

# ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПОРЯДКА МОНОСЛОЯ ЖИДКОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ КАПЕЛЬ С ПОДВИЖНЫМИ ПОЛЮСАМИ

*В. А. Лойко\*, А. В. Конколович, А. А. Мискевич*

*Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси  
220072, Минск, Беларусь*

Поступила в редакцию 6 марта 2007 г.

Предложен оптический метод восстановления параметров порядка капсулированного полимером монослоя биполярных жидкокристаллических капель с подвижными полюсами. Он основан на анализе коэффициента когерентного пропускания монослоя при нормальном освещении линейно поляризованной плоской волной. Метод применен для восстановления зависимости параметра порядка сферической жидкокристаллической капли и параметра порядка монослоя таких капель от управляющего электрического поля. Изучено влияние погрешности задания параметров монослоя на точность восстановления параметров порядка. Метод может быть использован для нахождения показателя преломления полимерной матрицы, в которой диспергированы капли жидкого кристалла, а также других параметров пленки. Он позволяет решать обратную задачу рассеяния в случаях, когда параметр порядка капли является постоянным и когда он зависит от управляющего поля.

PACS: 42.70.Df, 61.30.-v

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Капсулированные полимером жидкокристаллические (КПЖК) пленки — это композитные материалы, в которых капли жидкого кристалла внедрены в твердую полимерную матрицу [1–3]. Под действием электрического или магнитного поля изменяется ориентация молекул жидкого кристалла (ЖК) внутри капель, что приводит к изменению оптических свойств таких пленок. Электрооптический отклик КПЖК-пленок зависит от конфигурации молекул ЖК, размера, формы и концентрации ЖК-капель, характеристик полимера, толщины пленки и значения управляющего поля. Исследование влияния этих параметров важно при разработке электрооптических модуляторов света, например для телекоммуникационных систем связи и средств отображения информации.

Часто при исследовании КПЖК-пленок необходимо решать прямую и обратную задачи рассеяния. В настоящее время существуют решения прямой задачи рассеяния [4–15] — определение интенсивно-

сти, фазы и поляризации прошедшего, отраженного и рассеянного излучения по заданным параметрам капель и пленок для некоторых типов пленок. Решение обратной задачи — определение размера и формы капель, конфигурации молекул внутри капли [16–23], показателей преломления ЖК и полимера по характеристикам рассеянного излучения — гораздо сложнее даже для пленок со сферическими частицами из изотропного вещества. Поскольку ЖК являются анизотропными средами, решения как прямой, так и обратной задач рассеяния существенно усложняются.

При анализе характеристик КПЖК-пленок существующая феноменологическая теория использует три уровня параметра порядка: молекулярный параметр порядка  $S$  (для описания ориентации молекул ЖК в элементарном объеме), параметр порядка капли  $S_d$  (для описания ориентационной структуры молекул ЖК в капле) и параметр порядка пленки  $S_f$  (для описания ориентации директоров, т. е. оптических осей, капель ЖК в пленке) [2, 14, 15]. В случае цилиндрической симметрии используются скалярные параметры порядка. В об-

\*E-mail: loiko@dragon.bas-net.by

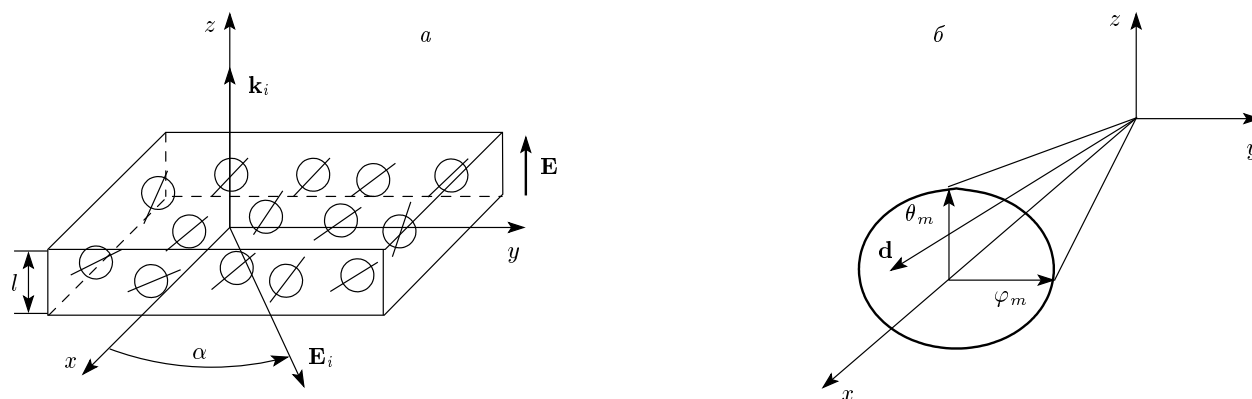


Рис. 1. Схематическое изображение КПЖК-монослоя (а) и ориентации директоров ЖК-капель (б):  $\mathbf{k}_i$  — волновой вектор,  $\mathbf{E}_i$  — электрический вектор,  $\alpha$  — угол поляризации падающей волны,  $l$  — толщина монослоя,  $\mathbf{E}$  — управляющее электрическое поле,  $\mathbf{d}$  соответствует ориентации директора отдельной капли,  $\varphi_m$  и  $\theta_m$  — максимальные углы отклонения директора капли соответственно в плоскостях  $xy$  и  $xz$ , образующие телесный угол  $\Omega$

шем случае для описания ориентационной структуры КПЖК-пленок, ЖК-капель и других композитных материалов используют тензорный параметр порядка [24], который для оптически одноосных ЖК имеет диагональный вид. Через параметры порядка в рамках феноменологической теории определяются температурные, электрические, магнитные и другие статистические изменения ориентационной структуры ЖК. При этом для исследования различных эффектов в ЖК и композитных ЖК-материалах требуется знание эволюции (изменения) параметров порядка. Одним из путей определения параметров порядка является использование методов, основанных на решении обратной задачи рассеяния. Как и для большинства обратных задач рассеяния, общего метода решения не существует. Оптический метод восстановления параметров порядка капель с жестко фиксированными полюсами предложен нами в работе [25]. Он основан на сопоставлении компонент коэффициента когерентного пропускания монослоя при нормальном освещении линейно поляризованной плоской волной, полученных при решении прямой задачи рассеяния, с измеренными.

В данной работе предложенный ранее метод [25] развит для восстановления параметров порядка монослоя биполярных ЖК-капель с подвижными полюсами (оптические оси таких капель изменяют свое направление под действием управляющего электрического или магнитного поля). Восстановлены параметры порядка ЖК-капель и КПЖК-монослоя. В качестве «экспериментальных» мы использовали полученные нами данные численного экспери-

мента по построению зависимостей параметров порядка и коэффициента когерентного пропускания от приложенного управляющего поля. При решении обратной задачи были восстановлены полученные в численном эксперименте зависимости коэффициентов когерентного пропускания и параметров порядка от управляющего поля. Поскольку в реальном эксперименте, как правило, не удастся точно определить все характеристики образца, мы исследовали влияние отклонения этих параметров от истинных на точность восстановления параметров порядка. Был рассмотрен случай не зависящего от управляющего поля параметра порядка капель и случай, когда этот параметр порядка является функцией управляющего поля [2, 26].

## 2. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим капсулированный полимером монослой сферических капель нематического ЖК толщиной  $l$  (рис. 1а). Плоскость  $xy$  совпадает с плоскостью монослоя. Директоры капель радиуса  $s$  ориентированы в основном вдоль оси  $x$ . Внутренняя структура ЖК-капель имеет цилиндрическую симметрию. Углы  $\varphi$  и  $\theta$  определяют отклонение директора  $\mathbf{d}$  капли относительно оси  $x$  соответственно в плоскостях  $xy$  и  $xz$ . Максимальные углы отклонения  $\varphi_m$  и  $\theta_m$  в плоскостях  $xy$  и  $xz$  образуют телесный угол  $\Omega$ , в котором распределены директоры капель. Схематическое распределение директоров капель в углах  $\varphi_m$  и  $\theta_m$  показано на рис. 1б. Пусть монослой освещен линейно поляризованной плоской волной с вол-

новым вектором  $\mathbf{k}_i$ , электрическим вектором  $\mathbf{E}_i$  и углом поляризации  $\alpha$ . Управляющее поле  $\mathbf{E}$  приложено вдоль оси  $z$ . Рассмотрим пропускание света КПЖК-монослоем при двух значениях угла поляризации падающего излучения,  $\alpha = 0$  и  $\alpha = \pi/2$ . Обозначим компоненты коэффициента когерентного пропускания  $T$  в первом случае как  $T_{\parallel}$  и во втором случае как  $T_{\perp}$ .

