

ТЕРМОКОНЦЕНТРАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ БИНАРНОЙ СМЕСИ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ СЛОЕ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ ПРИ НАЛИЧИИ ИСТОЧНИКА ТЕПЛА ИЛИ ПРИМЕСИ

Д. С. Голдобин, Д. В. Любимов*

*Пермский государственный университет
614990, Пермь, Россия*

Поступила в редакцию 23 октября 2006 г.

Исследуется термоконцентрационная конвекция бинарной смеси в тонком слое пористой среды. Основным интересом уделяется поведению системы при наличии внутреннего локализованного источника примеси или тепла. В системе оказываются возможны режимы, в которых области длинноволнового течения в окрестности источника и на бесконечности разделены «кольцами» переходного течения. Кроме того, показано, что если при наличии источника примеси вынос вещества из окрестности источника осуществляется всегда конвективным образом, то тепло из окрестности источника тепла может выноситься как конвективно, так и диффузионно. Между последними режимами возможна мультистабильность.

PACS: 47.55.pd, 47.56.+r

1. ВВЕДЕНИЕ

Тепловая конвекция в пористых средах представляет интерес как в связи с прикладными задачами, связанными с технологическими (например, охлаждение реакторов, фильтрация) и природными (например, течение грунтовых вод) процессами, так и с точки зрения математической физики (например, явление косимметрии [1]). Несмотря на большое количество работ, посвященных тепловой и термоконцентрационной (в том числе с учетом эффекта Соре) конвекции в пористой среде [2, 3], мало изучена задача о термоконцентрационной конвекции двухкомпонентной смеси в тонком горизонтальном слое пористой среды при фиксированном тепловом потоке через границы. Она была рассмотрена в работе [4], в которой исследована линейная устойчивость состояния механического равновесия, показано, что длинноволновые возмущения (т. е. возмущения, для которых характерные горизонтальные масштабы намного больше толщины слоя) являются наиболее опасными, и в приближении плоскопараллельного течения найдена интенсивность конечно-амплитудных конвективных течений. В настоящей работе выводятся нелинейные уравнения, описывающие эволю-

цию произвольного конечно-амплитудного длинноволнового течения (плоскопараллельное течение — лишь частный случай). Затем эти уравнения используются для исследования течений в тонком слое пористой среды, вызванных локализованным источником тепла или примеси.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ВЫВОД УРАВНЕНИЙ

Предметом исследования является термоконцентрационная конвекция бинарной смеси в подогреваемом снизу горизонтальном слое пористой среды. Границы слоя полагаются непроницаемыми (в том числе для примеси), тепловой поток — фиксированным. Принимается во внимание эффект термодиффузии (эффект Соре): выражение для потока концентрации примеси имеет вид

$$\mathbf{j} = -D\nabla C + \alpha T^{-1}\nabla T,$$

где D и α — соответственно коэффициенты диффузии и термодиффузии, C — концентрация тяжелой компоненты. Предполагается, что выравнивание температуры между жидкостью и твердым скелетом происходит достаточно быстро, поэтому от-

*E-mail: Denis.Goldobin@gmail.com

дельные температуры для них не вводятся. При малых перепадах температуры и концентрации можно полагать, что плотность жидкости зависит от них линейно:

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0) + \beta_C(C - C_0)],$$

где ρ_0 — плотность смеси при температуре T_0 и концентрации C_0 , β — коэффициент теплового расширения, а величина

$$\beta_C = \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial C} \right)_{T,p}$$

определяет зависимость плотности от концентрации. Для потока концентрации изменения концентрации и температуры учитываются лишь в градиентах. Система координат выбирается так, что плоскость xy горизонтальна, $z = 0$ и $z = h$ — соответственно нижняя и верхняя границы слоя. Для описания поведения системы используется модель Дарси–Буссинеска [2]:

$$0 = -\frac{1}{\rho_0} \nabla P - \frac{\nu m}{K} \mathbf{v} + g(\beta T - \beta_C C) \mathbf{e}_z,$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla C = D \Delta C - \frac{\alpha}{T_0} \Delta T,$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{b} \mathbf{v} \cdot \nabla T = \chi \Delta T,$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0,$$

с граничными условиями

$$z = 0, h: \quad \frac{\partial T}{\partial z} = A, \quad v_z = 0, \quad j_z = 0,$$

где \mathbf{v} — средняя (усредненная на масштабах пор) скорость жидкости в порах, ν — кинематическая вязкость смеси, m — пористость среды (отношение объема пор в элементе пористой среды к объему этого элемента), K — коэффициент проницаемости, $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_z$ — ускорение свободного падения, b — отношение теплоемкости пористой среды, насыщенной жидкостью, к части этой теплоемкости, приходящейся на жидкость в порах, $b > 1$, χ — температуропроводность пористой среды, насыщенной жидкостью.

