

# МЕЖПОДЗОННЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ ОДНОСЛОЙНЫХ И ДВУСЛОЙНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ В ПАРАЛЛЕЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*Л. В. Кулик\*, И. В. Кукушкин, В. Е. Кирпичев, С. В. Товстоног, В. Е. Бисти*

*Институт физики твердого тела Российской академии наук  
142432, Черноголовка, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 13 июня 2005 г.

Спектр нейтральных межподзонных возбуждений в одиночных и двойных квантовых ямах исследовался методом неупругого рассеяния света. Показано, что во внешнем магнитном поле энергии возбуждений содержат анизотропную часть, пропорциональную дипольному моменту возбуждений вдоль оси роста квантовых ям. Измерение энергии возбуждений в магнитном поле позволяет, таким образом, экспериментально определить количественную меру асимметрии квантовых ям — дипольный момент межподзонального перехода. Кроме того, параллельное магнитное поле позволяет значительно расширить исследуемый диапазон импульсов, поскольку приводит к сдвигу дисперсионных кривых в импульсном пространстве на величину анизотропной части. Предложен новый метод определения симметрии двойных квантовых ям. В асимметричных ямах межподзонные возбуждения являются межслоевыми и имеют большой дипольный момент вдоль оси роста. В симметричных ямах магнитное поле само индуцирует дипольный момент межподзонных возбуждений таким образом, что спектр возбуждений не меняется при инверсии магнитного поля. Исследование анизотропии энергии межподзонных возбуждений в двойных квантовых ямах позволяет установить симметрию двойных ям с высокой точностью.

PACS: 73.40.-f

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что в постоянном однородном магнитном поле гамильтониан системы положительных и отрицательных зарядов с полным зарядом, равным нулю, трансляционно инвариантен. Соответствующим интегралом движения является обобщенный импульс, все компоненты которого коммутируют между собой. Для системы из двух частиц обобщенный импульс можно представить в виде

$$\mathbf{k} = -i(\nabla_1 + \nabla_2) + \frac{e}{c}(\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2) - \frac{e}{c}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \times \mathbf{B}, \quad (1)$$

где  $\hbar = 1$ , индексы «1» и «2» обозначают отрицательно и положительно заряженные частицы,  $\mathbf{A}$  — векторный потенциал, а  $\mathbf{B}$  — напряженность магнитного поля [1, 2]. Обобщенный импульс в магнитном поле играет ту же роль, что и импульс в отсутствие поля, примером чего является поглощение или излучение электромагнитных волн нейтральной систе-

мой. Взаимодействие с излучением сохраняет сумму импульса фотона и обобщенного импульса системы [3].

В двумерном (2D) пространстве нейтральная система имеет аналогичный интеграл движения [4]. Примеры таких систем — двумерный атом водорода и экситон Мотта в узкой полупроводниковой квантовой яме в магнитном поле. Менее очевидными, но существенными для физических приложений примерами являются магнитоэкситоны, или магнитоплазменные моды, — связанные состояния дырки на заполненном уровне и электрона на одном из пустых уровней Ландау [5].

Вследствие конечной ширины волновых функций электронов в направлении роста квантовых ям квазичастицы в ямах не двумерны, а квазидвумерны. Однако это несущественно до тех пор, пока электрон и дырка двигаются в одной плоскости и энергетические щели между размерно-квантованными подзонами в квантовых ямах велики по сравнению с энергией взаимодействия электрона и дырки. Если

\*E-mail: kulik@issp.ac.ru

же электрон и дырка двигаются в двух пространственно-разделенных плоскостях, то система может быть описана в терминах  $2D$ -диполя, т. е. нейтральной  $2D$ -квазичастицы, имеющей ненулевой дипольный момент  $\mathbf{d}$  вдоль оси, перпендикулярной плоскостям:

$$\mathbf{d} = -e|z_0 - z_1|\mathbf{n}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{n}$  — нормаль к плоскости квантовой ямы,

$$z_0 - z_1 = \int dz \psi_0^*(z) z \psi_0(z) - \int dz \psi_1^*(z) z \psi_1(z)$$

— среднее расстояние между электроном и дыркой,  $\psi_{0(1)}(z)$  — компонента электронной (дырочной) волновой функции в направлении роста квантовой ямы. Во внешнем магнитном поле, ориентированном в плоскости, вектор

$$\mathbf{P} = \mathbf{\Pi} + \frac{1}{c} \mathbf{d} \times \mathbf{V} \quad (3)$$

[6, 7] играет роль обобщенного импульса  $2D$ -диполя и сохраняется в процессах рассеяния, здесь  $\mathbf{\Pi}$  — кинематический импульс электрона и дырки в плоскости ямы [8]. Кинетическая энергия  $2D$ -диполя во внешнем магнитном поле зависит от кинематического импульса:

$$E(\mathbf{\Pi}) = E\left(\mathbf{P} - \frac{1}{c} \mathbf{d} \times \mathbf{V}\right), \quad (4)$$

т. е. помимо обобщенного импульса энергия зависит от калибровочного вклада  $c^{-1} \mathbf{d} \times \mathbf{V}$ , связанного с тем, что невозможно одновременно обратить в нуль вектор-потенциал в двух пространственно-разделенных слоях. Таким образом, можно исследовать дисперсию  $2D$ -диполей, прилагая ориентированное определенным образом магнитное поле. Если выполнено резонансное условие

$$\mathbf{P} = \frac{1}{c} \mathbf{d} \times \mathbf{V}, \quad (5)$$

то кинематический импульс и, соответственно, кинетическая энергия диполя обращаются в нуль. Несмотря на конечный импульс, передаваемый  $2D$ -диполю посредством процессов рассеяния, он «заморожен» (неподвижен в плоскости).

Примерами  $2D$ -диполей являются экситоны Мотта в асимметричных одиночных и двойных квантовых ямах и электронные возбуждения между подзонами размерного квантования (межподзонные) в асимметрично легированных одиночных и двойных

квантовых ямах. Экситоны Мотта в физически реализуемых системах обладают большой эффективной массой и непараболическим (обычно неизвестным) законом дисперсии, что является следствием сложной валентной зоны в полупроводниковых материалах квантовых ям. Поэтому, чтобы наблюдать эффекты, связанные с наличием калибровочного члена в обобщенном импульсе экситонов, нужны большие магнитные поля, существенно влияющие на профиль квантующего потенциала ям и, соответственно, возмущающие дырочные и электронные состояния [9]. Напротив, энергии межподзонных возбуждений в квантовых ямах значительно изменяются уже в длинноволновом пределе, поэтому экспериментальные условия для выполнения выражений (3)–(5) реализуются в малых магнитных полях порядка 1 Тл, что соответствует энергии магнитного квантования, много меньшей, чем характерная энергия межподзонного квантования. Специальный случай представляют возбуждения в двойных квантовых ямах, где энергия межподзонного квантования может быть сколь угодно малой.

Помимо исследования дисперсии  $2D$ -диполей, соотношения (3)–(5) можно использовать для экспериментального определения физических характеристик ограничивающего потенциала одиночных и двойных квантовых ям. Особенно важны экспериментальные методы для определения асимметрии потенциала в двойных квантовых ямах, интерес к которым связан с обнаружением ферромагнетизма и, возможно, сверхтекучести [10, 11]. Ключевым параметром, определяющим возможное основное состояние электронной системы в двойных квантовых ямах, является степень пространственной асимметрии. В настоящей работе предложен экспериментальный метод определения степени асимметрии, а также представлено наиболее полное на сегодняшний момент исследование спектра и дисперсии межподзонных возбуждений в одиночных и двойных квантовых ямах в параллельном магнитном поле, которое обобщает результаты, полученные авторами ранее [12–15].

Работа построена следующим образом. В разд. 2 дано описание оригинальной экспериментальной методики, разработанной авторами для измерения спектров неупругого рассеяния света во внешнем параллельном магнитном поле с возможностью одновременного изменения поля и импульсов возбуждающего и рассеиваемого фотонов. В разд. 3 обсуждается спектр межподзонных возбуждений в магнитном поле и экспериментально подтверждается корректность соотношений (3)–(5) для энергий межподзон-

ных коллективных возбуждений [12]. В разд. 4 исследуется влияние перпендикулярной компоненты магнитного поля на соотношения (3)–(5) [13]. В разд. 5 рассмотрено влияние параллельного магнитного поля на энергии одночастичных возбуждений и продемонстрирован метод определения пространственной асимметрии электронной системы в двойных квантовых ямах [14, 15].

