

# КИНЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ КУЛОНОВСКОГО ВЗРЫВА СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНОГО КЛАСТЕРА

*В. Ф. Ковалев<sup>a\*</sup>, В. Ю. Быченков<sup>b</sup>*

<sup>a</sup> *Институт математического моделирования Российской академии наук  
125047, Москва, Россия*

<sup>b</sup> *Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук  
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 27 января 2005 г.

Найдена функция распределения частиц при кулоновском взрыве сферически-симметричного заряженного кластера, образующегося при взаимодействии лазерных импульсов ультракороткой длительности и высокой интенсивности с кластерным газом. Получены распределения плотности и средней скорости частиц, а также энергетические спектры ускоренных частиц. Эти характеристики детально проанализированы для холодной плазмы кластера, когда кинетические эффекты определяют физику многопоточковых течений, возникающих после опрокидывания профиля скорости частиц кластера. Найдены границы областей многопоточковости и изучены характеристики разлетающегося кластера в зависимости от его начального профиля плотности. Получены спектры ускоренных ионов по энергии для кластерной плазмы с определенным распределением кластеров по размерам.

PACS: 52.50.Jm, 52.25.Dg, 52.38.Kd

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Динамика разлета заряженного кластера представляет интерес в связи с обсуждаемыми практическими приложениями эффектов взаимодействия лазерных импульсов ультракороткой длительности и высокой интенсивности с кластерным газом [1, 2] или твердотельными нанообъектами [3]. Хорошо известно, что разлет кластеров обеспечивает ускорение ионов до высоких энергий [4–6], и в случае, например, кластеров из дейтонов их столкновения дают термоядерные нейтроны [7], что открывает перспективы создания субнаносекундного нейтронного источника для использования в материаловедении, дефектоскопии и т. п.

Сравнительно простую модель для описания динамики разлета кластера можно сформулировать в условиях воздействия на него мощного лазерного поля, такого что амплитуда осцилляций электрона,  $\max\{1, a\}c/\omega_0$ , существенно превышает характерный радиус кластера,  $r_c$ , а величина кинетической энергии электронов,  $mc^2 a^2/2$ , значительно пре-

восходит энергию их кулоновского взаимодействия с кластером,  $ZNe^2/r_c$ . При этом интенсивность лазера достаточна, для того чтобы практически мгновенно оторвать электроны от кластера, ионизованного полем, и последующий кулоновский взрыв будет протекать как разлет заряженного кластера в вакуум, если давление окружающего электронного газа,  $n_e mc^2 a^2/2$ , много меньше характерного давления разлетающегося кластера,  $e^2 Z^2 Nn/r_c$ . Здесь  $m$  и  $e$  — масса и заряд электрона,  $c$  — скорость света,  $a = eE_0/m\omega_0 c$  — безразмерный вектор-потенциал электромагнитного поля с напряженностью электрического поля  $E_0$  и частотой  $\omega_0$ ,  $Z$  — зарядовое число иона,  $N$  — число атомов в кластере,  $n_e$  — плотность электронов в межкластерном пространстве,  $n$  — плотность атомов в кластере. Подобные условия реализуются для кластеров достаточно малых размеров со сравнительно небольшим числом атомов в кластере при воздействии лазерного излучения релятивистской интенсивности [5, 7–10]. Например, для дейтериевого кластера со средней плотностью атомов в кластере  $n \sim 3 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$  это соответствует потокам лазерного излучения  $\gtrsim 10^{19} \text{ Вт/см}^2$

\*E-mail: kovalev@imamod.ru, vfkv@orc.ru

при длине волны 1 мкм и  $r_c \lesssim 100 \text{ \AA}$ .

Для кластеров больших размеров или при умеренной интенсивности лазерного излучения образующиеся при фотоионизации электроны остаются внутри объема кластера [8]. В этой ситуации поглощение энергии лазерного излучения и нагрев электронов определяются процессами столкновений и плазменными эффектами. В таком электронно-ионном плазменном кластере, в котором основная часть энергии сосредоточена в горячих электронах, ускорение ионов при его разлете обусловлено именно электронной компонентой, приводящей к полю разделения зарядов. Под действием этого поля ионы следуют вслед за расширяющимся электронным гало с формированием квазинейтральной разлетающейся плазмы на больших временах. Такой сценарий обсуждался, начиная с работы [11], как в гидродинамической [12], так и в кинетической [13] моделях сферического разлета плазмы. В настоящей работе мы не рассматриваем такой сценарий ускорения ионов, посвящая ее изучению кулоновского взрыва кластера, под которым мы понимаем как собственно кластер, так и любую сферически-симметричную наноструктуру.

При кулоновском взрыве эффективное ускорение ионов кластера обусловлено сильным пространственным разделением электрического заряда [10, 14, 15]. Исследование этого режима проводилось с помощью численного моделирования [16–19]. Однако полное осмысление эффектов, возникающих при кулоновском взрыве, невозможно без развития соответствующих теоретических моделей, дефицит которых пока явно выражен. Простейший подход отвечает модели «идеального» кластера — взрывающегося однородного шарового сгустка заданного радиуса [6, 16, 20]. Такая модель позволяет легко вычислить скорость ионов, их плотность и электрическое поле, а также распределение ускоренных ионов по энергии в произвольный момент времени. В рамках этой модели «идеального» кластера в работе [21] исследовались энергетические и зарядовые спектры ионов в зависимости от распределения кластеров по радиусу и параметров используемого для облучения кластерного пучка ультракороткого лазерного импульса. Однако, как было показано в работах [14, 15], при изначально неоднородном профиле плотности ионов в сферически-симметричном кластере, в котором плотность монотонно убывает до нуля с увеличением расстояния от центра, построенное на основе гидродинамического приближения решение существует лишь в течение определенного ограниченного промежутка времени

$t < t_s$ . Согласно [14, 15], при  $t = t_s$  в гидродинамическом решении возникает сингулярность, отвечающая обращению в бесконечность плотности ионов, а на больших временах возникает многопоточное течение. Это позволяет предположить, что известное ограниченное решение для «идеального» кластера в действительности неустойчиво вследствие хотя и большого, но конечного градиента плотности на границе кластер–вакуум. Результаты данной работы доказывают обоснованность такого предположения.

Именно последовательный учет пространственной неоднородности заряженного кластера является основным элементом нашей теории, обуславливающим эффект формирования «ударной волны» кулоновского взрыва [14, 15, 19], не возникающей для широко распространенной модели «идеального» кластера [6, 16, 20]. Необходимость учета неоднородности профиля плотности кластера обуславливается рядом практически значимых задач. Прежде всего отметим, чтоготавливаемые в настоящее время кластеры могут быть исходно пространственно-неоднородными вследствие искусственного слоистого структурирования с использованием покрытий разной плотности [22]. Существенно неоднородным распределение ионной плотности в кластере может оказаться также из-за предимпульса. Как показывает анализ современных экспериментов [23], распространение ультракоротких интенсивных лазерных импульсов всегда сопровождается предимпульсом с типичной длительностью от десятков пикосекунд до наносекунд. При этом даже в исключительных условиях максимальная величина контраста лазерного излучения не превышает величину  $10^8$ – $10^9$ , что при потоках излучения, больших  $10^{19} \text{ Вт/см}^2$ , неизбежно приводит к размыванию профиля ионной плотности кластера с образованием переходной области вблизи внешней границы. Численное моделирование динамики разлета дейтериевого кластера с помощью кода «частица в ячейке» также свидетельствовало о формировании переходной области вблизи границы кластера [19], за счет чего наблюдалось обусловленное неоднородностью плотности формирование особенности в распределении плотности ионов. Обсуждаемое [14] и реализованное [3] взаимодействие коротких лазерных импульсов с нанобъектами дает еще один пример возможного практического использования неоднородностей мишени, особенно в связи с хорошо развитой технологией получения наносфер [24] и нанотрубок [25].