В данной задаче удобными единицами измерения являются толщина слоя h для длины, $h^2 \chi^{-1}$ для времени, $h^{-1} b \chi$ для скорости, разности температур Ah и концентраций $\alpha Ah / DT_0$ на границах слоя в основном состоянии для температуры и концентрации и $b \rho_0 \nu \chi m / K$ для давления.

Характер поведения системы будет определяться четырьмя безразмерными параметрами:

$$N \equiv \frac{\beta_C \alpha}{\beta DT_0}, \quad \text{Ra} \equiv \frac{\beta Ah^2 g K}{m b \nu \chi}, \quad S \equiv \frac{D}{\chi} \quad \text{и} \quad b,$$

где N — параметр плавучести, Ra — число Рэлея–Дарси (концентрационное число Рэлея–Дарси $\text{Rc} \equiv \text{Ra} N$) и $S \equiv \text{Le}^{-1}$ — обратное число Льюиса.

Система безразмерных уравнений, описывающая поведение конечных возмущений состояния механического равновесия, $T = -z$, $C = -z$, имеет вид

$$-\nabla p - \mathbf{v} + \text{Ra} [(1 - Nb)\theta + N\phi] \mathbf{e}_z = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} + b \mathbf{v} \cdot \nabla (\phi - (b - 1)\theta) = \\ = b \Delta \theta + S \Delta (\phi - (b - 1)\theta), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \theta = \Delta \theta + w, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (4)$$

с граничными условиями

$$z = 0, 1: \quad w = \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

где θ — возмущение поля температур, ϕ — возмущение химического потенциала $\Phi \equiv bT - C$, w — z -компонента поля скорости.

Замена переменных и параметров

$$\begin{aligned} \phi^* = \frac{\phi}{b - S(b - 1)}, \quad \text{Ra}^* = [1 - NS(b - 1)] \text{Ra}, \\ N^* = \frac{Nb - NS(b - 1)}{1 - NS(b - 1)}, \end{aligned} \quad (6)$$

позволяет увидеть, что в линеаризованной задаче фигурируют только три параметра. Знак «*» далее опускается. Исключая горизонтальную компоненту скорости $\mathbf{v}_2 = -\nabla_2 p$ (индекс «2» означает горизонтальную компоненту в случае векторов и дифференцирование лишь по горизонтальным координатам в случае операторов; выражение для горизонтальной компоненты поля скоростей получается при проектировании уравнения (1) на горизонтальное направление), можно получить

$$\Delta w = \text{Ra} \Delta_2 ((1 - N)\theta + N\phi), \quad (7)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + b \Gamma \left(\phi - \frac{b - 1}{b - S(b - 1)} \theta \right) = S \Delta \phi + \Delta \theta, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \Gamma \theta = \Delta \theta + w, \quad (9)$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \Delta_2 p, \tag{10}$$

где

$$\Gamma = w \frac{\partial}{\partial z} - \nabla_2 p \cdot \nabla_2$$

— оператор конвективной производной.

3. ДЛИННОВОЛНОВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ (ТОНКИЙ СЛОЙ)

Исследование задачи (7)–(10) с граничными условиями (5) на предмет длинноволновых течений [5, 6] обнаруживает, что характерные значения вертикальной компоненты поля скоростей таких течений малы, $w \propto L^{-1}$ (L — характерный горизонтальный масштаб), а соответствующих скалярных полей велики, $(p, \phi, \theta) \propto L$. В главном порядке имеем

$$\phi \approx \varphi(x, y), \quad \theta \approx \vartheta(x, y), \quad p \approx -P(x, y)(6 - 12z),$$

где $P(x, y) \equiv [(1 - N)\vartheta + N\phi] \text{Ra} / 12$, а поведение системы, в свою очередь, описывается уравнениями

$$\dot{\vartheta} - \frac{6}{5} \text{div} (\nabla P (\nabla \vartheta \cdot \nabla P)) = \Delta \vartheta - \Delta P, \tag{11}$$

$$\sigma \dot{P} + \sigma F \dot{\vartheta} - \frac{6}{5} \text{div} (\nabla P (\nabla P)^2) = A_1 \Delta \vartheta + A_2 \Delta P, \tag{12}$$

где

$$\sigma = \frac{S}{b^2},$$

$$F = \frac{\text{Ra}}{12} \left[\left(\frac{b^2}{S} - 1 \right) (1 - N) + \frac{Nb^3}{Sb - S^2(b - 1)} \right],$$

$$A_1 = \left\{ \frac{\text{Ra}}{12} [1 + S(N - 1)] + F \right\} \frac{S}{b^2},$$

$$A_2 = \left[S + \frac{\text{Ra}}{12} (N - 1) - F \right] \frac{S}{b^2}.$$

Отметим, что при

$$\text{Ra} > (1 + S^{-1})\text{Rc} + 12, \tag{13}$$

или, что то же самое, при $A_1 + A_2 < 0$, в системе возникает монотонная линейная неустойчивость состояния механического равновесия (здесь и далее, когда речь идет об устойчивости этого состояния, подразумевается отсутствие источников тепла и примеси, в противном случае это состояние просто не существует), а при

$$\text{Rc} + 12 + 12S < \text{Ra} < (1 + S^{-1})\text{Rc} + 12 \tag{14}$$

— колебательная.

