

# ЛАЗЕРНОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ КВАЗИСВОБОДНЫХ АТОМОВ В НЕДИССИПАТИВНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ РЕШЕТКЕ

*Н. А. Матвеева, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин\**

*Новосибирский государственный университет  
630090, Новосибирск, Россия*

*Институт лазерной физики Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 28 декабря 2006 г.

Квазиклассическая теория лазерного охлаждения применяется для анализа охлаждения несвязанных атомов с моментами основного и возбужденного состояния, равными  $1/2$ , в одномерной недиссипативной оптической решетке. Показано, что в приближении малого насыщения перехода полем накачки интерпретация механизмов охлаждения может быть проведена в рамках рассмотрения эффективной двухуровневой системы подуровней основного состояния. Выяснено, что в пределе слабых рамановских переходов механизм охлаждения несвязанных атомов подобен известному в теории двухуровневого атома доплеровскому механизму, а в пределе сильных — сизифовскому. В приближении медленных атомов найдены аналитические выражения для коэффициентов трения, вынужденной и спонтанной диффузии и дана оценка кинетической температуры.

PACS: 32.80.Bx, 32.80.Pj, 42.50.Vk

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Лазерное охлаждение атомов необходимо в различных задачах фундаментального и прикладного характера, таких как спектроскопия сверхвысокого разрешения [1], атомные стандарты частоты [2–4], конденсация Бозе–Эйнштейна [5], атомная нанолитография [6, 7] и др. Наибольшее развитие в последние 20 лет получили методы охлаждения атомов в магнитооптической ловушке и оптической палочке, дающие температуру ансамбля атомов порядка мК. Однако для некоторых приложений требуются еще более низкие температуры. В частности, более глубокое поперечное охлаждение атомов позволило бы достичь большей точности и стабильности в современных стандартах частоты на холодных атомах (атомный фонтан [3, 4], атомные часы в условиях микрогравитации [8]).

В настоящее время существует несколько методов лазерного охлаждения, позволяющих получать температуру ансамбля нейтральных атомов ниже мК: селективное по скорости когерентное плене-

ние населенности [9], охлаждение рамановскими импульсами [10, 11] и вырожденное рамановское бокополосное лазерное охлаждение (ВРБ-охлаждение) [12, 13], являющееся адаптацией для нейтральных атомов метода лазерного охлаждения ионов в условиях разрешения боковых колебательных полос [14]. По сравнению с другими методами лазерного охлаждения ВРБ-охлаждение имеет ряд преимуществ: высокую эффективность, относительно небольшое время охлаждения (порядка мс), относительную простоту экспериментальной реализации. Этот метод основывается на использовании рамановских двухфотонных переходов между колебательными уровнями зеэмановских подуровней атомов, локализованных в оптической решетке.

В работе [12] сообщается об экспериментах по двумерному охлаждению нейтральных атомов цезия указанным методом до основного состояния далекой от резонанса оптической решетки. В этих экспериментах этапу ВРБ-охлаждения предшествовал этап предохлаждения атомов в близкой к резонансу оптической решетке, что обеспечивало высокую эффективность охлаждения (95% атомов, захвачен-

\*E-mail: llf@laser.nsc.ru

ных в магнитооптическую ловушку охлаждались до основного колебательного состояния решетки), но вносило определенные осложнения в экспериментальную реализацию. Чу с соавторами провели подобные эксперименты по трехмерному охлаждению атомов цезия в оптической решетке до кинетической температуры 290 нК (при адиабатическом освобождении атомов из решетки) [13]. Основным отличием этой работы от работы [12] являлось отсутствие этапа предохлаждения. Несмотря на это, 80 % атомов, переведенных в трехмерную решетку, охлаждались до ее основного колебательного состояния. Высокая эффективность охлаждения, полученная в работе [13], по всей видимости, свидетельствует о сосуществовании механизмов охлаждения локализованных и квазисвободных атомов, что кратко качественно обсуждалось в этой работе.

Позже были проведены эксперименты по лазерной коллимации непрерывного пучка холодных атомов цезия методом ВРБ-охлаждения [15] с целью улучшения соответствующего первичного стандарта частоты. В этих исследованиях использовалась схема охлаждения, подобная предложенной в работе [13], но с некоторыми отличиями, которые, в частности, заключались в использовании двумерной оптической решетки оригинальной конфигурации. Однако эффективность поперечного охлаждения (коллимации) атомного пучка в этих экспериментах оказалась недостаточной и существенно более низкой, чем в работе [13]. Причины низкой эффективности охлаждения в работе [15] не исследовались.

В связи с этим возникла необходимость более детального изучения охлаждения атомов в недиссипативных оптических решетках, в частности, с целью выяснения условий, при которых имеет место сосуществование механизмов охлаждения квазисвободных и связанных атомов.

В настоящей работе квазиклассическая теория лазерного охлаждения применяется для анализа охлаждения несвязанных атомов в недиссипативной оптической решетке. Этот анализ проводится в рамках простейшей модели атома с вырожденным основным состоянием и одномерной конфигурации поля решетки, которые передают существенные черты экспериментальной схемы [15]. При этом мы рассматриваем одномерное движение атомов, пренебрегая отдачей во всех других направлениях. В результате дается качественная интерпретация механизмов охлаждения, а также получают аналитические выражения для силы, действующей на атом, коэффициентов спонтанной и вынужденной диффузии, позволяющие делать количественные оценки