Отметим, что аналитическое описание сферически-симметричного разлета кластера [14, 15] нахо-

дится в соответствии с общим положением работы [26] о том, что гидродинамическая задача о кулоновском взрыве (без учета теплового движения частиц кластера), использующая уравнения движения и непрерывности для ионов кластера и уравнение Пуассона, имеет точное аналитическое решение. Вместе с тем гидродинамическое описание кулоновского взрыва за точкой особенности,  $t > t_s$ , невозможно и требуется использование кинетического подхода, реализованного в данной работе.

Явление возникновения многопоточкового течения в динамике разлета заряженного кластера сходно с эффектом опрокидывания профиля неоднородной скорости возмущений, распространяющихся в газе невзаимодействующих частиц [27, 28]. Аналогичные явления обсуждались также в астрофизических приложениях [29, 30]. Возникновение и слияние потоков частиц происходит на особых поверхностях — каустиках. В динамике холодного самогравитирующего газа с течением времени происходит размножение и сгущение каустик, сопровождающееся увеличением числа зон многопоточковых течений, и образуется структура, которая в работе [30] была названа бездиссипативной гравитационной сингулярностью. Характерной чертой этой структуры является образование бесконечно глубокой потенциальной ямы после возникновения особенности с последующим захватом в эту яму потоков частиц. Описание этого процесса с помощью теории адиабатического захвата [29] подтверждается также численным моделированием [31].

При переходе от гравитационных задач к задаче разлета заряженной плазмы замена сил взаимного притяжения частиц на силы отталкивания приводит к качественно иной динамике частиц за точкой опрокидывания. Так, например, в плоской геометрии при разлете газа заряженных частиц с нулевой начальной скоростью особенность в гидродинамическом приближении вообще не возникает. При сферически-симметричном разлете частиц заряженного кластера потенциал и его производная в точке опрокидывания потока конечны, т. е. особенность носит кинематический характер и захвата потока частиц не происходит. Для достаточно гладкого монотонно спадающего начального профиля число особенностей (каустик) после опрокидывания не увеличивается. После момента возникновения особенности на профиле плотности существуют две каустики [14], отделяющие зоны трехпоточкового и однопоточкового течений, хотя область, занятая трехпоточковым течением, со временем расширяется.

Данная работа посвящена кинетическому описа-

нию сферически-симметричного разлета кластера, при котором функция распределения ионов кластера находится из решения уравнения Власова в самоогласованном электростатическом поле для заданного начального распределения ионов по радиальной скорости и радиусу. Получено общее решение кинетического уравнения, учитывающее как поперечное тепловое движение ионов кластера, так и их тепловой разброс по радиальной компоненте скорости. Это решение детально анализируется в пределе пренебрежимо малой тепловой скорости ионов кластера (холодного кластера). Кинетические эффекты здесь проявляются в возникновении областей многопоточкового движения. Получены законы движения границ этих областей при наличии двухпоточковых и трехпоточковых течений, и для ряда типичных начальных распределений частиц по радиусу изучены пространственное распределение плотности и средней скорости ионов разлетающегося кластера, а также спектр частиц по энергии. При этом в пренебрежении тепловым движением частиц доказано, что результат гидродинамической теории для спектра ионов остается справедливым и в случае, когда условия применимости гидродинамики оказываются формально нарушенными, т. е. возникновение областей многопоточкового течения при  $t > t_s$  не приводит к изменению вида спектра ускоренных ионов.

## 2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ КУЛОНОВСКОГО ВЗРЫВА. КИНЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД

Динамика частиц заряженной плазмы (ионов) кластера описывается кинетическим уравнением Власова для функции распределения ионов  $f$  и уравнением Пуассона для самосогласованного электрического поля  $\mathbf{E}$ :

$$\begin{aligned} f_t + \mathbf{v}f_{\mathbf{r}} + (Ze/M)\mathbf{E}f_{\mathbf{v}} &= 0, \\ \operatorname{div} \mathbf{E} &= 4\pi Ze \int d\mathbf{v} f, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $M$  — масса иона. При замене знака перед «левым» слагаемым в левой части уравнения Пуассона система уравнений (1) переходит в уравнения динамики газа нейтральных гравитирующих частиц (см., например, [26, § 81] и [29]). По этой причине существует тесная связь между динамикой самогравитирующего газа и динамикой разлета заряженного кластера.

Кинетическое уравнение (1) допускает сферически-симметричные решения (сферический кластер).

При этом можно полагать, что функция распределения ионов зависит только от радиуса  $r$ , радиальной компоненты скорости  $v$  и квадрата компоненты скорости, ортогональной радиус-вектору в данной точке,  $f = f(t, r, v, \mathbf{v}_\perp^2)$ . Для определенности примем, что функция распределения  $f$  факторизуется следующим образом:

$$f = f^r(t, r, v) f^\perp(\mathbf{v}_\perp^2),$$

т.е. считаем распределение по поперечным скоростям стационарным и однородным, например максвелловским, с температурой  $T_\perp$ . Тогда проинтегрированная по поперечным скоростям функция распределения  $F(t, r, v) = \int f d\mathbf{v}_\perp$  определена системой уравнений:

$$\begin{aligned} F_t + vF_r + \frac{2v}{r}F + \frac{1}{M} \left( ZeE + \frac{2T_\perp}{r} \right) F_v &= 0, \\ (r^2 E)_r - 4\pi Ze r^2 \int_{-\infty}^{\infty} dv F &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$T_\perp = \frac{\int f^\perp d\mathbf{v}_\perp v_\perp^2}{2 \int f^\perp d\mathbf{v}_\perp}$$

— поперечная температура ионов кластера.

Начальные условия для уравнений (2) соответствуют заданию при  $t = 0$  функции распределения ионов по координате и скорости,  $f_0(v, r)$ , и радиального электрического поля, удовлетворяющего уравнению Пуассона (второе уравнение в (2)):

$$\begin{aligned} F|_{t=0} &= f_0(v, r), \\ E|_{t=0} &= \frac{4\pi Ze}{r^2} \int_0^r r'^2 dr' \int_{-\infty}^{\infty} dv f_0(v, r'), \end{aligned} \quad (3)$$

причем в силу симметрии задачи и локализации заряда последнее обращается в нуль при  $r = 0$  и убывает на бесконечности, при  $r \rightarrow \infty$ . В случае однородных по скоростям начальных распределений функция  $f_0$  представляется произведением  $f_0(v, r) = f_c(v) n_c(r)$ . В частности, для начального максвелловского распределения ионов по скоростям это отвечает однородной по пространству начальной температуре ( $T = \text{const}$ ):

$$f_c(v) = \sqrt{\frac{M}{2\pi T}} \exp\left(-\frac{Mv^2}{2T}\right).$$

При использовании лагранжевых переменных (скорости и координаты) решение задачи Коши (2), (3) может быть представлено в форме

$$\begin{aligned} F(t, r, v) &= r^{-2} \int_{-\infty}^{\infty} dv f_c(v) \int_0^{\infty} dh h^2 n_c(h) \times \\ &\times \delta(r - R(t, h, v)) \delta(v - U(t, h, v)), \end{aligned} \quad (4)$$

