальных бетатронных колебаний ν к частоте фундаментальной гармонике модуляции градиента kS , тем меньше должна быть амплитуда фундаментальной гармонике g_k , и наоборот. Из выражения (16) с учетом условия (17), взятого со знаком «плюс», получаем выражение для максимального значения дисперсии:

$$D_{max} = \frac{\bar{R}}{\nu_{tr}^2} \hat{f} \left\{ 1 + \frac{1}{\sqrt{kS/\nu_{tr} - 1}} \right\}. \quad (18)$$

В случае суперпериода, состоящего из трех ячейек, требуемая модуляция g_k обеспечивается двумя семействами фокусирующих квадрупольей: одним центральным квадруполем, назовем его QF2, и двумя периферийными квадрупольями QF1 (см. рис. 1б). При этом градиенты в дефокусирующих квадрупольях остаются почти неизменными. Знак «плюс» в формуле (17) будет соответствовать случаю, когда изменение градиента $\Delta G/G$ в центральном квадруполе QF2 выше, чем в двух других квадрупольях QF1, примерно в два раза, что в итоге оставляет частоту бетатронных колебаний неизменной.

Приведем результаты выполненного с помощью программы MAD численного моделирования магнитооптической структуры, построенной на основе трехъячеечного суперпериода с градиентной модуляцией. На рис. 5 представлены результаты расчетов зависимостей энергии перехода γ_{tr} , горизонтальной β_x -функции, горизонтальной дисперсии D_x и

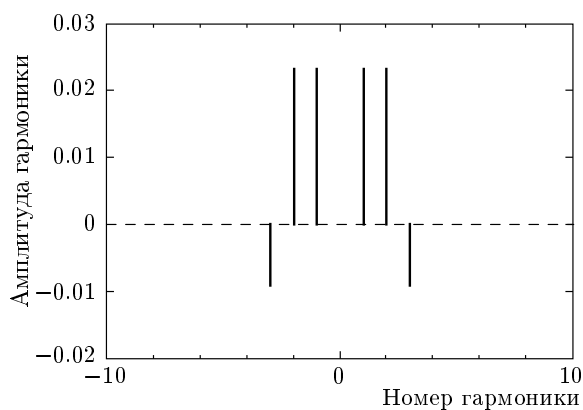


Рис. 6. Спектр гармоник Фурье модулированной функции градиентов линз для трехъячеечного суперпериода

нормированной на ν хроматичности ξ_x от нормированной на S горизонтальной частоты бетатронных колебаний ν для суперпериода, состоящего из трех ячеек. Оказалось, что для обеспечения нулевого значения коэффициента расширения орбиты при $\nu_{tr}/S = 3/4$ (т. е. при $\nu = \nu_{tr}$) необходима модуляция градиента $\Delta G/G \approx 35\%$. Для этого случая на рис. 6 показан спектр гармоник Фурье модулированной функции градиентов линз, из которого можно определить амплитуды гармоник g_1 и g_2 . Подставляя эти значения в формулу (17), получаем аналитическую зависимость критической энергии γ_{tr} от ν/S (см. рис. 5). В отличие от случая модуляции кривизны орбиты, теперь необходимо учитывать две гармоники, поскольку множитель $1/[1 - (1 - kS/\nu)^2]^2$ в выражении (15) усиливает вклад второй гармоники. Сравнение численного и аналитического результатов (см. рис. 5) позволяет утверждать, что «резонансная» теория и в случае модуляции градиентов линз весьма удовлетворительно описывает свойства магнитооптической структуры.

В заключение этого раздела еще раз обратимся к упомянутому ранее примеру протонного синхротрона КЕК [15]. Обсудим возможно ли увеличение энергии перехода с помощью модуляции градиентов линз, если на кольце ввести удвоенную суперпериодичность. Следует отметить, что это не подразумевает обязательного наличия второй гармоники функции модуляции, опасной с точки зрения возбуждения параметрического резонанса. На рис. 7 показано поведение параметров огибающей радиальных колебаний и дисперсии в неизменной магнитной структуре протонного синхротрона (КЕК) с удвоенной суперпериодичностью в случае модуля-

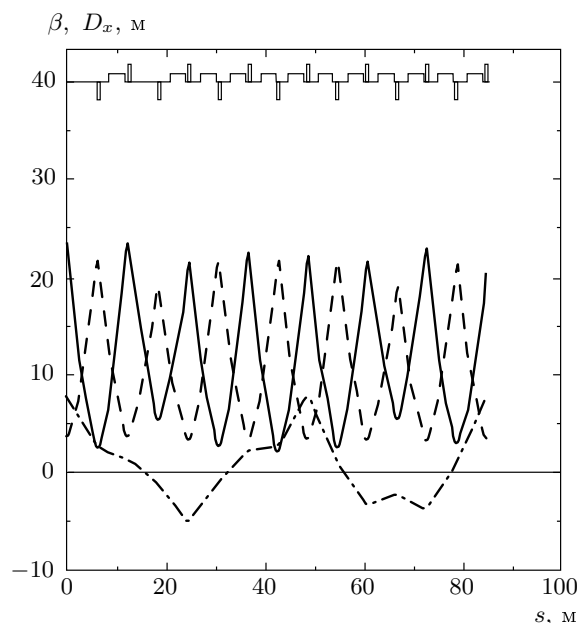


Рис. 7. Модифицированная структура протонного синхротрона КЕК: два суперпериода в случае модуляции функции градиентов (горизонтальная бетатронная частота на кольце $\nu = 4 \times 1.9375$); обозначения кривых — как на рис. 1

ции функции градиентов. Здесь единственная возможность достичь нулевого значения коэффициента расширения орбиты состоит в получении нулевого значения средней дисперсии, поскольку вариация кривизны не содержит требуемой гармоники. Для этого необходимо достаточно близко подойти к значению $\nu/S = 1$, в данном случае для укороченного суперпериода $\nu/S \approx 0.97$. К сожалению, после некоторой величины модуляции вклад второй гармоники ($k = 2$) становится весьма существенным и наблюдается рост β -функции.