Коэффициент когерентного пропускания определяется отношением интенсивности света прошедшего монослой в направлении падающей волны к интенсивности падающего излучения. Рассматриваем капли, размер которых больше длины волны. В этом случае влияние многократного рассеяния пренебрежимо мало [27–33]. Используя приближение однократного рассеяния [6, 25, 27], запишем выражение для коэффициента когерентного пропускания  $T$  в виде

$$T = 1 - Q\eta + \frac{Q^2 L}{2} \eta^2, \quad (1)$$

где

$$Q = \frac{4\pi}{k^2 \langle \sigma \rangle} \operatorname{Re} \langle f_{vv}(0) \rangle, \quad (2)$$

$$\frac{Q^2 L}{2} = \frac{4\pi^2}{k^4 \langle \sigma \rangle^2} \left( |\langle f_{vv}(0) \rangle|^2 + |\langle f_{vh}(0) \rangle|^2 \right), \quad (3)$$

$Q$  — фактор эффективности ослабления,  $k = 2\pi/\lambda_p$ ,  $\lambda_p$  — длина волны падающего излучения в полимере,  $\langle \sigma \rangle$  — средняя площадь проекции ЖК-капель на плоскость монослоя,  $f_{vv}(0)$  и  $f_{vh}(0)$  —  $vv$ - и  $vh$ -компоненты векторной амплитудной функции рассеяния при нулевом угле рассеяния [6] соответственно в случаях, когда поляризация прошедшей волны совпадает с поляризацией падающей волны и когда перпендикулярна ей, угловые скобки означают статистическое усреднение по размеру ЖК-капель и ориентации их директоров,  $\eta$  — коэффициент перекрытия монослоя, определяемый отношением площади проекций всех капель на плоскость монослоя к площади, на которой они распределены,  $\eta = N\langle \sigma \rangle/A$ ,  $N$  — число ЖК-капель в монослое,  $A$  — площадь рассматриваемой области КПЖК-монослоя; явное выражение для параметра  $L$  приведено в [27].

Для определения компонент векторной амплитудной функции рассеяния мы использовали приближение аномальной дифракции [31] и приближение эффективных показателей преломления ЖК-капель [2]:

$$f_{vv}(0) = \frac{k^2 \sigma}{\pi} \times \{ K(iv_{de}) \cos^2(\alpha - \varphi) + K(iv_{do}) \sin^2(\alpha - \varphi) \}, \quad (4)$$

$$f_{vh}(0) = \frac{k^2 \sigma}{2\pi} \{ K(iv_{do}) - K(iv_{de}) \} \sin 2(\alpha - \varphi), \quad (5)$$

где  $\sigma = \pi c^2$ ,  $K$  — функция ван де Хюльста [31],

$$v_{de,do} = 2kc(n_{de,do}/n_p - 1), \quad (6)$$

$n_{do}$  и  $n_{de}$  — эффективные показатели преломления ЖК-капель соответственно для обыкновенной и необыкновенной волн [2],  $n_p$  — показатель преломления связующего полимера (полимерной матрицы).

При усреднении ЖК-капель по размеру и ориентации предполагается, что 1) конфигурация директора в капле не зависит от ее размера; 2) величина порогового поля не зависит от размера капли; 3) угловое распределение директоров капель является равномерным с плотностью вероятности, удовлетворяющей условиям

$$p(\mathbf{d}) = \begin{cases} 1/\Omega, & \mathbf{d} \in \Omega, \\ 0, & \mathbf{d} \notin \Omega, \end{cases} \quad (7)$$

$$\int_{4\pi} p(\mathbf{d}) d\Omega = 1, \quad (8)$$

4) имеет место гамма-распределение ЖК-капель по размеру:

$$p(c) = \frac{\mu^{\mu+1}}{\Gamma(\mu+1)} \frac{c^\mu}{c_m^{\mu+1}} \exp\left(-\frac{\mu c}{c_m}\right), \quad (9)$$

где  $\Gamma(x)$  — гамма-функция,  $\mu$  — параметр гамма-распределения,  $c_m$  — наиболее вероятное значение радиуса капли.

Тогда действительную и мнимую компоненты векторной амплитудной функции рассеяния можно записать в виде

$$\operatorname{Re} \langle f_{vv}(0) \rangle = \frac{k^2}{2} \{ \langle c^2 \operatorname{Re} K(iv_{de}) \rangle \times [1 + \cos(2\alpha) \operatorname{sinc}(2\varphi_m)] + \langle c^2 \operatorname{Re} K(iv_{do}) \rangle [1 - \cos(2\alpha) \operatorname{sinc}(2\varphi_m)] \}, \quad (10)$$

$$\operatorname{Im} \langle f_{vv}(0) \rangle = \frac{k^2}{2} \{ \langle c^2 \operatorname{Im} K(iv_{de}) \rangle \times [1 + \cos(2\alpha) \operatorname{sinc}(2\varphi_m)] + \langle c^2 \operatorname{Im} K(iv_{do}) \rangle [1 - \cos(2\alpha) \operatorname{sinc}(2\varphi_m)] \}, \quad (11)$$

$$\operatorname{Re} \langle f_{vh}(0) \rangle = \frac{k^2}{4} [ \langle c^2 \operatorname{Re} K(iv_{do}) \rangle - \langle c^2 \operatorname{Re} K(iv_{de}) \rangle ] \times \sin [2(\alpha - \varphi)] \operatorname{sinc}(2\varphi_m), \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{Im}\langle f_{vh}(0) \rangle &= \\ &= \frac{k^2}{4} [\langle c^2 \text{Im} K(iv_{do}) \rangle - \langle c^2 \text{Im} K(iv_{de}) \rangle] \times \\ &\quad \times \sin [2(\alpha - \varphi)] \text{sinc}(2\varphi_m). \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь  $\text{sinc} x = \sin x/x$ ,

$$\langle c^2 \text{Re} K(iv_{de,do}) \rangle = c_m^2 \frac{(\mu+2)(\mu+1)}{\mu^2} B_1, \quad (14)$$

$$\langle c^2 \text{Im} K(iv_{de,do}) \rangle = c_m^2 \frac{(\mu+2)(\mu+1)}{\mu^2} B_2, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{1}{2} + \frac{\mu+1}{(\mu+2)(v'_{de,do})^2} \times \\ &\times \left\{ 1 - \cos^{\mu+2} \left( \arctg \frac{v'_{de,do}}{\mu+1} \right) \sqrt{1+v'^2_{de,do} \frac{(\mu+2)^2}{(\mu+1)^2}} \times \right. \\ &\times \left. \cos \left[ (\mu+2) \arctg \frac{v'_{de,do}}{\mu+1} - \arctg \left( v'_{de,do} \frac{\mu+2}{\mu+1} \right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} B_2 &= \frac{\mu+1}{(\mu+2)(v'_{de,do})^2} \times \\ &\times \cos^{\mu+2} \left( \arctg \frac{v'_{de,do}}{\mu+1} \right) \sqrt{1+v'^2_{de,do} \frac{(\mu+2)^2}{(\mu+1)^2}} \times \\ &\times \sin \left[ (\mu+2) \arctg \frac{v'_{de,do}}{\mu+1} - \arctg \left( v'_{de,do} \frac{\mu+2}{\mu+1} \right) \right], \end{aligned} \quad (17)$$

$$\langle \sigma \rangle = \pi c_m^2 \frac{(\mu+2)(\mu+1)}{\mu^2}, \quad (18)$$

$$v'_{de,do} = 2k\langle c \rangle (n_{de,do}/n_p - 1), \quad (19)$$

$\langle c \rangle = c_m(\mu+1)/\mu$  — среднее значение радиуса капли.