где функции  $R$  и  $U$  являются решениями следующей начальной задачи:

$$\begin{aligned} R_t &= U, \quad U_t = \frac{2v_{T_\perp}^2}{R} + \frac{w}{R^2}, \quad R|_{t=0} = h, \\ U|_{t=0} &= v, \quad w(h) = \int_0^h dr r^2 \omega_L^2(r) \int_{-\infty}^{\infty} dv f_c(v), \quad (5) \\ v_{T_\perp} &= \sqrt{\frac{T_\perp}{M}}, \quad \omega_L = \sqrt{\frac{4\pi Z^2 e^2 n_c}{M}}. \end{aligned}$$

Решение последней запишем отдельно для положительных и отрицательных начальных скоростей  $v$ , а именно:

$$\begin{aligned} v &\geq 0, \\ U &= \sqrt{\frac{2w}{h}} \left[ \frac{h}{2w} v^2 + 1 - \frac{h}{R} - \frac{2v_{T_\perp}^2 h}{w} \ln \frac{h}{R} \right]^{1/2}, \\ (t + t_0) \sqrt{\frac{2w}{h^3}} &= \\ &= \int_{h/R}^{h/R_0} \frac{dp}{p^2} \left( 1 + \frac{v^2 h}{2w} - p - \frac{2v_{T_\perp}^2 h}{w} \ln p \right)^{-1/2}, \\ v &< 0, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} U &= \text{sign}(t - t_0) \sqrt{\frac{2w}{h}} \times \\ &\times \left[ \frac{h}{2w} v^2 + 1 - \frac{h}{R} - \frac{2v_{T_\perp}^2 h}{w} \ln \frac{h}{R} \right]^{1/2}, \\ |t_0 - t| \sqrt{\frac{2w}{h^3}} &= \\ &= \int_{h/R}^{h/R_0} \frac{dp}{p^2} \left( 1 + \frac{v^2 h}{2w} - p - \frac{2v_{T_\perp}^2 h}{w} \ln p \right)^{-1/2}. \end{aligned}$$

Здесь функции  $t_0$  и  $R_0$  определены соотношениями

$$\begin{aligned} t_0 &= \sqrt{\frac{h^3}{2w}} \times \\ &\times \int_1^{h/R_0} \frac{dp}{p^2 \sqrt{1 + v^2 h/2w - p - (2v_{T_\perp}^2 h/w) \ln p}}, \quad (7) \\ 1 + \frac{v^2 h}{2w} - \frac{h}{R_0} - \frac{2v_{T_\perp}^2 h}{w} \ln \frac{h}{R_0} &= 0. \end{aligned}$$

Соответственно, распределение электрического поля дается выражением

$$E(t, r) = r^{-2} \int_{-\infty}^{\infty} dv f_c(v) \times \int_0^{\infty} dh h^2 n_c(h) \theta(r - R(t, h, v)). \quad (8)$$

В формулах (6)–(8) и ниже использованы безразмерные переменные: время нормировано на обратную ионную ленгмюровскую частоту  $\omega_L(0)$ , вычисленную по начальной плотности в центре кластера  $n_c(0)$ , координаты  $r$ ,  $h$  и  $R$  — на  $r_c$ ,  $\omega_L(r)$  — на  $\omega_L(0)$ , плотности  $n$  и  $n_c$  — на  $n_c(0)$ , скорости  $v$ ,  $\nu$ ,  $v_{T\perp}$ ,  $U$  — на  $\omega_L(0)r_c$ , переменная  $w$  — на  $\omega_L^2(0)r_c^3$ , функции распределения  $F$  и  $f$  — на  $n_c(0)/\omega_L(0)r_c$  и  $1/\omega_L(0)r_c$  соответственно, а электрическое поле  $E$  — на  $4\pi Z e n_c(0)r_c$ . При этом величину  $r_c$  будем связывать с характерным начальным радиусом кластера, определяемым профилем плотности. Наличие функции единичного скачка ( $\theta$ -функции) в выражении для поля (8) указывает на то, что при его вычислении следует учитывать вклад только тех частиц, для которых выполнено условие  $R(t, h, v) \leq r$ .

При нулевой поперечной температуре ионов кластера ( $T_{\perp} = 0$ ) интегралы в формулах (6) вычисляются в явном виде, что дает следующие алгебраические соотношения:

$$\begin{aligned} \nu &\geq 0, \\ (t + t_0) \sqrt{\frac{2w}{R_0^3}} &= \frac{\sqrt{1 - R_0/R}}{R_0/R} + \\ &+ \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - R_0/R}}{1 - \sqrt{1 - R_0/R}}, \\ U &= \sqrt{\frac{2w}{h} \left( \frac{h}{R_0} - \frac{h}{R} \right)}, \quad T_{\perp} = 0, \\ \nu &< 0, \\ |t_0 - t| \sqrt{\frac{2w}{R_0^3}} &= \frac{\sqrt{1 - R_0/R}}{R_0/R} + \\ &+ \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - R_0/R}}{1 - \sqrt{1 - R_0/R}}, \\ U &= \text{sign}(t - t_0) \sqrt{\frac{2w}{h} \left( \frac{h}{R_0} - \frac{h}{R} \right)}, \quad T_{\perp} = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Функции  $t_0$  и  $R_0$  при  $T_{\perp} = 0$  определены соотношениями

$$\begin{aligned} t_0 &= \sqrt{\frac{R_0^3}{2w(h)}} \left[ \frac{\sqrt{1 - R_0/h}}{R_0/h} + \right. \\ &+ \left. \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - R_0/h}}{1 - \sqrt{1 - R_0/h}} \right], \\ R_0 &= \frac{h}{1 + (h/2w)\nu^2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Заметим, что аналогичные решения могут быть получены в одномерной и двумерной геометрии, т. е. для плоского (разлет слоя заряженной плазмы) и цилиндрического (разлет заряженного плазменного цилиндра) случаев.

Приведем также формулы, характеризующие разлет ионов кластера при нулевой радиальной температуре ионов кластера, когда  $T = 0$  и  $f_c(v) = \delta(v)$ . Тогда предлагаемый кинетический подход отвечает модели многопоточковой гидродинамики [31], возникающей здесь из первопринципов. В этом случае, как следует из (7), имеем:  $R_0 = h$ ,  $t_0 = 0$ , а соотношения (6) принимают вид

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{\frac{2w}{h}} \left( 1 - \frac{h}{R} - \frac{2v_{T\perp}^2 h}{w} \ln \frac{h}{R} \right)^{1/2}, \\ t \sqrt{\frac{2w}{h^3}} &= \int_{h/R}^1 \frac{dp}{p^2 \sqrt{1 - p - (2v_{T\perp}^2 h/w) \ln p}}. \end{aligned} \quad (11)$$

В заключение этого раздела приведем соотношения, определяющие интегральные характеристики разлета кластера в вакуум, такие как плотность и средняя скорость частиц, а также спектральное распределение ионов по энергии. Как следует из большого числа экспериментов, именно последняя характеристика является основной для описания кулоновского взрыва кластеров. Зависимость формы ионного спектра от макроскопических характеристик ионов кластера (таких как тепловая скорость ионов, пространственный профиль плотности ионов в кластере, распределение ансамбля кластеров по размерам и т. п.) позволяет судить об адекватности используемой модели для расчета энергии ускоренных ионов. На существенную зависимость спектров ускоренных частиц в разлетающемся кластере от распределения кластеров по размерам указывалось в ряде работ [20, 21].