Важно подчеркнуть, что хотя модуляция функции градиентов может дать требуемое значение коэффициента расширения орбиты, при этом из-за возбуждения параметрического резонанса будет иметь место рост огибающей пучка, который обуславливает увеличение хроматичности и, как следствие, приводит к уменьшению динамической апертуры. Кроме того, как видно из рис. 2 и 5, при использовании модуляции функции градиентов для управления параметрами магнитооптической структуры, значения β -функции почти в два раза больше. Несмотря на это, для установок старого поколения этот метод предпочтительнее, чем модуляция функции кривизны орбиты, поскольку не требует изменения конструкции самого ускорителя.

6. МЕТОД СМЕШАННОЙ МОДУЛЯЦИИ ФУНКЦИЙ КРИВИЗНЫ ОРБИТЫ И ГРАДИЕНТОВ ЛИНЗ

Таким образом, для получения требуемого коэффициента расширения орбиты можно использовать модуляцию кривизны орбиты и модуляцию градиентов линз. Первый метод позволяет контролировать коэффициент расширения орбиты при минимальном увеличении β_x -функции и D_x и, по сравнению со структурами, построенными на основе модуляции градиентов, не требует сильных секступолей для коррекции хроматичности. Однако метод модуляции градиентов является более гибким, так как позволяет менять коэффициент расширения орбиты в уже существующей установке. Кроме того, зачастую невозможно использовать фактор $1/(kS/\nu - 1)$, увеличивая его за счет приближения частоты ν к kS , что делает неэффективным каждый из этих методов, если они используются отдельно друг от друга. Например, в высокоинтенсивных ускорителях одно из основных требований состоит в том, что на прямых участках дисперсия должна быть нулевой. Это означает, что набег фаз радиальных колебаний на арках должен быть кратен 2π и должно выполняться условие $\min\{kS - \nu\} = 1$.

На основании изложенных выше соображений мы разработали метод одновременной модуляции кривизны орбиты и градиентов линз с одинаковой частотой фундаментальной гармоники и с примерно одинаковым вкладом в конечную величину коэффициента расширения орбиты.

Из выражения (6) несложно получить следующее равенство для произвольной фундаментальной гармоники:

$$\left(\frac{\bar{R}}{\nu}\right)^2 \frac{g_k}{1 - (1 - kS/\nu)^2} - r_k = \pm 2\sqrt{\frac{kS}{\nu} - 1}. \quad (19)$$

Как уже упоминалось, модуляция градиентов и модуляция кривизны орбиты должны быть в противофазе, а пустую ячейку без магнитов разумно иметь в центре суперпериода. Это означает, что амплитуда фундаментальной гармоники модуляции кривизны орбиты должна быть отрицательной, $r_n < 0$. Тогда амплитуда модуляции градиентов будет положительной, $g_k > 0$. В качестве примера магнитооптической структуры с одинаковым вкладом обеих модуляций рассмотрим вариант, принятый как рабочий для проекта антипротонного накопительного кольца HESR [2, 3], которое состоит из двух арок и двух прямых участков (см. рис. 8). Каждая арка имеет

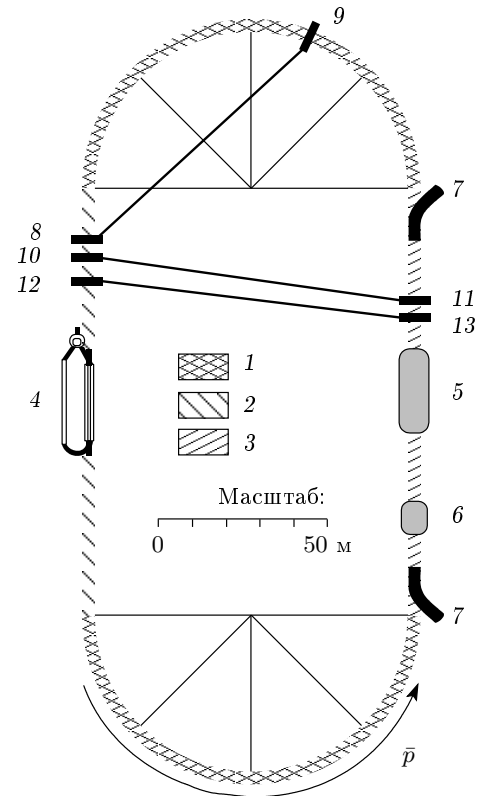


Рис. 8. Схема накопительного кольца HESR: 1 — суперпериод (на арке четыре суперпериода); 2 — прямая секция для размещения оборудования электронного охлаждения; 3 — прямая секция для размещения экспериментального оборудования; 4 — оборудование для электронного охлаждения; 5 — экспериментальная установка; 6 — ВЧ-система; 7 — септум в продольной плоскости; 8 — пикап и 9 — кикер в горизонтальной плоскости; 10 — пикап и 11 — кикер в вертикальной плоскости; 12 — пикап и 13 — кикер

частоту бетатронных колебаний $\nu = 3$ и состоит из четырех суперпериодов, т. е. $S = 4$.

Чтобы реализовать равный вклад обеих модуляций в конечное значение коэффициента расширения орбиты, длина пустой ячейки должна быть на 1 м больше длины ячеек, заполненных магнитами. На рис. 9 представлены зависимости коэффициента расширения орбиты α , горизонтальной β_x -функции, горизонтальной дисперсии D_x и горизонтальной хроматичности ξ_x от величины модуляции градиентов линз. Чтобы показать все функции на одном рисунке, для каждой из них вводится свой масштабный фактор. В случае, когда длина пустой ячейки на 1 м больше длины регулярной ячейки (рис. 9а), нуле-