Система уравнений (11), (12) имеет дивергентный вид и в стационарном случае может быть однократно проинтегрирована:

$$\nabla \vartheta - \nabla P + \frac{6}{5} \nabla P (\nabla \vartheta \cdot \nabla P) = -\mathbf{k}_1, \tag{15}$$

$$A_1 \nabla \vartheta + A_2 \nabla P + \frac{6}{5} \nabla P (\nabla P)^2 = -\mathbf{k}_2, \tag{16}$$

где $\mathbf{k}_1 = \mathbf{q}_T$ — тепловой поток,

$$\mathbf{k}_2 = \gamma \mathbf{k}_1 - \frac{\text{Ra} N S \mathbf{q}_C}{12b^2 [b - S(b - 1)]},$$

$$\gamma = \frac{S}{b^2} \left[F + \frac{\text{Ra}}{12} \left(1 - N + \frac{Nb}{b - S(b - 1)} \right) \right],$$

(\mathbf{q}_C — поток примеси), причем $\text{div} \mathbf{k}_i = 0$. Приведенные выше соотношения между \mathbf{k}_i и реальными потоками тепла \mathbf{q}_T и примеси \mathbf{q}_C в исходной системе восстановлены на основании того, что в нестационарной случае уравнения (11) и (12) принимают вид

$$\dot{\vartheta} = -\text{div} \mathbf{k}_1, \quad \sigma \dot{P} + \sigma F \dot{\vartheta} = -\text{div} \mathbf{k}_2$$

и было выполнено преобразование возмущений химического потенциала (6).

Стационарные решения, соответствующие локализованному источнику тепла или примеси, будут рассматриваться, начиная с некоторого конечного, но малого удаления от источника, где справедливо приближение тонкого слоя. Чем меньше интенсивность источника, тем меньше область больших градиентов, где длинноволновое приближение несправедливо.

4. ЛОКАЛИЗОВАННЫЙ («ТОЧЕЧНЫЙ») ИСТОЧНИК ПРИМЕСИ

В случае источника примеси для осесимметричных решений получаем

$$\mathbf{k}_1 = 0,$$

$$\mathbf{k}_2 = -\frac{\text{Ra} N S Q_C}{24\pi b^2 [b - S(b - 1)]} \frac{\mathbf{e}_r}{r} \equiv -\frac{k}{r} \mathbf{e}_r, \tag{17}$$

где Q_C — приток примеси в систему, \mathbf{e}_r — единичный вектор вдоль \mathbf{r} . Тогда система (15), (16) принимает алгебраический вид относительно производных полей:

$$\vartheta' = \frac{P'}{1 + \frac{6}{5} P'^2}, \quad A_1 \vartheta' + A_2 P' + \frac{6}{5} P'^3 = \frac{k}{r}. \tag{18}$$

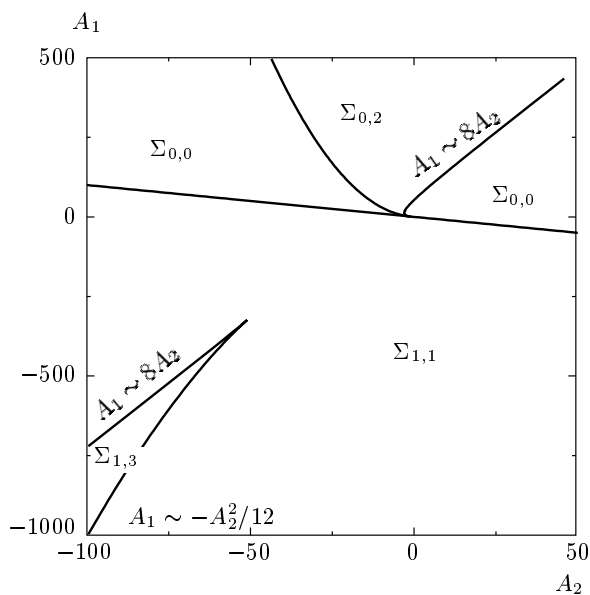


Рис. 1. Диаграмма решений системы (18) при наличии источника примеси. Решения представлены на рис. 2

На рис. 1 приведена диаграмма формальных решений системы (18), сами решения для $k > 0$ представлены на рис. 2. Хотя отрицательные значения r физического смысла не имеют, для лучшего понимания того, как решения системы (18) ведут себя по мере изменения параметров, следует отметить, что эта система инвариантна относительно преобразования $(r, \vartheta', P') \rightarrow (-r, -\vartheta', -P')$. По этой же причине для перехода к случаю отрицательных k достаточно поменять знак всех скалярных полей.