Плотность  $n(t, r)$  и средняя радиальная скорость  $u(t, r)$  ионов кластера определяются стандартно через нулевой и первый моменты функции распределения частиц  $F(t, r, v)$ , а функция распределения ионов по энергии (спектр ионов),

$$\frac{dN}{d\varepsilon} = 4\pi r^2 n(t, r) / \frac{d\varepsilon}{dr},$$

вводится таким образом, что будучи проинтегрированной по всем энергиям,  $\varepsilon = Mv^2/2$ , дает полное число частиц в кластере. Полагая, что при любом значении  $t$  функции  $R(t, h, \nu)$  и  $U(t, h, \nu)$  однозначно определены при всех  $h$  и  $\nu$ , запишем, исходя из решения (4), следующие соотношения для  $n(t, r)$ ,  $u(t, r)$  и  $dN/d\varepsilon$ :

$$\begin{aligned} n(t, r) &= \int_{-\infty}^{\infty} dv f_c(\nu) \times \\ &\times \sum_s \frac{h_s^2 n_c(h_s)/R^2(t, h_s, \nu)}{|\partial R(t, h, \nu)/\partial h|_{h=h_s}}, \\ u(t, r) &= \frac{1}{n(t, r)} \int_{-\infty}^{\infty} dv f_c(\nu) \times \\ &\times \sum_s U(t, h_s, \nu) \frac{h_s^2 n_c(h_s)/R^2(t, h_s, \nu)}{|\partial R(t, h, \nu)/\partial h|_{h=h_s}}, \\ \frac{dN}{d\varepsilon} &= \frac{2\pi}{\sqrt{\varepsilon}} \int_{-\infty}^{\infty} dv f_c(\nu) \times \\ &\times \sum_l \frac{h_l^2 n_c(h_l)}{|\partial U(t, h, \nu)/\partial h|_{h=h_l, U=\pm\sqrt{\varepsilon}}}. \end{aligned} \tag{12}$$

Здесь  $N$  нормировано на  $n_c(0)r_c^3$ ,  $\varepsilon$  — на  $M\omega_L^2(0)r_c^2/2$ . В формулах для плотности и средней скорости суммирование ведется по всем возможным  $s = 1, 2, \dots, S$  корням уравнения  $r = R(t, h_s, \nu)$ , определяющим зависимость  $h_s(t, r, \nu)$ . Аналогично в формуле для спектра ионов суммирование ведется по всем возможным  $l = 1, 2, \dots, L$  корням уравнений  $U(t, h_l, \nu) = \pm\sqrt{\varepsilon}$ .

Приведенные в этом разделе формулы позволяют дать полное кинетическое описание кулоновского взрыва кластерной плазмы с учетом теплового движения его частиц (ионов). Однако даже при пренебрежении тепловым движением частиц кластера полученные аналитические результаты имеют фундаментальное значение, поскольку позволяют описать характеристики разлета кластера после возникновения особенности на стадии гидродинамического разлета, когда гидродинамическая теория неприменима [15]. К обсуждению такой задачи мы переходим в следующем разделе.

### 3. КИНЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ РАЗЛЕТА ХОЛОДНОГО КЛАСТЕРА

Выбор начальной функции распределения в виде  $f_c = \delta(\nu)$  и  $T_{\perp} = 0$  отвечает гидродинамиче-

скому пределу холодной плазмы, характеризуемому возникновением особенности в пространственном распределении плотности в некоторый момент времени  $t_s$ . Приближение холодных ионов приводит к результату, который совпадает с уже полученным ранее при использовании гидродинамических уравнений [15] до момента возникновения особенности, однако обладает тем неоспоримым преимуществом, что позволяет продолжить это решение за точку особенности, т. е. описать многопоточковый режим разлета кластера. Аналитическое описание такого режима для кулоновского взрыва пока отсутствует. Продолжение «холодного» решения [15] на моменты времени  $t > t_s$  возникает как естественное вычисление интеграла с  $\delta$ -функцией в (4) и не требует *ad hoc* предположений [14]. Действительно, выполняя интегрирование по координате  $h$  и скорости  $\nu$ , можно представить «холодное» решение (4) в следующем (удобном для вычисления моментов функции распределения по скоростям) виде

$$\begin{aligned} F(t, r, v) &= \sum_{k=1}^K \frac{n_c(h_k)}{|\partial R(t, h, 0)/\partial h|_{h=h_k}} \times \\ &\times (1 - q^2(t, h_k))^2 \delta(v - U(t, h_k, 0)), \\ R(t, h_k, 0) &= \frac{h_k}{1 - q^2}, \quad U(t, h_k, 0) = \sqrt{\frac{2w}{h_k}} q, \\ t \sqrt{\frac{2w(h_k)}{h_k^3}} &= \frac{q}{1 - q^2} + \frac{1}{2} \ln \frac{1 + q}{1 - q}. \end{aligned} \tag{13}$$

Здесь суммирование ведется по всем возможным  $k = 1, 2, \dots, K$  корням уравнения

$$r = \frac{h_k}{1 - q^2(h_k, t)},$$

определяющим зависимость  $h_k(t, r)$ . В том случае, когда зависимость  $r$  от  $h$  однозначна, т. е.  $K = 1$ , приходим к гидродинамическому решению [15], справедливому только до момента времени  $t = t_s$ . Величина  $t_s$  при гладком начальном профиле плотности, кривизна которого меняет знак с ростом  $r$ , находится из системы уравнений, состоящей из последнего уравнения в (13) и следующих уравнений (см. [15]):

$$\begin{aligned}
& 1 - \frac{3t_s}{2} q(t_s, h)(1 - q^2(t_s, h)) \sqrt{\frac{2w(h)}{h^3}} \times \\
& \quad \times \left( 1 - \frac{h^3 \omega_L^2(h)}{3w(h)} \right) = 0, \\
& 3 \left( 1 - \frac{h^3 \omega_L^2(h)}{3w(h)} \right) - q^2 \left[ \frac{h^3 \omega_L^2(h)}{w(h)} + \frac{h^6 \omega_L^4(h)}{w^2(h)} - \right. \\
& \quad \left. - 4 \frac{h^3 \omega_L^2(h)}{w(h)} - 2 \frac{h^4 \partial_h (\omega_L^2(h))}{w(h)} \right] = 0.
\end{aligned} \tag{14}$$

За точкой возникновения особенности,  $t > t_s$ , зависимость  $r$  от  $h$  становится многозначной,  $K > 1$ , что приводит к необходимости учета в данной точке  $r$  вкладов в функцию распределения  $F$  от различных ветвей  $h_k(t, r)$ .