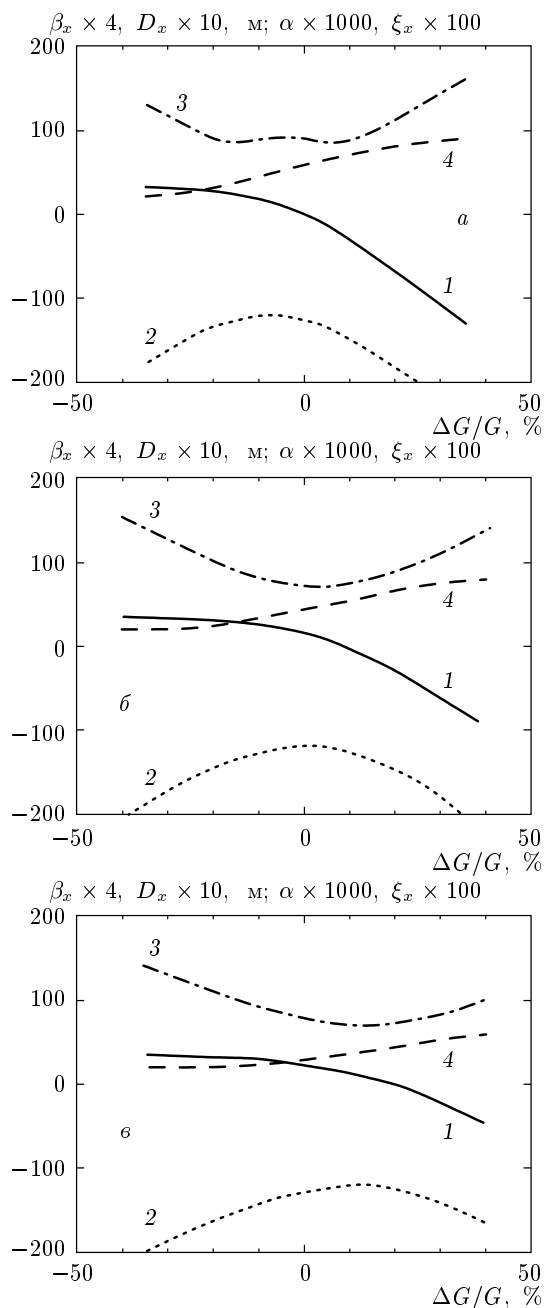


Рис. 9. Зависимости функций α (1), ξ_x (2), β_x (3) и D_x (4) от модуляции градиентов в случае, когда длина пустой ячейки на 1 м больше длины регулярной ячейки (а), при одинаковых длинах всех ячеек (б) и в случае, когда длина пустой ячейки на 1 м короче длины регулярной ячейки (в)

вое значение коэффициента расширения орбиты достигается без модуляции градиентов квадрупольных линз, а лишь за счет более длинного пустого промежутка в центре суперпериода. Модуляция же гради-

ентов используется для контроля и установки требуемого коэффициента расширения орбиты в широком диапазоне величин от $\alpha \approx 1/\nu^2$ до $\alpha \approx -1/\nu^2$. Когда все ячейки имеют одинаковую длину (рис. 9б), благодаря более регулярной и периодической оптике зависимости функций β_x , D_x и ξ_x также являются более гладкими и периодическими, дополнительный рост максимальных значений на наблюдается. Однако в этом случае для достижения нулевого значения коэффициента расширения орбиты кроме модуляции кривизны орбиты требуется дополнительная модуляция градиентов линз на уровне приблизительно 5–10%. В случае, когда центральная ячейка на 1 м короче регулярной ячейки (рис. 9в), получить нулевой коэффициент расширения орбиты можно при дополнительной модуляции градиентов на уровне приблизительно 20%. Очевидно, что при дальнейшем уменьшении длины центральной ячейки необходима все большая модуляция градиентов, сопровождающаяся меньшим пространственным разделением $\beta_{x,y}$ -функций в местах размещения фокусирующих и дефокусирующих секступолей. Это в свою очередь приводит к снижению эффективности использования секступолей и, следовательно, к уменьшению динамической апертуры.

Конечный выбор соотношения вкладов двух разных модуляций определяется порой техническими условиями и требованием к возможному диапазону, в котором должен контролироваться коэффициент расширения орбит. Кроме того, важно соотношение между эмиттансом пучка и разбросом по импульсу в пучке, поскольку ограничения на максимальные значения функций β_x , D_x и ξ_x определяются именно этим соотношением. Приведенные численные результаты (рис. 9а–в) соответствуют комплексному значению критической энергии $\gamma_{tr} = i5.5$. Очевидно, что при варьировании длины центральной ячейки в разумных пределах все максимальные характеристики дисперсии и огибающей остаются примерно на одном уровне. Однако следует заметить, что с увеличением модуляции градиентов растет максимальное значение градиента в центральной линзе.

7. МАГНИТООПТИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА АРОК И ПРЯМЫХ УЧАСТКОВ

Рассмотрим теперь магнитооптическую структуру всего ускорителя — арок и прямых участков. С учетом того, что на прямых участках необходимо разместить физическое оборудование, сформули-

руем дополнительные требования к «резонансным» структурам:

- 1) независимость настройки арок и прямых участков;
- 2) контролируемость коэффициента расширения орбиты в пределах от $\alpha \approx 1/\nu^2$ до $\alpha \approx -1/\nu^2$;
- 3) корректируемость хроматичности всего ускорителя секступолями, находящимися на арках;
- 4) достаточно большая динамическая апертура с учетом всех нелинейностей;
- 5) нулевая дисперсия на прямых участках.

Первое условие определяет макроструктуру ускорителя, а именно, функциональное разделение арок и прямых участков. С арками связаны поворотные функции и функции, определяющие основные магнитооптические свойства структуры, такие как коэффициент расширения орбиты, подавление хроматичности, получение нулевой дисперсии на прямых участках, коррекция нелинейностей высших порядков. С прямыми участками связаны функции обслуживания экспериментального оборудования, а также конечная подстройка частот бетатронных колебаний всего ускорителя. Кроме того, для удобства работы на ускорителе и минимизации подготовки ускорителя к экспериментам оптика арок должна быть независимой от оптики прямых участков. Количество арок и количество прямых участков определяется многими параметрами и, прежде всего, требуемой архитектурой кольца и предполагаемыми экспериментами.