кинетических параметров атомов, в частности, температуры.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим двухуровневый атом с моментом основного состояния  $J_g = 1/2$  и моментом возбужденного состояния  $J_e = 1/2$ , движущийся в оптической решетке. Поле решетки формируется двумя встречными (распространяющимися вдоль оси  $y$ ) линейно поляризованными лазерными лучами, вектора поляризации которых  $\mathbf{e}_1$  и  $\mathbf{e}_2$  направлены под углом  $\theta$  друг к другу, образуя lin- $\theta$ -lin-конфигурацию (рис. 1). В циклическом базисе поле решетки имеет следующий вид:

$$\mathbf{E}_L(y) = E_0^L \exp(-i\omega_L t) \sum_{q=0,\pm 1} e_L^q(y) \mathbf{e}_q, \quad (1)$$

где  $E_0^L$  — амплитуда лазерного поля одного луча,  $\mathbf{e}_q$  — орты циклического базиса. Пусть векторы поляризации  $\mathbf{e}_1$  и  $\mathbf{e}_2$  направлены под углом  $\theta/2$  к оси квантования (ось  $z$  на рис. 1), тогда контравариантные компоненты  $e_L^q(y)$  записываются как

$$\begin{aligned} e_L^0 &= 2 \cos(\theta/2) \cos(ky), \\ e_L^{-1} &= \sqrt{2}i \sin(\theta/2) \sin(ky), \\ e_L^{+1} &= -\sqrt{2}i \sin(\theta/2) \sin(ky). \end{aligned} \quad (2)$$

Предполагается, что поле решетки достаточно далеко отстроено от резонанса:  $|\delta_L| \gg \gamma$ , ( $\delta_L = \omega_L - \omega_0$  — отстройка частоты поля решетки от частоты перехода  $\omega_0$ ,  $\gamma$  — скорость релаксации возбужденного состояния), так что можно пренебречь реальными переходами атома из основного состояния в возбужденное под действием поля решетки. Поскольку при этом спонтанное рассеяние фотонов также будет пренебрежимо мало, такая решетка является недиссипативной. Таким образом, действие решетки сводится к формированию периодического потенциала

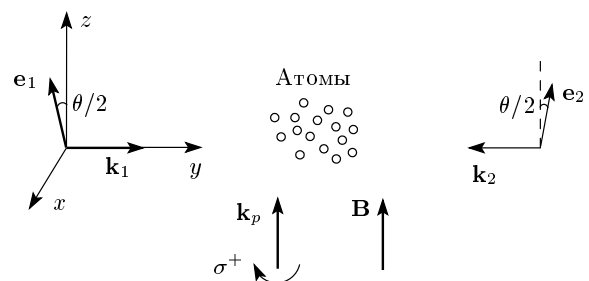
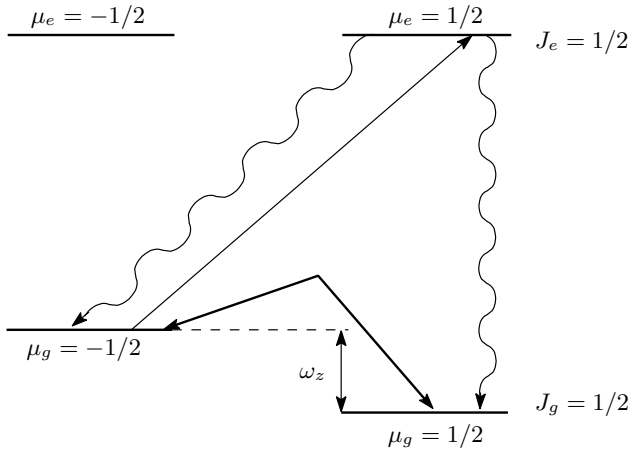


Рис. 1. Геометрия задачи



**Рис. 2.** Схема переходов. Жирная двойная стрелка обозначает рамановский двухфотонный переход под действием поля решетки, тонкая — переход под действием поля накачки, волнистые стрелки обозначают спонтанный распад возбужденного состояния

и индуцированию рамановских двухфотонных переходов между зеемановскими подуровнями основного состояния (на рис. 2 эти переходы обозначены жирной двойной стрелкой).

Действия поля решетки на атомы само по себе недостаточно для их охлаждения, поскольку решетка является недиссипативной, т. е. движение атомов в ней носит консервативный характер. Для осуществления охлаждения в этой системе необходимо присутствие поля накачки, резонансного атомному переходу, и пространственно-однородного расщепления зеемановских подуровней.

Поле накачки представляет собой поле циркулярно поляризованного лазерного луча, направленного вдоль оси  $z$ :

$$\mathbf{E}_p = E_0^p \exp(-i\omega_p t) \exp(ikz) \mathbf{e}_{+1}, \quad (3)$$

где  $E_0^p$  — амплитуда поля накачки. Резонансная накачка вызывает однофотонные переходы с подуровня основного состояния с проекцией момента  $\mu_g = -1/2$  на подуровень возбужденного состояния с проекцией момента  $\mu_e = 1/2$  (тонкая стрелка на рис. 2). Далее происходит спонтанный распад возбужденного состояния (волнистые стрелки на рис. 2). Эффектом отдачи от поля накачки мы пренебрегаем, так как рассматриваем охлаждение только в одном направлении — вдоль оси  $y$ . Таким образом, действие поля накачки (вместе со спонтанным распадом возбужденного состояния) сводится к эффективной релаксации в системе подуровней основного состояния.

Пространственно-однородный сдвиг зеемановских подуровней создается за счет статического магнитного поля (эффект Зеемана), направление которого совпадает с направлением волнового вектора поля накачки (рис. 1). Расщепление зеемановских подуровней возбужденного состояния мы не учитываем, считая его много меньшим естественной ширины возбужденного состояния. Выбирая определенным образом значение зеемановского расщепления основного состояния, можно добиться охлаждения в системе.