Явление многопоточности при  $t > t_s$  проявляется и в интегральных характеристиках функции распределения. Так, плотность  $n$  и средняя скорость  $u$  ионов кластера за точкой опрокидывания вычисляются по формулам

$$\begin{aligned}
n(t, r) &= \sum_k \frac{n_c(h_k)}{|\Delta(t, h_k)|} (1 - q^2(t, h_k))^3, \\
u(t, r) &= \frac{1}{n(t, r)} \sum_k U(t, h_k) \frac{n_c(h_k)}{|\Delta(t, h_k)|} \times \\
& \quad \times (1 - q^2(t, h_k))^3, \\
\Delta(t, h) &= 1 - \frac{3t}{2} q(1 - q^2) \sqrt{\frac{2w(h)}{h^3}} \times \\
& \quad \times \left( 1 - \frac{h^3 \omega_L^2(h)}{3w(h)} \right).
\end{aligned} \tag{15}$$

Для определенности обсудим разлет кластера с начальным профилем плотности  $n_c(r)$ , монотонно убывающим до нуля с увеличением радиуса.

Распределение плотности (15), будучи монотонно убывающим при  $t = 0$ , с течением времени начинает выполаживаться во внутренних областях кластера, а на его периферии плотность возрастает. Это происходит вследствие того, что изначально неоднородное электрическое поле, имеющее максимум внутри кластера, по-разному ускоряет ионы кластера: ионы, расположенные при больших радиусах, движутся медленнее, чем ионы, находящиеся между центром и областью максимума поля. Догоняя периферийные ионы, последние при  $t = t_s$  приводят к образованию сингулярности плотности, названной в работе [14] ударной волной кулоновского взрыва (хотя такая особенность отлична от ударных волн, наблюдаемых в кластерной плазме [32]). Это отвечает опрокидыванию профиля средней скорости в гидродинамической модели [14, 15] и пересечению траекторий частиц. Кинетический подход естественным

образом описывает прохождение различных групп частиц друг через друга, что встречает трудности описания в гидродинамической модели, продолжение которой за точку  $t > t_s$  требует как минимум изменения однопоточковой модели [29]. При  $t > t_s$  происходит разделение образовавшейся особенности на две (по терминологии [14] — на головную и замыкающую ударные волны), которые могут быть ассоциированы с описанными выше группами, соответственно, центральных и периферийных ионов.

В данной работе будем придерживаться традиционной для физики гравитирующих систем<sup>1)</sup> терминологии, когда особенности подобного типа называются каустиками (см., например, [31, 34]). Для монотонно убывающего профиля плотности, имеющего точку перегиба, при  $t > t_s$  существуют две каустические поверхности — точки особенности  $r_{c1}, r_{c2}$ , — которые разделяют области существования однопоточкового  $0 \leq r \leq r_{c1}$ ,  $r > r_{c2}$  и трехпоточкового  $r_{c1} < r < r_{c2}$  течений. Положение каустических поверхностей в пространстве в произвольный момент времени  $t > t_s$  определяется парой уравнений:

$$\begin{aligned}
& 1 - \frac{3t}{2} q(1 - q^2) \sqrt{\frac{2w(h)}{h^3}} \left( 1 - \frac{h^3 \omega_L^2(h)}{3w(h)} \right) = 0, \\
& t \sqrt{\frac{2w(h)}{h^3}} = \frac{q}{1 - q^2} + \frac{1}{2} \ln \frac{1 + q}{1 - q}.
\end{aligned} \tag{16}$$

При больших временах  $t \gg t_s$  радиусы каустических поверхностей  $r_{c1}, r_{c2}$  даются асимптотическими соотношениями:

$$\frac{3}{2} - \frac{t^2 w(h_{c1})}{h_{c1}^3} = 0, \quad r_{c1} \approx 1.635 h_{c1}, \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
& 1 - \frac{h_{c2}^3 \omega_L^2(h_{c2})}{w(h_{c2})} = -2\delta \left( \ln \frac{2}{\delta} - 2 \right), \\
& r_{c2} \approx t \sqrt{\frac{2w(h_{c2})}{h_{c2}}} \left[ 1 + \delta \left( \ln \frac{2}{\delta} - 1 \right) \right]^{-1}, \\
& \delta = \frac{2}{bt} \left[ 1 + \frac{1}{bt} (-1 + \ln(b^2 t^2)) \right], \\
& b = \sqrt{\frac{32w(h_{c2})}{h_{c2}^3}}.
\end{aligned} \tag{18}$$

Пара соотношений (17) получается, если при достаточно больших  $h \gg 1$  пренебречь последним слагаемым в первом из уравнений (16). При этом комбинация  $t \sqrt{2w/h^3}$  имеет стационарное, не зависящее

<sup>1)</sup> Известна также возможность применения разрывных функций времени в решениях уравнений динамики одномерной гравитирующей среды, например, применительно к описанию явления прилипания частиц [33].

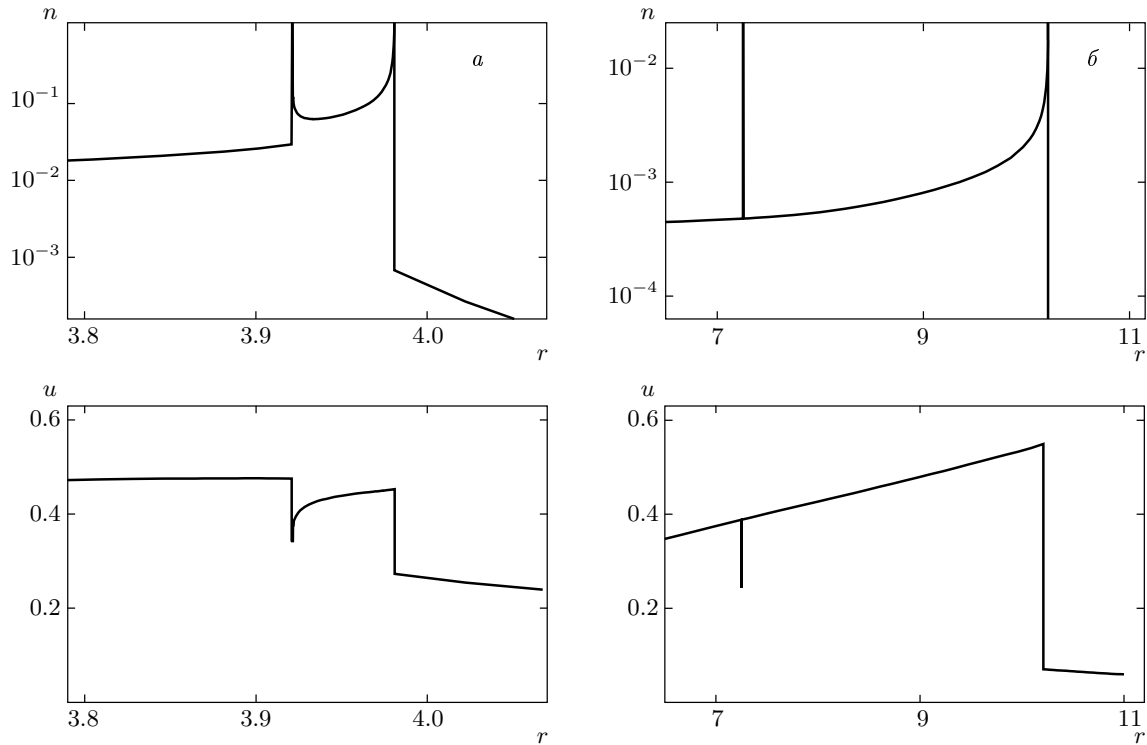


Рис. 1. Пространственные распределения плотности  $n$  и средней скорости  $u$  для кластера с экспоненциальным начальным профилем плотности в моменты времени  $\omega_{L0}t = 8$  (а), 20 (б)

от  $t$ , значение. Соотношения (18) следуют из уравнений (16), если считать в них величину  $q \rightarrow 1$ , т. е.  $1 - q = \delta \ll 1$ . Вклады, пропорциональные  $\delta$  в первых двух соотношениях (18), определяют медленную зависимость  $h_{c2}$  от времени. При  $t \rightarrow \infty$  величина  $h_{c2}$  стремится к стационарному значению  $h_{cs}$ , задаваемому уравнением  $\omega_L^2(h_{cs}) = w(h_{cs})/h_{cs}^3$ , получающимся из (18) при  $\delta = 0$ .