Чтобы получить нулевую дисперсию на прямых участках, арка, состоящая из S_{arc} суперпериодов, должна иметь набег фаз радиальных колебаний кратный 2π , т. е. значение ν_{arc} должно быть целочисленным. Это означает, что набег фаз на одном суперпериоде должен быть равен $2\pi\nu_{arc}/S_{arc}$. С другой стороны, для контроля над коэффициентом расширения орбиты бетатронная частота горизонтальных колебаний на арке должна быть меньше количества суперпериодов, умноженного на номер фундаментальной гармоники. С этой точки зрения разумно принять минимально возможную разницу

$$\nu_{arc} - kS_{arc} = -1.$$

Таки образом, существует множество соотношений между S_{arc} и ν_{arc} :

$$(4 : 3), (6 : 5), (8 : 7), \dots$$

Есть и другая возможность. Можно разделить арку на равное число суперпериодов, в пределах каждого из которых выполняются данные соотношения.

Например, в проекте J-PARC для основного кольца [9, 10] выбрано соотношение

$$S_{arc} : \nu_{arc} = 8 : 6.$$

В действительности же арка разделена на две арки с соотношением 4 : 3 без прямого промежутка между ними и условие нулевой дисперсии выполняется не только по краям, но и в середине такой «двойной» арки. Как мы видим, во всех соотношениях число суперпериодов S_{arc} выбрано четным, а частота бетатронных колебаний ν_{arc} принимает целочисленные нечетные значения. В этом случае набег фазы радиальных колебаний между ячейками, находящимися в разных суперпериодах и разделенными количеством суперпериодов $S_{arc}/2$, очевидно, будет

$$\frac{\nu_{arc}}{S_{arc}} \frac{S_{arc}}{2} = \frac{\nu_{arc}}{2},$$

что соответствует условию взаимной компенсации в первом приближении нелинейного воздействия секступолей, находящихся в этих ячейках. Это замечательное свойство также касается высших мультиплетов в поворотных магнитах и квадрупольях, поскольку для каждого из них на другой половине арки есть аналогичный элемент, отстоящий на нечетное целое значение π радиальных колебаний.

Таким образом, выбирая S , k и ν , мы определяем структуру арок и их количество. При этом, с одной стороны, мы ограничены строгими правилами выбора этих параметров, а с другой стороны, этот выбор достаточно широк, и потому можно говорить уже о некотором классе ускорителей с такими арками.

В качестве примера рассмотрим два варианта структуры ускорителя HESR [2, 3] с одинаковым числом арок и одинаковой энергией перехода $\gamma_{tr} = i6$. В первом варианте арка имеет количество суперпериодов $S_{arc} = 4$ и частоту радиальных колебаний на арке $\nu_{arc} = 3$, а во втором — шесть суперпериодов $S_{arc} = 6$ и $\nu_{arc} = 5$. На рис. 10 приведены β -функции и дисперсия вдоль структуры 4- и 6-суперпериодических арок. Для того чтобы дисперсия на прямых участках была равна нулю, помимо кратного 2π набега фазы радиальных колебаний дисперсия должна начинаться на входе арки с нулевого значения. Поэтому дисперсия осциллирует с двойной частотой: с частотой суперпериода и периодичностью арки (рис. 10б, г). Это приводит к дополнительному росту максимального значения дисперсии на арке. Так, например, в случае 4-суперпериодической арки дисперсия возрастает от 5 до 6 м, что составляет 20% увеличение, а в случае 6-суперпериодической арки максимальная дисперсия возрастает

