

## СОПРОТИВЛЕНИЕ ТУННЕЛЬНОГО БАРЬЕРА С ПИНХОЛОМ

А. В. Ведяев<sup>a,b</sup>, М. Е. Журавлев<sup>c\*</sup>, Е. Ю. Цымбал<sup>d</sup>, Б. Дени<sup>a</sup><sup>a</sup>CEA/Grenoble, Département de Recherche Fondamentale sur la Matière Condensée, SPINTEC  
38054, Grenoble, France<sup>b</sup>Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова  
119992, Москва, Россия<sup>c</sup>Институт общей и неорганической химии им. Н. С. Курнакова Российской академии наук  
119991, Москва, Россия<sup>d</sup>Department of Physics and Astronomy and Center for Materials Research and Analysis, University of Nebraska  
68588, Lincoln, Nebraska, USA

Поступила в редакцию 21 июня 2006 г.

Исследованы транспортные свойства системы, состоящей из двух проводящих ферромагнитных слоев, соединенных цилиндрическим нанопроводом. Система моделирует туннельный барьер, в котором проводящие слои соединены пинхолом. Сопротивление и туннельное магнитное сопротивление рассчитаны как функции радиуса пинхола и диффузного сопротивления проводящих слоев. Исследовано соотношение между вкладами в полное сопротивление диффузного сопротивления слоев и баллистического сопротивления пинхола.

PACS: 73.21.Ac, 73.21.Nb, 73.23.-b, 73.23.Ad

Транспортные свойства магнитного наноконтакта неоднократно исследовались в рамках различных моделей [1–5]. В частности, была исследована зависимость проводимости нанопроводов от их радиуса, и было показано, что проводимость квантуется, если ширина наноконтакта сравнима с обратной величиной ферми-вектора электрона. Такое квантование проводимости наблюдалось в металлических нанопроводах [6, 7]. Среди других интересных эффектов, возможных в таких наноконтактах, отметим эффект спиновой блокады [4], позволяющий манипулировать проводимостью системы, баллистическое магнитосопротивление, достигающее сотен процентов [8], баллистическое анизотропное магнитосопротивление [9]. Одна из возможных моделей подобных систем — сегментированный нанопровод с сегментами разного радиуса. Проводимость свободных электронов в сегментированных нанопроводах рассматривалась в статьях [10, 11] в рамках формализма Ландауэра и в работе [4] в рамках теории линейного отклика Кубо.

В настоящей работе рассматривается задача, являющаяся специальным случаем упомянутой модели — предполагается, что внешние сегменты имеют бесконечные радиусы. Формально это соответствует пределу  $R^{(1)}, R^{(3)} \rightarrow \infty$  в системе, представляющей собой провод, состоящий из трех соосных сегментов с радиусами  $R^{(1)}, R^{(2)}, R^{(3)}$ .

Такая система, в частности, может моделировать пинхол цилиндрической формы в барьере трехслойной системы ферромагнитный металл–изолятор–ферромагнитный металл. Под пинхолом мы понимаем канал в общем случае произвольной формы и очень малых размеров (от нескольких ангстрем до нескольких десятков нанометров) в барьерном слое, который разделяет ферромагнитные слои и заполнен веществом, отличным от вещества барьера. Если пинхол заполнен проводником, возникает своего рода наношунт системы, поскольку сопротивление пинхола намного меньше сопротивления барьера. Решение поставленной задачи позволяет оценить влияние пинхолов на магнитосопротивление трехслойной системы ферромагнитный металл–изолятор–ферромагнитный металл. Далее бу-

\*E-mail: juen@yandex.ru, zhur@igic.ras.ru

дем называть рассматриваемый наноконтакт также «пинхолом».

Несмотря на то что задача для сегментированного нанопровода с сегментами конечного радиуса решена, непосредственно перейти к пределу  $R^{(1)}, R^{(3)} \rightarrow \infty$  трудно как в аналитических выражениях, так и при численном счете.

Более того, предположим, что проводимость внешних слоев является диффузной вследствие хаотически расположенных примесей. Квантово-статистический расчет проводимости в этом случае требует предварительного расчета распределения эффективного падения напряжения внутри проводника. В диаграммной технике это может быть достигнуто вычислением соответствующих вершинных поправок. И без того сложная задача, сводящаяся к решению системы интегральных уравнений, в случае многослойной системы сложной геометрии становится практически неразрешимой. Один из подходов, позволяющих избежать непосредственного расчета вершинных поправок, — расчет эффективных полей [12, 13] — был использован при решении задачи о сегментированном нанопроводе с неидеальной поверхностью [3]. Другой подход представляет собой квазиклассическое приближение [14], справедливое в случае гладкого изменения профиля потенциала, в котором движется электрон. В нашем рассмотрении воспользуемся квазиклассическим приближением для расчета проводимости в полубесконечных проводниках, проводимость же наноконтакта предположим баллистической.

Таким образом, проводимость системы будет определяться баллистической проводимостью наноконтакта и проводимостью двух металлических слоев. Поскольку баллистическая проводимость определяется, в частности, рассеянием на границах баллистического сегмента, мы не можем просто сложить три обратных проводимости этих частей для расчета полной проводимости системы. Для этого мы воспользуемся условием постоянства полного тока в любом сечении системы, перпендикулярном оси симметрии задачи (следствие закона сохранения заряда).

При приложении предложенной модели к описанию пинхола в барьере, разделяющем два ферромагнетика, возникает вопрос о магнитной структуре пинхола и ее влиянии на проводимость. Расчет магнитной структуры пинхола представляет собой отдельную задачу, которую мы не будем здесь рассматривать. Можно было бы задать потенциальный профиль, моделирующий доменную стенку. Между тем, сравнение работ, посвященных наноконтактам, пока-

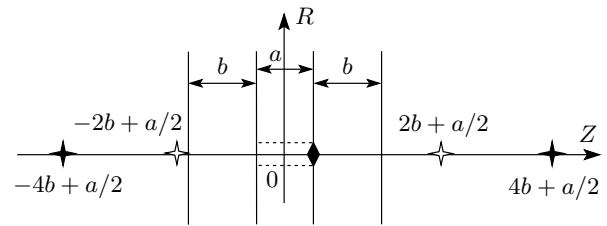


Рис. 1. Система, состоящая из металлических слоев толщиной  $b$ , разделенных барьером толщиной  $a$  и соединенных цилиндрическим пинхолом (изображен пунктирными линиями)

зывает, что конкретная форма потенциала не меняет общей картины проводимости (например, можно сравнить результаты работ [4] и [5]), только в исключительных случаях особая форма доменной стенки может радикально изменить транспортные свойства наноконтакта [15]. Мы зададим потенциальный профиль в пинhole усредненным ферми-вектором, одинаковым для электронов с противоположными проекциями спина. Пинхол может быть немагнитным, даже если слои по обе стороны барьера ферромагнитные. В слоистых системах с  $\text{Al}_2\text{O}_3$  пинхолы заполнены неокисленными атомами алюминия.