Из формул (17), (18) следует, что при достаточно больших  $t$  величина  $h_{c1}$ , а значит и  $r_{c1}$ , растет пропорционально  $t^{2/3}$ , в то время как  $r_{c2}$  растет пропорционально  $t$ . Это означает, что с течением времени расстояние между каустиками увеличивается пропорционально  $t$ , т. е. линейно со временем. Таким образом, асимптотически внешняя каустика фактически совпадает с текущим радиусом разлетающегося кластера (фронт ускоренных ионов), размер которого растет линейно со временем.

В качестве иллюстрации на рис. 1 показаны распределение плотности и средней скорости (15) после опрокидывания,  $t > t_s \approx 7.1974$ , для кластера с экспоненциально убывающим профилем плотности  $n_c(r) = (4/3\sqrt{\pi}) \exp(-r^2)$  для моментов времени  $t = 8$  и  $t = 20$ . Хорошо видно, что после обра-

зования сингулярности плотности в любой момент времени существуют два бесконечных пика плотности [14], причем расстояние между ними растет со временем в соответствии с установленным выше законом движения каустик. Переход от однопоточкового течения к трехпоточковому сопровождается разрывом плотности: она меняется скачком. Наряду со скачком плотности переход от однопоточкового движения к трехпоточковому сопровождается также скачком средней скорости, однако значения средней скорости при этом остаются конечными. Подобная картина наблюдалась также в газе невзаимодействующих частиц [28], что свидетельствует о кинематическом характере особенности. Обратим внимание на то, что на больших временах имеет место существенная кумуляция частиц вблизи границы разлетающегося кластера (верхний рис. 1б) на оболочке толщиной порядка исходной градиентной длины ( $r_c$ ). Это может оказаться существенным для эффектов, обусловленных столкновениями кластеров, например, реакций синтеза. На рис. 2а показана динамика движения каустик (границ области многопоточковых течений),  $r_{c1}$  (внутренняя) и  $r_{c2}$  (внешняя), во времени. За исключением моментов времени вбли-



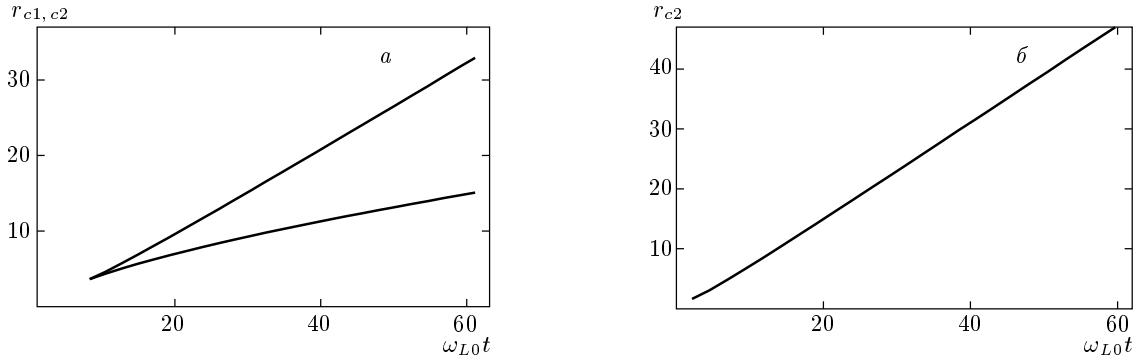


Рис. 2. Эволюция во времени каустических поверхностей для кластера с экспоненциальным начальным профилем плотности (а) и для кластера с начальным профилем плотности, близким к идеальному (б)

зи  $t_s$  динамика каустик хорошо описывается с помощью асимптотических аналитических формул (17), (18), которые практически дают результат на основе использования точных формул (16).

Для кластера, распределение плотности в котором не имеет точки перегиба, а монотонно убывает и обращается в нуль при  $r = 1$ , т. е.  $\omega_L^2(1) = 0$ , — например, для кластера с линейным или параболическим профилем плотности — момент возникновения многозначности решения определяется корнем алгебраического уравнения для величины  $q_s \equiv q(t_s, 1)$ :

$$t_s = \frac{2}{3\sqrt{2w(1)} q_s(1 - q_s^2)}, \quad (19)$$

$$\frac{1}{2} \ln \frac{1 + q_s}{1 - q_s} + \frac{1}{1 - q_s^2} \left( q_s - \frac{2}{3q_s} \right) = 0.$$

Решение этого уравнения,  $q_s \approx 0.6232$ , дает, как было показано при гидродинамическом подходе [15], следующую «универсальную» формулу для момента возникновения многозначности решения  $t_s \approx 1.237/\sqrt{w(1)}$ . Для всех подобных кластеров, имеющих одинаковое полное число ионов и различающихся только характером монотонного убывания плотности с увеличением радиуса, величина  $w(1)$  одинакова,  $w(1) = 1/3$ , что дает следующее значение для момента возникновения особенности:  $t_s \approx 2.142$ . Соответственно, после момента возникновения особенности,  $t > t_s$ , область многопоточности (точнее, двухпоточности, поскольку существует только одна каустика  $r_{c2}$ ) простирается от радиуса  $r_b(t) \equiv R(t, 1, 0)$ , который задан неявно соотношениями

$$r_b = \frac{1}{1 - q^2}, \quad t\sqrt{2w(1)} = \frac{q}{1 - q^2} + \frac{1}{2} \ln \frac{1 + q}{1 - q}, \quad (20)$$