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МЕТОДИКА

Исследования проводились на серии высококачественных гетероструктур, выращенных методом молекулярно-лучевой эпитаксии. Гетероструктуры представляли собой асимметричные, селективно-легированные одиночные квантовые ямы  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$  ширинами 120–450 Å и двойные симметричные квантовые ямы ширинами 200 Å, разделенные изолирующим барьером шириной 25 Å. Электронные плотности  $n_s$  в исследуемых образцах составляли  $(1\text{--}6.8) \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , подвижности — на уровне  $(1\text{--}2) \cdot 10^6 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ . Электронные концентрации в исследуемых образцах могли меняться в широких пределах. Для этого использовался метод фотообеднения: в условиях непрерывного фотовозбуждения лазерным излучением с энергией фотонов, превышающей энергию запрещенной зоны барьера квантовых ям, происходила нейтрализация ионизованных доноров в барьере и уменьшалась концентрация электронов. Механизм данного явления подробно рассмотрен в работе [16]. Таким же образом выполнялась балансировка двойных квантовых ям. Вследствие того что коэффициент барьерного поглощения в области энергий фотообедняющего излучения велик, а легирующие примеси для каждой из ям находятся в барьере по разные стороны, яма, расположенная ближе к поверхности гетероструктуры, обедняется значительно сильнее, чем яма, расположенная дальше от поверхности. Таким образом, подбирая плотность мощности фотообедняющего излучения, можно плавно варьировать степень асимметрии двойных квантовых ям [14].

В эксперименте использовалась оригинальная двухсветоводная методика. Посредством первого световода осуществлялось возбуждение электронной системы, а другой световод служил для детектирования сигнала неупругого рассеяния света (рис. 1). Величина проекции импульса в плоскости квантовой ямы,  $\mathbf{q}$ , передаваемого электронной системе в процессе неупругого рассеяния света, опре-

делялась расположением концов световодов относительно поверхности образца. Максимальный передаваемый импульс достигал  $1.2 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ . Световоды и образец жестко закреплялись на вращающемся держателе, причем образец располагался либо горизонтально, либо вертикально. Держатель помещался в криостат со сверхпроводящим соленоидом, поле в котором было направлено горизонтально. Вращая держатель, можно было непрерывно изменять угол между направлениями магнитного поля и импульса, передаваемого электронной системе посредством неупругого рассеяния света. При горизонтальной ориентации образца магнитное поле было направлено вдоль плоскости квантовой ямы (параллельное магнитное поле). При вертикальной ориентации появлялась ненулевая компонента магнитного поля вдоль оси роста квантовой ямы (перпендикулярное магнитное поле). Измерения проводились при температуре 1.5 К. Возбуждение электронной системы осуществлялось перестраиваемым титан-сапфировым лазером с энергией фотона, большей ширины запрещенной зоны материала квантовой ямы (GaAs), но меньшей ширины запрещенной зоны материала барьера (AlGaAs). Характерная плотность мощности возбуждения была 0.1–1 Вт/см<sup>2</sup>. Сигнал неупругого рассеяния света поступал в тройной рамановский спектрометр и детектировался CCD-камерой. Спектральное разрешение регистрирующей системы составляло 0.04 мэВ, а ширины линий неупругого рассеяния света составляли 0.1–0.5 мэВ. Одновременное измерение сигнала неупругого рассеяния света и люминесценции позволяло контролировать величину электронной плотности при квазинепрерывном возбуждении светом [14].

## 3. ОДИНОЧНАЯ КВАНТОВАЯ ЯМА В ПАРАЛЛЕЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Межподзонные возбуждения в одиночной асимметрично легированной квантовой яме состоят из электрона в пустой возбужденной подзоне, взаимодействующего с дыркой под уровнем Ферми электронов в основной размерно-квантованной подзоне. Вследствие асимметрии ограничивающего потенциала электрон и дырка пространственно разделены в направлении роста квантовой ямы. Энергия взаимодействия электрона и дырки обычно много меньше межподзонной энергии, поэтому межподзонные возбуждения можно рассматривать как хорошо определенные 2D-диполи. Спектр межподзонных возбуждений состоит из двух коллективных возбуждений:

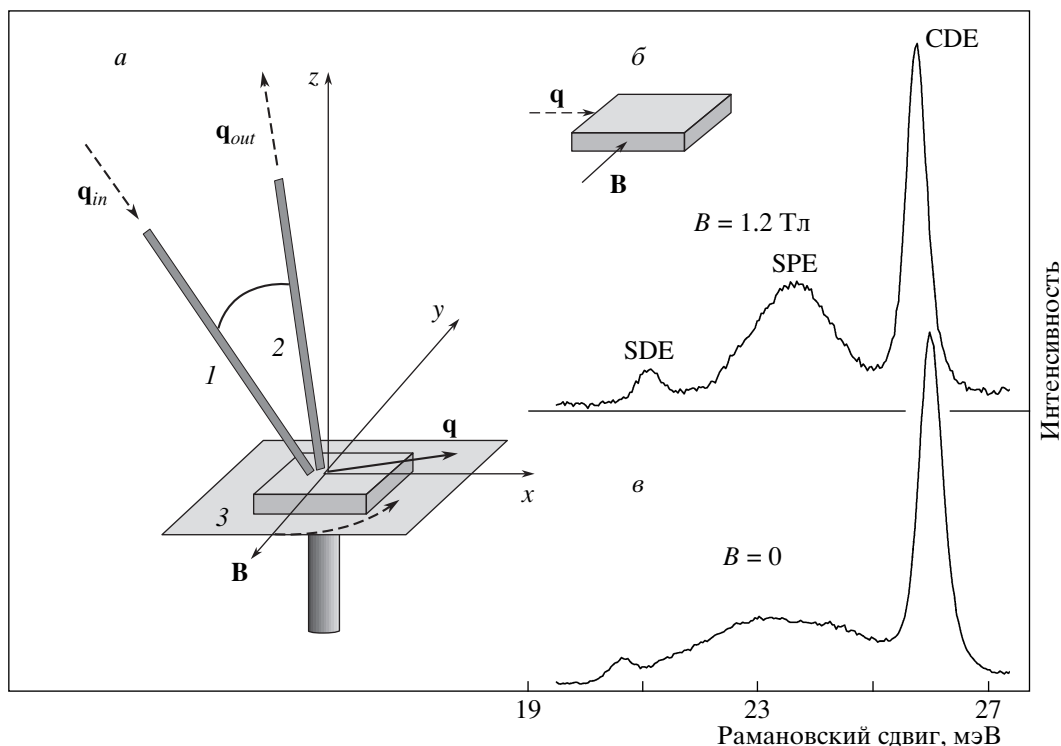


Рис. 1. а) Схема резонансного неупругого рассеяния света: 1 — световод, подводящий лазерный луч к образцу; 2 — световод, собирающий рассеянный свет; 3 — держатель с образцом. Держатель и световоды могут вращаться вокруг оси  $z$  в постоянном магнитном поле. б, в) Спектры неупругого рассеяния света для образца с квантовой ямой шириной  $250 \text{ \AA}$  при  $n_s = 3.5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , измеренные при  $B = 1.2 \text{ Тл}$  (б) и  $B = 0$  (в),  $q = 1 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ . Взаимная ориентация векторов  $q$  и  $B$  указана на схеме

главных возбуждений зарядовой и спиновой плотностей (charge density excitation, CDE, spin density excitation, SDE) и континуума одночастичных возбуждений (single particle excitation, SPE) [17, 18]. Главные возбуждения зарядовой и спиновой плотностей можно рассматривать как синглетное и триплетное состояния экситона. Энергия  $E_{SDE}$  меньше одночастичной межподзонной энергии, что обусловлено кулоновским взаимодействием электрона и дырки (экситонный сдвиг), а энергия  $E_{CDE}$  может быть как больше, так и меньше межподзонной энергии [19]. В  $E_{CDE}$  помимо экситонного сдвига входит энергия макроскопической поляризации электронной системы (деполяризационный сдвиг). Поэтому, в отличие от случая экситона Ванье–Мотта, главные возбуждения зарядовой и спиновой плотностей невырождены.