Используя результаты работ [26, 34], выражения для эффективных показателей преломления  $n_{de}$  и  $n_{do}$  ЖК-капель с подвижными полюсами запишем в виде

$$n_{de} = n_{iso} + \frac{1}{3} \Delta n S_d (1 - 2S_{fz}), \quad (20)$$

$$n_{do} = n_{iso} - \frac{1}{3} \Delta n S_d. \quad (21)$$

Здесь  $n_{iso} = (2n_o + n_e)/3$ ,  $n_o$  и  $n_e$  — показатели преломления ЖК для обыкновенной и необыкновенной волн,  $\Delta n = n_e - n_o$  — оптическая анизотропия ЖК,  $S_d$  — параметр порядка ЖК-капли,  $S_{fz}$  —  $z$ -компонента диагонального тензора параметра порядка монослоя  $S_f$  [24],

$$\underline{\underline{S}}_f = \begin{pmatrix} S_{fx} & 0 & 0 \\ 0 & S_{fy} & 0 \\ 0 & 0 & S_{fz} \end{pmatrix}, \quad (22)$$

где

$$S_{fz} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \langle \cos(2\theta) \rangle, \quad (23)$$

$$\cos(2\theta) = \frac{E^2 - 1 + 2 \cos^2 \theta_0}{\sqrt{(E^2 - 1)^2 + 4E^2 \cos^2 \theta_0}}, \quad (24)$$

угол  $\theta$  задает ориентацию директоров каплей относительно оси  $z$ ,  $E$  — управляющее поле, нормированное на пороговое значение [2, 15];  $\theta_0$  — величина угла  $\theta$  в отсутствие управляющего поля ( $E = 0$ ), угловые скобки означают усреднение по ориентации директоров каплей.

Компоненты  $S_{fx}$  и  $S_{fy}$  параметра порядка монослоя в предположении их статистической независимости определяются через компоненту  $S_{fz}$  [8]:

$$S_{fz} = \frac{1}{2} [(1 - S_{fz})g - S_{fz}], \quad (25)$$

$$S_{fy} = \frac{1}{2} [(S_{fz} - 1)g - S_{fz}], \quad (26)$$

где

$$g = \langle \cos^2 \varphi \rangle - \langle \sin^2 \varphi \rangle. \quad (27)$$

При равномерном распределении директоров  $\mathbf{d}$  каплей в телесном угле  $\Omega$  (рис. 1б) запишем

$$g = \frac{\sin 2\varphi_m}{2\varphi_m}, \quad (28)$$

$$\langle \cos(2\theta) \rangle = \frac{1}{2 \sin \theta_m} \int_{\pi/2-\theta_m}^{\pi/2+\theta_m} \cos(2\theta) \sin \theta_0 d\theta_0. \quad (29)$$

После интегрирования получим

$$\langle \cos(2\theta) \rangle = a_1 + \frac{a_2 \ln a_3}{\sin \theta_m}, \quad (30)$$

где

$$a_1 = u/4E^2, \quad (31)$$

$$a_2 = \frac{3E^4 - 2E^2 - 1}{16E^3}, \quad (32)$$

$$a_3 = \left| \frac{u + 2E \sin \theta_m}{u - 2E \sin \theta_m} \right|, \quad (33)$$

$$u = \sqrt{(E^2 - 1)^2 + 4E^2 \sin^2 \theta_m}. \quad (34)$$

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА И ОБСУЖДЕНИЕ

#### 3.1. Прямая задача рассеяния

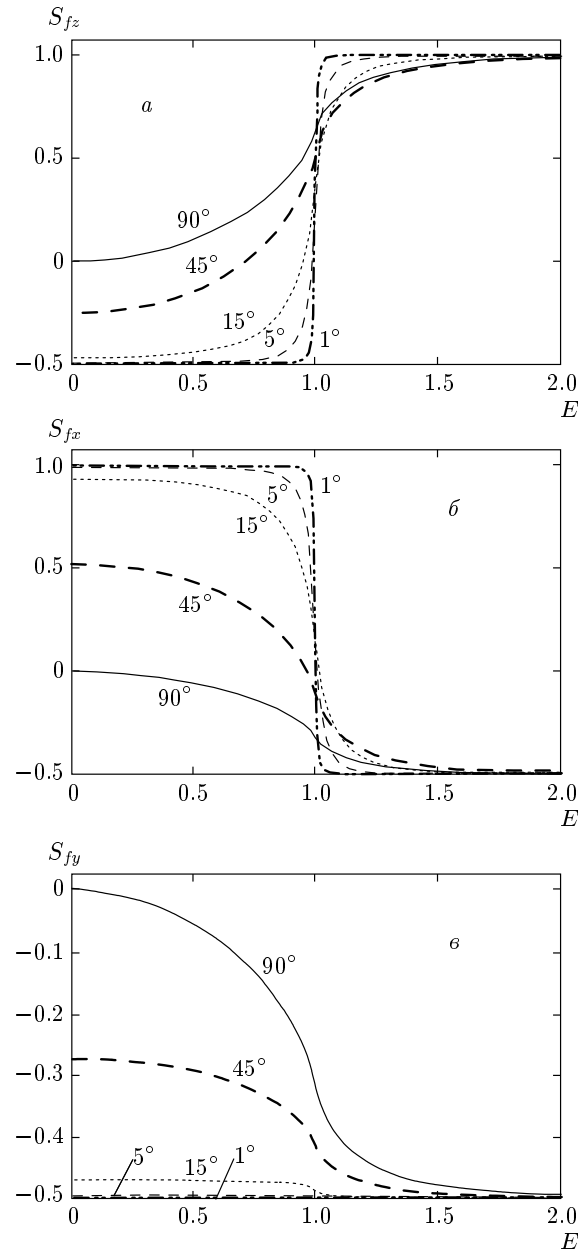
Рассмотрим результаты решения прямой задачи рассеяния для монослоя ЖК-капель. Построим модельные зависимости компонент тензора параметра

порядка и коэффициента когерентного пропускания пленки от нормированного управляющего поля  $E$ , соответственно используя приведенные выше формулы (23), (25), (26) и (1).

Предположим сначала, что параметр порядка  $S_d$  капли не зависит от  $E$  [1, 2] и имеет значение  $S_d = 0.7$ . Для расчетов мы использовали типичные параметры пленок [1] и значения  $n_e = 1.73$ ,  $n_o = 1.54$  для ЖК 5СВ. Варьируя параметры образца, проиллюстрируем их влияние на зависимости параметра порядка пленки и коэффициента когерентного пропускания от управляющего поля.

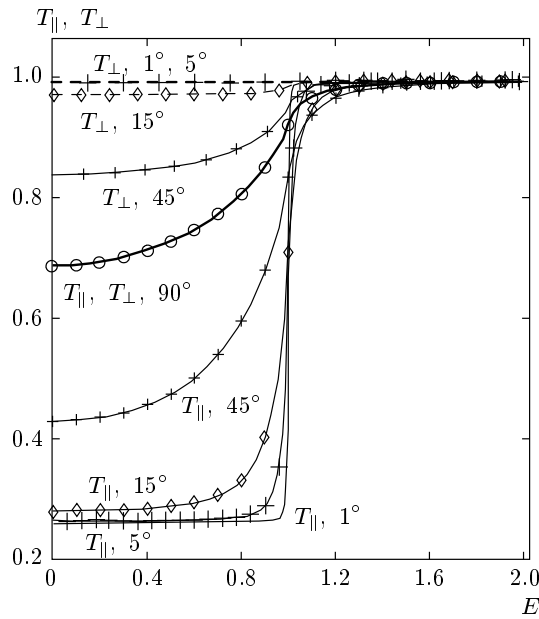
Как следует из формул (23), (24), (29)–(34), компонента  $S_{fz}(E)$  определяется только углом  $\theta_m$ . Поэтому рассмотрим зависимости компонент тензора параметра порядка пленки от управляющего поля при различных углах  $\varphi_m = \theta_m$ . На рис. 2 показаны компоненты  $S_{fz}(E)$ ,  $S_{fx}(E)$ ,  $S_{fy}(E)$  тензора параметра порядка пленки  $\underline{\underline{S}}_f$  при различных углах  $\varphi_m = \theta_m$ . Как видно из построенных зависимостей компонент тензора параметра порядка от управляющего поля, наиболее резкое изменение компонент параметра порядка пленки с изменением управляющего поля наблюдается, когда исходное (при  $E = 0$ ) отклонение директоров капель относительно оси  $x$  мало. При углах  $\varphi_m = \theta_m = 90^\circ$  в слое реализуется полностью случайное распределение директоров капель в отсутствие управляющего поля и все компоненты параметра порядка пленки равны нулю. С ростом приложенного вдоль оси  $z$  управляющего поля директоры капель все сильнее ориентируются вдоль него. Соответственно изменяются и компоненты параметра порядка пленки. При больших значениях поля они приближаются к предельным значениям:  $S_{fz} \rightarrow 1$ , а  $S_{fx}, S_{fy} \rightarrow -1/2$ . Поскольку компоненты  $S_{fx}$  и  $S_{fy}$  тензора параметра порядка пленки являются функциями  $S_{fz}$  (см. выражения (25), (26)), в дальнейшем будем рассматривать восстановление только компоненты  $S_{fz}(E)$ .