Верхняя граница области $\Sigma_{1,1}$ (при маркировке областей первый индекс определяет количество положительных решений системы (18) относительно P' при $r \rightarrow \infty$, а второй — количество особенностей $P'' = \infty$ у формальных решений во всем диапазоне изменения r) задается уравнением

$$A_1 + A_2 = 0,$$

граница областей $\Sigma_{0,2}$ и $\Sigma_{2,2}$ —

$$A_1 = (A_2 - 1)^2/4, \quad A_2 < -1,$$

а параметрически задаваемая кривая

$$A_2 = -6a^2 - 9 - \frac{24}{a^2 - 3}, \quad A_1 = 6a^4(a^2 + 1) + (a^4 - 1)A_2$$

при $a < \sqrt{3}$ дает границу областей $\Sigma_{0,0}$ и $\Sigma_{0,2}$, а при $a > \sqrt{3}$ — областей $\Sigma_{1,1}$ и $\Sigma_{1,3}$. Асимптотическое поведение этой кривой при больших A_i представлено на рис. 1.

Примечательно также, что вблизи источника (здесь и далее удаление от источника остается достаточно большим, чтобы не была существенна геометрия источника и было справедливо длинноволновое приближение) имеем

$$\vartheta \approx \vartheta_0 + \frac{3}{4} \left(\frac{5}{6}\right)^{2/3} k^{-1/3} r^{4/3},$$

$$P \approx P_0 + \frac{3}{2} \left(\frac{5}{6}\right)^{1/3} k^{1/3} r^{2/3},$$

что соответствует конвективному выносу примеси из окрестности источника (в уравнении переноса (12) слагаемое, связанное с конвективной производной, доминирует над диффузионным). На бесконечности, в случае устойчивого состояния механического равновесия, производные полей должны быть равны нулю:

$$P \approx \vartheta \approx \frac{k \ln r}{A_1 + A_2}.$$

Примечательно, что в случае неоднозначной зависимости $P'(r)$ корректные асимптоты полей температуры и давления при $r \rightarrow 0$ и $r \rightarrow \infty$ принадлежат разным веткам формальных решений системы (18), т. е. между этими ветками должен быть скачкообразный переход (скачок, с точки зрения длинноволновой теории, испытывают производные полей, но не сами поля), для которого длинноволновое приближение несправедливо. Если стационарное источникное течение при этом устойчиво, имеет смысл ожидать, что переходные течения, связанные с разрывом, затухают по мере удаления от него и оказываются локализованы в узкой, с точки зрения длинноволнового приближения, области.

Получившийся разрыв связан с переходом между различными режимами переноса: при малых градиентах полей в уравнениях (15), (16) доминируют линейные слагаемые, описывающие диффузионный перенос примеси и тепла, а при больших — нелинейные, описывающие конвективный перенос. Заслуживает упоминания тот факт, что этот разрыв не является уникальным в своем роде: в гидродинамике широко известен другой пример — гидравлический скачок в радиально растекающемся потоке жидкости от падающей на горизонтальную поверхность струи (см., например, работу [7]).

Вопрос о точном положении «колец» переходного течения (очевидно, что они лежат в области, где формальное решение неоднозначно) требует выхода за пределы длинноволнового приближения, довольно сложного численного анализа и выходит за рамки настоящей работы. Можно, однако, отметить, что

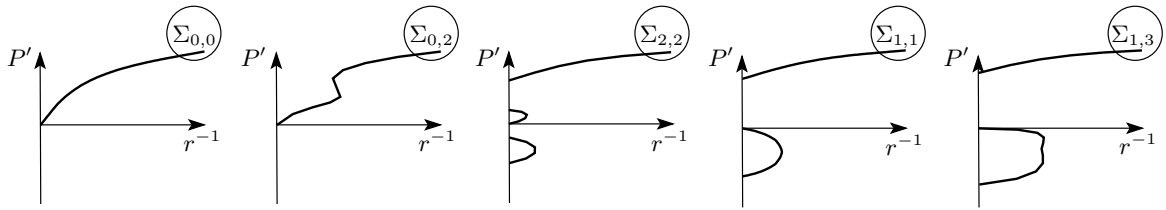


Рис. 2. Формальные решения системы (18), соответствующей источнику примеси

внутренний и внешний радиусы границы области, где это кольцо может располагаться, соответствуют конкретным значениям k/r (см. выражение (18)), т. е. прямо пропорциональны интенсивности источника.