На рис. 1 показаны примеры спектров неупругого рассеяния света без магнитного поля и в параллельном магнитном поле 1.2 Тл. Электронной системе передавался импульс  $1 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$  в плос-

кости ямы, направленный перпендикулярно вектору напряженности магнитного поля. Спектры состоят из трех основных компонент: широкой полосы с энергией 23.5 мэВ, связанной с межподзонными одночастичными возбуждениями (SPE), и двух узких линий, соответствующих двум межподзонным коллективным модам (SDE и CDE) [17]. В магнитном поле полоса SPE сужается. Ширина  $\Delta$  полосы SPE достигает минимума при  $B_c = 1.2 \text{ Тл}$  и возрастает при больших полях. В том же магнитном поле энергии обеих коллективных мод имеют экстремумы:  $E_{CDE}$  — минимум, а  $E_{SDE}$  — максимум (рис. 2). Энергии  $E_{CDE}$ ,  $E_{SDE}$ , а также  $\Delta$  анизотропны: если вращать держатель с образцом, т. е. изменять направление импульса относительно направления напряженности магнитного поля, то эти величины изменяются. Вращательная анизотропия уменьшается с уменьшением величины импульса  $q$ .

Можно показать, что анизотропия энергии межподзонных возбуждений связана с калибровочным членом в уравнении (4). Для этого рассмотрим,

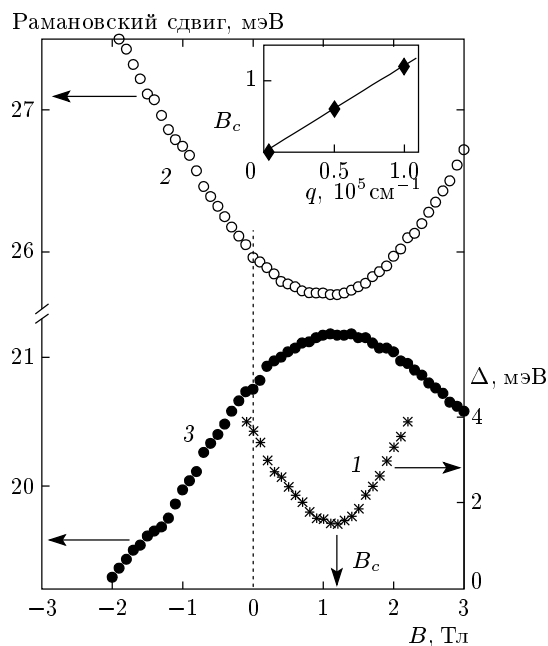


Рис. 2. Зависимость от магнитного поля полосы SPE (1) и энергий  $E_{CDE}$  (2) и  $E_{SDE}$  (3). На вставке показаны измеренные (точки) и вычисленные по формуле (5) (прямая) значения  $B_c$  в зависимости от  $q$ . В вычислениях использовалась величина дипольного момента  $d = e \cdot 54 \text{ \AA}$ , полученная из теоретических вычислений

например, величину  $E_{CDE}$ . Когда  $q = 0$ ,  $E_{CDE}$  квадратично зависит от напряженности магнитного поля (рис. 3). Прилагая конечный импульс  $q = 1 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ , так что вектор  $\mathbf{q}$  сонаправлен вектору  $\mathbf{d} \times \mathbf{B}$ , мы наблюдаем сдвиг магнитолевой зависимости на величину  $|c^{-1}\mathbf{d} \times \mathbf{B}| = 1 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ . Таким образом, можно отождествить зависимость  $E_{CDE}(c^{-1}\mathbf{d} \times \mathbf{B})$  с дисперсионной, а величину  $B_c$  с критическим магнитным полем, при котором выполняется равенство (5). В дальнейшем импульс неупругого рассеяния света в плоскости квантовой ямы и обобщенный импульс возбуждений будут отождествляться ( $\mathbf{q} \equiv \mathbf{P}$ ).

Чтобы проверить, что энергия возбуждений зависит от  $\mathbf{P}$  и  $c^{-1}\mathbf{d} \times \mathbf{B}$ , относительная ориентация векторов  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{d} \times \mathbf{B}$  при  $c^{-1}|\mathbf{d} \times \mathbf{B}| = |\mathbf{P}| = 1 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$  непрерывно менялась и кинетическая энергия возбуждений измерялась как функция угла  $\alpha$  между направлениями векторов  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{d} \times \mathbf{B}$  (рис. 4). Наблюдаемая угловая зависимость с хорошей точностью описывается выражением

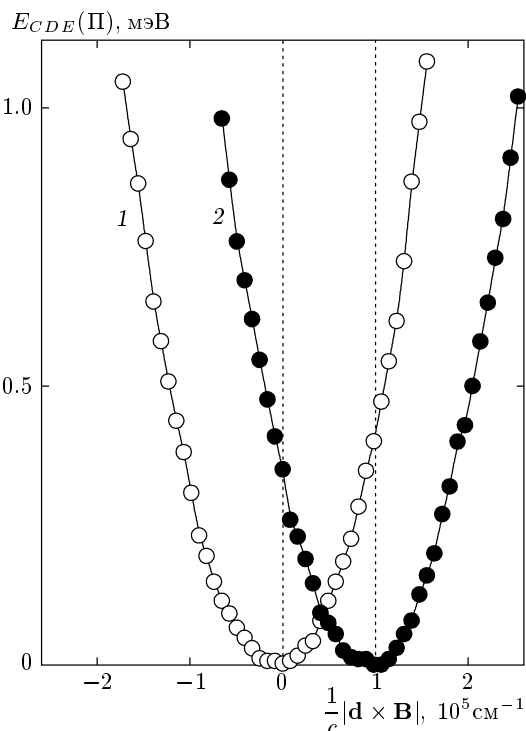


Рис. 3. Кинетическая энергия  $E_{CDE}$  как функция  $c^{-1}|\mathbf{d} \times \mathbf{B}|$ . Вектор  $c^{-1}\mathbf{d} \times \mathbf{B}$  для двух значений  $P = 0$  (1) и  $P = 2 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$  (2) направлен вдоль импульса  $\mathbf{P}$ . Кинетическая энергия  $E_{CDE} = 0$  при  $\mathbf{P} = c^{-1}\mathbf{d} \times \mathbf{B} = 0$

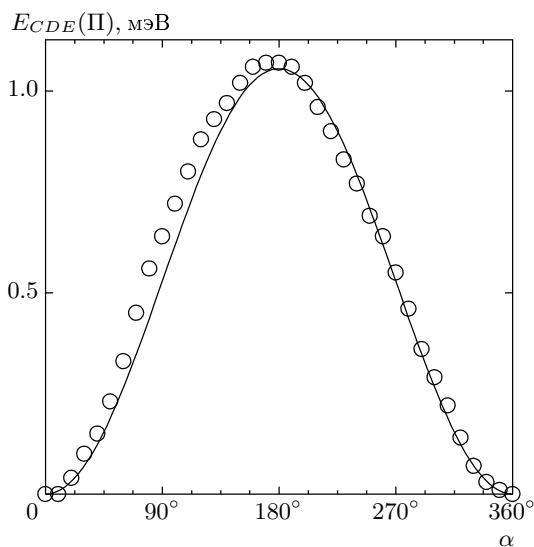


Рис. 4. Кинетическая энергия  $E_{CDE}$  как функция угла между направлениями векторов  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{d} \times \mathbf{B}$  при  $P = |\mathbf{d} \times \mathbf{B}| = 1 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$

$$E(\Pi) = \frac{1}{2m^*} \left( \mathbf{P} - \frac{1}{c} \mathbf{d} \times \mathbf{V} \right)^2, \quad (6)$$

где  $m^*$  — эффективная масса главного возбуждения, полученная из дисперсионной зависимости на рис. 3. Мы проверили соотношения (3)–(5) для всех остальных межподзонных возбуждений. Несмотря на то что исследуемые возбуждения различаются квантовыми числами внутренних и спиновых степеней свободы, они обладают одинаковыми дипольными моментами и их дисперсионные зависимости ведут себя аналогично. Специальный случай представляют одночастичные возбуждения, так как они не являются связанными комплексами с собственной дисперсией. Дисперсионная зависимость одночастичных возбуждений получается из разности дисперсионных зависимостей возбужденных электрона и дырки и поэтому имеет отличную от коллективных возбуждений зависимость от  $\alpha$ . По существу, измерения в параллельном магнитном поле позволяют отличить коллективные возбуждения от одночастичных, что является серьезной экспериментальной проблемой в физике возбуждений низкоразмерных систем. Более подробно одночастичные возбуждения будут обсуждаться в разд. 6.