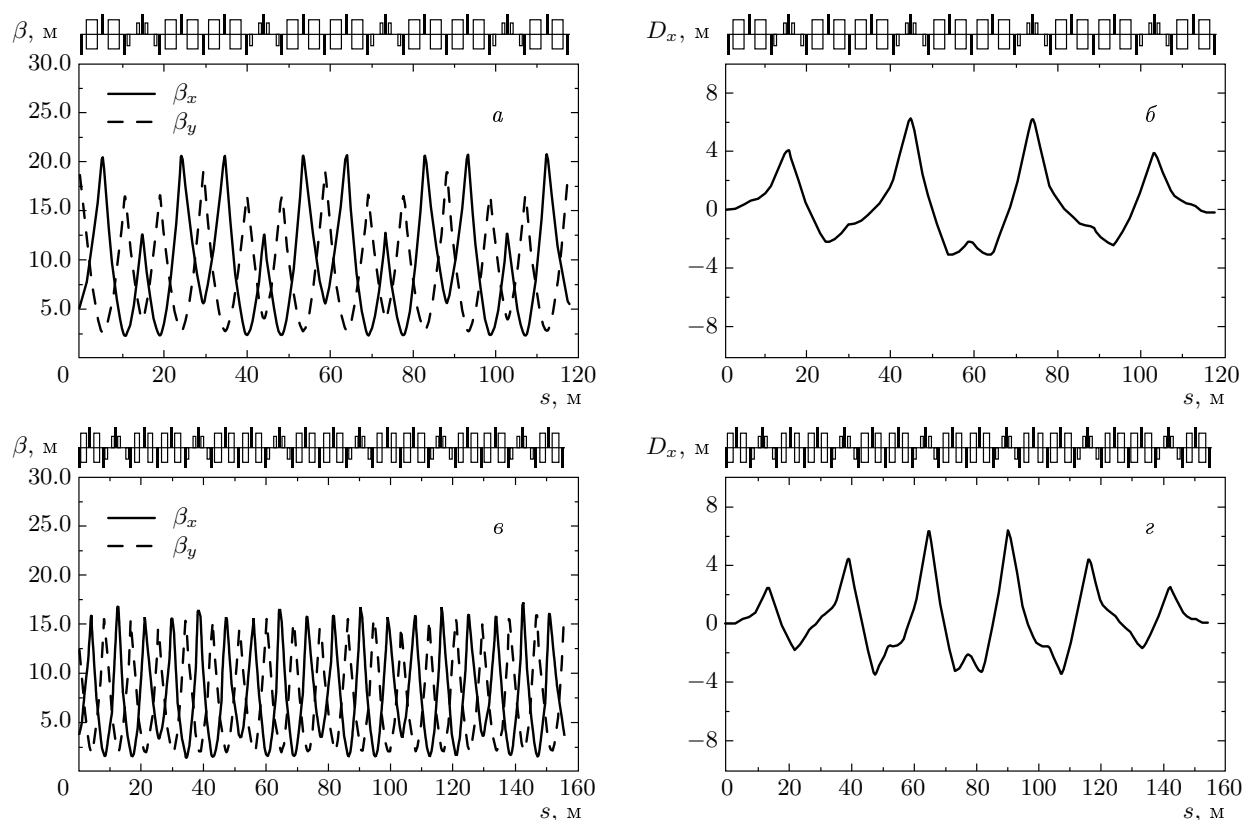


Рис. 10. Поведение β -функций и дисперсии вдоль магнитной структуры в случаях 4-суперпериодической (а,б) и 6-суперпериодической арки (в,г)

ет от 4.5 до 6 м с приростом 30 %. Во втором случае арка длиннее, а потому арочная периодичность дает больший рост дисперсии. С другой стороны, 6-суперпериодическая арка имеет более короткий суперпериод, благодаря чему максимальные значения $\beta_{x,y}$ -функций меньше по сравнению со случаем 4-суперпериодической арки. Заметим, что в обоих случаях арочная периодичность дисперсионной функции не приводит к изменению коэффициента расширения орбиты, поскольку интеграл (1) остается неизменным. Поведение $\beta_{x,y}$ -функций также остается неизменным, так как начальные нулевые значения дисперсий на них не влияют.

Поскольку функции арок и прямых участков разделены, значения частот бетатронных колебаний $\nu_{x,y}$ на арках остаются неизменными для любого режима работы, а потому за контроль положения рабочей точки отвечают специально введенные на прямых участках квадрупольные линзы, дающие желаемое значение дробной части значения частоты бетатронных колебаний всей машины. Однако в случае перестройки коэффициента расширения орбиты краевые ароч-

ные значения $\beta_{x,y}$ -функций изменяются. Поэтому на прямых участках вводятся специальные согласующие участки, включающие в себя четыре квадрупольные линзы и позволяющие сохранять согласование арок с прямыми участками. На рис. 11а показано поведение β -функций и дисперсии вдоль мишенного прямого участка ускорителя HESR, включающего дополнительно участок согласования, состоящий из шести линз: четыре линзы для согласования $\beta_{x,y}$ -функций и две линзы для коррекции бетатронных частот. Этим достигается полная независимость арок от прямых участков, а коррекция коэффициента расширения орбиты не влияет на установленные значения $\beta_{x,y}$ -функций для экспериментов.

Обычно, если нет каких-либо специальных требований к поведению $\beta_{x,y}$ -функций на прямых участках, магнитооптическая структура прямых участков имеет зеркальную симметрию относительно своей середины, поэтому для согласования арок и прямых участков могут быть непосредственно использованы все линзы прямых участков. Это значительно упрощает настройку всего ускорителя за счет миними-

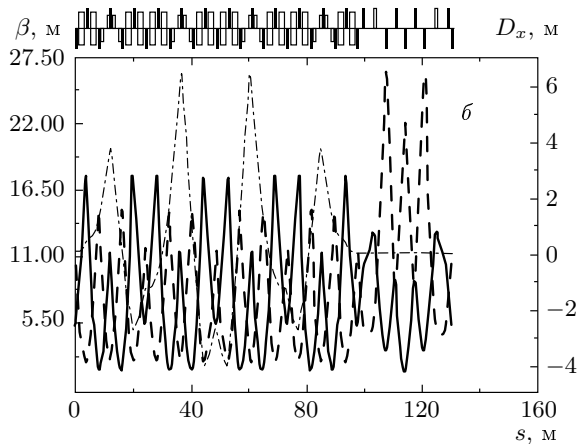
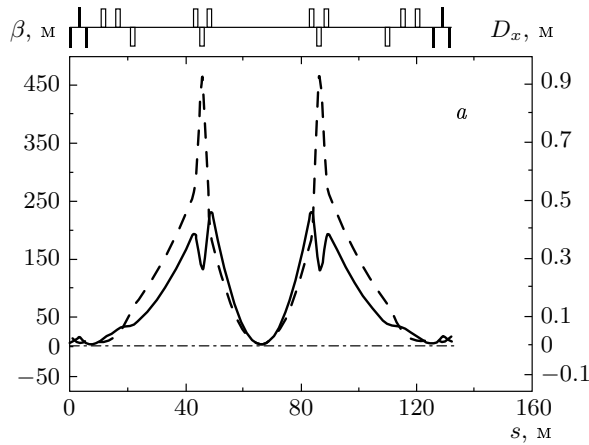


Рис. 11. Поведение β -функций и дисперсии вдоль мишенного прямого участка HESR (а) и вдоль половины магнитооптической структуры ускорителя (арка и прямой участок) без специального согласования (б); обозначения кривых — как на рис. 1

зации количества семейств квадрупольных линз на прямых участках. В качестве примера на рис. 11б показано поведение β -функций и дисперсии вдоль магнитооптической структуры арки и прямого участка для ускорителя с энергией 3 ГэВ. Прямой участок имеет семь квадрупольных линз (четыре семейства) и позволяет легко согласовывать арку с прямым участком.

8. КОНТРОЛИРУЕМОСТЬ КОЭФФИЦИЕНТА РАСШИРЕНИЯ ОРБИТЫ И БЕТАТРОННЫХ ЧАСТОТ

Для контроля и изменения коэффициента расширения орбиты разумно использовать только модуляцию градиентов в квадрупольных линзах арок при уже фиксированной модуляции кривизны орбиты.