Строгий анализ устойчивости источниковых решений для бинарной смеси также остается за рамками настоящей работы, однако можно с уверенностью говорить о том, что в области параметров, где состояние механического равновесия неустойчиво, неустойчивы будут и источниковые решения (вдали от источника будут возбуждаться конвективные течения, которые будут проникать в область, близкую к источнику). Обратное утверждение в общем случае не обязательно справедливо, поскольку при устойчивом состоянии механического равновесия могут нарастать возмущения, локализованные вблизи источника. Таким образом, граница устойчивости состояния механического равновесия дает лишь внешнее ограничение для области устойчивости источниковых решений.

Из сопоставления выражений для A_i с выражениями (13), (14) для границ устойчивости состояния механического равновесия следует, что совокупность областей $\Sigma_{1,i}$ соответствует области линейной монотонной неустойчивости этого состояния. Колебательная неустойчивость наблюдается в области, ограниченной двумя лучами:

$$-A_2 < A_1 < -\frac{1}{b^3} [(S+b)(b^2 - S(b-1))] A_2 + \frac{1}{b^5} (S+b) [b^2(S^2 - S - 1) - S^3(b-1)]. \quad (19)$$

При $b = 1$ (теплоемкость скелета пористой среды пренебрежимо мала по сравнению с таковой для жидкости, ее насыщающей) формула (19) принимает вид

$$-A_2 < A_1 < -(S+1)(A_2 + S)$$

и дает область, которая принадлежит области $\Sigma_{2,2}$ и касается области $\Sigma_{0,2}$ в точке

$$A_2 = -2S - 1, \quad A_1 = (S+1)^2$$

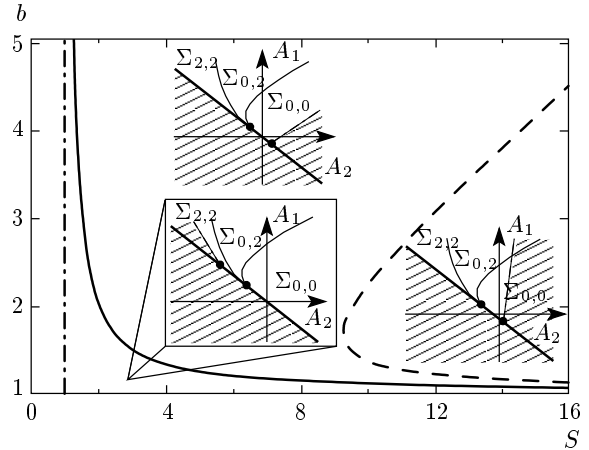


Рис. 3. Зависимость свойств устойчивости состояния механического равновесия от параметров b и S

(рис. 3). По мере увеличения теплоемкости пористой среды относительно теплоемкости жидкости вплоть до $b = S/(S - 1)$ (сплошная линия на рис. 3) верхняя граница области колебательной неустойчивости состояния механического равновесия сдвигается в глубь области $\Sigma_{2,2}$. При этом устойчивыми могут быть режимы в областях $\Sigma_{0,0}$, $\Sigma_{0,2}$ и части области $\Sigma_{2,2}$, лежащей вне области (19); в последних двух областях параметров не исключены устойчивые источниковые течения с кольцами переходного течения.

При $b = S/(S - 1)$ область (19) исчезает и состояние механического равновесия в областях $\Sigma_{0,0}$, $\Sigma_{0,2}$ и $\Sigma_{2,2}$ устойчиво. При дальнейшем увеличении b ($b > 1 + S^{-1}$) область (19) снова возникает, но уже как часть области $\Sigma_{0,0}$, и растет по мере увеличения b . Теперь область колебательной неустойчивости состояния механического равновесия либо целиком лежит в области $\Sigma_{0,0}$, либо пересекается с областью $\Sigma_{0,2}$ при достаточно больших значениях A_2 . Условие этого пересечения выражается неравенством