#### 4. ОДИНОЧНАЯ КВАНТОВАЯ ЯМА В НАКЛОННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Рассмотрим теперь дисперсию межподзонных возбуждений во внешнем магнитном поле, ориентированном под произвольным углом к плоскости квантовой ямы. В этом случае выражение для двумерного обобщенного импульса аналогично (1), а дисперсионные соотношения для межподзонных возбуждений модифицируются. На рис. 5, 6 показаны спектры неупругого рассеяния света от межподзонных возбуждений в магнитном поле, имеющем ненулевую компоненту напряженности вдоль оси роста квантовой ямы. Величины  $E_{CDE}$  и  $E_{SDE}$  слабо зависят от магнитного поля, что легко понять, принимая во внимание то, что в магнитном поле главные возбуждения зарядовой и спиновой плотностей связаны с межподзонными переходами с сохранением номера уровня Ландау. Если пренебречь непараболическостью эффективной массы электронов в интервале энергий межподзонного расщепления, то энергии всех таких переходов равны между собой и не зависят от величины магнитного поля. Помимо линий этих возбуждений в спектре наблюдаются линии  $B_{\pm n}$ , которые формируют отрицательный и положительный «веера» уровней Ландау, выходящие

из энергии межподзонного квантования. Данные линии связаны с межподзонными бернштейновскими модами — возбуждениями с одновременным изменением индекса размерно-квантованной подзоны и номера уровня Ландау. Их энергии при  $q \rightarrow 0$  выражаются как

$$E_{B_{\pm n}} = |\Omega \pm n\omega_c|, \quad n \neq 0, \quad (7)$$

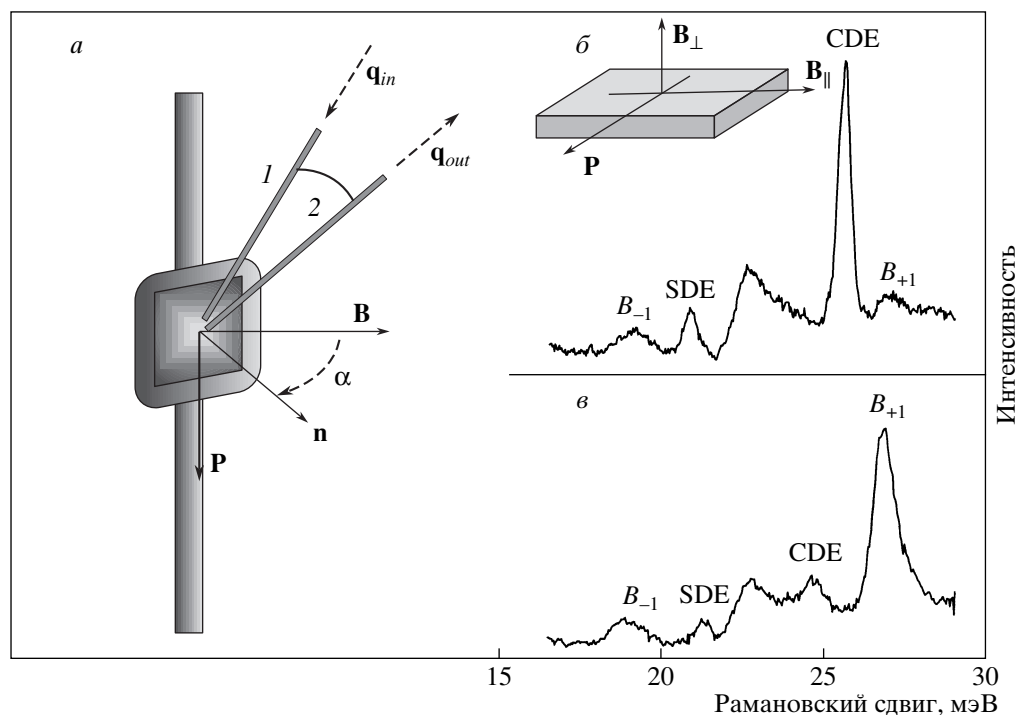
где  $\Omega$  и  $\omega_c$  — электронная межподзонная и циклотронная частоты [20]. С увеличением квазиимпульса энергии линий  $B_{+1}$  ( $B_{-1}$ ) и CDE (SDE) отклоняются от прямых в области энергетического резонанса, так что формула (7) становится неприменимой. Как было показано в работе [20], дисперсионные зависимости в области резонанса линейны и определяются многочастичным кулоновским взаимодействием. По этой причине мы выбрали компоненту магнитного поля вдоль оси роста квантовой ямы (1.5 Тл), при которой дисперсионная зависимость имеет наибольший наклон. Как и в случае параллельного магнитного поля, дисперсия коллективных возбуждений анизотропна при изменении взаимной ориентации направлений векторов  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{d} \times \mathbf{V}$ .

Покажем, что параллельное магнитное поле влияет на энергию возбуждений только посредством калибровочного члена  $c^{-1} \mathbf{d} \times \mathbf{V}$ . При ориентации магнитного поля таким образом, что компонента магнитного поля в плоскости квантовой ямы обращается в нуль, была измерена суммарная дисперсия  $\Delta^{\pm}$  межподзонных возбуждений в области резонанса (рис. 6). Если же зафиксировать импульс  $P = 1 \cdot 10^5$  см<sup>-1</sup> и менять компоненту магнитного поля так, что вектор  $\mathbf{d} \times \mathbf{V}$  направлен вдоль  $\mathbf{P}$ , то величина  $\Delta^+(\mathbf{P} - c^{-1} \mathbf{d} \times \mathbf{V})$  имеет такую же линейную зависимость от  $c^{-1} \mathbf{d} \times \mathbf{V}$ , как и  $\Delta^+(\mathbf{P})$  в случае нулевого параллельного магнитного поля:

$$\Delta^{\pm} \propto \left| \mathbf{P} - \frac{1}{c} \mathbf{d} \times \mathbf{V} \right|, \quad (8)$$

причем дисперсионная зависимость сдвинута вдоль оси абсцисс на величину импульса неупругого рассеяния света (рис. 7), а  $\Delta^{\pm} = 0$  при  $\mathbf{P} = c^{-1} \mathbf{d} \times \mathbf{V}$ , хотя величины  $q$  и  $|\mathbf{d} \times \mathbf{V}|$  не равны нулю по отдельности.

Таким образом, можно заключить, что дисперсия межподзонных дипольных возбуждений при произвольной ориентации магнитного поля относительно плоскости квантовой ямы определяется перпендикулярной компонентой магнитного поля. Параллельная же компонента входит только в обобщенный импульс возбуждений и сдвигает дисперсию



**Рис. 5.** а) Схема резонансного неупругого рассеяния света в наклонном магнитном поле. Держатель и световоды могут вращаться вокруг вертикальной оси. б, в) Спектры неупругого рассеяния света для образца с квантовой ямой шириной  $250 \text{ \AA}$  при  $n_s = 3.5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , измеренные при  $P = c^{-1}d\mathbf{B}$ , векторы  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{d} \times \mathbf{B}$  сонаправлены (б) и противоположно направлены (в). Взаимная ориентация векторов  $\mathbf{q}$  и  $\mathbf{B}$  указана на схеме

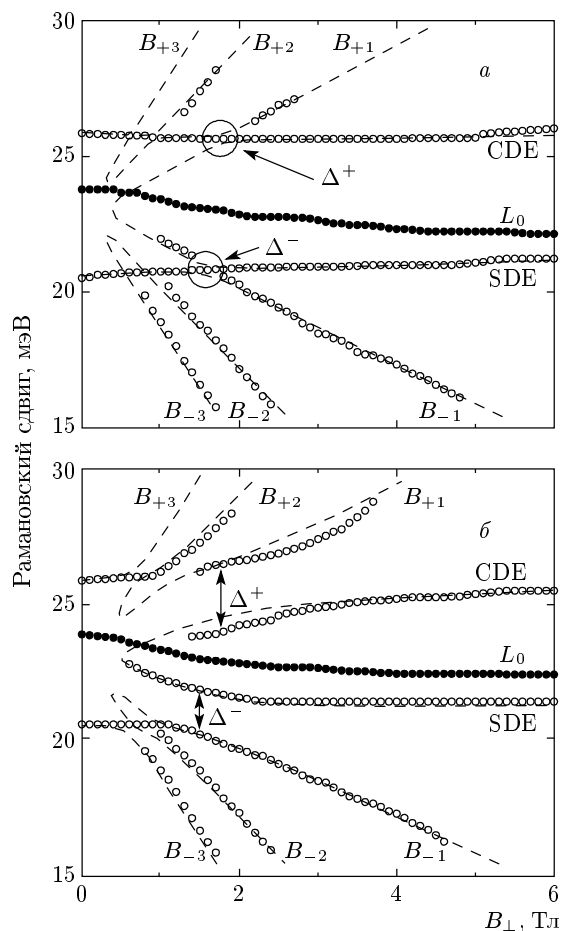
возбуждений в импульсном пространстве на величину  $c^{-1}\mathbf{d} \times \mathbf{B}$ . Используя параллельное магнитное поле, можно измерить дисперсию межподзонных магнитовозбуждений в области импульсов, недостижимых в стандартных экспериментах по неупругому рассеянию света.