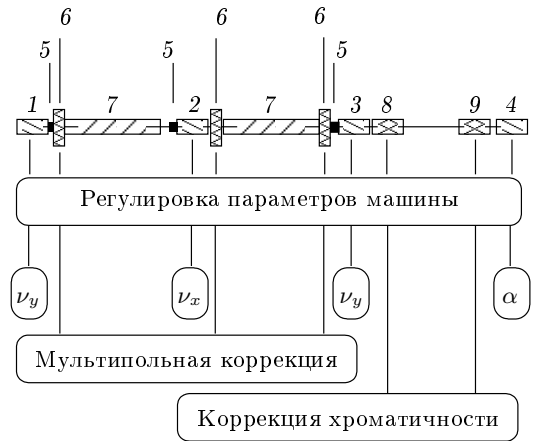


Рис. 12. Схема контроля параметров ускорителя на примере половины суперпериода. Квадрупольные линзы: 1 — QD1 или QD, 2 — QF1, 3 — QD2 или QD, 4 — QF2; мониторы пучка — 5; мультипольные корректоры — 6; поворотные магниты — 7; секступольные линзы: 8 — SD, 9 — SF (F и D обозначают соответственно фокусирующее и дефокусирующее семейства)

Приняв эту схему, мы должны знать, какие элементы отвечают непосредственно за регулировку коэффициента расширения орбиты, а какие — за настройку частот в обеих плоскостях. Кроме того, должна быть изучена степень их взаимного влияния при контроле над каждым параметром. Благодаря специальным свойствам «резонансной» структуры можно реализовать независимую контролируемость каждого из упомянутых параметров. Согласно работе [1], при зеркальной симметрии суперпериода дисперсионная функция и горизонтальная β -функция изменяются вдоль суперпериода следующим образом:

$$D(\phi) \propto 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{R}}{\nu} \right)^2 \times \frac{g_k \cos k\phi}{(1 - kS/\nu)[1 - (1 - kS/\nu)^2]} + \frac{1}{2} \frac{r_k \cos k\phi}{1 - kS/\nu}, \quad (20)$$

$$\beta_x \propto \cos \mu\phi \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{R}}{\nu} \right)^2 g_k \frac{\cos k\phi}{1 - (1 - kS/\nu)^2} \right].$$

При выполнении условий $kS > \nu$, $g_k > 0$ и $r_k < 0$ максимум дисперсии располагается в центре суперпериода, а именно, в точке $\phi = 0$, а максимум горизонтальной β -функции располагается по краям суперпериода в точках $\phi = -\pi$ и $\phi = \pi$ (см. рис. 10а,б). Разделяя таким образом максимумы этих функций, мы создаем условия для независимого контроля над бетатронной частотой и коэффициентом рас-

ширения орбиты. Схема контроля над параметрами ускорителя показана на рис. 12. В «резонансной» структуре центральный фокусирующий квадруполь QF2 размещен в точке максимальной дисперсии, что обеспечивает ему основную роль в ее вариации и контроле над критической энергией. Другой фокусирующий квадруполь QF1 располагается в точке максимального значения β_x -функции, что делает его исключительно эффективным для контроля над частотой горизонтальных бетатронных колебаний. Благодаря свойствам FODO-структуры $\beta_{x,y}$ -функции в обеих плоскостях достаточно хорошо разделены между собой и могут независимо влиять на частоты в разных плоскостях. Чтобы доказать независимость контроля над коэффициентом расширения орбиты и частотами бетатронных колебаний, мы провели численное моделирование этих процессов на примере структуры ускорителя HESR с первоначально установленным коэффициентом расширения орбиты $\alpha = -0.02$ ($\gamma_{tr} \approx i7$).

На рис. 13а показано, как функция градиентов в квадруполях QF1, QF2, QD1, QD2 или QD (при одном семействе дефокусирующих линз QD1=QD2) воздействует на коэффициент расширения орбиты в окрестности значения $\alpha = -0.02$. Из результатов, представленных на рисунке, можно сделать вывод, что

$$\frac{\partial \alpha}{\partial G_{QF2}} \gg \frac{\partial \alpha}{\partial G_{QF1}} \approx \frac{\partial \alpha}{\partial G_{QD1}} \approx \frac{\partial \alpha}{\partial G_{QD2}}. \quad (21)$$

Таким образом, коэффициент расширения орбиты прекрасно контролируется центральным квадруполем QF2 и практически не зависит от значений градиентов в других квадруполях. На рис. 13б и в показаны результаты численного моделирования изменения частоты горизонтальных и вертикальных бетатронных колебаний на арках при воздействии различных семейств квадруполей в окрестности рабочей точки частот $\nu_x = 3.0$ и $\nu_y = 3.0$. Из этих результатов можно видеть, что производные горизонтальной и вертикальной частот по значениям градиентов различных линз имеют разные значения. Так, в частности, горизонтальная частота наиболее чувствительна к градиентам семейства линз QF1, менее чувствительна к линзам QF2 и практически не зависит от дефокусирующих линз. Вертикальная частота испытывает одинаковое сильное влияние со стороны семейств линз QD1 и QD2, а со стороны семейств фокусирующих квадруполей влияние практически отсутствует. На основании этих результатов можно