Результаты, показанные на рис. 3, демонстрируют модельные зависимости параллельной  $T_{\parallel}$  и перпендикулярной  $T_{\perp}$  компонент коэффициента когерентного пропускания  $T$  от управляющего поля при тех же значениях углов  $\varphi_m = \theta_m$ , что и на рис. 2. Видно, что в отсутствие управляющего поля наибольшие различия между параллельной и перпендикулярной компонентами коэффициента когерентного пропускания существуют при малых углах отклонения директоров капель от оси  $x$ , т. е. при большой степени упорядоченности ориентации капель. При увеличении углов отклонения директоров капель от выделенного направления (в данном случае



**Рис. 2.** Модельные зависимости  $S_{fz}$  (а),  $S_{fx}$  (б),  $S_{fy}$  (в) от управляющего поля, нормированного на пороговое значение, для разных углов  $\varphi_m = \theta_m$ , указанных около кривых, при  $\mu = 10$ ,  $\eta = 0.4$ ,  $n_p = 1.55$ ,  $\langle c \rangle = 1$  мкм

от оси  $x$ ) степень упорядоченности уменьшается, все компоненты параметра порядка пленки стремятся к нулю (при  $E = 0$ ), и различия между  $T_{\parallel}$  и  $T_{\perp}$  также уменьшаются. При  $\varphi_m = \theta_m = 90^\circ$  распределение директоров капель становится хаотическим и  $T_{\parallel}$  совпадает с  $T_{\perp}$ . С приложением управляющего поля директоры капель ориентируются вдоль него. При



**Рис. 3.** Модельные зависимости  $T_{\parallel}(E)$  и  $T_{\perp}(E)$  для разных значений  $\varphi_m = \theta_m$ , указанных около кривых, при  $S_d = 0.7$ ,  $\mu = 10$ ,  $\eta = 0.4$ ,  $n_p = 1.55$ ,  $\langle c \rangle = 1$  мкм

этом как  $T_{\parallel}$ , так и  $T_{\perp}$  монотонно увеличиваются и приближаются к своему максимальному значению. Тенденция к увеличению компоненты  $S_{fz}$  (в отличие от  $S_{fx}$  и  $S_{fy}$ , которые уменьшаются) параметра порядка пленки с увеличением управляющего поля вдоль оси  $z$  связано с тем, что директоры капель под действием этого поля переориентируются вдоль него независимо от начального состояния ориентации в отсутствие поля. Увеличение параллельной  $T_{\parallel}$  и перпендикулярной  $T_{\perp}$  компонент коэффициента когерентного пропускания пленки с увеличением управляющего поля связано с тем, что разности между эффективными необыкновенным  $n_{de}$ , обыкновенным  $n_{do}$  показателями преломления ЖК-капель и показателем преломления  $n_p$  полимера уменьшаются, что приводит к уменьшению рассеяния как параллельной, так и перпендикулярной компонент падающего света. При больших значениях управляющего поля директоры капель и оптическая ось пленки полностью ориентируются вдоль направления падающего излучения (оси  $z$ ), поэтому  $T_{\parallel}$  и  $T_{\perp}$  совпадают (рис. 3).

Выше были рассмотрены монотонные зависимости компонент коэффициента когерентного пропускания от управляющего поля. Отметим, что они реализуется не всегда [27, 34]. Как будет показано ниже, при некоторых размерах ЖК-капель зависимость

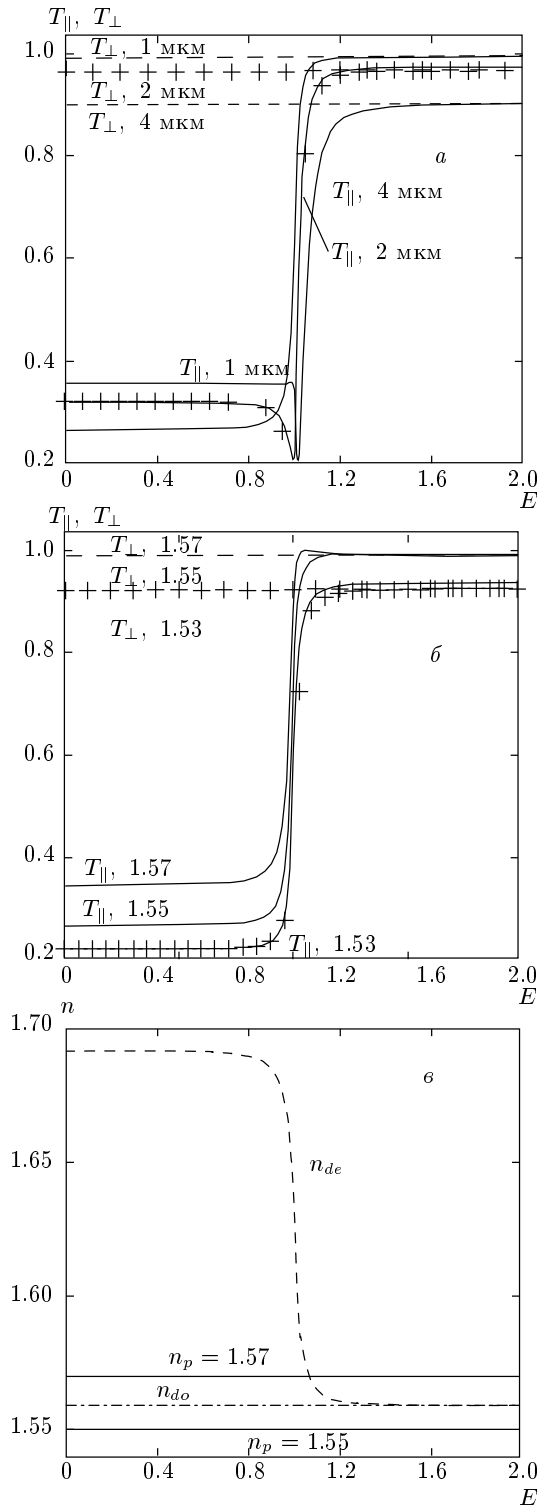
$T_{\parallel}(E)$  может быть немонотонной.

Проанализируем чувствительность зависимостей параллельной  $T_{\parallel}(E)$  и перпендикулярной  $T_{\perp}(E)$  компонент коэффициента когерентного пропускания к изменению значений среднего радиуса  $\langle c \rangle$  ЖК-капель, коэффициента перекрытия монослоя  $\eta$ , параметра гамма-распределения  $\mu$  и показателя преломления  $n_p$  связующего полимера. Пусть параметр порядка  $S_d$  капель не зависит от  $E$  и равен 0.7, максимальные углы отклонения директоров капель в плоскостях  $xy$  и  $xz$  равны  $\varphi_m = \theta_m = 5^\circ$ .

Модельные зависимости  $T_{\parallel}(E)$ ,  $T_{\perp}(E)$  при различных параметрах  $\langle c \rangle$  и  $n_p$  соответственно иллюстрируют рис. 4а, 4б. Как видно из данных, представленных на рис. 4а, при малых размерах ЖК-капель реализуется монотонная зависимость  $T_{\parallel}$  от приложенного управляющего поля  $E$ . С ростом размеров капель она становится немонотонной. Эту особенность необходимо учитывать при восстановлении параметров порядка по значениям  $T_{\parallel}$  и  $T_{\perp}$ , так как она сильно увеличивает требования к шагу и точности восстановления.