Начнем с вычисления тока и распределения потенциалов в проводниках в диффузном режиме. Зададим потенциалы внешних границ системы ( $\phi_2$  для правого и  $\phi_1$  для левого интерфейсов) и рассчитаем проводимость системы. Потенциал внутри проводников удовлетворяет уравнению Лапласа,  $\Delta\Phi = 0$ . Роль зарядов выполняют сток и исток — соединения пинхола с металлическими слоями. В квазиклассическом приближении считаем источники точечными и ищем решение уравнения Лапласа для потенциала методом изображений. Изображения располагаются таким образом, чтобы обеспечить постоянство потенциала внешней границы ферромагнитного слоя. Обозначим ширину барьера (и длину наноконтакта)  $a$ , толщину ферромагнитных слоев —  $b$  (рис. 1). На рис. 1 изображены исходный источник (черный ромб — «заряд» в точке  $Z = a/2$ ) и изображения, необходимые для вычисления  $\Phi$  в правом полупространстве.

Цилиндрические координаты «заряда», изображение которого строится, равны  $R = 0, Z = a/2$ ; на рис. 1 изображения белого цвета имеют заряд, противоположный исходному. Решение уравнения Лапласа в цилиндрических координатах записывается как сумма потенциала реального заряда и изображений. В слое  $a/2 < Z < a/2 + b$  решение уравнения

Лапласа имеет вид

$$\begin{aligned} \Psi_{right}(R, Z) = & \\ = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ - \left[ R^2 + (Z - (a/2 + (2k-1) \cdot 2b))^2 \right]^{-1/2} + \right. & \\ + \left[ R^2 + (Z - (a/2 + 2k \cdot 2b))^2 \right]^{-1/2} - & \\ - \left[ R^2 + (Z - (a/2 - (2k-1) \cdot 2b))^2 \right]^{-1/2} + & \\ + \left. \left[ R^2 + (Z - (a/2 - 2k \cdot 2b))^2 \right]^{-1/2} \right\} + & \\ + \Psi_{right}^{(0)}(R, Z), & \quad (1) \end{aligned}$$

где

$$\Psi_{right}^{(0)}(R, Z) = [R^2 + (Z - a/2)^2]^{-1/2} \quad (2)$$

— потенциал, создаваемый реальным «зарядом». В слое  $-a/2 - b < Z < -a/2$  решение уравнения Лапласа имеет вид

$$\begin{aligned} \Psi_{left}(R, Z) = & \\ = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[ R^2 + (Z - (-a/2 - (2k-1) \cdot 2b))^2 \right]^{-1/2} - \right. & \\ - \left[ R^2 + (Z - (-a/2 - 2k \cdot 2b))^2 \right]^{-1/2} + & \\ + \left[ R^2 + (Z - (-a/2 + (2k-1) \cdot 2b))^2 \right]^{-1/2} - & \\ - \left. \left[ R^2 + (Z - (-a/2 + 2k \cdot 2b))^2 \right]^{-1/2} \right\} + & \\ + \Psi_{left}^{(0)}(R, Z), & \quad (3) \end{aligned}$$

где

$$\Psi_{left}^{(0)}(R, Z) = - [R^2 + (Z + a/2)^2]^{-1/2} \quad (4)$$

— потенциал, создаваемый реальным источником в точке с координатами  $R = 0, Z = -a/2$ .

Полученных формул достаточно для того, чтобы построить эквипотенциальные поверхности в произвольном масштабе. Найденные потенциалы определены с точностью до множителя — его надо найти, зная ток и потенциалы внешних интерфейсов. Заметим, что по построению потенциал внешнего интерфейса равен нулю, но к решению можно прибавить любую константу — прибавим значение потенциала на внешнем интерфейсе, т. е.  $\phi_2$  для правого и  $\phi_1$  для левого интерфейсов, которые предполагаются заданными.

Таким образом, окончательный вид потенциала в правом и левом полупространствах:

$$\begin{aligned} \Phi_{right}^{\nu}(R, Z) &= \phi_2 + \gamma_{right}^{\nu} \Psi_{right}(R, Z), \\ \Phi_{left}^{\nu}(R, Z) &= \phi_1 + \gamma_{left}^{\nu} \Psi_{left}(R, Z), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\nu = \uparrow, \downarrow$  — спиновый индекс. Знаки «+» перед произведением  $\gamma_{right, left}^{\nu} \Psi$  в формулах (5) выбраны так, чтобы с ростом  $Z$  потенциал  $\Phi_{left}^{\nu}(R, Z)$  увеличивался, а  $\Phi_{right}^{\nu}(R, Z)$  уменьшался (если  $\gamma_{right, left}^{\nu} > 0$ ). Значения  $\gamma_{right, left}^{\nu}$  зависят от конфигурации системы — от взаимной ориентации намагниченности в левом и правом ферромагнетиках. Более того, мы предполагаем, что коэффициенты  $\gamma^{\nu}$  различны для разных спиновых каналов. Это отражает тот факт, что  $\Phi_{left}^{\nu}(R, Z)$  и  $\Phi_{right}^{\nu}(R, Z)$  являются эффективными потенциалами (аналогичными эффективным полям, посредством которых учитываются вертексные поправки [12, 13]), а не реальным потенциалом внутри проводника, который должен быть одним и тем же для всех электронов.