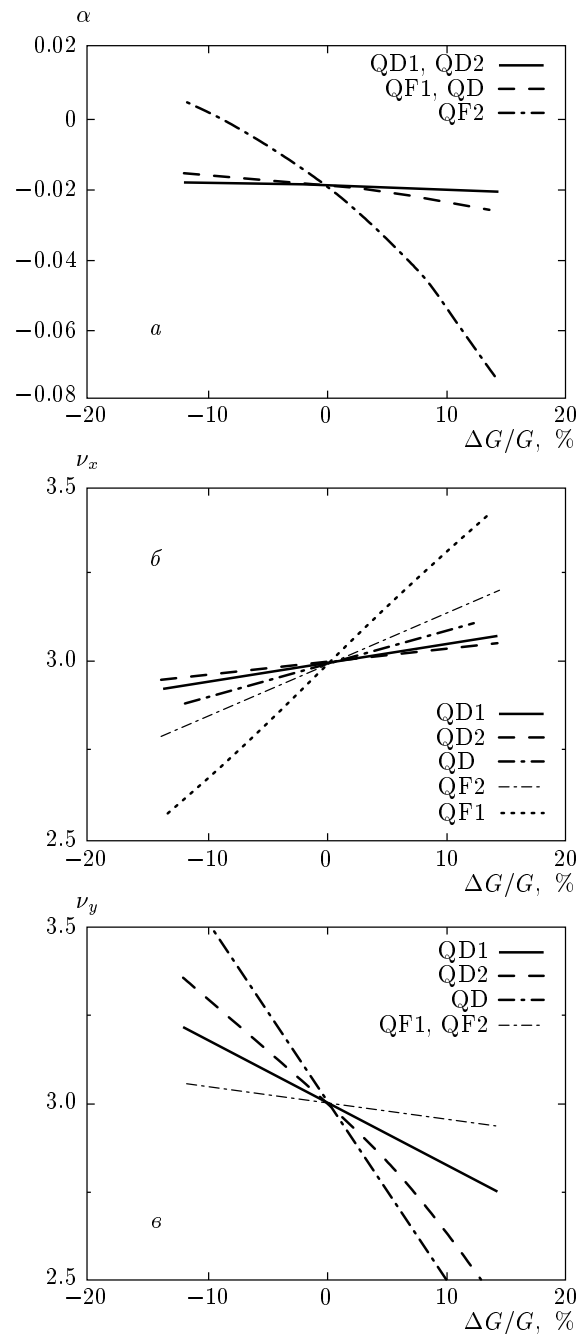


Рис. 13. Зависимости коэффициента расширения орбиты (а), горизонтальной (б) и вертикальной (в) частоты на арках от изменения градиентов в квадруполях

сделать следующий вывод:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \nu_x}{\partial G_{QF1}} > \frac{\partial \nu_x}{\partial G_{QF2}} \gg \frac{\partial \nu_x}{\partial G_{QD1}} \approx \frac{\partial \nu_x}{\partial G_{QD2}}, \\ \frac{\partial \nu_y}{\partial G_{QD1}} \approx \frac{\partial \nu_y}{\partial G_{QD2}} \gg \frac{\partial \nu_y}{\partial G_{QF1}} \approx \frac{\partial \nu_y}{\partial G_{QF2}}. \end{aligned} \quad (22)$$

Поскольку линзы QD1 и QD2 одинаково влияют на все параметры ускорителя, разумно уменьшить число семейств дефокусирующих квадруполей QD1 и QD2 до одного семейства QD.

Таким образом, с помощью численного моделирования мы доказали независимость контроля над бетатронными частотами и коэффициентом расширения орбиты. При этом оказалось, что

- 1) коэффициент расширения орбит контролируется семейством квадруполей QF2;
- 2) горизонтальная частота настраивается семейством квадруполей QF1;
- 3) вертикальная частота настраивается семейством квадруполей QD1 и QD2 или QD.

9. КОРРЕКЦИЯ И КОМПЕНСАЦИЯ ХРОМАТИЧНОСТИ

Хроматичность возникает из-за зависимости фокусирующих свойств квадруполей от импульса частицы и определяется производной

$$Q'_{x,y} = \frac{dv_{x,y}}{d\delta},$$

где $\delta = \Delta p/p$ — разброс по импульсам. Для коррекции хроматичности используются два семейства секступолей (фокусирующие, SF, и дефокусирующие, SD), интегральный эффект которых в горизонтальной и вертикальной плоскостях определяется выражением

$$\frac{\partial v_{x,y}}{\partial \delta} = \pm \frac{1}{4\pi} \int_0^C \beta_{x,y}(s) D(s) S(s) ds. \quad (23)$$

Очевидно, для усиления эффективности коррекции хроматичности секступоли каждого из семейств должны располагаться в местах максимального значения дисперсии и $\beta_{x,y}$ -функций. В связи с этим «резонансная» структура, основанная на FODO-ячейках, наиболее удобна по сравнению с дублетными и триплетными структурами, поскольку в ней поведение $\beta_{x,y}$ -функций различно и их максимумы разнесены, а в каждом из этих максимумов дисперсия имеет достаточно большое значение. Кроме того, как мы уже упоминали, в «резонансной» структуре есть пустые ячейки, в которых наиболее эффективно располагать секступоли (см. рис. 1). Благодаря этому для коррекции хроматичности в «резонансной» структуре число семейств секступолей является минимально возможным: одно семейство фокусирующих и одно

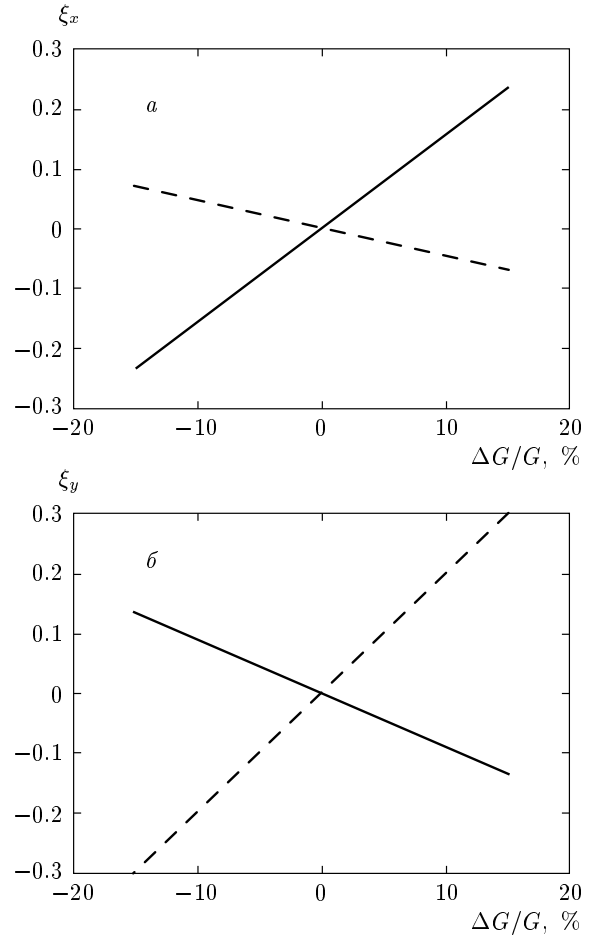


Рис. 14. Зависимости горизонтальной (а) и вертикальной (б) хроматичности от изменения градиентов в фокусирующем (SF, сплошные кривые) и дефокусирующем (SD, штриховые кривые) семействах секступолей

семейство дефокусирующих. Таким образом, основное требование к секступолям — это возможность относительно независимой коррекции одновременно в обеих плоскостях.