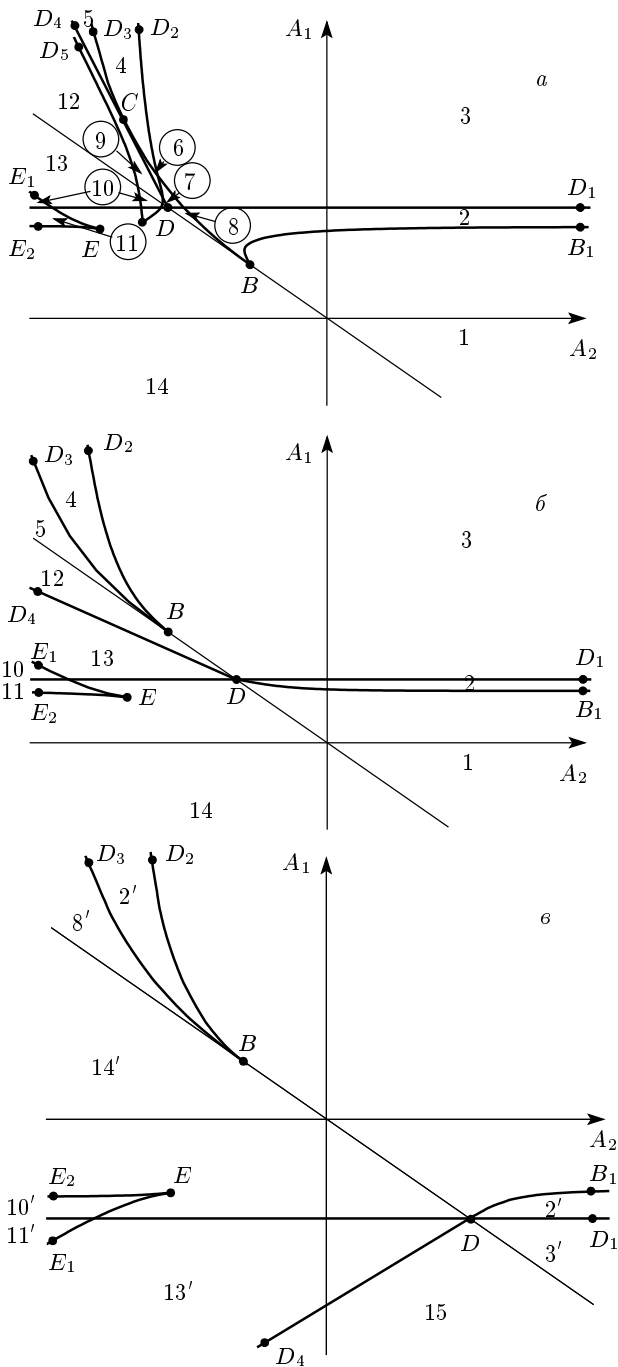


Рис. 4. Диаграмма решений системы (21) при наличии источника тепла: $a - \gamma > 1$; $b - 0 < \gamma < 1$; $v - \gamma < 0$. Решения представлены на рис. 5. Режимы, маркированные цифрой со штрихом, отличаются от режимов без штриха знаком решений

$$S > \frac{b}{b-1} \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 9b(b-1)} \right)$$

(штриховая линия на рис. 3) и является условием того, что в части области $\Sigma_{0,2}$ состояние механического равновесия становится неустойчивым.

5. ЛОКАЛИЗОВАННЫЙ («ТОЧЕЧНЫЙ») ИСТОЧНИК ТЕПЛА

В случае источника тепла для осесимметричных решений имеем

$$\mathbf{k}_1 = \frac{Q_T}{2\pi r} \mathbf{e}_r, \quad \mathbf{k}_2 = \frac{\gamma Q_T}{2\pi r} \mathbf{e}_r, \quad (20)$$

где Q_T — приток тепла в систему. Тогда

$$\vartheta' = \frac{1}{1 + \frac{6}{5}P'^2} \left(P' - \frac{Q_T}{2\pi r} \right), \quad (21)$$

$$A_1 \vartheta' + A_2 P' + \frac{6}{5} P'^3 = -\frac{\gamma Q_T}{2\pi r}.$$

Диаграмма решений приведена на рис. 4. Решения на рис. 5 представлены для положительных Q_T . Как и в случае источника примеси, в системе имеется симметрия $(r, \vartheta', P') \rightarrow (-r, -\vartheta', -P')$, и для перехода к случаю отрицательных Q_T (т. е. случаю оттока тепла) достаточно поменять знак всех скалярных полей. Границы областей на диаграммах, представленных на рис. 4, описываются следующими уравнениями:

$$A_1 + A_2 = 0 \text{ — прямая } BD,$$

$$A_1 = \gamma \text{ — прямая } DD_1,$$

$$A_1 = (A_2 - 1)^2/4, \quad A_1 < -1 \text{ — кривая } BD_3,$$

$$A_1 = \gamma(1 - \gamma - A_2), \quad A_2 < -\gamma \text{ — луч } DD_4,$$

кривые BB_1 , E_1EE_2 , DFD_5 , DD_2 , DB_1 и BD_2 являются различными ветками решений системы уравнений

$$3 + 2A_2 - A_1 - 3(A_2 + 1) \frac{A_1}{\gamma} + 2a^2 \left(6 + A_2 - 5 \frac{A_1}{\gamma} \right) + 9a^4 = 0,$$

$$(A_1 + A_2) \left(1 - \frac{A_1}{\gamma} \right) - a^4 \left(6 + A_2 - 5 \frac{A_1}{\gamma} \right) - 6a^6 = 0,$$