Можно рассчитать ток в произвольном сечении ферромагнетика — через плоскость, перпендикулярную оси  $Z$ , — по формуле

$$\begin{aligned} J^{\nu} &= \int \sigma^{\nu} \mathbf{E}^{\nu}(R, Z) d\mathbf{S} = \\ &= - \int \sigma^{\nu} \frac{\partial \Phi_{right}^{\nu}(R, Z)}{\partial Z} 2\pi R dR. \end{aligned} \quad (6)$$

Как показывает непосредственное вычисление, вклад в полный ток потенциала, создаваемого зарядами-изображениями, равен нулю:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \frac{\partial (\Psi(R, Z) - \Psi^{(0)}(R, Z))}{\partial Z} 2\pi R dR = & \\ = 2\pi [\text{sign}(a+4b-8bk-2Z) - \text{sign}(a+8bk-2Z) + & \\ + \text{sign}(a-4b+8bk-2Z) + & \\ + \text{sign}(-a+8bk+2Z)] = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} J^{\nu} &= \int \sigma^{\nu} \mathbf{E}^{\nu}(R, Z) d\mathbf{S} = \\ &= - \int \sigma^{\nu} \gamma^{\nu} \frac{\partial \Psi^{(0)}(R, Z)}{\partial Z} 2\pi R dR \equiv \sigma^{\nu} \gamma^{\nu} S, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} S &= - \int_0^{\infty} \frac{\partial [R^2 + (Z - a/2)^2]^{-1/2}}{\partial Z} 2\pi R dR = \\ &= -2\pi \text{sign}(a - 2Z) = 2\pi. \end{aligned}$$

Проводимость ферромагнетиков равна

$$\sigma^{\uparrow(\downarrow)} = \frac{e^2 l^{\uparrow(\downarrow)} k_F^{\uparrow(\downarrow)2}}{6\hbar\pi^2}, \quad (9)$$

где  $k_F^{\uparrow(\downarrow)}$  и  $l^{\uparrow(\downarrow)}$  — ферми-векторы и длины свободного пробега спиновых подзон,  $e$  — заряд электрона.

Для того чтобы найти  $\gamma^\nu$ , рассчитаем сопротивление пинхола и ток, протекающий через пинхол, который должен быть равен выражению (8).

Ток, протекающий через пинхол,

$$J^\nu = G^\nu (\phi^{\prime\nu} - \phi^{\prime\nu\nu}), \quad (10)$$

где  $G^\nu$  — баллистический кондактанс пинхола для спинового канала  $\nu = \uparrow, \downarrow$ . В формуле (10) значения потенциала  $\phi^{\prime\nu}$  и  $\phi^{\prime\nu\nu}$  должны рассчитываться в точках, удаленных на длину свободного пробега от стока или истока пинхола, например,

$$\Phi_{left}^\nu (R = 0, Z = -(a/2 + l^{left})),$$

где  $l^{left}$  — длина свободного пробега для электронов с данным спином в левом ферромагнетике. Таким образом, приравнивая выражения для токов, получим уравнения, из которых можно определить  $\gamma$ :

$$\begin{aligned} \sigma^\nu \gamma_{left}^\nu S &= G^\nu \{ [\phi_1 + \gamma_{left}^\nu \times \\ &\times \Psi_{left} (R = 0, Z = -(a/2 + l^{left}))] - \\ &- [\phi_2 + \gamma_{right}^\nu \times \\ &\times \Psi_{right} (R = 0, Z = a/2 + l^{right})] \}, \\ \sigma^\nu \gamma_{right}^\nu S &= G^\nu \{ [\phi_1 + \gamma_{left}^\nu \times \\ &\times \Psi_{left} (R = 0, Z = -(a/2 + l^{left}))] - \\ &- [\phi_2 + \gamma_{right}^\nu \times \\ &\times \Psi_{right} (R = 0, Z = a/2 + l^{right})] \}. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь длины свободного пробега обозначены как  $l^{left}$  слева и  $l^{right}$  справа. Полученные выражения позволяют найти  $\gamma_{left}^\nu, \gamma_{right}^\nu$ :

$$\begin{aligned} \gamma_{left}^\nu &= G^\nu \sigma_{right}^\nu (\phi_1 - \phi_2) \{ \sigma_{left}^\nu \sigma_{right}^\nu S - \\ &- G^\nu [\sigma_{right}^\nu \Psi_{left} (R = 0, Z = -(a/2 + l^{left})) - \\ &- \sigma_{left}^\nu \Psi_{right} (R = 0, Z = a/2 + l^{right})] \}^{-1}, \\ \gamma_{right}^\nu &= G^\nu \sigma_{left}^\nu (\phi_1 - \phi_2) \{ \sigma_{left}^\nu \sigma_{right}^\nu S - \\ &- G^\nu [\sigma_{right}^\nu \Psi_{left} (R = 0, Z = -(a/2 + l^{left})) - \\ &- \sigma_{left}^\nu \Psi_{right} (R = 0, Z = a/2 + l^{right})] \}^{-1}. \end{aligned} \quad (12)$$

Баллистическая проводимость наноконтакта рассчитывается по формуле Ландауера [16], для чего необходимо вычислить коэффициент прохождения. Пусть волновая функция электрона построена в соответствии с методом, изложенным в Приложении. Рассматривая волну, падающую слева, поток которой нормирован на единицу, а проекция волнового

вектора на плоскость, перпендикулярную оси  $Z$ , равна  $p$ , получим для прошедшей волны:

$$\begin{aligned} \Psi_p^\sigma \left( r, Z > \frac{a}{2}, \alpha \right) &= \\ &= \sum_n \left( \int_0^\infty d\mu_s A_{n,ps}^{(3)} J_n(sr) \frac{\exp(ik_s^{(3)} z)}{\sqrt{k_s^{(1)}}} \right) \times \\ &\times \exp(in\alpha). \end{aligned} \quad (13)$$

Коэффициенты  $A_{ps}^{(3)}$  рассчитаны в Приложении.