Анализ модельных зависимостей  $T_{\parallel}(E)$  и  $T_{\perp}(E)$  для разных  $\eta$ ,  $\mu$  показывает, что изменение этих параметров приводит к количественному изменению зависимостей компонент когерентного пропускания от приложенного поля. Качественная зависимость практически не изменяется.

Из рис. 4б видно, что показатель преломления полимера  $n_p$  может сильно влиять на зависимость  $T_{\parallel}(E)$ , которая изменяется не только количественно, но и качественно. Например, при значении  $n_p = 1.57$  (и других параметрах, указанных в подписи к рисунку) на зависимости  $T_{\parallel}(E)$  реализуется максимум пропускания. Он имеет место, когда показатель преломления капли для необыкновенной волны равен показателю преломления полимера (рис. 4в). При этом рассеяние параллельной компоненты падающего излучения становится минимальным, и большая часть света проходит в направлении его падения на пленку. Поэтому на графике мы видим максимум пропускания. На рис. 4в приведена зависимость показателя преломления  $n_{de}$  капли для необыкновенной волны от управляющего поля при тех же параметрах образца, при которых была построена зависимость  $T_{\parallel}(E)$ , показанная на рис. 4б. Для удобства сопоставления с данными рис. 4б на рис. 4в линиями, параллельными оси  $x$ , показаны значения  $n_{do}$  и  $n_p$ .



**Рис. 4.** Модельные зависимости  $T_{\parallel}(E)$  и  $T_{\perp}(E)$  для разных значений  $\langle c \rangle$  (а,  $n_p = 1.55$ ) и  $n_p$  (б,  $\langle c \rangle = 1$  мкм), указанных у кривых, при  $S_d = 0.7$ ,  $\varphi_m = \theta_m = 5^\circ$ ,  $\mu = 10$ ,  $\eta = 0.4$ , а также  $n_{de}(E)$  и  $n_{do}(E)$  — в; при  $n_{de} = n_p$  наблюдается максимум пропускания  $T_{\parallel}$

### 3.2. Обратная задача рассеяния

Разрабатываемый нами метод восстановления параметров порядка [25, 35] заключается в решении обратной задачи путем поиска таких их значений из диапазона возможных, которые удовлетворяют соответствию теоретических (рассчитанных) и экспериментальных данных с наперед заданной погрешностью. При этом, очевидно, задаваемая погрешность должна определяться исходя из точности модели, используемой для решения прямой задачи, и точности получения экспериментальных данных. Имея экспериментальные зависимости компонент коэффициента когерентного пропускания пленки от управляющего поля и сравнивая их с результатами решения прямой задачи рассеяния, можно восстановить параметры порядка пленки.

Рассмотрим восстановление параметра порядка  $S_d$  капель и компоненты  $S_{fz}$  параметра порядка пленки по зависимостям параллельной  $T_{\parallel}$  и перпендикулярной  $T_{\perp}$  компонент коэффициента когерентного пропускания от управляющего электрического поля  $E$  и проанализируем чувствительность восстановления к погрешности задания исходных данных. В качестве «экспериментальных» будем использовать модельные зависимости  $T_{\parallel}(E)$  и  $T_{\perp}(E)$ , полученные нами выше при рассмотрении прямой задачи рассеяния. Обозначим их соответственно  $T_{\parallel}^{md}(E)$  и  $T_{\perp}^{md}(E)$ . Зависимости параметра порядка  $S_d(E)$  капель и компоненты  $S_{fz}(E)$  параметра порядка пленки, при которых были получены  $T_{\parallel}^{md}(E)$  и  $T_{\perp}^{md}(E)$ , обозначим соответственно  $S_d^{md}(E)$  и  $S_{fz}^{md}(E)$ . Восстанавливаемые зависимости параллельной и перпендикулярной компонент коэффициента когерентного пропускания от управляющего электрического поля обозначим соответственно  $T_{\parallel}^{ret}(E)$  и  $T_{\perp}^{ret}(E)$ . Восстанавливаемые зависимости  $S_d(E)$  и  $S_{fz}(E)$  обозначим как  $S_d^{ret}(E)$  и  $S_{fz}^{ret}(E)$ .

Будем восстанавливать зависимости  $T_{\parallel}^{ret}(E)$ ,  $T_{\perp}^{ret}(E)$ ,  $S_d^{ret}(E)$  и  $S_{fz}^{ret}(E)$ , решая систему уравнений для каждой пары значений параллельной  $T_{i\parallel}^{md}(E_i)$  и перпендикулярной  $T_{i\perp}^{md}(E_i)$  компонент коэффициента когерентного пропускания:

$$\begin{aligned}
 T_{i\parallel}^{ret}(E = E_i, \alpha = 0, \varepsilon \leq \varepsilon_t, S_d^{ret}, S_{fz}^{ret}) &= \\
 &= T_{i\parallel}^{md}(E_i), \\
 T_{i\perp}^{ret}(E = E_i, \alpha = \pi/2, \varepsilon \leq \varepsilon_t, S_d^{ret}, S_{fz}^{ret}) &= \\
 &= T_{i\perp}^{md}(E_i).
 \end{aligned}
 \tag{35}$$

Здесь индекс « $i$ » обозначает  $i$ -е модельные значения

$E_i$ ,  $T_{i\parallel}^{md}(E_i)$ ,  $T_{i\perp}^{md}(E_i)$  и  $i$ -е восстановленные значения  $T_{i\parallel}^{ret}(E_i)$  и  $T_{i\perp}^{ret}(E_i)$ ,

$$\varepsilon = |T^{md} - T^{ret}|/T^{md} \quad (36)$$

— относительная погрешность восстановления компонент коэффициента когерентного пропускания,  $\varepsilon_t$  — заданная погрешность восстановления. Путем подбора  $S_d^{ret}$  и  $S_{fz}^{ret}$  из диапазона возможных значений для каждого  $i$ -го значения модельных величин  $E_i$ ,  $T_{i\parallel}^{md}(E_i)$ ,  $T_{i\perp}^{md}(E_i)$  и решением системы уравнений (35) добиваемся, чтобы относительная погрешность восстановления (36) была меньше заданного значения  $\varepsilon_t$ . В общем случае параметры порядка могут принимать значения  $[-1/2, \dots, 1]$ . Если известна какая-либо априорная информация об изменении конфигурации директоров капель и пленки под действием управляющего поля, то диапазон поиска значений  $S_d^{ret}$  и  $S_{fz}^{ret}$ , удовлетворяющих решению системы уравнений (35), можно существенно сократить. Например, в нашем случае известно, что  $S_{fz}$  является монотонной неубывающей функцией управляющего поля, а минимальное значение  $S_d$  равно 0.7. Поэтому при восстановлении параметров порядка учитываем, что

$$S_{fz,i}^{ret}(E_i) \leq S_{fz,i+1}^{ret}(E_{i+1})$$

и

$$0.7 \leq S_{d,i}^{ret}(E_i) \leq 1.$$

Кроме того, считаем, что  $S_d(E)$  и  $S_{fz}(E)$  — неразрывные функции управляющего поля. Величины  $T_{i\parallel}^{ret}(E_i)$ ,  $T_{i\perp}^{ret}(E_i)$ ,  $S_d^{ret}$  и  $S_{fz}^{ret}$  считаем восстановленными для данного  $E_i$ , если  $T_{i\parallel}^{ret}(E_i) = T_{i\parallel}^{md}(E_i)$  и  $T_{i\perp}^{ret}(E_i) = T_{i\perp}^{md}(E_i)$  с погрешностью  $\varepsilon \leq \varepsilon_t$ . При этом считаем, что  $S_{d,i}^{ret}(E_i) = S_d^{ret}$  и  $S_{fz,i}^{ret}(E_i) = S_{fz}^{ret}$ , где  $S_{d,i}^{ret}(E_i)$  и  $S_{fz,i}^{ret}(E_i)$  — соответственно восстановленные параметр порядка  $S_d^{ret}$  капли и компонента  $S_{fz}^{ret}$  параметра порядка пленки для данного значения управляющего поля  $E_i$ . Решая описанным выше способом систему уравнений (35) для всех модельных (экспериментальных) значений  $E_i$ ,  $T_{i\parallel}^{md}(E_i)$ ,  $T_{i\perp}^{md}(E_i)$ , восстанавливаем зависимости  $T_{i\parallel}^{ret}(E)$ ,  $T_{i\perp}^{ret}(E)$ ,  $S_d^{ret}(E)$  и  $S_{fz}^{ret}(E)$ . Поскольку при восстановлении практически всегда существует интервал значений  $S_{d,i}^{ret}$  и  $S_{fz,i}^{ret}$  для каждого  $E_i$ , при котором существует решение системы уравнений (35), это необходимо учитывать при восстановлении. Интервал возможных значений восстановленного параметра порядка исследован нами ранее [35]. В данной работе на рисунках мы приводим «нижнюю» границу интервала возможных значений восстановленных параметров порядка.