где величина a параметризует эти решения. Следует отметить, что полупрямая $A_1 = \gamma(1 - \gamma - A_2)$,

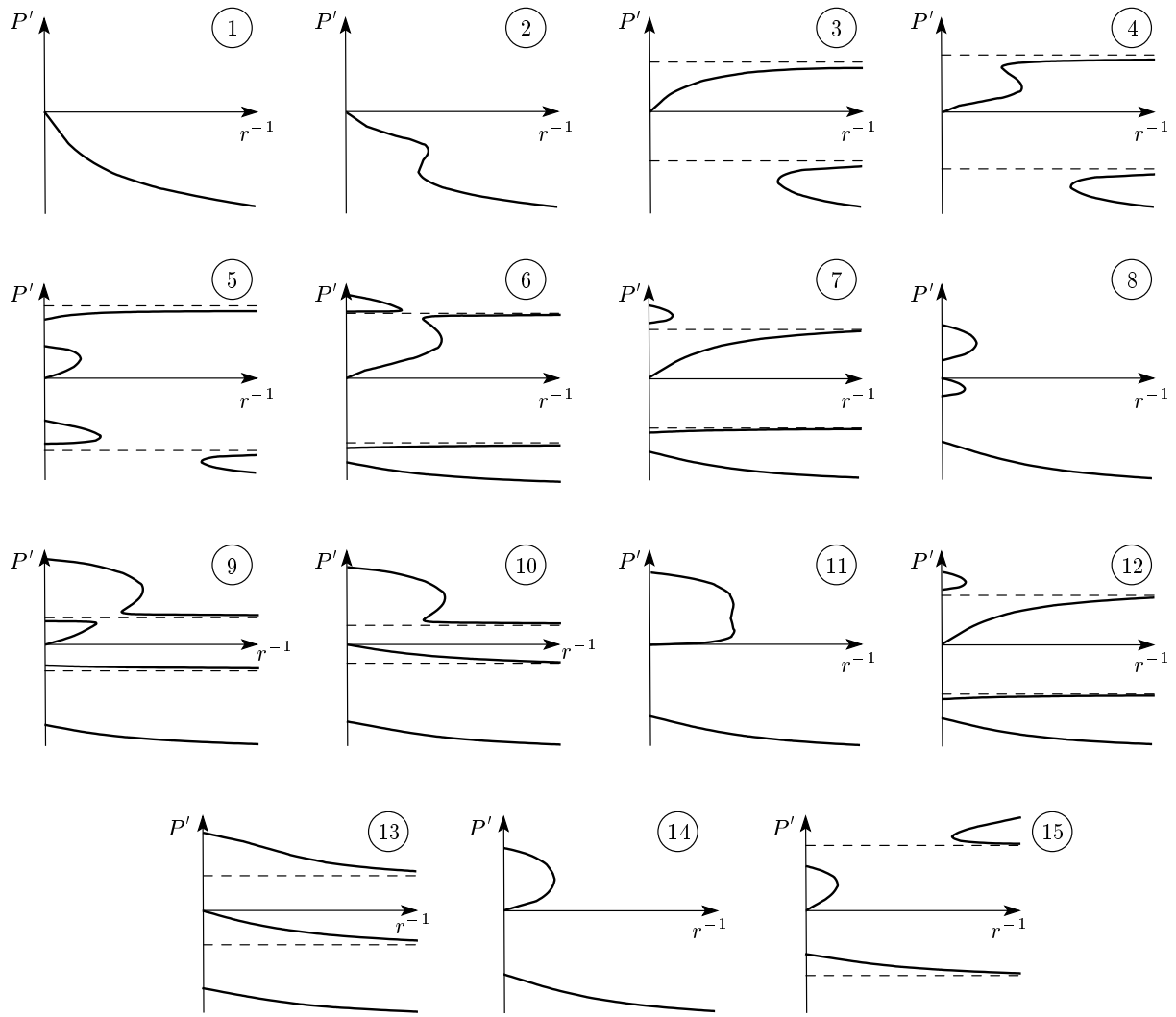


Рис. 5. Формальные стационарные решения системы (21), соответствующей источнику тепла

$A_2 < -\gamma$ также является решением последней системы. Аналитически можно получить асимптотическое поведение для этих кривых при больших A_i :

$$A_1 \approx 8\gamma/9 \text{ (кривые } BB_1, DB_1, EE_2),$$

$$A_1 \approx -\gamma A_2/25 \text{ (кривые } EE_1),$$

$$A_1 \approx 9A_2^2/20 \text{ (кривые } DD_2, BD_2),$$

$$A_1 \approx -\gamma A_2 - \gamma(\gamma - 1) \text{ (кривые } FD_5).$$

Можно также отметить, что точки B и D имеют соответственно координаты $(-1; 1)$ и $(-\gamma; \gamma)$.