В рассматриваемом случае ток распределен неоднородно по поперечному сечению и полный ток конечен, так как мы пренебрегаем туннелированием через барьер. Полный ток может быть рассчитан следующим образом:

$$\begin{aligned} J^\nu &= \\ &= \frac{e}{\hbar} \int r dr d\alpha \left\{ \int dp_z d^2 p_{\parallel} (f^L(E) - f^R(E)) \frac{\partial E}{\partial p_z} \times \right. \\ &\times \left. \frac{\hbar}{M} (\Psi_p^\nu(r, z, \alpha))^* \frac{\partial \Psi_p^\nu(r, z, \alpha)}{\partial z} \right\}, \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} f^L(E) &= \left\{ \exp \frac{E - e\phi^{\prime\nu}}{k_B T} - 1 \right\}^{-1}, \\ f^R(E) &= \left\{ \exp \frac{E - e\phi^{\prime\nu\nu}}{k_B T} - 1 \right\}^{-1} \end{aligned} \quad (15)$$

— функции распределения электронов соответственно в левом и правом электродах,  $M$  — масса электрона,  $\alpha$  — угол в цилиндрической системе координат. Выполняя в формуле (14) интегрирование по  $r$  и по  $\alpha$ , получим для малого падения потенциала и нулевой температуры:

$$I = \frac{e}{\hbar} \int d^2 p_{\parallel} T^\nu(\mathbf{p}_{\parallel}) \epsilon(\phi^{\prime\nu} - \phi^{\prime\nu\nu}). \quad (16)$$

Здесь

$$T^\nu(\mathbf{p}_{\parallel}) = \frac{\hbar}{M} \sum_n \int |A_{n,ps}^{(3)\nu}|^2 d^2 s \quad (17)$$

— коэффициент прохождения для спинового канала  $\nu$ , он зависит от взаимной ориентации намагниченности ферромагнетиков. На рис. 2 представлены результаты расчета проводимости отдельных каналов и магнитосопротивление системы в соответствии с формулами (16), (17) для параметров ферромагнитных слоев, близких к параметрам пермаллоя. Проводимость рассматриваемой системы заметно ниже, чем проводимость сегментированного нанопровода [4], в котором рассеяние происходит между

наборами дискретных состояний, а не между дискретными состояниями и континуумом, как в рассматриваемом случае. Рассчитанное магнитосопротивление, как и следовало ожидать, растет с уменьшением радиуса пинхола.

Рассчитаем теперь баллистическое сопротивление пинхола и сопротивление слоя отдельно. Сопротивления относятся друг к другу как соответствующие разности потенциалов:

$$\begin{aligned}
R^{left} : R^{ballistic} : R^{right} : R_{tot} = \\
= \{ -\gamma_{left}^{\nu} \Psi_{left} (R=0, Z=-(a/2+l^{left})) \} : \\
: \{ \phi_1 + \gamma_{left}^{\nu} \Psi_{left} (R=0, Z=-(a/2+l^{left})) - \\
- \phi_2 - \gamma_{right}^{\nu} \Psi_{right} (R=0, Z=a/2+l^{right}) \} : \\
: \gamma_{right}^{\nu} \Psi_{right} (R=0, Z=a/2+l^{right}) : \\
: (\phi_1 - \phi_2). \quad (18)
\end{aligned}$$

Учитывая, что полное сопротивление системы равно

$$R_{tot} = \frac{\phi_1 - \phi_2}{\phi^{\nu} - \phi^{\nu\nu}} \left\{ \frac{e^2}{\hbar} \int d^2 p_{\parallel} T(\mathbf{p}_{\parallel}) \right\}^{-1}, \quad (19)$$

получим из формулы (18):

$$R^{ballistic} = \left\{ \frac{e^2}{\hbar} \int d^2 p_{\parallel} T(\mathbf{p}_{\parallel}) \right\}^{-1}, \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
R^{left} = \{ -\gamma_{left}^{\nu} \Psi_{left} (R=0, Z=-(a/2+l^{left})) \} \times \\
\times \left\{ \frac{e^2}{\hbar} \int d^2 p_{\parallel} T(\mathbf{p}_{\parallel}) (\phi^{\nu\nu} - \phi^{\nu}) \right\}^{-1} = \\
= -\gamma_{left}^{\nu} \Psi_{left} (R=0, Z=-(a/2+l^{left})) \times \\
\times \left\{ \frac{e^2}{\hbar} \int d^2 p_{\parallel} T(\mathbf{p}_{\parallel}) \times \right. \\
\times \{ \phi_1 + \gamma_{left}^{\nu} \Psi_{left} (R=0, Z=-(a/2+l^{left})) - \\
- [\phi_2 + \gamma_{right}^{\nu} \times \\
\times \Psi_{right} (R=0, Z=a/2+l^{right})] \} \}^{-1}, \quad (21)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R^{right} = \gamma_{right}^{\nu} \Psi_{right} (R=0, Z=a/2+l^{right}) \times \\
\times \left\{ \frac{e^2}{\hbar} \int d^2 p_{\parallel} T(\mathbf{p}_{\parallel}) \times \right. \\
\times \{ \phi_1 + \gamma_{left}^{\nu} \Psi_{left} (R=0, Z=-(a/2+l^{left})) - \\
- [\phi_2 + \gamma_{right}^{\nu} \times \\
\times \Psi_{right} (R=0, Z=a/2+l^{right})] \} \}^{-1}. \quad (22)
\end{aligned}$$

На рис. 3 представлены результаты расчета сопротивления ферромагнитных слоев как функции их толщины для фиксированного радиуса пинхола  $\rho = 4 \text{ \AA}$ .

Как видно из рис. 3, для рассматриваемых параметров сопротивление ферромагнитных слоев меньше, чем баллистическое сопротивление пинхола, равное (в единицах  $(e^2/\hbar)^{-1}$ ) 1.46, 4.35 для каналов «вверх», «вниз» при параллельном намагничении и 2.86 для антипараллельной магнитной конфигурации. Таким образом, в рассматриваемом случае сопротивление и магнитосопротивление определяются баллистическим сопротивлением пинхола.

Отличие зависимостей на рис. 3 от линейных объясняется тем, что ток в ферромагнетиках распределен неоднородно — линии тока расходятся от концов пинхола. Оказывается, что с ростом толщины ферромагнитных слоев отношение падения напряжения в ферромагнитном слое к падению напряжения на пинhole не возрастает неограниченно, а стремится к конечному значению. Для толстых ферромагнитных слоев,  $b \gg a$ , потенциал в ферромагнитных слоях равен

$$\begin{aligned}
\Psi_{left}^{thick}(R, Z) \approx \frac{1}{2} \frac{\ln 4}{b} + \\
+ \frac{3\zeta(3)(a^2 - 2R^2 + 4aZ + 4Z^2)}{64b^3} - \\
- \frac{1}{\sqrt{R^2 + (Z + a/2)^2}}, \quad (23) \\
\Psi_{right}^{thick}(R, Z) \approx -\frac{1}{2} \frac{\ln 4}{b} - \\
- \frac{3\zeta(3)(a^2 - 2R^2 - 4aZ + 4Z^2)}{64b^3} + \\
+ \frac{1}{\sqrt{R^2 + (Z - a/2)^2}},
\end{aligned}$$

где  $\zeta$  — дзета-функция Римана.