КПЖК-пленки создаются методами фазового разделения [1, 2, 36, 37]. При этом часто трудно определить точные значения показателя преломления  $n_p$  связующего полимера, так как часть ЖК растворяется в полимерной матрице, и других параметров пленки [1, 35]. Поэтому важно иметь способ, позволяющий оценить влияние чувствительности предложенного метода восстановления к отклонению параметров образца, задаваемых при решении обратной задачи рассеяния, от экспериментальных на точность восстанавливаемых величин, в частности параметров порядка. Так как для получения экспериментальных значений коэффициентов когерентного пропускания в рамках данной работы мы используем результаты решения прямой задачи, все точные значения «экспериментальных» параметров образца считаем известными («истинными»). Это дает возможность оценить влияние погрешности задания различных параметров образца при решении обратной задачи на точность восстановления параметров порядка.

### 3.3. Результаты восстановления: монотонная зависимость коэффициента когерентного пропускания от управляющего поля

Рассмотрим восстановление зависимостей  $S_d(E)$  и  $S_{fz}(E)$  при известных параметрах образца и при отклонении этих параметров от исходных. Проследим, как сильно влияют эти отклонения на точность восстановления коэффициентов пропускания  $T_{\parallel}(E)$ ,  $T_{\perp}(E)$ , параметра порядка капли  $S_d(E)$  и компоненты  $S_{fz}(E)$  параметра порядка пленки. Чувствительность восстановленных значений к погрешности задания различных параметров образца разная. Так как восстановление параметров порядка происходит путем сопоставления результатов решения прямой задачи со значениями  $T_{\parallel}(E)$  и  $T_{\perp}(E)$ , полученными при моделировании, на восстановление зависимостей  $S_{fz}(E)$  и  $S_d(E)$  существенно влияет задаваемая погрешность восстановления  $\varepsilon_i$  компонент коэффициента когерентного пропускания. Чем меньше эта погрешность, тем с меньшим отклонением от модельных зависимостей и, соответственно, с большей точностью будет происходить восстановление. Отметим, что здесь мы рассматриваем восстановление как  $S_{fz}(E)$ , так и  $S_d(E)$ , хотя в решении прямой задачи для упрощения изложения мы предполагаем, что  $S_d$  не зависит от  $E$ , т. е. является постоянной величиной. Точность восстановления  $S_{fz}(E)$  и  $S_d(E)$  при решении обратной задачи с известными параметрами образца позволит судить о правильности



предложенной методики восстановления. Как видно из рис. 5, наилучшее восстановление зависимостей  $S_{fz}(E)$  и  $S_d(E)$  имеет место, когда выбранное значение  $n_p$  соответствует «истинному».

В реальном эксперименте, как было сказано выше, важно и часто трудно определить точное значение показателя преломления матрицы, состоящей из смеси молекул ЖК и полимера, образующейся при изготовлении пленки. Поэтому рассмотрим влияние погрешности задания (при решении обратной задачи)  $n_p$  на точность восстановления. На рис. 5 показаны модельные и восстановленные зависимости  $S_{fz}(E)$  и  $S_d(E)$  при разных значениях показателя преломления полимера  $n_p$ . Видно, что небольшое отклонение задаваемого при решении обратной задачи показателя преломления полимера от истинного приводит к значительной погрешности восстановления зависимостей  $S_{fz}(E)$  и  $S_d(E)$ . Значения  $n_p$  на рис. 5 показывают примерный интервал задаваемых значений  $n_p \in [1.531, 1.560]$ , при котором восстановление компонент коэффициента когерентного пропускания при параметрах, указанных в подписи к рис. 5, возможно с относительной погрешностью  $\varepsilon_t = 0.01$ . Вне этого интервала, т. е. при  $n_p < 1.531$  или  $n_p > 1.560$ , восстановление параметров порядка и компонент коэффициента когерентного пропускания во всем диапазоне изменения управляющего поля при  $\varepsilon_t \leq 0.01$  невозможно. Это позволяет определить интервал значений  $n_p$ , в котором находится его истинное значение. Чем с меньшей заданной погрешностью восстановления  $\varepsilon_t$  удастся решить обратную задачу, тем более узким окажется этот интервал и тем ближе к истинному окажется найденное значение показателя преломления полимера. На практике точность нахождения показателя преломления полимера с помощью предложенного метода будет ограничиваться погрешностью измерений. Таким образом, разрабатываемый метод восстановления параметров порядка может быть использован также для оценки величины показателя преломления  $n_p$  связующего полимера, что очень важно для создания композитных ЖК-модуляторов, основанных на управляемом светорассеянии.

На рис. 6 показаны модельные и восстановленные компоненты коэффициента когерентного пропускания при тех же параметрах пленки, что и на рис. 5. Как и следовало ожидать, наилучшее восстановление зависимостей  $T_{\parallel}(E)$  и  $T_{\perp}(E)$  реализуется при «истинном» значении параметра  $n_p$ . Восстановленные зависимости  $T_{\parallel}(E)$  и  $T_{\perp}(E)$  отличаются от модельных на величину не более 1 % при отклонении  $n_p$  от модельного не более 2 %.

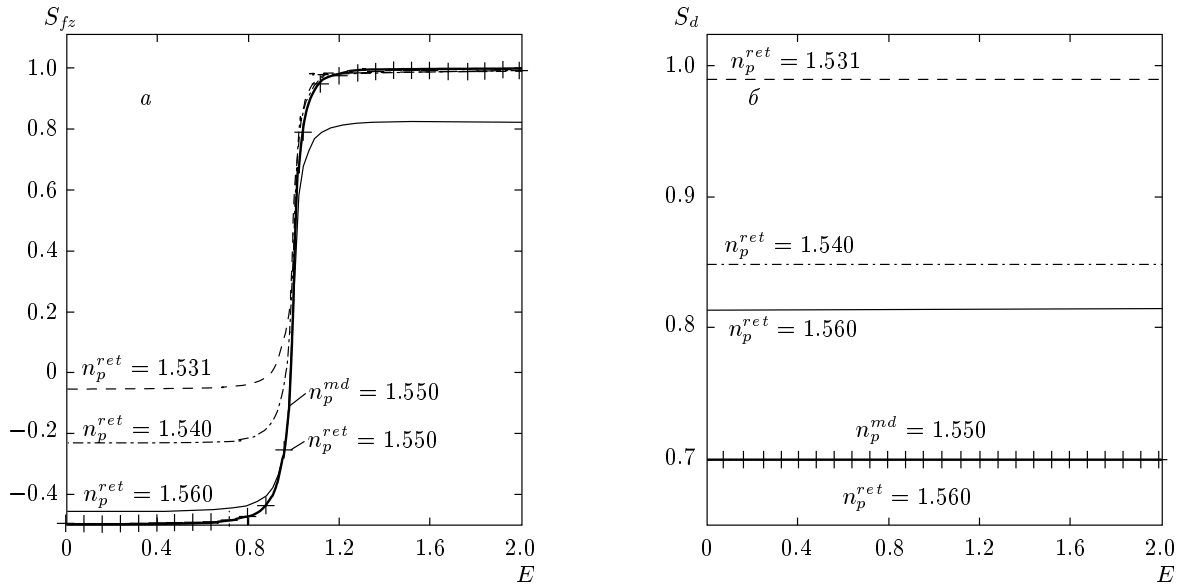
Так как в реальном эксперименте значения параметров  $\langle c \rangle$ ,  $\eta$ ,  $\varphi_m$ ,  $\theta_m$  и  $\mu$  так же, как и значение  $n_p$ , известны с некоторой погрешностью, мы рассмотрели и проанализировали влияние их отклонений от модельных на точность восстановления  $S_{fz}$  и  $S_d$ . Наилучшее восстановление зависимостей  $S_{fz}(E)$  и  $S_d(E)$  имеет место, когда заданные значения  $\langle c \rangle$ ,  $\eta$ ,  $\varphi_m$ ,  $\theta_m$  и  $\mu$  соответствуют их «истинным» значениям. Полученные результаты показывают, что восстановление параметров порядка и компонент коэффициента когерентного пропускания возможно, если отклонения значений этих параметров от «истинных» находятся в некотором интервале. Поэтому предложенный метод восстановления может быть использован для оценки возможных значений этих параметров аналогично тому, как это было описано выше для оценки величины  $n_p$ .