Эволюция атомной системы описывается квантовым кинетическим уравнением (ККУ) для матрицы плотности атома. В нашем случае ККУ в абстрактной форме, без конкретизации представления, имеет следующий вид:

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} \left[ \hat{H}_0 + \frac{\hat{p}_y^2}{2M}, \hat{\rho} \right] - \frac{i}{\hbar} \left[ \hat{V}_L + \hat{V}_P + \hat{V}_B, \hat{\rho} \right] - \hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\}. \quad (4)$$

Здесь  $\hat{p}_y$  — оператор проекции импульса атома на ось  $y$ ,  $\hat{H}_0$  — гамильтониан свободного атома в системе центра инерции:

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_0 \sum_{\mu_e} |J_e \mu_e\rangle \langle J_e \mu_e|, \quad (5)$$

где  $\omega_0$  — частота атомного перехода,  $J_e$  — угловой момент возбужденного состояния атома,  $\mu_e$  — его проекция на ось квантования. Оператор взаимодействия атома с полем решетки имеет вид

$$\hat{V}_L(y) = \hbar\Omega_L \sum_q \hat{T}_q e_L^q(y) \exp(-i\omega_L t) + \text{h.c.}, \quad (6)$$

где

$$\Omega_L = -\frac{\tilde{d}E_0^L}{\hbar}$$

— частота Раби для атома в поле одного лазерного луча ( $\tilde{d}$  — приведенный матричный элемент оператора дипольного момента). Согласно теореме Вигнера–Экарта [17], зависимость оператора  $\hat{V}_L(y)$  от магнитных квантовых чисел содержится в операторе Вигнера

$$\hat{T}_q = \sum_{\mu_e \mu_g} |J_e \mu_e\rangle \langle J_e \mu_e| C_{J_g \mu_g 1q}^{J_e \mu_e} \langle J_g \mu_g|, \quad (7)$$

где  $J_g$  и  $\mu_g$  — угловой момент основного состояния атома и его проекция,  $C_{J_g \mu_g 1q}^{J_e \mu_e}$  — коэффициент Клебша–Гордана. Оператор взаимодействия атома с полем накачки записывается аналогичным образом:

$$\hat{V}_p = \hbar\Omega_p \hat{T}_{+1} \exp(ikz) \exp(-i\omega_p t) + \text{h.c.}, \quad (8)$$

где  $\Omega_p$  — частота Раби для атома в поле накачки. Оператор взаимодействия атома с магнитным полем запишем, учитывая только линейный эффект Зеемана в основном состоянии:

$$\hat{V}_B = -\hbar\omega_z \hat{J}_{gz}, \quad (9)$$

где  $\omega_z$  — зеемановское расщепление подуровней основного состояния,  $\hat{J}_{gz}$  — оператор  $z$ -проекции магнитного момента основного состояния. Действие оператора радиационной релаксации атома  $\hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\}$  можно представить следующим образом:

$$\hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\} = \frac{\gamma}{2}\{\hat{P}_e, \hat{\rho}\} - \gamma\frac{3}{2}\left\langle \sum_{s=1,2} (\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{e}_s(\mathbf{k}))^\dagger \times \quad (10)$$

$$\times \exp(-ik_y \hat{y}) \hat{\rho} \exp(ik_y \hat{y}) (\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{e}_s(\mathbf{k})) \right\rangle_{\Omega_k}, \quad (11)$$

где  $\hat{P}_e$  — проектор на возбужденное состояние атома:

$$\hat{P}_e = \sum_{\mu_e} |J_e \mu_e\rangle \langle J_e \mu_e|, \quad (12)$$

$\mathbf{k}$  — волновой вектор спонтанного фотона,  $\mathbf{e}_s(\mathbf{k})$  — единичные векторы поляризации спонтанного фотона, ортогональные  $\mathbf{k}$ ,  $\langle \dots \rangle_{\Omega_k}$  означает усреднение по направлению вылета спонтанного фотона,  $k_y = (\mathbf{k} \cdot \mathbf{e}_y)$ .

Как известно [18], одним из условий квазиклассичности поступательного движения атомов является малость параметра отдачи — отношения импульса фотона  $\hbar k$  к дисперсии атомного импульса  $\Delta p$ :

$$\frac{\hbar k}{\Delta p} \ll 1. \quad (13)$$

Выполнение условия (13) позволяет отделить быстрые процессы упорядочения по внутренним степеням свободы от медленных процессов, связанных с поступательным движением. На кинетическом этапе эволюции (в нашем случае при  $t \gg (\gamma S_p)^{-1}$ ,  $S_p$  — параметр насыщения перехода полем накачки), когда устанавливается стационарное распределение по внутренним степеням свободы атома, динамика атомного ансамбля определяется медленными процессами изменения функции распределения по поступательным степеням свободы. Обычно используется вигнеровское представление для трансляционных степеней свободы, тогда исходное ККУ (4) с точностью до второго порядка по параметру отдачи сводится к замкнутому уравнению типа уравнения Фоккера–Планка для вигнеровской функции распределения  $W$ :

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{p_y}{M} \frac{\partial}{\partial y} \right) W(y, p_y) = \left[ -\frac{\partial F(y, p_y)}{\partial p_y} + \frac{\partial^2 D(y, p_y)}{\partial p_y^2} \right] W(y, p_y). \quad (14)$$

При этом функцию распределения  $W$  в случае положительной определенности можно интерпретировать как плотность вероятности в фазовом пространстве. Коэффициенты  $F(y, p_y)$  и  $D(y, p_y)$  имеют смысл, соответственно, силы и коэффициента диффузии в пространстве импульсов. Коэффициент диффузии  $D(y, p_y)$  представляется в следующем виде:

$$D(y, p_y) = D_{sp}(y, p_y) + D_{ind}(y, p_y), \quad (15)$$

где  $D_{sp}(y, p_y)$  — коэффициент спонтанной диффузии,  $D_{ind}(y, p_y)$  — коэффициент вынужденной диффузии [19].