С помощью выражений (23) найдем из (12), (20) и (21), что в пределе  $b \rightarrow \infty$

$$\frac{R^{left}}{R^{ballistic}} = \frac{e^2/\hbar}{2\pi\sigma_{left}l^{left}}, \quad (24)$$

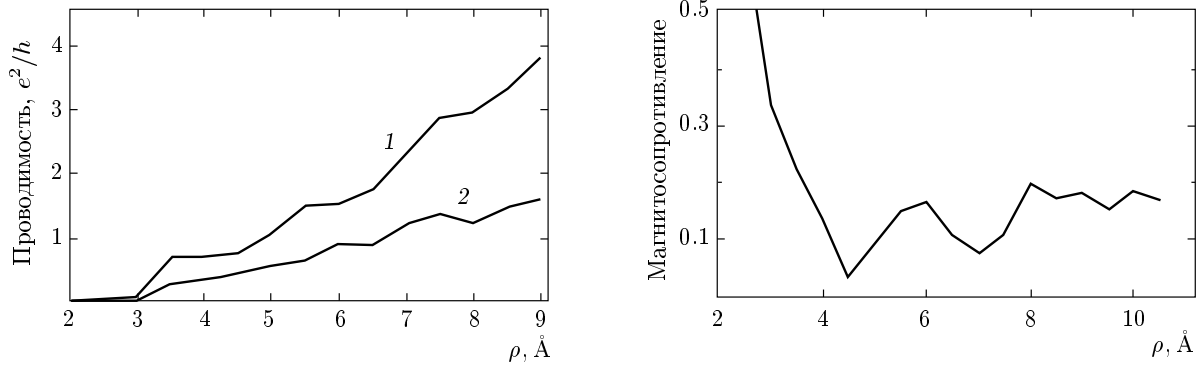


Рис. 2. а) Проводимость канала «спин-вверх» для параллельной (1) и антипараллельной (2) взаимных ориентаций намагниченностей ферромагнетиков как функция радиуса  $\rho$  пинхола. б) Магнитосопротивление системы как функция радиуса  $\rho$  пинхола. Ферми-векторы спиновых подзон  $k_F^\uparrow = 1.0 \text{\AA}^{-1}$ ,  $k_F^\downarrow = 0.6 \text{\AA}^{-1}$ , длина пинхола  $a = 8 \text{\AA}$ , толщина ферромагнитных слоев  $b = 120 \text{\AA}$

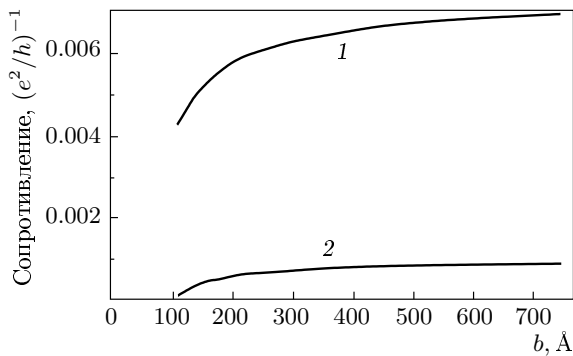


Рис. 3. Сопротивление ферромагнитных слоев в зависимости от их толщины  $b$  для радиуса пинхола  $\rho = 4 \text{\AA}$ . Сопротивление спинового канала «спин-вверх» (1) и «спин-вниз» (2) при параллельном намагничивании системы. Ферми-векторы спиновых подзон  $k_F^\uparrow = 1.0 \text{\AA}^{-1}$ ,  $k_F^\downarrow = 0.6 \text{\AA}^{-1}$ , длины свободного пробега  $l^\uparrow = 110 \text{\AA}$ ,  $l^\downarrow = 60 \text{\AA}$

где  $\sigma_{left}$ ,  $l^{left}$  — проводимость (9) и длина свободного пробега в левом слое (для рассматриваемого спинового канала). Считая, что проводимость каждого канала равна единице, можно найти, подсчитывая число открытых каналов, что для выбранных параметров баллистическое сопротивление сравняется с сопротивлением толстых ферромагнитных слоев при радиусе пинхола порядка  $30 \text{\AA}$ . Из-за сильного рассеяния, уменьшающего проводимость каналов, эта величина окажется несколько больше. Таким образом, для выбранных параметров даже в случае единственного пинхола, радиус которого со-

ставляет несколько десятков ангстрем или больше, сопротивление системы определяется сопротивлением ферромагнитных слоев. Это утверждение тем более верно в случае конечной концентрации пинхолов.

Таким образом, мы рассмотрели транспортные свойства системы, состоящей из двух ферромагнитных слоев, соединенных наноконтактом (проводящим пинхолом). Для описания системы мы использовали модель свободных электронов. Проводимость ферромагнитных слоев предполагалась диффузной и описывалась в квазиклассическом приближении. Наноконтакт рассматривался как идеальный цилиндр, соединяющий проводящие слои, баллистическая проводимость которого была рассчитана по формуле Ландауэра.

Полученная зависимость проводимости от радиуса пинхола квантуется, как и в случае сегментированного нанопровода, с тем отличием, что в рассмотренном случае бесконечных плоскостей проводимость заметно меньше.

Мы показали, что при реалистических значениях длин свободного пробега и ферми-векторов в ферромагнетиках сопротивление даже толстых слоев пренебрежимо мало по сравнению с баллистическим сопротивлением единственного пинхола малого радиуса. В тех же случаях, когда имеется конечная концентрация пинхолов или радиус пинхола превосходит несколько десятков ангстрем (точное значение определяется параметрами задачи), диффузное сопротивление ферромагнитных слоев определяет как общее сопротивление системы, так и ее магнитосопротивление.

А. В. Ведяев и М. Е. Журавлев благодарны РФФИ за поддержку (грант № 04-02-16688-а).

### ПРИЛОЖЕНИЕ

Формально рассматриваемая задача — это задача о волновой функции провода, состоящего из трех сегментов с радиусами  $R^{(1)}$ ,  $R^{(2)}$ ,  $R^{(3)}$  при  $R^{(1)} \rightarrow \infty$ ,  $R^{(3)} \rightarrow \infty$ . Наше рассмотрение сходно с исследованием в работах [10, 11] с той разницей, что в полубесконечных областях набор собственных функций непрерывен, вместо рядов Дини для разложения функций используем интегралы Бесселя. Построение волновой функции требует обращения бесконечных матриц. Доказательство того, что в задачах такого типа матрицы обратимы и могут быть приближены конечными матрицами, дано в работе [17].