Чтобы доказать правильность выбора расположения секступолей, мы провели численное моделирование коррекции хроматичности до нулевого значения $\xi_{x,y} = 0$ на примере структуры ускорителя HESR. На рис. 15 показаны полученные в результате численного моделирования зависимости горизонтальной и вертикальной хроматичностей от градиентов в фокусирующих (SF) и дефокусирующих (SD) секступолях. Из представленных на рисунках результатов мы видим, что производные хроматичности по значениям градиентов в секступолях удовлетворяют условиям

$$\left| \frac{\partial \xi_x}{\partial G_{SF}} \right| > \left| \frac{\partial \xi_x}{\partial G_{SD}} \right|, \quad \left| \frac{\partial \xi_y}{\partial G_{SD}} \right| > \left| \frac{\partial \xi_y}{\partial G_{SF}} \right|. \quad (24)$$

Таким образом, можно сделать вывод, что оба семейства секступолей эффективно обеспечивают контроль над хроматичностью в обеих плоскостях независимо друг от друга.

10. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе изложен общий подход к построению «резонансной» магнитооптической структуры, основанный на коррелированной и резонансной модуляции функций градиентов линз и кривизны орбиты. Разработанная «резонансная» структура позволяет в широких пределах варьировать коэффициент расширения орбиты и исключает прохождение частиц через критическую энергию при ускорении. В основе структуры используется FODO-ячейка, наиболее отвечающая условиям независимого контроля над частотами бетатронных колебаний и коэффициентом расширения орбиты. В работе рассматриваются различные методы контроля над коэффициентом расширения орбиты, в результате чего мы получаем наиболее оптимальную магнитооптическую структуру. Такая структура обладает свойствами взаимной компенсации нелинейного воздействия хроматичных секступолей и вышних мультиполей магнитооптической структуры, а также имеет нулевую дисперсию на прямых участках. Эффективная система коррекции хроматичности минимальным количеством семейств секступолей позволяет иметь наибольшую динамическую апертуру. Результатом этих исследований явилось принятие данного типа структуры в качестве основной для ускорительно-накопительного кольца HESR в рамках международного проекта FAIR. Данная структура отвечает всем требованиям физических экспериментов, предполагаемых для проведения на данной установке. Помимо ускорителя HESR «резонансная» структура нашла свое применение и в других международных ускорительных центрах, в частности, в сооружаемом главном кольце J-PARC.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. В. Сеничев, А. Н. Чеченин, ЖЭТФ **132**, 1127 (2007).
2. Yu. Senichev, ICFA (2004), p. 443.
3. Yu. Senichev et al., in *Proc. Europ. Particle Accelerator Conf.*, Lucerne (2004), p. 653; <http://accelconf.web.cern.ch/accelconf/e04/papers/moplt047.pdf>.
4. Yu. Senichev, in *Proc. XIth meeting of Int. Collaboration on Advanced Neutron Sources*, KEK Tsukuba (1990); Yu. Senichev et al., in *IEEE Proc. Particle Accelerator Conf.*, San Francisco, CA (1991), p. 2823; http://accelconf.web.cern.ch/accelconf/p91/pdf/pac1991_2823.pdf.
5. M. Craddock, in *IEEE Proc. Particle Accelerator Conf.*, San Francisco, CA (1991), p. 57; http://accelconf.web.cern.ch/accelconf/p91/pdf/pac1991_0057.pdf.
6. U. Wienands, N. Golubeva, A. Iliev, Yu. Senichev, and R. Servranckx, in *Proc. XVth Int. Conf. on High Energy Accelerators*, Hamburg, Germany (1992), p. 1073.
7. E. Courant, A. Garen, and U. Wienands, in *Proc. IEEE Particle Accelerator Conf.*, San Francisco, CA (1991), p. 2829, http://accelconf.web.cern.ch/accelconf/p91/pdf/pac1991_2829.pdf.
8. H. Schönauer, B. Autin, R. Cappi, J. Gareyte, R. Garoby, M. Giovannozzi, H. Haseroth, I. Hofmann, M. Martini, E. Metral, W. Pirkel, C. Prior, G. Rees, and Yu. Senichev, in *Proc. IEEE Europ. Particle Accelerator Conf.*, Vienna (2000), p. 966; <http://accelconf.web.cern.ch/accelconf/e00/papers/thp2A09.pdf>.
9. Y. Mori, ICFA Beam Dynamics Newsletter, № 11, 12 (1996); http://icfausa.jlab.org/archive/newsletter/icfa_bd_nl_11.pdf.
10. Y. Ishi, S. Machida, Y. Mori, and S. Shibuya, in *Proc. Asia Particle Accelerator Conf.* (2002); <http://hadron.kek.jp/jhf/apac98/5d002.pdf>.
11. H. Bruck, in *Proc. IXth Int. Conf. High Energy Accelerator*, SLAC (1974), p. 615.
12. R. Gupta, J. Botman, and M. Craddock, *IEEE Transactions Nuclear Science* **NS-32**, № 5, 2308 (1985); http://accelconf.web.cern.ch/accelconf/p85/pdf/pac1985_2308.pdf.
13. H. Grote and F. C. Iselin, *The MAD Program, User's Reference Manual*, SL Note 90-13 (AP) (Rev. 4), CERN (1995); <http://hansg.web.cern.ch/hansg/mad/mad8/user/mad.html>.
14. V. Lebedev, *OptiM — Computer Code for Linear and Non-Linear Optics Calculations*; <http://www-bdnew.fnal.gov/pbar/organizationalchart/lebedev/OptiM/optim.htm>.
15. T. Suzuki, KEK-reports, KEK-74-4.