### 3. ЭФФЕКТИВНАЯ ДВУХУРОВНЕВАЯ СИСТЕМА

Для качественной интерпретации охлаждения в рассматриваемой системе целесообразно использовать приближение малого насыщения перехода полем накачки, что находится в соответствии с экспериментальными условиями [15]. Это приближение имеет вид

$$S_p = \frac{\Omega_p^2}{(\gamma/2)^2 + \delta_p^2} \ll 1, \quad (16)$$

где  $\delta_p$  — отстройка поля накачки от резонанса.

При выполнении условия (16) рассматриваемая модель атома эквивалентна двухуровневой системе подуровней основного состояния. Действительно, в этом случае в уравнении (4) может быть проведена стандартная процедура редукции к основному состоянию [18]. Получившаяся система уравнений для матрицы плотности основного состояния может быть соотнесена с хорошо известными уравнениями для двухуровневого атома [19]. Из этого сравнения видно, что система подуровней основного состояния эквивалентна эффективной двухуровневой системе, где подуровни основного состояния с проекциями момента  $\pm 1/2$  играют роль, соответственно, основного и возбужденного состояний. При этом параметры эффективной двухуровневой системы выражаются через параметры исходной модели следующим образом:

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= 2/9\gamma S_p, \\ \Gamma_2 &= 3\Gamma_1, \\ \Delta &= -2/3\delta_p S_p - \omega_z, \\ \chi &= \frac{2\Omega_L^2 \sin \theta}{3\delta_L}. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь  $\Gamma_1$  — эффективная скорость релаксации населенности,  $\Gamma_2$  — эффективная скорость релаксации когерентности,  $\Delta$  — эффективная отстройка от резонанса,  $\chi$  — эффективная частота Раби.

Указанный выше факт соответствия рассматриваемой модели атома в пределе (16) эффективной двухуровневой системе лежит в основе качественной интерпретации механизмов охлаждения.

#### 4. КАЧЕСТВЕННАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ МЕХАНИЗМОВ ОХЛАЖДЕНИЯ

Наш анализ механизмов охлаждения в системе подуровней основного состояния опирается на хорошо известные механизмы охлаждения в двухуровневой системе — доплеровский в пределе слабого поля [19] и сизифовский в пределе сильного [20]. При этом вместе с сохранением основных свойств данных механизмов проявляются и некоторые специфические черты, связанные с двухфотонным характером возбуждения и двухступенчатым характером релаксации в эффективной двухуровневой системе.

В пределе слабых рамановских переходов,

$$|\chi| \ll \sqrt{\Gamma_2^2 + 4\Delta^2},$$

в рассматриваемой системе механизм охлаждения подобен доплеровскому. Остановимся на нем более подробно. Рамановский двухфотонный переход (жирная стрелка на рис. 2) может происходить

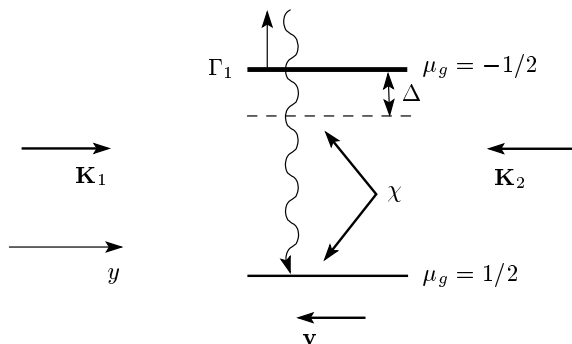


Рис. 3. Схема доплеровского механизма охлаждения в эффективной двухуровневой системе

двумя способами — с виртуальными поглощением  $\pi$ -компонент и виртуальным испусканием  $\sigma^+$ -компонент поля решетки или с поглощением  $\sigma^-$ -компонент и испусканием  $\pi$ -компонент. Амплитуды вероятности этих процессов равны друг другу (см. формулы (2)) и пропорциональны  $\sin \theta \sin(2ky)$ . Поскольку величина  $\sin(2ky)$  является суперпозицией двух экспонент  $\exp(\pm 2iky)$ , рассматриваемая амплитуда вероятности содержит вклады от двух эффективных бегущих волн ( $\mathbf{K}_1$  и  $\mathbf{K}_2$  на рис. 3) с проекциями волновых векторов на ось  $y$ , равными  $K_1 = 2k$  и  $K_2 = -2k$ . Пусть эффективная отстройка отрицательна, тогда при движении атома навстречу волне  $\mathbf{K}_1$ , вследствие эффекта Доплера, ее излучение становится ближе к двухфотонному резонансу, а излучение волны  $\mathbf{K}_2$ , наоборот, дальше от резонанса. Поэтому движущийся атом с большей вероятностью взаимодействует с встречной эффективной волной, при этом ему передается замедляющий импульс  $2\hbar k$ . Данный процесс является двухфотонным, что представляет собой специфику рассматриваемого механизма охлаждения, по отношению к стандартному доплеровскому механизму. Другое отличие заключается в двухступенчатой релаксации возбужденного состояния с  $\mu_g = -1/2$ , которая характеризуется эффективной скоростью релаксации  $\Gamma_1$ .

При сильных рамановских переходах,

$$|\chi| \gg \sqrt{\Gamma_2^2 + 4\Delta^2},$$

механизм охлаждения качественно подобен сизифовскому [20], но также имеет две характерные черты: во-первых, в два раза меньший пространственный период адиабатических потенциалов, во-вторых, двухступенчатые переходы между адиабатическими состояниями, обусловленные эффективной релаксацией.

#### 5. КИНЕТИЧЕСКИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ В ПРИБЛИЖЕНИИ МЕДЛЕННЫХ АТОМОВ

В общем случае движения атома в неоднородном поле задача нахождения кинетических коэффициентов  $F$  и  $D$  может быть решена численными методами (например, методом цепных дробей [19]). Аналитические выражения для  $F$  и  $D$  удается получить при использовании тех или иных приближений. Большое практическое значение (в частности, для оценки температуры) имеет приближение медленных атомов, которое в нашем случае можно записать в виде

$$kv \ll \gamma S_p, \quad (18)$$

где  $v$  — скорость атомов. Данное условие означает, что за время установления стационарного распределения по внутренним степеням свободы атом смещается на расстояние много меньшее длины волны света. В рамках приближения медленных атомов (18) для корректного учета диссипативных процессов в выражении для силы обычно достаточно ограничиться линейным приближением по скорости:

$$F(y, p_y) \approx F_0(y) + \alpha(y)v + \dots, \quad (19)$$

а при вычислении коэффициента диффузии — нулевым:

$$D(y, p_y) \approx D(y) = D_{sp}(y) + D_{ind}(y). \quad (20)$$

Здесь  $\alpha$  — коэффициент трения, а  $F_0$  — сила в нулевом порядке по скорости. Аналитические выражения для коэффициентов  $F_0(y)$ ,  $\alpha(y)$  и  $D(y)$  можно получить с помощью метода работы [18].

Приведем результаты аналитических расчетов для локальных значений кинетических коэффициентов уравнения Фоккера–Планка в приближении медленных атомов. Для краткости удобно использовать параметры эффективной двухуровневой системы (17) и ввести эффективный параметр насыщения

$$S = \frac{\chi^2 \sin^2(2ky)}{\Gamma_2^2/2 + \Delta^2}. \quad (21)$$

Сила в нулевом порядке по скорости равна:

$$F_0 = 4\hbar k \operatorname{ctg}(\theta) \chi \sin(2ky) - \frac{4\hbar k \Gamma_1 \Delta S}{9(\Gamma_1 + 2\Gamma_2 S)}, \quad (22)$$

коэффициент трения:

$$\alpha = 32\hbar k^2 \Gamma_1 \Delta \times \left( \frac{\Gamma_1^2 \Gamma_2 S - [\Gamma_2^3 + \Gamma_1 \Gamma_2^2 + 4\Delta^2(\Gamma_2 - \Gamma_1)] S^2}{\Gamma_2^2 + 4\Delta^2} - 2\Gamma_2 S^3 \right) \times \frac{1}{(\Gamma_1 + 2\Gamma_2 S)^3}, \quad (23)$$

коэффициент вынужденной диффузии:

$$D_{ind} = 2\hbar^2 k^2 S \times \left( \Gamma_1^3 \Gamma_2 - 2 \frac{\Gamma_1^2 \Gamma_2 [-3\Gamma_2^3 + 4\Delta^2(4\Gamma_1 - 3\Gamma_2)]}{\Gamma_2^2 + 4\Delta^2} S - 4\Gamma_1 [-3\Gamma_2^3 + 8\Delta^2(\Gamma_1 - \Gamma_2)] S^2 + 8(\Gamma_2^2 + 4\Delta^2) \Gamma_2^2 S^3 \right) \times \frac{1}{(\Gamma_1 + 2\Gamma_2 S)^3}, \quad (24)$$

коэффициент спонтанной диффузии:

$$D_{sp} = \frac{\hbar^2 k^2 \Gamma_1 \Gamma_2 S}{2(\Gamma_1 + 2\Gamma_2 S)}. \quad (25)$$

Представим эффективный параметр насыщения  $S$  в виде

$$S = S_0 \sin^2(2ky),$$

тогда аналитические выражения для кинетических коэффициентов после усреднения по периоду решетки будут иметь следующий вид: коэффициент трения

$$\langle \alpha \rangle = 4\hbar k^2 \Delta \left( 2\Gamma_1 \Gamma_2^2 S_0^2 (\Gamma_2^2 - 4\Delta^2) - 2\Gamma_1^3 (\Gamma_2^2 + 4\Delta^2) - \Gamma_2^3 S_0^2 (\Gamma_2^2 + 4\Delta^2) + 2\Gamma_1^{5/2} \sqrt{\Gamma_1^2 + 2\Gamma_2 S_0} (\Gamma_2^2 + 4\Delta^2) + 4\Gamma_1^{3/2} \Gamma_2 S_0 \sqrt{\Gamma_1 + 2\Gamma_2 S_0} (\Gamma_2^2 + 4\Delta^2) - 2\Gamma_1^2 \Gamma_2 S_0 (\Gamma_2^2 + 12\Delta^2) \right) \times \left( \sqrt{\Gamma_1} \Gamma_2^2 (\Gamma_1 + 2\Gamma_2 S_0)^{3/2} (\Gamma_2^2 + 4\Delta^2) \right)^{-1}, \quad (26)$$