### 5. ДВОЙНАЯ КВАНТОВАЯ ЯМА В ПАРАЛЛЕЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Межподзонные возбуждения в одиночных квантовых ямах имеют много общего с межслоевыми возбуждениями в двойных квантовых ямах, однако в случае, когда индекс слоя перестает быть хорошим квантовым числом (симметричные двойные ямы), влияние параллельного поля на возбуждения в двойных и одиночных ямах совершенно различно. Будем рассматривать двойные квантовые ямы со слабой туннельной связью между слоями (фермиевская энергия электронов много больше туннельной энергии). На рис. 8 приведены типичные спектры неупругого рассеяния света низкоэнергетических нейтральных возбуждений в двуслойных элек-

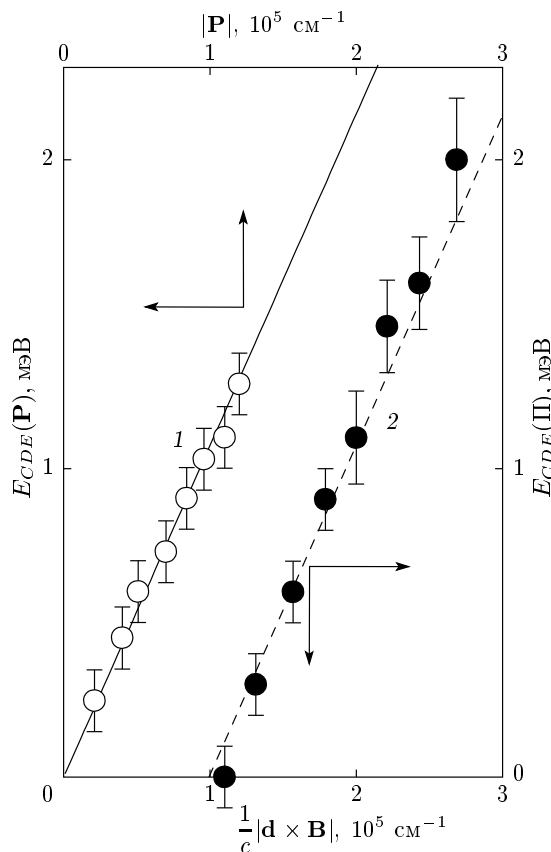
тронных системах, симметричных и асимметричных. Симметричным будет называться состояние, в котором гамильтониан электронной системы зеркально симметричен относительно центра барьера двойной квантовой ямы. В свою очередь, состояние электронной системы рассматривается как асимметричное, если электронные волновые функции самых нижних квантовых подзон сосредоточены в отдельных слоях, т.е. индексы слоев и индексы размерно-квантованных подзон являются одинаковыми квантовыми числами. Строго говоря, асимметричное состояние корректно определено только в отсутствие туннельной связи между слоями. Однако при слабом туннелировании существует состояние несимметричной двойной квантовой ямы, такое что ее дальнейшая асимметризация не приводит к изменению волновых функций (см. схему на рис. 9). В этом состоянии индексы слоев можно считать «хорошими» квантовыми числами.

Наблюдаемые линии неупругого рассеяния света соответствуют межслоевым (межподзонным) одночастичным возбуждениям и антисимметричным коллективным модам, акустическому плазмону в



**Рис. 6.** Спектры неупругого рассеяния света для образца с квантовой ямой шириной 250 Å при  $n_s = 3.5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , измеренные при  $P = c^{-1}dB$ , векторы  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{d} \times \mathbf{B}$  сонаправлены (а) и противоположно направлены (б). Штриховыми линиями показаны теоретические расчеты энергий возбуждений в приближении локальной плотности [20] в предположении, что параллельная компонента магнитного поля дает вклад в энергию возбуждений только посредством калибровочного члена  $c^{-1}\mathbf{d} \times \mathbf{B}$ , т. е.  $P = 0$  (а) и  $P = 2 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$  (б).  
Линия  $L_0$  обсуждается в работе [20]

асимметричном состоянии и туннельному плазмону в симметричном состоянии. Не будем обсуждать коллективные моды [21], так как их энергии слабо зависят от параллельного поля [22], а сфокусируем наше внимание на межслоевых одночастичных возбуждениях. Согласно законам сохранения энергии и импульса, одночастичные возбуждения находятся в интервале энергий  $[\Omega - qv_{F1}, \Omega + qv_{F1}]$ , причем из-за заполнения фазового пространства возбужденной подзоны вероятность неупругого рассеяния мак-



**Рис. 7.** Энергия  $E_{CDE}$  при  $B_{\perp} = 1.5 \text{ Тл}$  как функция  $P$  при  $|c^{-1}\mathbf{d} \times \mathbf{B}| = 0$  (1) и как функция  $c^{-1}|\mathbf{d} \times \mathbf{B}|$  (вектор  $\mathbf{d} \times \mathbf{B}$  сонаправлен вектору  $\mathbf{P}$ ) при  $P = 1 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$  (2). Сплошная линия — линейная аппроксимация экспериментальных точек. Штриховая линия — та же аппроксимация, сдвинутая на  $1 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$

симальна на границах интервала  $\Omega \pm qv_{F1}$  [23]. Здесь и ниже  $v_{F1(2)}$  — скорость Ферми в слое с большей (меньшей) электронной плотностью.

На рис. 9 показаны спектры неупругого рассеяния света для образца с двойной квантовой ямой в асимметричном состоянии при двух ориентациях магнитного поля в плоскости ям, вдоль и перпендикулярно импульсу  $\mathbf{q}$  неупругого рассеяния света. Как и для одиночных квантовых ям, энергии межслоевых возбуждений анизотропны, что связано с тем, что межслоевые возбуждения в асимметричных состояниях двойных квантовых ям обладают очень большим дипольным моментом вдоль оси разделения между слоями. Согласно выражениям (3)–(5), энергии одночастичных возбуждений на границах континуума линейно зависят от магнитного поля и



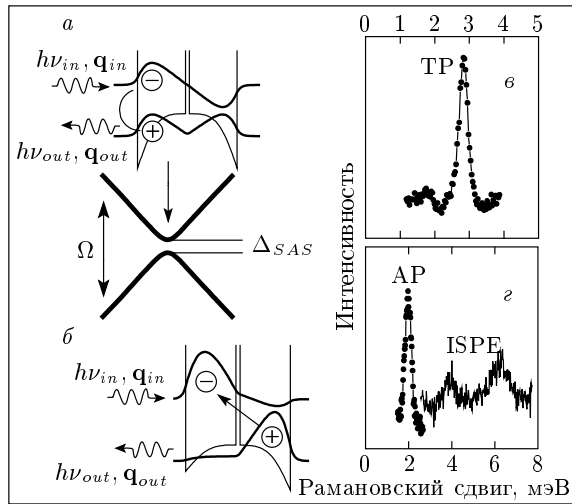


Рис. 8. Схемы процессов неупругого рассеяния света в двойной квантовой яме в двух состояниях, симметричном (а) и асимметричном (б). Сплошные линии — электронные волновые функции для двух нижних размерно-квантованных подзон. Схематичная зависимость межподзонной щели  $\Omega$  от степени разбалансировки квантовых ям показана жирными линиями. Приведены примеры спектров неупругого рассеяния света в симметричном (в) и асимметричном (з) состояниях двойных квантовых ямах (TP, AP и ISPE — соответственно туннельный плазмон, акустический плазмон и межслоевые одночастичные возбуждения)

равны

$$\Omega \pm qv_{F1} + \frac{1}{c}dBv_{F1}, \quad \mathbf{q} \parallel \mathbf{B},$$

$$\Omega \pm \left| \mathbf{q} - \frac{1}{c}\mathbf{d} \times \mathbf{B} \right| v_{F1}, \quad \mathbf{q} \perp \mathbf{B}.$$

При  $\mathbf{q} \perp \mathbf{B}$  кинетические энергии одночастичных возбуждений равны нулю в критическом магнитном поле 0.25 Тл, при котором ни  $\mathbf{q}$ , ни  $c^{-1}\mathbf{d} \times \mathbf{B}$  не равны нулю по отдельности. Используя значение критического магнитного поля, дипольный момент межслоевых возбуждений можно оценить из выражения (5) как  $e \cdot 240 \text{ \AA}$ , что согласуется с расстоянием 225 \text{ \AA} между геометрическими центрами квантовых ям.