Обратим внимание на то, что рассмотренные в данном разделе зависимости относятся к пленкам, в которых реализуется монотонное изменение коэффициента когерентного пропускания с ростом управляющего поля, а параметр порядка  $S_d$  не зависит от приложенного поля.

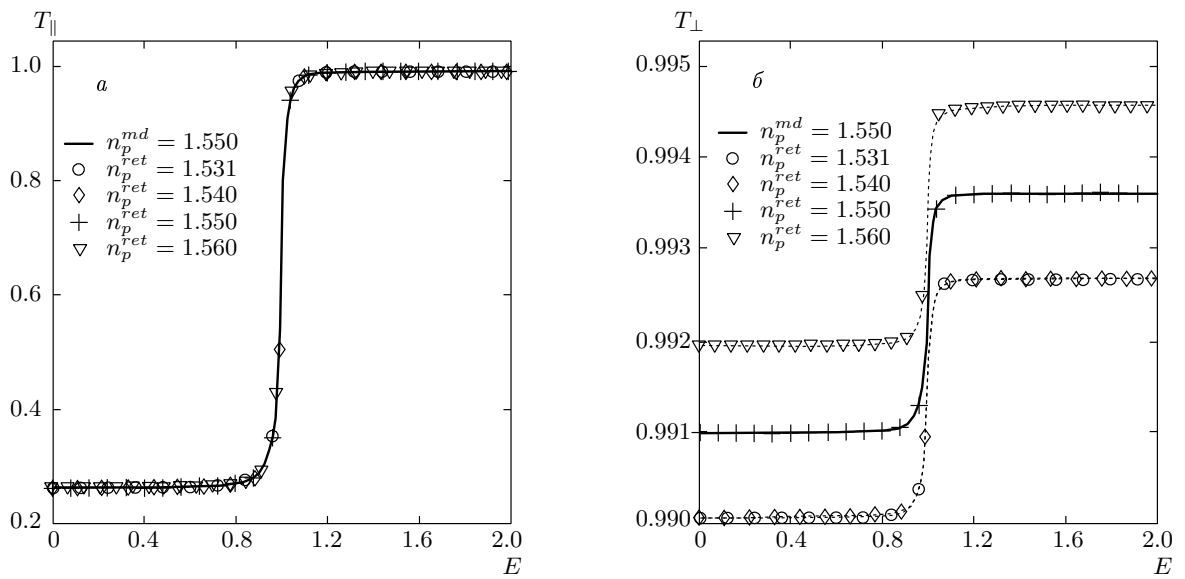
#### 3.4. Результаты восстановления: немонотонная зависимость коэффициента когерентного пропускания от управляющего поля и зависимость параметра порядка капли от управляющего поля

Предложенный метод восстановления параметров порядка применим также в случае более сложных (немонотонных) зависимостей коэффициента когерентного пропускания от управляющего поля [25]. Такие зависимости представлены на рис. 4а для пленок со средним радиусом капель 2 и 4 мкм. Кроме того, до сих пор мы рассматривали зависимости пропускания от управляющего поля в предположении, что параметр порядка  $S_d$  капель не зависит от управляющего поля. Предлагаемый нами метод позволяет восстанавливать параметры порядка не только при постоянном, но и при изменяющемся с приложенным управляющим полем параметром порядка  $S_d$  капли.

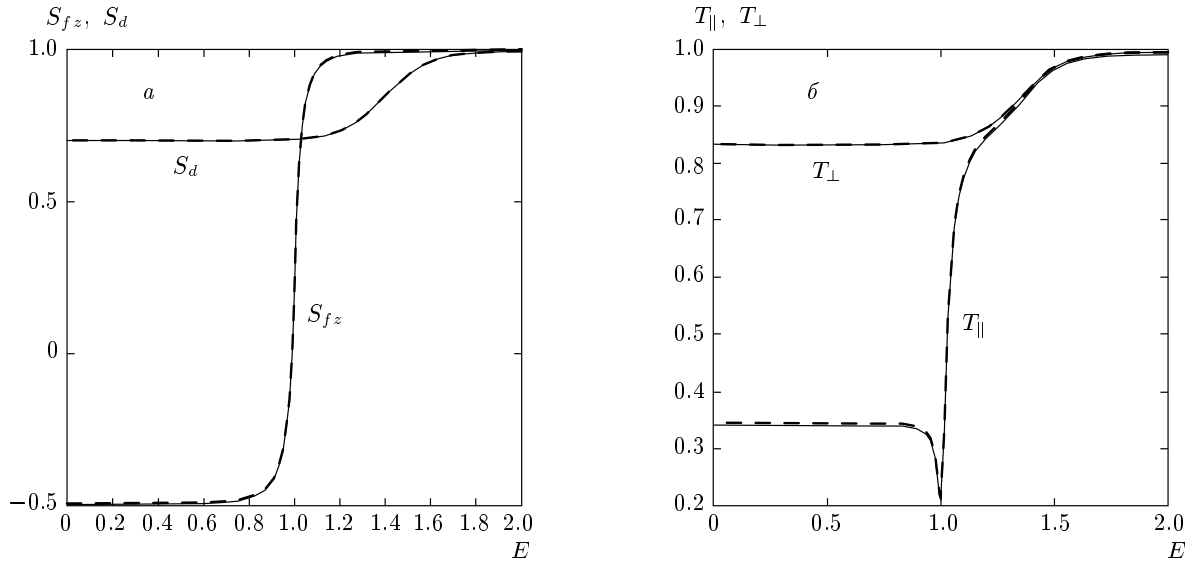
Продемонстрируем восстановление компонент коэффициента когерентного пропускания и параметров порядка при немонотонной зависимости  $T_{\parallel}(E)$  и параметре порядка капель, зависящем от управляющего поля. Для моделирования зависимости  $S_d(E)$  сделаем следующие предположения: 1)  $S_d(E)$  начинает существенно изменяться только после того, как директоры капель уже в основном



**Рис. 5.** Модельные и восстановленные зависимости  $S_{fz}$  (а) и  $S_d$  (б) от приведенного управляющего поля для разных значений  $n_p$ , указанных около кривых, при  $\mu = 10$ ,  $\varphi_m = \theta_m = 5^\circ$ ,  $\eta = 0.4$ ,  $\langle c \rangle = 1$  мкм,  $\varepsilon_t = 0.01$ . Модельные зависимости  $S_{fz}^{md}(E)$  и  $S_d^{md}(E)$  показаны сплошными линиями,  $n_p^{md} = 1.550$  — значение  $n_p$  при моделировании,  $n_p^{ret}$  — значения  $n_p$ , задаваемые при восстановлении



**Рис. 6.** Модельные и восстановленные зависимости  $T_{\parallel}$  (а) и  $T_{\perp}$  (б) от приведенного управляющего поля для разных значений  $n_p$  при  $\mu = 10$ ,  $\varphi_m = \theta_m = 5^\circ$ ,  $\eta = 0.4$ ,  $\langle c \rangle = 1$  мкм,  $\varepsilon_t = 0.01$ . Модельные зависимости  $T_{\parallel}^{md}(E)$  и  $T_{\perp}^{md}(E)$  показаны сплошными линиями,  $n_p^{md} = 1.550$  — значение  $n_p$ , заданное при моделировании,  $n_p^{ret}$  — значения  $n_p$ , задаваемые при восстановлении