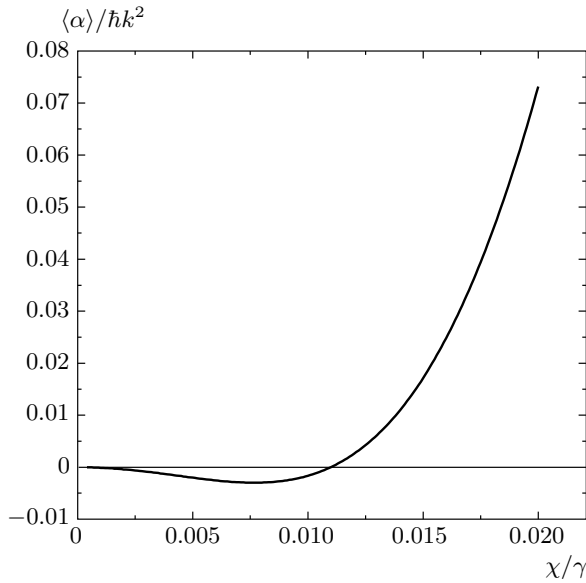
коэффициент индуцированной диффузии

$$\langle D_{ind} \rangle = \hbar^2 k^2 \left( -\sqrt{\Gamma_1} \Gamma_2 (6\Gamma_1^2 + 20\Gamma_1 \Gamma_2 S_0 + 15\Gamma_2^2 S_0^2) (\Gamma_2^2 + 4\Delta^2) + 2(\Gamma_1 + 2\Gamma_2 S_0)^{3/2} \times (\Gamma_2^4 S_0 + 8\Gamma_1^2 \Delta^2 + 4\Gamma_1 \Gamma_2 \Delta^2 + 4\Gamma_2^2 S_0 \Delta^2) + \sqrt{\Gamma_1} \left\{ -(2\Gamma_1^2 + 6\Gamma_1 \Gamma_2 S_0 + 3\Gamma_2^2 S_0^2) \times (-3\Gamma_2^3 + 8(\Gamma_1 - \Gamma_2) \Delta^2) + [2\Gamma_2^4 S_0 (3\Gamma_2 S_0 (\Gamma_2^2 + 4\Delta^2) + \Gamma_1 (\Gamma_2^2 + 4(1 - 2S_0) \Delta^2))] (\Gamma_2^2 + 4\Delta^2)^{-1} \right\} \right) \times \left( 2\Gamma_2^3 (\Gamma_1 + 2\Gamma_2 S_0)^{3/2} \right)^{-1}, \quad (27)$$

коэффициент спонтанной диффузии

$$\langle D_{sp} \rangle = \frac{\hbar^2 k^2 \Gamma_1}{4} \left( -1 + \sqrt{\frac{\Gamma_1 + 2\Gamma_2 S_0}{\Gamma_1}} \right). \quad (28)$$

Если в полученных нами выражениях положить  $\Gamma_1 = \Gamma_2$ , то получим, что они формально совпадают (с точностью до постоянных множителей) с соответствующими формулами для двухуровневого атома в поле стоячей волны [21, 20].



**Рис. 4.** Зависимость усредненного коэффициента трения от эффективной частоты Раби при  $\Delta = -0.1\gamma$  ( $\delta_p = 0$ ,  $\Omega_p = 0.1\gamma$ ,  $\omega_z = 0.1\gamma$ )

### 6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Кинетическую температуру атомов оценим стандартным способом [20], пренебрегая пространственной локализацией:

$$k_B T = - \frac{\langle D_{ind} \rangle + \langle D_{sp} \rangle}{\langle \alpha \rangle}. \quad (29)$$

В пределе слабых рамановских переходов выражение (29) принимает вид

$$k_B T = - \frac{5\hbar ((\Gamma_2/2)^2 + \Delta^2)}{16\Delta}. \quad (30)$$

Минимальная температура в этом пределе достигается при величине эффективной отстройки  $\Delta = -\Gamma_2/2$ , она равна

$$k_B T = \frac{5}{16} \hbar \Gamma_2.$$

В отличие от обычного доплеровского охлаждения в двухуровневой системе, в нашем случае можно менять минимально достижимую температуру, изменяя величину эффективной константы релаксации  $\Gamma_2$  путем варьирования входящих в нее параметров (например, интенсивности поля накачки).

Далее рассмотрим зависимости усредненного коэффициента трения и температуры атома от эффективной частоты Раби. На рис. 4 представлена зависимость усредненного коэффициента трения от эффективной частоты Раби  $\chi$  при эффективной отстройке

$\Delta = -0.1\gamma$ . Из рис. 4 видно, что в пределе слабых рамановских переходов (при малых  $\chi$ )  $\langle \alpha \rangle < 0$ , т. е. наблюдается охлаждение атомов, а при сильных рамановских переходах (при больших  $\chi$ )  $\langle \alpha \rangle > 0$ , т. е. наблюдается нагрев. Такая зависимость направления кинетического процесса от эффективной частоты Раби качественно совпадает с видом аналогичной зависимости в двухуровневой системе.

На рис. 5а приведена зависимость кинетической температуры (29) от  $\chi$  при  $\Delta = -0.1\gamma$ . Данный рисунок иллюстрирует механизм охлаждения при слабых рамановских переходах. При уменьшении  $\chi$  наблюдается уменьшение кинетической температуры атомов, что соответствует доплеровскому пределу охлаждения в двухуровневой системе. При положительной эффективной отстройке охлаждение наблюдается при сильных рамановских переходах (рис. 5б), что в двухуровневой системе соответствует сизифовскому механизму охлаждения. Из рис. 5а видно, что с ростом  $\chi$  температура неограниченно возрастает.

Итак, приведенные зависимости  $\langle \alpha \rangle$  и  $k_B T$  от  $\chi$  подтверждают качественную интерпретацию механизмов охлаждения: подобный доплеровскому механизм при слабых рамановских переходах и подобный сизифовскому при сильных.