Изменение спектра возбуждений при переходе двуслойной системы к симметричному состоянию можно качественно понять, если рассмотреть нереалистическую модель виртуальных межслоевых возбуждений между двумя изолированными квантовыми ямами (рис. 10). По мере уменьшения межподзонной щели  $\Omega$  энергии межподзонных возбуждений уменьшаются пропорционально. При этом критическое магнитное поле (0.25 Тл) не изменяется, так как

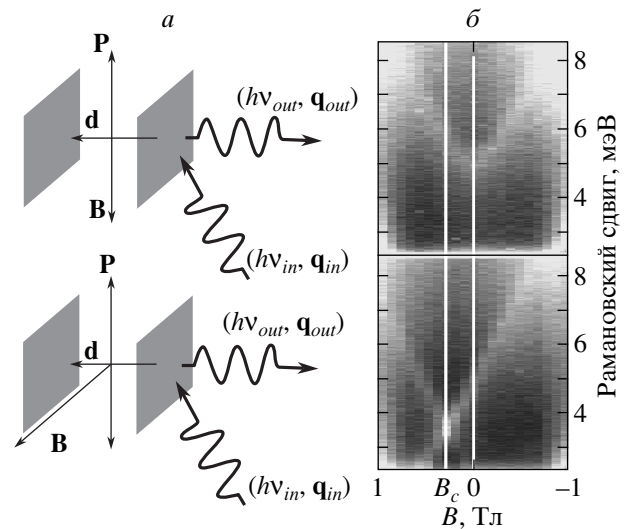


Рис. 9. а) Схема процесса неупругого рассеяния света асимметричной двойной квантовой ямой в двух экспериментальных геометриях: с импульсом света, параллельным (вверху) и перпендикулярным (внизу) вектору напряженности магнитного поля. б) Соответствующие экспериментальные спектры. Сплошные линии показывают критическое и нулевое магнитные поля

дипольный момент постоянен. Нетривиальный случай возникает, когда член  $|\mathbf{q} - c^{-1}\mathbf{d} \times \mathbf{B}|v_{F2}$  превышает межподзонную щель  $\Omega$ . Тогда в спектре появляются две ветви одночастичных возбуждений, соответствующие прямым переходам электронов из первой подзоны во вторую (ветвь А),

$$\left[ \Omega - \left| \mathbf{q} - \frac{1}{c}\mathbf{d} \times \mathbf{B} \right| v_{F1}, \Omega + \left| \mathbf{q} - \frac{1}{c}\mathbf{d} \times \mathbf{B} \right| v_{F1} \right],$$

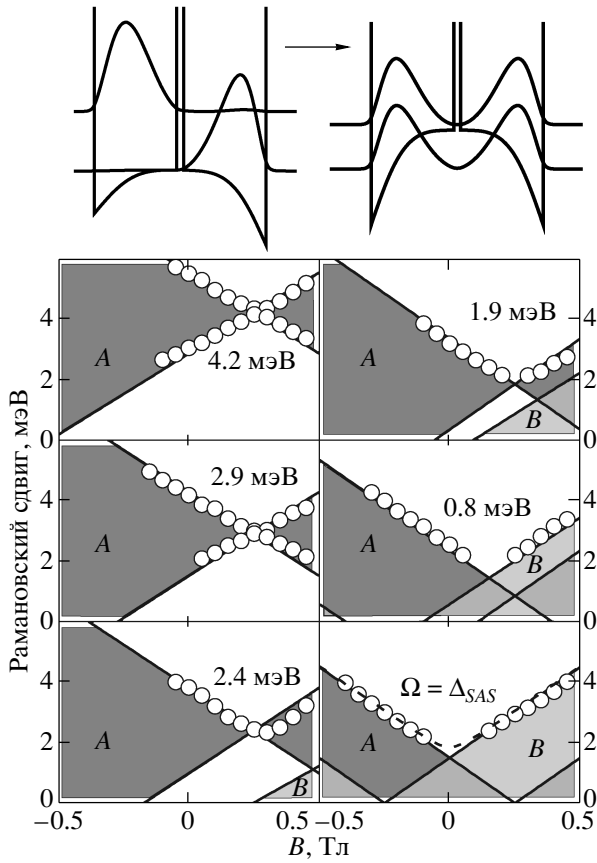
и обратным переходам из второй подзоны в первую (ветвь В),

$$\left[ 0, -\Omega + \left| \mathbf{q} - \frac{1}{c}\mathbf{d} \times \mathbf{B} \right| v_{F2} \right].$$

Возбуждения обеих ветвей имеют равные по модулю, но противоположно направленные дипольные моменты, поэтому возрастание энергии одной ветви в магнитном поле сопровождается уменьшением энергии другой и наоборот. При определенном значении параметров системы,

$$\Omega < \frac{1}{2} \left( \left| \mathbf{q} - \frac{1}{c}\mathbf{d} \times \mathbf{B} \right| v_{F2} - \left| \mathbf{q} - \frac{1}{c}\mathbf{d} \times \mathbf{B} \right| v_{F1} \right),$$

верхняя граница ветви В превышает таковую для ветви А, что приводит к симметризации спектра возбуждений (рис. 10).



**Рис. 10.** Изменение спектра межподзонных возбуждений в двойной квантовой яме при переходе от асимметричного состояния к симметричному. Вверху показаны профиль ограничивающего потенциала двойной квантовой ямы и квадраты волновых функций электронов в асимметричном (слева) и симметричном (справа) состояниях. Темные области соответствуют возбуждениям из первой во вторую квантовую подзону (ветвь A), светлые области обозначают возбуждения из второй в первую подзону (ветвь B) без учета туннелирования. Области совпадения энергий двух ветвей показаны промежуточным цветом. Экспериментальные точки показаны белыми кружками. Для каждого состояния приведена межподзонная щель  $\Omega$ . В симметричном случае ( $\Omega = \Delta_{SAS}$ ) штриховой линией показана верхняя граница возбуждений, полученная в приближении туннельного гамильтониана

Данная модель описывает виртуальные межслоевые возбуждения, которые в любом состоянии имеют одинаковый дипольный момент. В реальных двойных квантовых ямах дипольный момент возбуждений уменьшается при симметризации. Тем не менее энергии возбуждений испытывают сдвиг в

магнитном поле, как если бы дипольный момент возбуждений не изменялся (рис. 10). Такое поведение энергий межподзонных возбуждений связано с тем, что, в отличие от одиночных квантовых ям, расщепление между симметричной и антисимметричной подзонами в симметричной двойной квантовой яме меньше или сравнимо по величине с энергией магнитного квантования в области исследуемых магнитных полей. Поэтому магнитное поле изменяет одночастичные электронные состояния в квантовых ямах. Учтем это изменение в рамках приближения туннельного гамильтониана [22, 24].

Для двух туннельно-связанных (в общем случае не одинаковых) квантовых ям  $a$  и  $b$  гамильтониан электронной системы можно представить в виде

$$\begin{aligned}
 H &= \\
 &= \sum_{\mathbf{k}} \left( E_{\mathbf{k}}^1 a_{\mathbf{k}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}}^2 b_{\mathbf{k}}^{\dagger} b_{\mathbf{k}} - \frac{\Delta_{SAS}}{2} (a_{\mathbf{k}}^{\dagger} b_{\mathbf{k}} + b_{\mathbf{k}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}}) \right) = \\
 &= \sum_{\mathbf{k}} (\tilde{E}_{\mathbf{k}}^1 A_{\mathbf{k}}^{\dagger} A_{\mathbf{k}} + \tilde{E}_{\mathbf{k}}^2 B_{\mathbf{k}}^{\dagger} B_{\mathbf{k}}), \quad (9)
 \end{aligned}$$

где

$$E_{\mathbf{k}}^{1,2} = E_0 \pm \frac{\Delta E}{2} + \frac{k^2}{2m} \quad (10)$$

— энергии электронов в квантовых ямах без туннелирования,  $E_0$  — энергия электрона в нижней квантовой подзоне одиночной ямы,  $\Delta E$  — параметр асимметрии,  $\Delta_{SAS}$  — туннельная щель,  $a_{\mathbf{k}}^{\dagger}$ ,  $a_{\mathbf{k}}$ ,  $b_{\mathbf{k}}^{\dagger}$ ,  $b_{\mathbf{k}}$  — операторы рождения и уничтожения электронов в двух слоях,  $\mathbf{k}$  — импульс электрона в плоскости ямы. Это приближение применимо при  $E_0 \gg \Delta_{SAS}$ ,  $E_0 \gg \Delta E$ , т. е. волновые функции электронов в каждой из ям,  $\psi_a$  и  $\psi_b$ , мало меняются в зависимости от этих параметров.