**Рис. 7.** Модельные (сплошные кривые) и восстановленные (штриховые кривые) зависимости: *a* —  $S_{fz}(E)$ ,  $S_d(E)$ ; *б* —  $T_{\parallel}(E)$ ,  $T_{\perp}(E)$ . Использованы следующие параметры:  $\langle c \rangle = 2$  мкм,  $\varphi_m = \theta_m = 5^\circ$ ,  $n_p = 1.55$ ,  $\eta = 0.4$ ,  $\mu = 10$ ,  $S_d^{min} = 0.7$ ,  $\varepsilon_t = 0.01$ ,  $k_1 = 5$ ,  $k_2 = 6.8$ ,  $k_3 = 2$

сориентировались вдоль линий управляющего поля; 2) при больших значениях управляющего поля параметры порядка  $S_d(E)$  и  $S_{fz}(E)$  стремятся к единице. Этим предположениям удовлетворяет, в частности, эмпирически полученная нами формула

$$S_d^{md}(E) = S_d^{min} + \frac{1}{k_2} + \frac{\text{th}[(E - 1)k_1 - k_3]}{k_2}, \quad (37)$$

где  $S_d^{min}$  — минимальное значение параметра порядка капли,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  — калибровочные коэффициенты.

Для иллюстрации применимости метода на рис. 7а показаны модельные и восстановленные зависимости  $S_{fz}(E)$  и  $S_d(E)$ , а на рис. 7б — зависимости  $T_{\parallel}(E)$  и  $T_{\perp}(E)$ , построенные при  $\langle c \rangle = 2$  мкм,  $\varphi_m = \theta_m = 5^\circ$ ,  $n_p = 1.55$ ,  $\eta = 0.4$ ,  $\mu = 10$ ,  $S_d^{min} = 0.7$ ,  $\varepsilon_t = 1\%$ ,  $k_1 = 5$ ,  $k_2 = 6.8$ ,  $k_3 = 2$ . Коэффициенты  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  выбирались так, чтобы выполнялись условия 1 и 2. Хорошее соответствие восстановленных зависимостей параметров порядка и компонент коэффициента когерентного пропускания модельным показывает, что предложенный метод позволяет решать задачи восстановления не только при постоянном параметре порядка капли, но и при его зависимости от напряжения (рис. 7).

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Развит метод восстановления параметра порядка для монослоя сферических ЖК-капель с подвижными полюсами. Он основан на измерениях компонент коэффициента когерентного пропускания КПЖК-пленки и сравнении их с результатами решения прямой задачи.

Проведено численное моделирование зависимостей параметров порядка и компонент коэффициента когерентного пропускания от управляющего поля. Эти данные были использованы при восстановлении параметров порядка. Изучено влияние погрешности задания параметров пленки на точность восстановления параметров порядка.

Рассмотрено решение обратной задачи для пленок с монотонной и немонотонной зависимостями коэффициента когерентного пропускания от управляющего поля.

Показана применимость метода при восстановлении параметра порядка капель, когда конфигурация директора капли не зависит от управляющего поля, и когда конфигурация директора капли зависит от него.

Метод может быть использован для нахождения показателя преломления полимерной матрицы, который зависит от количества растворенного в ней после процесса полимеризации жидкого кристалла, а также других параметров пленки из измерений

коэффициентов когерентного пропускания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда фундаментальных исследований Беларуси (грант № hd946-F07M-010) и Государственной программы «Фотоника».

## ЛИТЕРАТУРА

1. P. S. Drzaic, *Liquid Crystal Dispersions*, World Sci., New York (1995).
2. F. Simoni, *Nonlinear Properties of Liquid Crystals and Polymer Dispersed Liquid Crystals*, World Sci., Singapore (1997).
3. Г. М. Жаркова, А. С. Сонин, *Жидкокристаллические композиты*, Наука, Новосибирск (1994).
4. S. Zumer, *Phys. Rev.* **37**, 4006 (1988).
5. S. Zumer and J. W. Doane, *Phys. Rev. A* **34**, 3373 (1986).
6. V. A. Loiko and A. V. Konkolovich, *J. Phys. D* **33**, 2201 (2000).
7. V. A. Loiko, A. V. Konkolovich, D. E. Lucchetta, and F. Simoni, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **412**, 147 (2004).
8. В. А. Лойко, А. В. Конколович, *ЖЭТФ* **126**, 385 (2004).
9. J. Ding and Y. Yang, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **238**, 47 (1994).
10. V. I. Molochko, O. A. Gritsai, and V. A. Loiko, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **375**, 501 (2002).
11. V. Yu. Reshetnyak, T. J. Slutskiy, and S. J. Cox, *J. Phys. D* **30**, 3253 (1997).
12. V. A. Loiko and V. I. Molochko, *Liq. Cryst.* **25**, 603 (1998).
13. V. A. Loiko and V. V. Berdnik, *Liq. Cryst.* **29**, 921 (2002).
14. J. R. Kelly and P. Palffy-Muhoray, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **243**, 11 (1994).
15. R. Kelly, W. Wu, and P. Palffy-Muhoray, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **223**, 251 (1992).
16. Г. Е. Воловик, О. Д. Лаврентович, *ЖЭТФ* **85**, 1997 (1983).
17. А. В. Ковальчук, М. В. Курик, О. Д. Лаврентович, *ЖЭТФ* **94**, 350 (1988).
18. O. O. Prishchera, A. V. Shabanov, and V. Ya. Zyryanov, *Phys. Rev. E* **72**, 031712 (2005).
19. В. Я. Зырянов, В. В. Пресняков, В. Ф. Шабанов, Письма в *ЖТФ* **22** (14), 22 (1996).
20. C. Chicoli, Y. Lansac, P. Pasini et al., *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **372**, 157 (2001).
21. E. Berggren, C. Zannoni, C. Chiccoli et al., *Phys. Rev. E* **49**, 614 (1994).
22. А. Г. Калугин, А. Н. Голубятников, Труды матем. инст. им. В. А. Стеклова **223**, 171 (1998).
23. O. Francescangeli, V. Stanic, L. Luccherti et al., *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **412**, 59 (2004).
24. Л. М. Блинов, *Электро- и магнитооптика жидких кристаллов*, Наука, Москва (1978).
25. V. A. Loiko, A. V. Konkolovich, and A. A. Miskevich, *Phys. Rev. E* **74**, 031704 (2006).
26. F. Basile, F. Bloisi, L. Vicari, and F. Simoni, *Phys. Rev. E* **48**, 432 (1993).
27. А. П. Иванов, В. А. Лойко, В. П. Дик, *Распространение света в плотноупакованных дисперсных средах*, Наука и техника, Минск (1988).
28. V. A. Loiko and A. A. Miskevich, *Appl. Opt.* **44**, 3759 (2005).
29. V. A. Loiko and V. I. Molochko, *Part. Part. Syst. Charact.* **13**, 227 (1996).
30. K. M. Hong, *J. Opt. Soc. Amer.* **70**, 821 (1980).
31. H. C. van de Hulst, *Light Scattering by Small Particles*, Dover Publ., New York (1981).
32. C. F. Bohren and D. R. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*, Wiley & Sons, New York (1998).
33. V. A. Babenko, L. G. Astafyeva, and V. N. Kuzmin, *Electromagnetic Scattering in Disperse Media*, Springer, Berlin (2003).
34. A. V. Konkolovich, V. A. Loiko, V. Ya. Zyryanov et al., in *Proc. of the 10<sup>th</sup> Int. Symp. Advanced Display Technologies*, Minsk, September 18–21 (2001), p. 58.
35. В. А. Лойко, А. В. Конколович, А. А. Мискевич, *Опт. и спектр.* **101**, 683 (2006).
36. A. Khan, I. Shiyonovskaya, T. Schneider et al., *J. SID* **15**, 9 (2007).
37. A. D. Kiselev, O. V. Yaroshchuk, and L. Dolgov, *J. Phys.: Condens. Matter* **16**, 7183 (2004).