### 7. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Полученные выше теоретические результаты могут быть сопоставлены с данными эксперимента [15]. Для этого вычислим параметры модели, соответствующие экспериментальным условиям: отстройка поля накачки  $+2.3$  МГц, интенсивность поля накачки  $I_p = 0.24$  мВт  $\cdot$  см $^{-2}$ , отстройка поля решетки  $-9$  ГГц, интенсивность одного луча поля решетки  $I_L = 75$  мВт  $\cdot$  см $^{-2}$ , угол между векторами поляризации лучей решетки  $45^\circ$ ; магнитное поле изменяется в интервале от 0 до 200 мГс. Частоты Раби для атома в полях накачки и решетки рассчитываются по формуле

$$\Omega_{p,L} = \gamma \sqrt{I_{p,L} / 8I_s},$$

где  $I_s = 1.1$  мВт  $\cdot$  см $^{-2}$  — интенсивность насыщения для  $D_2$  линии  $^{133}\text{Cs}$ ,  $\gamma = 2\pi \times 5.3$  МГц. При вычислении зеемановского расщепления мы использовали значение  $g$ -фактора для нижнего сверхтонкого уровня основного состояния  $^{133}\text{Cs}$ :  $g = -1/4$ , что дает  $\omega_z = 2\pi \times 350$  кГц  $\cdot$  Гс $^{-1} \cdot B$ . В этих условиях эффективная частота Раби  $\chi = 2\pi \times 11$  кГц, а эффективные скорости релаксации двухуровневой системы  $\Gamma_1 = 2\pi \times 76$  кГц и  $\Gamma_2 = 2\pi \times 222$  кГц. Чтобы

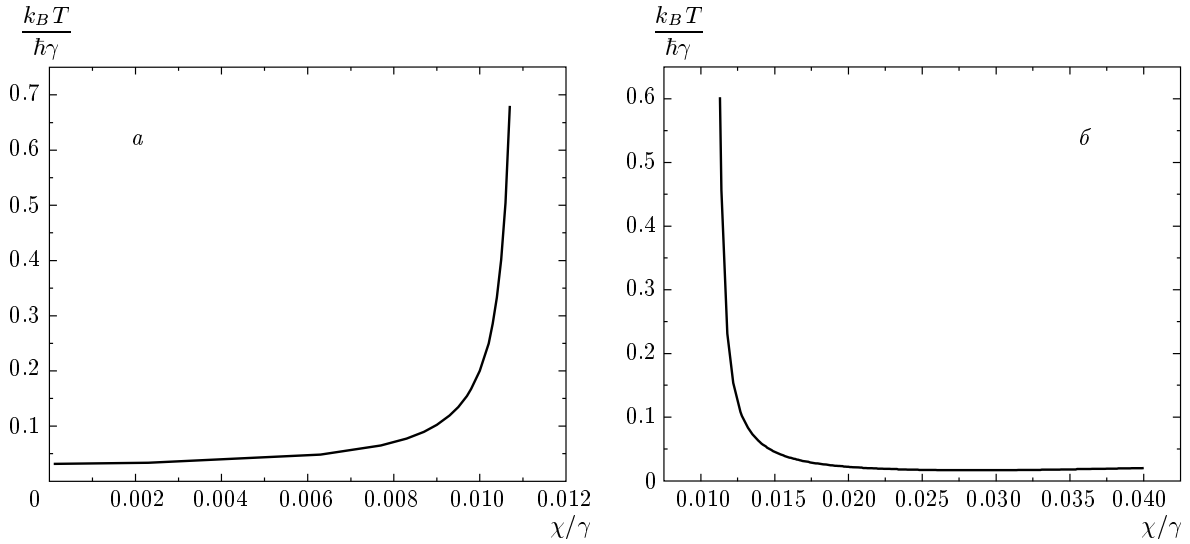


Рис. 5. Зависимости температуры от частоты Раби при  $\Delta = -0.1\gamma$  (а) и  $0.1\gamma$  (б) ( $\delta_p = 0$ ,  $\Omega_p = 0.1\gamma$ ,  $\omega_z = 0.1\gamma$ )

определить, какой механизм охлаждения доминирует при данных условиях, следует сравнить величины  $|\chi|$  и  $\sqrt{\Gamma_2^2 + 4\Delta^2}$ . При изменении магнитного поля от 0 до 200 мГц (что соответствует экспериментальным условиям) величина  $\sqrt{\Gamma_2^2 + 4\Delta^2}$  изменяется от 0.29 до 0.4 МГц. При этом  $|\chi|$  остается меньше этой величины в 26–36 раз. Следовательно, данным условиям соответствует область с преимущественно слабой рамановской связью и подобный доплеровскому механизму охлаждения. В пределе слабой рамановской связи, согласно формуле (30), минимальная температура достигается при  $\Delta = -\Gamma_2/2$  (что соответствует  $B_{min} = 50$  мГц) и оценивается как

$$T_{min} = 0.3 \hbar \Gamma_2 / k_B \approx 3.3 \text{ мКК.}$$

Эти значения близки к полученным в эксперименте [15] ( $B_{min} = 45$  мГц и  $T_{min} = 1.5$  мКК). Тот факт, что экспериментально наблюдавшаяся температура более чем в 2 раза меньше теоретического предела, не должен вызывать удивления, так как в нашей модели совершенно не учитывается вклад атомов, локализованных в минимумах оптического потенциала. Одновременное рассмотрение охлаждения квазисвободных и локализованных атомов, необходимое для более детального анализа, выходит за рамки данной работы и требует отдельного рассмотрения.

Кроме того, нами была построена зависимость кинетической температуры квазисвободных атомов, вычисленная по формуле (29) (т.е. с учетом всех порядков по  $|\chi|$ ), от величины магнитного поля

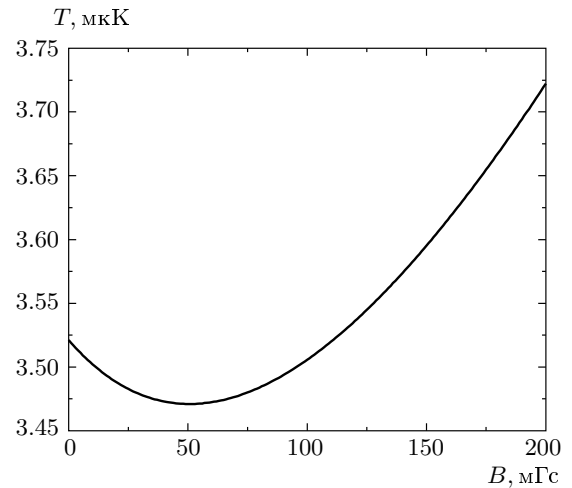


Рис. 6. Зависимость температуры от магнитного поля при  $\delta_p = 2\pi \times 2.3$  МГц,  $\delta_L = -2\pi \times 9$  МГц,  $I_p = 0.24$  мВт  $\cdot$  см $^{-2}$ ,  $I_L = 75$  мВт  $\cdot$  см $^{-2}$ ,  $\theta = 45^\circ$

(рис. 6). Из сравнения рис. 6 и экспериментальной зависимости температуры атомов от магнитного поля (работа [15], рис. 6) видно, что имеется неплохое качественное согласие между результатами нашей теоретической модели и экспериментальными данными.