Покажем, как рассчитываются волновые функции системы. Пусть радиус наноконтакта равен  $\rho$ , координаты его границ  $\pm a$ . В цилиндрических координатах  $\{r, z, \alpha\}$  уравнение Шредингера для волновой функции электрона с энергией  $E$  имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - Q^{(j)^2} \right) \times \Psi^\sigma(r, z, \alpha) = E \Psi^\sigma(r, z, \alpha), \quad (\text{II.1})$$

где

$$Q^{(j)} = \sqrt{\frac{2M}{\hbar^2} (E - U^{(j)})},$$

$U^{(j)}$  — положение дна зоны в  $j$ -м сегменте системы.

Разделяя переменные, ищем решение в виде

$$\Psi^\sigma(r, z, \alpha) = \sum_n F_n^\sigma(r, z) \exp(in\alpha). \quad (\text{II.2})$$

Уравнение для функции  $F_n^\sigma(z, r)$  в  $j$ -м сегменте записывается как

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{n^2}{r^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - Q^{(j)^2} \right) \times F_n^\sigma(r, z) = E F_n^\sigma(r, z). \quad (\text{II.3})$$

Мы рассматриваем задачу в цилиндрических координатах, поэтому удобно выражать зависимость волновой функции от  $r$  через функции Бесселя. В области нанопровода искомую функцию можно разложить по дискретному набору функций Бесселя (ряд Дини), в области же бесконечных проводников в качестве такого разложения используется интеграл Фурье–Бесселя. Таким образом, выбирая в

качестве граничного условия волну, падающую слева,  $z < -a/2$ , с определенным значением волнового вектора электрона, будем искать функцию  $F_n^\sigma(r, z)$  в цилиндрических координатах в виде

$$F_n \left( r, z < -\frac{a}{2} \right) = f_p^{(1)}(r) \frac{\exp(ik_p^{(1)}z)}{\sqrt{k_p^{(1)}}} + \int_0^\infty d\mu_s B_{ps}^{(1)} f_s^{(1)}(r) \frac{\exp(-ik_s^{(1)}z)}{\sqrt{k_s^{(1)}}}, \quad (\text{II.4})$$

$$F_n \left( r, -\frac{a}{2} < z < \frac{a}{2} \right) = \sum_m \left[ A_{pm}^{(2)} \frac{\exp(ik_m^{(2)}z)}{\sqrt{k_m^{(2)}}} + B_{pm}^{(2)} \frac{\exp(-ik_m^{(2)}z)}{\sqrt{k_m^{(2)}}} \right] \times f_m^{(2)}(r), \quad (\text{II.5})$$

$$F_n \left( r, \frac{a}{2} < z \right) = \int_0^\infty d\mu_s A_{ps}^{(3)} f_s^{(3)}(r) \frac{\exp(ik_s^{(1)}z)}{\sqrt{k_s^{(1)}}}. \quad (\text{II.6})$$

Здесь  $p$  — проекция волнового вектора падающей волны на плоскость, перпендикулярную оси  $Z$ , радиальные функции  $f_s^1(r) = f_s^3(r) = J_n(sr)$ , нормированная волновая функция в нанопроводе

$$f_m^{(2)}(r) = J_n \left( \frac{\lambda_{nm}}{\rho} r \right) \frac{1}{N_{nm}},$$

$$N_{nm} = \frac{\sqrt{2}}{\rho J_{n+1}(\lambda_{nm})},$$

$Z$ -компоненты электронного волнового вектора равны

$$k_m^{(2)} = \sqrt{Q^{(2)^2} - \left( \frac{\lambda_{nm}}{\rho} \right)^2},$$

$$k_p^{(1,3)} = \sqrt{Q^{(1,3)^2} - p^2},$$

элемент меры  $d\mu_s \equiv s ds$ .

Запишем условия непрерывности для левой границы нанопровода,  $z = -a/2$ :

$$\begin{aligned}
 & f_p^{(1)}(r) \frac{\exp(-ik_p^{(1)}a/2)}{\sqrt{k_p^{(1)}}} + \\
 & + \int_0^\infty d\mu_s B_{ps}^{(1)} f_s^{(1)}(r) \frac{\exp(ik_s^{(1)}a/2)}{\sqrt{k_s^{(1)}}} = \\
 & = \sum_m \left[ A_{pm}^{(2)} \frac{\exp(-ik_m^{(2)}a/2)}{\sqrt{k_m^{(2)}}} + \right. \\
 & \left. + B_{pm}^{(2)} \frac{\exp(ik_m^{(2)}a/2)}{\sqrt{k_m^{(2)}}} \right] f_m^{(2)}(r), \quad (\text{П.7}) \\
 & \sqrt{k_p^{(1)}} \exp\left(-\frac{ik_p^{(1)}a}{2}\right) f_p^{(1)}(r) - \\
 & - \int_0^\infty d\mu_s B_{ps}^{(1)} i\sqrt{k_s^{(1)}} f_s^{(1)}(r) \exp\frac{ik_s^{(1)}a}{2} = \\
 & = \sum_m \left[ A_{pm}^{(2)} \exp\left(-\frac{ik_m^{(2)}a}{2}\right) + \right. \\
 & \left. + B_{pm}^{(2)} \exp\frac{ik_m^{(2)}a}{2} \right] i\sqrt{k_m^{(2)}} f_m^{(2)}(r).
 \end{aligned}$$

Первое уравнение справедливо для  $0 < r < \infty$ , в то время как второе — только для  $0 < r < \rho$ . Применим преобразование Ганкеля к первому уравнению системы (П.7). Обозначая

$$\begin{aligned}
 W_{pm}^{12} &= \int_0^\rho \Psi_p^{(1)}(r) \Phi_m^{(2)}(r) d\mu_r \equiv \\
 &\equiv \int_0^\rho J_n(pr) J_n\left(\frac{\lambda_{nm}}{\rho}r\right) \frac{1}{N_{nm}} r dr \equiv W_{mp}^{21}, \quad (\text{П.8}) \\
 W_{pm}^{32} &= \int_0^\rho \Psi_p^{(3)}(r) \Phi_m^{(2)}(r) d\mu_r \equiv W_{mp}^{23},
 \end{aligned}$$