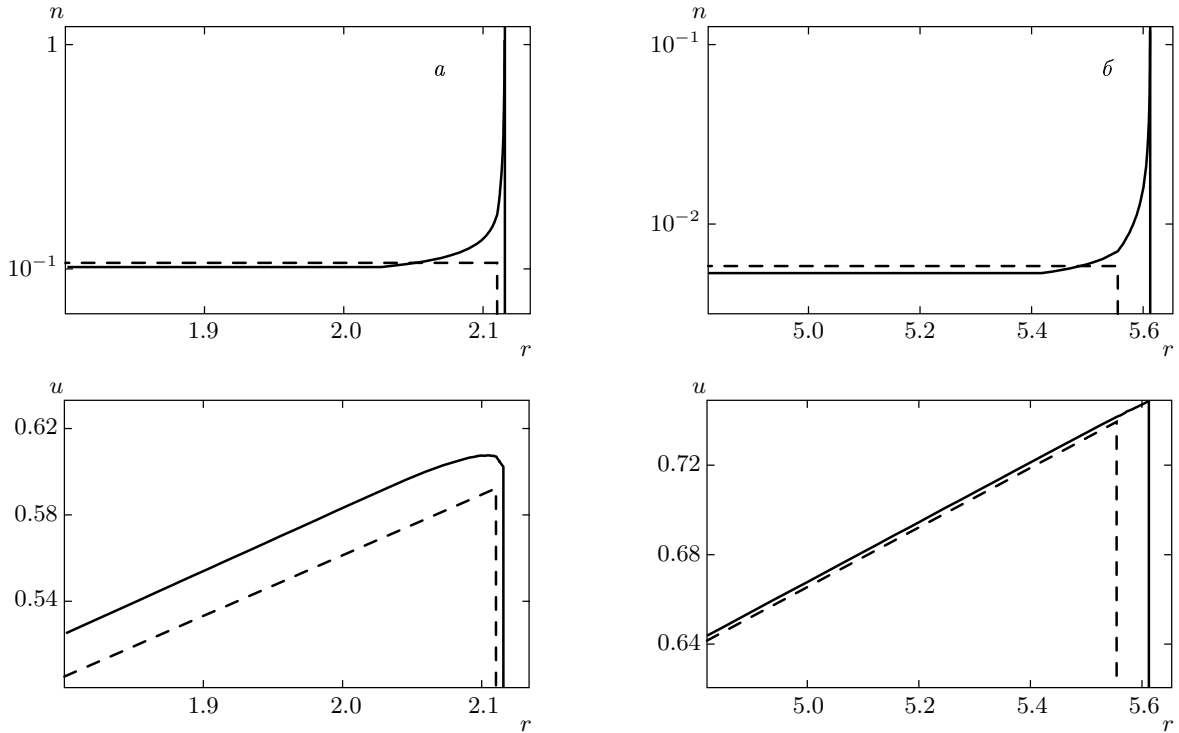
до радиуса  $r_{c2}$ , совпадающего с внешней границей кластера.

Уравнение (20) для  $r_b(t)$  при  $w(1) = 1/3$  совпадает с уравнением, которое описывает радиус фронта  $r_f(t)$  идеального кластера [15], т. е. внутренняя граница области двухпоточного течения для кластера с монотонно спадающим с увеличением радиуса профилем плотности формально совпадает с положением внешней границы идеального кластера, имеющего такое же полное число частиц. Для иллюстрации этого утверждения на рис. 3 приведены распределения плотности и средней скорости для кластера, в котором начальная плотность практически постоянна вплоть до внешней границы, а затем спадает до нуля по линейному закону на масштабе  $\xi$ ,

$$n_c^{tri}(r) = \left[ 1 - \theta(-1 + r + \xi) + \frac{1 - r}{\xi} \times \right. \\ \left. \times (\theta(-1 + r + \xi) - \theta(r - 1)) \right] \times \\ \times \left( 1 + \xi^2 - \frac{3\xi}{2} - \frac{\xi^3}{4} \right)^{-1}. \quad (21)$$

Значение параметра  $\xi$  для рис. 3 выбрано равным  $\xi = 0.1$ . В отличие от варианта с монотонно убывающим профилем плотности, имеющим точку перегиба, здесь сингулярность плотности возникает и с течением времени сохраняет свое положение на границе кластер–вакуум. Вплоть до этой границы остается также непрерывной и конечной величина средней скорости. Динамика движения каустики  $r_{c2}$  (внешней границы области двухпоточного течения) во времени показана на рис. 2б для  $\xi = 0.1$ .

На рис. 3 для сравнения приведены пространственные распределения плотности и средней скорости для «идеального» кластера — кластера с рез-



**Рис. 3.** Пространственные распределения плотности  $n$  и средней скорости  $u$  для кластера с начальным профилем плотности, близким к идеальному ( $\xi = 0.1$ ) в моменты времени  $\omega_{L0}t = 3$  (а), 8 (б). Штриховая линия соответствует «идеальному» кластеру

кой отсечкой по плотности,  $n_c^{id}(r) = \theta(1 - r)$ . Видно, что учет малой переходной области с убывающим профилем плотности на краю однородного кластера приводит к формированию бесконечного пика плотности в момент времени, задаваемый условием (19). Это свидетельствует о неустойчивости разлета идеального кластера. Как следует из вида распределения плотности, оно существенно отличается от результата, соответствующего идеальному кластеру, в окрестности особенности с размерами порядка

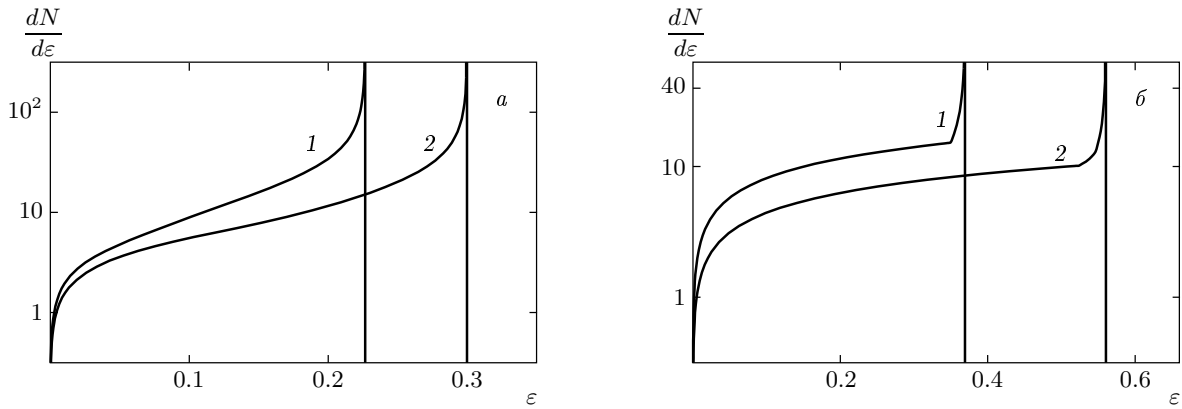
$$t\sqrt{\frac{2}{3}} \left( \sqrt{\frac{3w(h_{c2})}{h_{c2}}} - 1 \right).$$

Полное число ионов в области двухпотокowego течения определяется величиной пространственного масштаба неоднородности  $\xi$  и при больших  $t \gg t_s$  оказывается порядка

$$\frac{1}{3} \left( 1 - \sqrt{1 + \xi^2 - \frac{3\xi}{2} - \frac{\xi^3}{4}} \right),$$

т. е. порядка  $\xi/4$  при  $\xi \ll 1$ .

Отметим, что для образования тонкой сферической кромки высокой плотности на границе кластер-вакуум за конечный промежуток времени требуется значительное изменение плотности на малом масштабе  $\xi$ , т. е. сингулярность не возникает для малого скачка плотности вблизи границы, когда, в отличие от распределения (21), плотность незначительно уменьшается вблизи края кластера. Также не приводит к возникновению сингулярности любое малое периодическое (с характерной длиной волны, меньшей радиуса кластера) или непериодическое начальное возмущение постоянной плотности идеального кластера. Это нетрудно понять из формул (16), определяющих условия возникновения особенности. Произведение  $tq(1 - q^2)\sqrt{2w(h)}/h^3$  в первом из уравнений (16) ограничено сверху величиной, близкой к единице, следовательно, для возникновения сингулярности множитель  $1 - h^3\omega_L^2(h)/3w(h)$  также должен быть порядка единицы. Но для кластера, слабо отличающегося от идеального, для которого плотность  $n_c(h)$  и величина  $w(h)$  отличаются от 1 и  $h^3/3$ , соответственно, на малые поправки, пропорциональные некоторому параметру  $\mu \ll 1$ , множи-



**Рис. 4.** Спектральные распределения по энергии ионов для кластеров с начальными распределениями плотности  $\mu$  и в моменты времени, которые соответствуют: а) кривая 1 — рис. 1а, кривая 2 — рис. 1б, б) кривая 1 — рис. 3а, кривая 2 — рис. 3б

тель  $1 - h^3 \omega_L^2(h) / 3w(h)$  также оказывается порядка  $\mu$ , т. е. условие возникновения сингулярности не реализуется. Таким образом устанавливается устойчивость идеального кластера относительно малых возмущений плотности.