Энергии электронов в подзонах равны

$$\tilde{E}_{\mathbf{k}}^{1,2} = E_0 + \frac{k^2}{2m} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\Delta E^2 + \Delta_{SAS}^2}. \quad (11)$$

Волновые функции электронов в подзонах в  $z$ -направлении,

$$\begin{aligned}
 \Psi_i &= C_a^i \psi_a(z) + C_b^i \psi_b(z), \quad i = 1, 2, \\
 C_a^i &= \frac{\Delta_{SAS}}{\sqrt{\Delta_{SAS}^2 + 4(E_{\mathbf{k}}^1 - \tilde{E}_{\mathbf{k}}^i)^2}}, \\
 C_b^i &= \frac{2(E_{\mathbf{k}}^1 - \tilde{E}_{\mathbf{k}}^i)}{\sqrt{\Delta_{SAS}^2 + 4(E_{\mathbf{k}}^1 - \tilde{E}_{\mathbf{k}}^i)^2}}, \quad (12)
 \end{aligned}$$

не зависят от импульса  $\mathbf{k}$ . В симметричном случае имеем

$$\begin{aligned}\Psi_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_a(z) - \psi_b(z)], \\ \Psi_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_a(z) + \psi_b(z)].\end{aligned}\quad (13)$$

При  $\Delta_{SAS} \ll \Delta E$  получаем

$$\Psi_1 = \psi_a(z), \quad \Psi_2 = \psi_b(z).\quad (14)$$

В параллельном магнитном поле  $\mathbf{B} = (0, B, 0)$  при  $\Delta E_c \ll E_0$  туннельный гамильтониан выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}H &= \sum_{\mathbf{k}} \left[ E_{\mathbf{k}}^1(B) a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}}^2(B) b_{\mathbf{k}}^+ b_{\mathbf{k}} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\Delta_{SAS}}{2} (a_{\mathbf{k}}^+ b_{\mathbf{k}} + b_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}}) \right] = \\ &= \sum_{\mathbf{k}} \left[ \tilde{E}_{\mathbf{k}}^1(B) A_{\mathbf{k}}^+ A_{\mathbf{k}} + \tilde{E}_{\mathbf{k}}^2(B) B_{\mathbf{k}}^+ B_{\mathbf{k}} \right],\end{aligned}\quad (15)$$

где

$$E_{\mathbf{k}}^{1,2}(B) = E_0 \pm \frac{\Delta E}{2} + \frac{(k_x \mp k_B)^2 + k_y^2}{2m},\quad (16)$$

$k_B = eaB/c$ ,  $2a = z_a - z_b$  — расстояние между центрами слоев. Энергии электронов приобретают вид

$$\begin{aligned}\tilde{E}_{\mathbf{k}}^{1,2}(B) &= E_0 + \frac{k^2 + k_B^2}{2m} \pm \\ &\pm \frac{1}{2} \sqrt{\left( \Delta E - \frac{2k_x k_B}{m} \right)^2 + \Delta_{SAS}^2}.\end{aligned}\quad (17)$$

Волновые функции электронов трансформируются аналогичным образом с заменой  $E_{\mathbf{k}}^{1,2} \rightarrow E_{\mathbf{k}}^{1,2}(B)$ ,  $\tilde{E}_{\mathbf{k}}^{1,2} \rightarrow \tilde{E}_{\mathbf{k}}^{1,2}(B)$ , при этом появляется зависимость от  $\mathbf{k}$ . В зависимости от направления импульса электронов волновые функции могут не зависеть от магнитного поля (при  $k_x = 0$ ) или же (при  $k_x \neq 0$ ) изменяться. Так, при  $\Delta E = 0$ , когда в отсутствие поля волновые функции в подзонах представляют собой симметричную и антисимметричную комбинации, магнитное поле при условии слабого туннелирования ( $2k_x k_B/m \gg \Delta_{SAS}$ ) приводит к почти полной локализации электронов в отдельных ямах.

Рассмотрим далее одночастичные междозонные возбуждения с малыми импульсами возбуждения  $\mathbf{q}$  в слабом магнитном поле ( $q \ll k_F$ ,  $k_B \ll k_F$ ). Энергия возбуждений, соответствующих переходам

из нижней подзоны в верхнюю (или из верхней в нижнюю), имеет вид

$$\begin{aligned}E_{ISPE} &= \\ &= \left| \frac{\mathbf{k}_F \cdot \mathbf{q}}{m} + \sqrt{\left( \Delta E - \frac{2k_F k_B}{m} \right)^2 + \Delta_{SAS}^2} \right|.\end{aligned}\quad (18)$$

Одночастичные возбуждения образуют континуум с максимумом плотности состояний при  $\cos(\widehat{\mathbf{k}_F, \mathbf{q}}) = \pm 1$ . Поэтому возможны две ветви возбуждений, соответствующие углам  $(\widehat{\mathbf{k}_F, \mathbf{q}}) = 0, \pi$ . В случае  $\Delta_{SAS} \gg |\Delta E|$ ,  $\Delta_{SAS} \gg |2k_F k_B/m|$  энергии обеих ветвей возбуждений можно представить в виде

$$\begin{aligned}E_{ISPE}^{\pm} &= \Delta_{SAS} \pm \frac{k_F q}{2m} + \\ &\quad + \frac{1}{2\Delta_{SAS}} \left( \Delta E \mp \frac{2k_F k_B}{m} \right)^2.\end{aligned}\quad (19)$$

При  $\Delta_{SAS} \rightarrow 0$ ,  $\Delta E \neq 0$  возбуждения являются межслоевыми с дипольными моментами  $\pm \mathbf{d}$ ,  $\mathbf{d} = (0, 0, 2ea)$ . Конкретные выражения для энергий перехода определяются соотношением между величинами  $\Delta E$ ,  $qv_F$  и  $c^{-1}dBv_F$ . Так, при  $\Delta E > c^{-1}dBv_F$  имеем

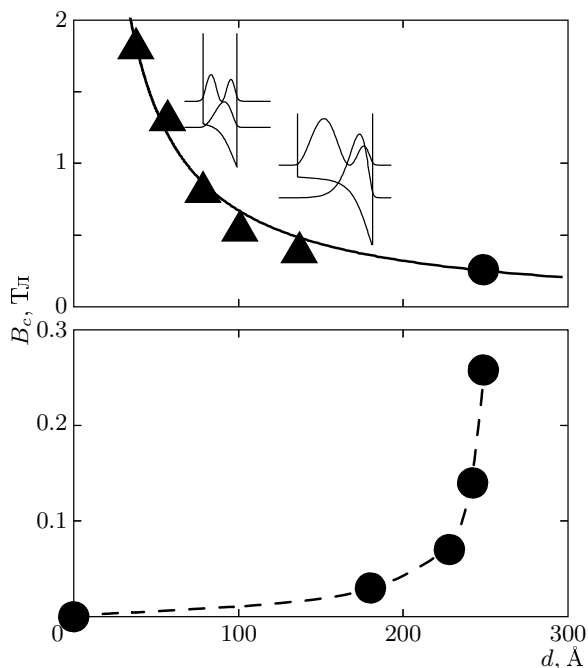
$$E_{ISPE}^{\pm} = \left| \Delta E \pm \left( q - \frac{1}{c} dB \right) v_F \right|.\quad (20)$$

В симметричном случае при слабом туннелировании везде, за исключением малого диапазона магнитных полей, где  $\Delta_{SAS} \sim 2k_F k_B/m$ , вследствие перестройки волновых функций междозонные возбуждения могут рассматриваться как межслоевые возбуждения с дипольным моментом (в данном случае приобретенным в параллельном магнитном поле):

$$E_{ISPE}^{\pm} = \left| q \pm \frac{1}{c} dB \right| v_F.\quad (21)$$

При этом возбуждения, соответствующие двум межслоевым переходам, объединяются в две ветви таким образом, чтобы при нулевом магнитном поле они соответствовали междозонным возбуждениям. Критическое магнитное поле для общих ветвей не определяется соотношением (5), а равно нулю (см. рис. 10).