получим (умножая уравнение на  $J_n(qr)r$  и интегрируя от 0 до  $\infty$ )

$$\begin{aligned}
 & \frac{\delta(p-q)}{q\sqrt{k_p^{(1)}}} \exp\left(-\frac{ik_p^{(1)}a}{2}\right) + B_{pq}^{(1)} \frac{\exp(ik_q^{(1)}a/2)}{\sqrt{k_q^{(1)}}} = \\
 & = \sum_m \left[ A_{pm}^{(2)} \frac{\exp(-ik_m^{(2)}a/2)}{\sqrt{k_m^{(2)}}} + \right. \\
 & \left. + B_{pm}^{(2)} \frac{\exp(ik_m^{(2)}a/2)}{\sqrt{k_m^{(2)}}} \right] W_{mq}^{21}. \quad (\text{П.9})
 \end{aligned}$$

Второе уравнение системы (П.7) справедливо для  $0 < r < \rho$ . Умножая обе части на  $f_l^{(2)}(r)r$  и интегрируя от 0 до  $\rho$ , получим

$$\begin{aligned}
 & W_{lp}^{21} i\sqrt{k_p^{(1)}} \exp\left(-\frac{ik_p^{(1)}a}{2}\right) - \\
 & - \int B_{ps}^{(1)} i\sqrt{k_s^{(1)}} \exp\frac{ik_s^{(1)}a}{2} W_{ls}^{21} d\mu_s = \\
 & = \left[ A_{pl}^{(2)} \exp\left(-\frac{ik_l^{(2)}a}{2}\right) - B_{pm}^{(2)} \exp\frac{ik_l^{(2)}a}{2} \right] \times \\
 & \quad \times i\sqrt{k_l^{(2)}}. \quad (\text{П.10})
 \end{aligned}$$

Теперь, умножая (П.8) на  $ik_q^{(1)}W_{lq}^{21}$  и выполняя интегрирование по  $q$ , имеем

$$\begin{aligned}
 & W_{lp}^{21} i\sqrt{k_p^{(1)}} \exp\left(-\frac{ik_p^{(1)}a}{2}\right) + \int B_{ps}^{(1)} i\sqrt{k_s^{(1)}} \times \\
 & \quad \times \exp\frac{ik_s^{(1)}a}{2} W_{ls}^{21} d\mu_s = \\
 & = \sum_m \left[ A_{pm}^{(2)} \frac{\exp(-ik_m^{(2)}a/2)}{\sqrt{k_m^{(2)}}} + B_{pm}^{(2)} \frac{\exp(ik_m^{(2)}a/2)}{\sqrt{k_m^{(2)}}} \right] \times \\
 & \quad \times \int W_{ms}^{21} ik_s^{(1)} W_{sl}^{21} d\mu_s. \quad (\text{П.11})
 \end{aligned}$$

Можно исключить  $B^{(1)}$ , беря сумму (П.10) и (П.11):

$$\begin{aligned}
 & 2i\sqrt{k_p^{(1)}} \exp\left(-\frac{ik_p^{(1)}a}{2}\right) W_{pl}^{12} = \\
 & = \sum_m \left[ A_{pm}^{(2)} \exp\left(-\frac{ik_m^{(2)}a}{2}\right) \left( \delta_{lm} i\sqrt{k_m^{(2)}} + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{U_{ml}^{212}}{\sqrt{k_m^{(2)}}} \right) \right] + \sum_m \left[ B_{pm}^{(2)} \exp\frac{ik_m^{(2)}a}{2} \times \right. \\
 & \quad \left. \times \left( -\delta_{lm} i\sqrt{k_m^{(2)}} + \frac{U_{ml}^{212}}{\sqrt{k_m^{(2)}}} \right) \right]. \quad (\text{П.12})
 \end{aligned}$$

Записывая формулу (П.12), мы учли, что  $W_{pl}^{12} \equiv W_{lp}^{21}$ , и обозначили

$$U_{ml}^{212} = \int W_{ms}^{21} ik_s^{(1)} W_{sl}^{12} d\mu_s. \quad (\text{П.13})$$



Теперь напомним условия непрерывности для  $z = a/2$ :

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty d\mu_s A_{ps}^{(3)} f_s^{(3)}(r) \frac{\exp(ik_s^{(3)} a/2)}{\sqrt{k_s^{(3)}}} = \\ & = \sum_m \left[ A_{pm}^{(2)} \frac{\exp(ik_m^{(2)} a/2)}{\sqrt{k_m^{(2)}}} + \right. \\ & \left. + B_{pm}^{(2)} \frac{\exp(-ik_m^{(2)} a/2)}{\sqrt{k_m^{(2)}}} \right] f_m^{(2)}(r), \quad (\text{П.14}) \\ & \int_0^\infty d\mu_s A_{ps}^{(3)} i\sqrt{k_s^{(3)}} f_s^{(3)}(r) \exp \frac{ik_s^{(3)} a}{2} = \\ & = \sum_m \left[ A_{pm}^{(2)} \exp \frac{ik_m^{(2)} a}{2} - \right. \\ & \left. - B_{pm}^{(2)} \exp \left( -\frac{ik_m^{(2)} a}{2} \right) \right] i\sqrt{k_m^{(2)}} f_m^{(2)}(r). \end{aligned}$$

Из первого уравнения системы (П.14) получим

$$\begin{aligned} A_{pq}^{(3)} \frac{\exp(ik_q^{(3)} a/2)}{\sqrt{k_q^{(3)}}} = \sum_m \left[ A_{pm}^{(2)} \frac{\exp(ik_m^{(2)} a/2)}{\sqrt{k_m^{(2)}}} + \right. \\ \left. + B_{pm}^{(2)} \frac{\exp(-ik_m^{(2)} a/2)}{\sqrt{k_m^{(2)}}} \right] W_{mq}^{23}. \quad (\text{П.15}) \end{aligned}$$

Из второго уравнения системы (П.14) получим

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty d\mu_s A_{ps}^{(3)} i\sqrt{k_s^{(3)}} \exp \frac{ik_s^{(3)} a}{2} W_{sl}^{32} = \\ & = \left[ A_{pl}^{(2)} \exp \frac{ik_l^{(2)} a}{2} - B_{pl}^{(2)} \exp \left( -\frac{ik_l^{(2)} a}{2} \right) \right] \times \\ & \quad \times i\sqrt{k_l^{(2)}}. \quad (\text{П.16}) \end{aligned}$$