В отличие от предыдущих случаев, тепло из окрестности источника может выноситься как конвективным образом,

$$\vartheta \approx \vartheta_0 - \frac{3}{2} \left(\frac{5Q_T}{12\pi\gamma^2} \right)^{1/3} r^{2/3},$$

$$P \approx P_0 - \frac{3}{2} \left(\frac{5\gamma Q_T}{12\pi} \right)^{1/3} r^{2/3},$$

так и диффузионно (решения с $\lim_{r \rightarrow 0} P' = \pm \sqrt{5(A_1/\gamma - 1)/6}$),

$$\vartheta \approx -\frac{\gamma Q_T}{2\pi A_1} \ln r, \quad P \approx P_0 \pm r \sqrt{\frac{5}{6} \left(\frac{A_1}{\gamma} - 1 \right)},$$

причем, как видно из диаграмм на рис. 5, возможна мультистабильность между режимами с этими механизмами выноса тепла. На бесконечности, в случае, когда состояние механического равновесия устойчиво, производные полей должны быть равны нулю:

$$\vartheta \approx -\frac{Q_T(A_2 + \gamma)}{2\pi(A_1 + A_2)} \ln r, \quad P \approx \frac{Q_T(A_1 - \gamma)}{2\pi(A_1 + A_2)} \ln r.$$

Аналогично предыдущему случаю, при $A_1 < -A_2$ состояние механического равновесия монотонно неустойчиво. В общих чертах можно также отметить, что при $b = 1 + S^{-1}$ оно устойчиво во всей области $A_1 + A_2 > 0$, при $b < 1 + S^{-1}$ — в правой ее части, а при $b > 1 + S^{-1}$ — в верхней. Более детальный анализ взаимного расположения областей устойчивости состояния механического равновесия и границ областей, где наблюдаются различные режимы стационарного длинноволнового течения, для источника тепла чрезвычайно громоздок и в настоящей работе не приводится. В области параметров, где состояние механического равновесия без источников устойчиво и асимптоты для $r \rightarrow 0$ и $r \rightarrow \infty$ принадлежат разным веткам решений, область длинноволнового течения вблизи источника отделена от области длинноволнового течения на бесконечности кольцом (или несколькими) переходного течения.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследованы режимы длинноволновой стационарной термоконцентрационной конвекции бинарной смеси в тонком слое пористой среды при наличии локализованного источника/стока тепла или примеси. Поскольку решения определяются локальными характеристиками потоков (тепла и примеси), структура источника и то, как он организован, не влияют на течение в конкретной точке пространства: это течение полностью определяется интенсивностью источника. При этом нужно иметь в виду, что найденные решения справедливы, лишь начиная с некоторого конечного удаления от источника, которое при слабом источнике может быть малым — порядка толщины слоя.

Обнаружено, что в случаях, когда стационарное течение устойчиво, области длинноволнового тече-

ния могут быть разделены одним или несколькими кольцами переходного течения (в некотором смысле это аналогично гидравлическому скачку [7]). Кроме того, оказалось, что в случае локализованного источника примеси ее вынос из непосредственной окрестности источника осуществляется преимущественно конвективным образом. В то же время для локализованного источника тепла возможны два типа режимов: с преимущественно конвективным и преимущественно диффузионным механизмами выноса тепла из окрестности источника. В некоторых случаях между этими режимами с разными механизмами выноса тепла возможна мультистабильность.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 04-01-00893-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Юдович, Мат. заметки **49**, 142 (1991).
2. D. A. Nield and A. Bejan, *Convection in Porous Media*, Springer Verlag, New-York (1998).
3. *Transport Phenomena in Porous Media*, ed. by D. B. Ingham, and I. Pop, Pergamon Press (1998); *Transport Phenomena in Porous Media II*, ed. by D. B. Ingham and I. Pop, Pergamon Press (2002); *Transport Phenomena in Porous Media III*, ed. by D. B. Ingham and I. Pop, Elsevier (2005).
4. A. Bahloul, N. Boutana, and P. Vasseur, *J. Fluid Mech.* **491**, 325 (2003).
5. Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкий, А. А. Непомнящий, *Устойчивость конвективных течений*, Наука, Москва (1989).
6. В. П. Шилов, ЖЭТФ **123**, 816 (2003).
7. E. J. Watson, *J. Fluid. Mech.* **20**, 481 (1964).