Полезно сравнить критические магнитные поля для двуслойной и однослойной систем как функции дипольного момента в нулевом магнитном поле (рис. 11). Дипольный момент можно найти, если



**Рис. 11.** Критическое магнитное поле как функция дипольного момента для одиночной (треугольники) и двойной (кружки) квантовых ям. Схематически показаны профиль ограничивающего потенциала и квадраты волновых функций электронов в двух самых низких размерно-квантованных подзонах одиночных квантовых ям, соответствующие самой широкой и самой узкой ямам

использовать электронные волновые функции, полученные самосогласованно из одномерных уравнений Пуассона и Шредингера, варьируя асимметрию таким образом, чтобы расчетная межподзонная энергия  $\Omega$  была равна экспериментальной. Из известных волновых функций можно найти дипольный момент:

$$\mathbf{d} = -e|z_{00} - z_{11}|\mathbf{n}, \tag{22}$$

где  $\mathbf{n}$  — нормаль к плоскости квантовой ямы,

$$z_{00} - z_{11} = \int dz \psi_0^*(z) z \psi_0(z) - \int dz \psi_1^*(z) z \psi_1(z)$$

— среднее расстояние между электронами в двух подзонах,  $\psi_n(z)$  —  $z$ -компонента электронной волновой функции в  $n$ -й подзоне. В однослойной системе дипольный момент уменьшается с уменьшением ширины ямы (рис. 11). В двухслойной системе дипольный момент уменьшается при симметризации системы (см. рис. 10). Две системы, однослойная и двухслойная, различаются по действию параллельного

магнитного поля на электронные состояния в размерно-квантованных подзонах. Если в двухслойной системе магнитное поле полностью трансформирует волновые функции, в однослойной оно практически не влияет на них. В результате для однослойной системы критическое магнитное поле обратно пропорционально дипольному моменту, что согласуется с выражением (5), в то время как при симметризации двухслойной системы критическое поле стремится к нулю (рис. 11).

Неупругое рассеяние света на одночастичных возбуждениях в параллельном магнитном поле может быть использовано для определения степени асимметрии двухслойной электронной системы. Например, в исследуемых структурах разбалансировка электронной плотности двух слоев всего лишь на 3% переводит электронную систему из симметричной в асимметричную [21]. Вследствие такого малого диапазона балансировки симметричное состояние с трудом может быть установлено с помощью стандартного метода магнитной балансировки [25, 26]. С другой стороны, дипольный момент, связанный с асимметрией системы, может быть легко измерен с помощью неупругого рассеяния света. Чтобы перевести двухслойную систему в симметричное состояние, необходимо передать конечный импульс электронным возбуждениям и балансировать систему до тех пор, пока энергии возбуждений не станут симметричными относительно инверсии магнитного поля. Точность такого метода определяется соотношением между шириной линий неупругого рассеяния света и величиной туннельной энергии. Экспериментальные оценки показывают, что можно балансировать электронные системы в двойных квантовых ямах с туннельной энергией вплоть до 0.1 мэВ.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что дисперсия межподзонных возбуждений в квантовой яме, помещенной в параллельное магнитное поле, анизотропна. Анизотропный вклад в энергию является линейной функцией магнитного поля и импульса возбуждений. Продемонстрирован метод определения дипольного момента возбуждений, характеризующего асимметрию ограничивающего потенциала. Симметрия между вызванным магнитным полем сдвигом в импульсном пространстве и импульсом возбуждений открывает замечательную возможность исследования дисперсии межподзонных возбуждений, при этом экспериментально доступ-

ный диапазон импульсов может быть увеличен более чем вдвое. Более того, можно устранить сложную экспериментальную проблему, связанную с изменением импульса возбуждений, применяя экспериментальную конфигурацию, аналогичную используемой в статье, когда импульс фиксируется, а параллельное магнитное поле меняется. Показано, что в двойных квантовых ямах межслоевые (межподзонные) возбуждения в асимметричном состоянии обладают большим дипольным моментом, а их поведение в параллельном магнитном поле аналогично поведению межподзонных возбуждений в одиночных квантовых ямах. В симметричном же случае магнитное поле трансформирует электронные волновые функции так, что в энергиях возбуждений появляется анизотропная часть, а сами возбуждения становятся эффективно межслоевыми. Предложен новый метод измерения асимметрии двойных слоев.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 04-02-17393).

## ЛИТЕРАТУРА

1. W. Lamb, *Phys. Rev.* **85**, 259 (1952); Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *ЖЭТФ* **26**, 449 (1968).
2. B. R. Johnson, J. O. Hirschfelder, and K.-H. Yang, *Rev. Mod. Phys.* **55**, 109 (1983).
3. J. E. Avron, I. W. Herbst, and B. Simon, *Ann. Phys.* **114**, 431 (1978).
4. И. В. Лернер, Ю. Е. Лозовик, *ЖЭТФ* **51**, 588 (1980).
5. C. Kallin and B. I. Halperin, *Phys. Rev. B* **30**, 5655 (1984).
6. I. Dzyaloshinskii, *Phys. Lett.* **165A**, 69 (1992).
7. X. G. He and B. H. J. McKellar, *Phys. Rev. A* **47**, 3424 (1993); M. Wilkens, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 5 (1994); J. P. Dowling, C. P. Williams, and J. D. Franson, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2486 (1999).
8. A. B. Dzyubenko and A. Yu. Sivachenko, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4429 (2000).
9. A. Parlange, P. C. M. Christianen, J. C. Maan et al., *Phys. Rev. B* **62**, 15323 (2000); L. V. Butov, C. W. Lai, D. S. Chemla et al., *Phys. Rev. Lett.* **84**, 216804 (2001).
10. K. Muraki, T. Saku, and Y. Hirayama, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 196801 (2001).
11. I. B. Spielman, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 036803-1 (2001); M. Kellogg, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 036801 (2004).
12. L. V. Kulik, I. V. Kukushkin, V. E. Kirpichev et al., *Phys. Rev. B* **61**, 1712 (2000).
13. L. V. Kulik, I. V. Kukushkin, V. E. Kirpichev et al., *Phys. Rev. B* **66**, 073306 (2002).
14. С. В. Товстоног, Л. В. Кулик, В. Е. Кирпичев и др., *Письма в ЖЭТФ* **78**, 1151 (2003).
15. L. V. Kulik, I. V. Kukushkin, S. V. Tovstonog et al., *Phys. Rev. B* **71**, 165303 (2005).
16. I. V. Kukushkin and V. B. Timofeev, *Adv. Phys.* **45**, 147 (1996).
17. A. Pinczuk, S. Schmitt-Rink, G. Danan et al., *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1633 (1989).
18. D. Gammon, B. V. Shanabrook, J. C. Ryan et al., *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1884 (1992).
19. S. Ernst, A. R. Goni, K. Syassen, and K. Eberl, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 4029 (1994).
20. V. E. Kirpichev, L. V. Kulik, I. V. Kukushkin et al., *Phys. Rev. B* **59**, R12751 (1999).
21. L. V. Kulik, S. V. Tovstonog, V. E. Kirpichev et al., *Phys. Rev. B* **70**, 033304 (2004).
22. G. Gumbs and G. R. Aizin, *Phys. Rev. B* **51**, 7074 (1995); G. R. Aizin and G. Gumbs, *Phys. Rev. B* **54**, 2049 (1996).
23. J. K. Jain and S. Das Sarma, *Phys. Rev. B* **36**, 5949 (1987).
24. A. A. Gorbatsevich and I. V. Tokatly, *Semicond. Sci. Technol.* **13**, 288 (1998).
25. J. A. Simmons, S. K. Lyo, J. F. Klem et al., *Phys. Rev. B* **47**, 15741 (1993); J. A. Simmons, S. K. Lyo, N. E. Harff, and J. F. Klem, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2256 (1994).
26. N. E. Harff, J. A. Simmons, S. K. Lyo et al., *Phys. Rev. B* **55**, R13405 (1997).