Умножая (П.15) на  $i\sqrt{k_s^{(3)}} W_{sl}^{32}$ , интегрируя по  $d\mu_s \equiv s ds$  и вычитая почленно из полученного уравнения (П.16), получим уравнение, не содержащее  $A^{(3)}$ :

$$\begin{aligned} & \sum_m \left[ A_{pm}^{(2)} \frac{\exp(ik_m^{(2)} a/2)}{\sqrt{k_m^{(2)}}} + \right. \\ & \left. + B_{pm}^{(2)} \frac{\exp(-ik_m^{(2)} a/2)}{\sqrt{k_m^{(2)}}} \right] U_{ml}^{232} = \\ & = \left[ A_{pl}^{(2)} \exp \frac{ik_l^{(2)} a}{2} - B_{pl}^{(2)} \exp \left( -\frac{ik_l^{(2)} a}{2} \right) \right] \times \\ & \quad \times i\sqrt{k_l^{(2)}}, \quad (\text{П.17}) \end{aligned}$$

где

$$U_{ml}^{232} = \int W_{ms}^{23} i k_s^{(3)} W_{sl}^{32} d\mu_s.$$

Уравнение (П.17) может быть записано в виде

$$\begin{aligned} & \sum_m B_{pm}^{(2)} \left( \delta_{ml} i\sqrt{k_l^{(2)}} \exp \left( -\frac{ik_l^{(2)} a}{2} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{\exp(-ik_m^{(2)} a/2)}{\sqrt{k_m^{(2)}}} U_{ml}^{232} \right) = \\ & = \sum_m A_{pm}^{(2)} \left( \delta_{ml} i\sqrt{k_l^{(2)}} \exp \frac{ik_l^{(2)} a}{2} - \right. \\ & \quad \left. - \frac{\exp(ik_m^{(2)} a/2)}{\sqrt{k_m^{(2)}}} U_{ml}^{232} \right). \quad (\text{П.18}) \end{aligned}$$

Последнее уравнение позволяет выразить  $B^{(2)}$  через  $A^{(2)}$ . Подставляя полученное линейное соотношение в уравнение (П.12), найдем матрицу  $A^{(2)}$ ,

$$\begin{aligned} A_{pm}^2 = & \left\{ \exp \left( -\frac{ik_n^{(2)} a}{2} \right) \left( \delta_{ln} i\sqrt{k_n^{(2)}} + \frac{U_{nl}^{212}}{\sqrt{k_n^{(2)}}} \right) + \right. \\ & + \left( \delta_{nl} i\sqrt{k_l^{(2)}} \exp \frac{ik_l^{(2)} a}{2} - \frac{\exp(ik_n^{(2)} a/2)}{\sqrt{k_n^{(2)}}} U_{nl}^{232} \right) \times \\ & \times \left( \delta_{nl} i\sqrt{k_l^{(2)}} \exp \left( -\frac{ik_l^{(2)} a}{2} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{\exp(-ik_n^{(2)} a/2)}{\sqrt{k_n^{(2)}}} U_{nl}^{232} \right)^{-1} \left. \right\}^{-1} \times \\ & \times 2i\sqrt{k_p^{(1)}} \exp \left( -\frac{ik_p^{(1)} a}{2} \right) W_{pm}^{12}. \quad (\text{П.19}) \end{aligned}$$

После того как найден коэффициент  $A^{(2)}$ , остальные коэффициенты легко найти из соответствующих уравнений. Например, получив  $B^{(2)}$  из формулы (П.18), из (П.15) найдем  $A^{(3)}$ .

Разумеется, и в этой задаче необходимо предельно исследовать обратимость соответствующих матриц. Это может быть сделано так же, как в задаче о построении функции Грина для нанопровода.

## ЛИТЕРАТУРА

1. А. К. Звездин, А. Ф. Попков, Письма в ЖЭТФ **71**, 304 (2000).
2. Н. Imamura, N. Kobayashi, S. Takahashi, and S. Maekawa, Phys. Rev. Lett. **84**, 1003 (2000).
3. М. Ye. Zhuravlev, H. O. Lutz, and A. V. Vedyayev, Phys. Rev. **63**, 174409 (2001).
4. М. Ye. Zhuravlev, E. Y. Tsymbal, S. S. Jaswal, A. V. Vedyayev, and B. Dieny, Appl. Phys. Lett. **83**, 3534 (2003).
5. L. R. Tagirov, B. P. Vodopyanov, and K. B. Efetov, Phys. Rev. B **65**, 214419 (2002).
6. J. I. Pascual, J. Méndez, J. Gómez-Herrero, A. M. Baró, N. García, and V. T. Binh, Phys. Rev. Lett. **71**, 1852 (1993).
7. L. Olesen, E. Lægsgaard, I. Stensgaard, F. Besenbacher, J. Schiøtz, P. Stoltze, K. W. Jacobsen, and J. K. Nørskov, Phys. Rev. Lett. **72**, 2251 (1994).
8. N. García, M. Muñoz, and Y.-W. Zhao, Phys. Rev. Lett. **82**, 2923 (1999).
9. J. Velez, R. Sabirianov, S. S. Jaswal, and E. Y. Tsymbal, Phys. Rev. Lett. **94**, 127203 (2005).
10. A. Weisshaar, J. Lary, S. M. Goodnick, and V. K. Tripathi, J. Appl. Phys. **70**, 355 (1991).
11. F. Kassubek, C. A. Stafford, and H. Grabert, Phys. Rev. B **59**, 7560 (1999).
12. P. M. Levy and S. Zhang, J. Magn. Magn. Mater. **164**, 284 (1996).
13. A. Vedyayev, N. Ryzhanova, B. Dieny, P. Dauguet, P. Gandit, and J. Chaussy, Phys. Rev. B **55**, 3728 (1997).
14. H. E. Camblong, P. M. Levy, and S. Zhang, Phys. Rev. B **51**, 16052 (1995).
15. V. K. Dugaev, J. Berakdar, and J. Barnas, Phys. Rev. Lett. **96**, 047208 (2006).
16. R. Landauer, IBM J. Res. Dev. **32**, 306 (1988).
17. A. L. Sakhnovich, J. Math. Anal. Appl. **247**, 410 (2000).