### 8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подведем некоторые итоги. Нами было рассмотрено лазерное охлаждение квазисвободных



атомов с моментами основного и возбужденного состояний  $J_g$  и  $J_e$ , равными  $1/2$ , в одномерной  $\text{lin-}\theta\text{-lin}$ -конфигурации поля решетки. Показано, что в пределе малого насыщения по полю накачки (16) качественная интерпретация механизмов охлаждения может быть проведена в рамках рассмотрения эффективной двухуровневой системы, образованной подуровнями основного состояния. Из сравнения уравнений, характеризующих эту эффективную систему, с известными уравнениями для двухуровневой системы найдена зависимость эффективных параметров от параметров модели. Дана качественная интерпретация механизмов охлаждения несвязанных атомов. Показано, что в пределе слабых рамановских переходов наблюдается механизм, подобный доплеровскому, а в пределе сильных — подобный сизифовскому. Получены аналитические выражения для силы, действующей на атом, коэффициентов спонтанной и вынужденной диффузии и сделана количественная оценка кинетической температуры атомов. Показано, что зависимости коэффициента трения и температуры от эффективной частоты Раби подтверждают качественную интерпретацию механизмов охлаждения. Проведено сравнение теоретических расчетов температуры с экспериментальными данными работы [15] и обнаружено хорошее качественное согласие. Результаты, полученные в данной работе, могут быть использованы при анализе лазерного охлаждения атомов в недиссипативных оптических решетках.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №№ 05-02-17086, 05-08-01389, 07-02-01230, 07-02-01028), ИНТАС — СО РАН (грант № 06-1000013-9427) и Президиума СО РАН. Работа Н. А. М. была поддержана некоммерческим фондом «Династия».

## ЛИТЕРАТУРА

1. J. W. R. Tabosa, S. S. Vianna, and F. A. M. de Oliveira, *Phys. Rev. A* **55**, 2968 (1997); T. M. Fortier, Y. Le Coq, J. E. Stalnaker, D. Ortega, S. A. Diddams, C.W. Oates, and L. Hollberg, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 163905 (2006).
2. D. J. Berkeland, J. D. Miller, J. C. Bergquist, W. M. Itano, and D. J. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 2089 (1998).
3. G. Santarelli, Ph. Laurent, P. Lemonde, A. Clairon, A. G. Mann, S. Chang, A. N. Luiten, and C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4619 (1999).
4. C. Degenhardt, H. Stoehr, C. Lisdat, G. Wilpers, H. Schnatz, B. Lipphardt, T. Nazarova, P.-E. Pottie, U. Sterr, J. Helmcke, and F. Riehle, *Phys. Rev. A* **72**, 062111 (2005).
5. Э. А. Корнелл, К. Э. Виман, *УФН* **173**, 1320 (2003); В. Кеттерле, *УФН* **173**, 1339 (2003).
6. F. Lison, P. Schuh, D. Haubrich, and D. Meschede, *Phys. Rev. A* **61**, 013405 (2000).
7. D. V. Strekalov, A. Turlapov, A. Kumarakrishnan, and T. Sleator, *Phys. Rev. A* **66**, 023601 (2002).
8. Ph. Laurent, P. Lemonde, E. Simon, G. Santarelli, A. Clairon, N. Dimarcq, P. Petit, C. Audoin, and C. Salomon, *Eur. Phys. J. D* **3**, 201 (1998).
9. A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 826 (1988).
10. M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1741 (1992).
11. V. Boyer, L. J. Lising, S. L. Rolston, and W. D. Phillips, *Phys. Rev. A* **70**, 043405 (2004).
12. S. E. Hamann, D. L. Haycock, G. Klose, P. H. Pax, I. H. Deutsch, and P. S. Jessen, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 4149 (1998).
13. A. J. Kerman, V. Vuletic, C. Chin, and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 439 (2000).
14. C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, S. R. Jefferts, W. M. Itano, and D. J. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4011 (1995).
15. G. Di Domenico, N. Castanga, G. Mileti, P. Thoman, A. V. Taichenachev, and V. I. Yudin, *Phys. Rev. A* **69**, 063403 (2004).
16. A. Joyet, G. Mileti, P. Thomann, and G. Dudley, in *Proc. 6th Symposium on Frequency Standards & Metrology*, St. Andrews, Scotland, World Scientific (2002).
17. Д. А. Варшалович, А. Н. Москалев, В. К. Херсонский, *Квантовая теория углового момента*, Наука, Ленинград (1975).
18. А. В. Безвербный, О. Н. Прудников, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, *ЖЭТФ* **123**, 383 (2003).
19. В. Г. Миногин, В. С. Летохов, *Давление лазерного излучения на атомы*, Наука, Москва (1986).
20. А. П. Казанцев, Г. И. Сурдутович, В. П. Яковлев, *Механическое действие света на атомы*, Наука, Москва (1991).
21. J. P. Gordon and A. Ashkin, *Phys. Rev. A* **21**, 1606 (1980).