#### 4. СПЕКТР УСКОРЕННЫХ ИОНОВ

Перейдем теперь к обсуждению спектрального распределения ионов в условиях многопоточности разлета кластера. Используя в выражении для спектра  $dN/d\varepsilon$  (12) начальную функцию распределения вида  $f_c = \delta(\nu)$  и учитывая соотношения (9), запишем для спектрального распределения ионов следующую формулу:

$$\frac{dN}{d\varepsilon} = 2\pi \sum_l \frac{h_l^4 n_c(h_l)}{qw(h_l)} \left| q \left( 1 - \frac{h_l^3 \omega_L^2(h_l)}{w(h_l)} \right) + \frac{3t}{2} (1 - q^2)^2 \sqrt{\frac{2w(h_l)}{h_l^3}} \left( 1 - \frac{h_l^3 \omega_L^2(h_l)}{3w(h_l)} \right) \right|^{-1}, \quad (22)$$

$$\varepsilon = \frac{2w(h_l)}{h_l} q(t, h_l)^2,$$

$$t \sqrt{\frac{2w(h_l)}{h_l^3}} = \frac{q}{1 - q^2} + \frac{1}{2} \ln \frac{1 + q}{1 - q}.$$

Здесь суммирование ведется по всем возможным  $l = 1, 2, \dots, L$  корням уравнения  $\varepsilon = (2w/h_l)q^2$ , определяющим зависимость  $h_l(t, \varepsilon)$ . В работе [15] спектр (22) с учетом однозначной зависимости скорости от лагранжевой координаты был представлен в виде суммы двух слагаемых  $(dN/d\varepsilon)^\pm$ , учитывающих вклад в  $dN/d\varepsilon$  тех частиц, для которых энергия

растет (знак «+») или убывает (знак «-») с ростом  $h$ . Формально такое разбиение возможно и в формуле (22). Следует отметить, что количество областей, в которых скорость растет (или убывает) с ростом  $h$  может быть несколько. Однако при переходе от однопоточкового режима к многопоточковому сохраняется однозначная зависимость  $U(t, h, 0)$  от лагранжевой координаты  $h$  в любой момент времени  $t$ . Отсюда следует, что формальный вид спектрального распределения ионов кластера остается неизменным вне зависимости от однопоточкового или многопоточкового режима течения. Таким образом, при переходе к многопоточковому режиму формулы, характеризующие спектральное распределение ионов кластера, остаются такими же, что и для «холодного» кластера в гидродинамической модели, причем условие ее применимости,  $t < t_s$ , уже не фигурирует. Тем самым мы доказываем, что формула гидродинамического приближения для спектрального распределения ионов оказывается справедливой вне рамок ее формальной применимости.

Для иллюстрации характерных видов спектров ионов на рис. 4 показаны спектральные распределения ионов после возникновения особенности плотности для тех же начальных профилей плотности и тех же моментов времени, что и на рис. 1. Как уже отмечалось в работе [15], наблюдаемые в реальном эксперименте с кластерной плазмой спектры ионов более сглажены по сравнению с результатом теории для отдельного кластера,  $dN/d\varepsilon$ . Это может объясняться тем, что в кластерной плазме имеется разброс по характерному радиусу кластера. При этом в случае кластерной среды, образующейся при охлаж-

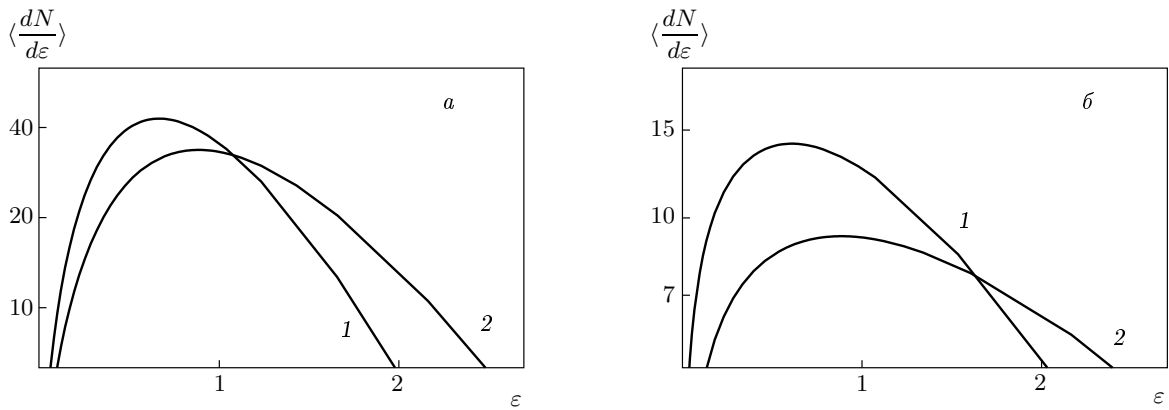


Рис. 5. Усредненные спектральные распределения по энергии ионов для кластеров с теми же параметрами, что и на рис. 4

дении газовой струи, такой разброс весьма значителен [20] и распределение кластеров по их размеру близко к гауссову распределению,

$$G(r_c) \propto r_c \exp \left[ -\frac{(r_c - r_0)^2}{d^2} \right],$$

с  $d \sim r_0$ . Соответственно, усредненное распределение ионов по энергии определяется сверткой:

$$\langle \frac{dN}{d\varepsilon} \rangle = \int_0^\infty \frac{dN}{d\varepsilon} G(r_c) dr_c, \quad \int_0^\infty G(r_c) dr_c = 1. \quad (23)$$

На рис. 5 представлены усредненные энергетические спектры ионов (23) при  $d = r_0$  для тех же начальных профилей плотности, что и на рис. 4. Видно, что форма усредненного спектрального распределения для рассматриваемых начальных распределений плотности в кластере имеет более плавную зависимость от энергии и в значительной степени определяется распределением по размерам кластеров. В то же время из рис. 5 следует, что от распределения плотности атомов в кластере зависят высота и ширина спектрального максимума, а также положение последнего в фиксированный момент времени. Эти характеристики спектров могли бы явиться предметом экспериментальной проверки.

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Завершая работу, отметим, что в ней впервые аналитически решена задача о функции распределения частиц в разлетающемся заряженном кластере. Получены глобальные характеристики такого разлета: пространственно-временные распределения плотности и средней скорости частиц, а также спектры

ускоренных частиц. Эти характеристики детально проанализированы в случае холодного кластера, что типично для задачи о кулоновском взрыве кластера, ионизованного сильным лазерным полем. Показано, что кинетические эффекты определяют существование областей многопоточкового течения после опрокидывания профиля скорости частиц кластера, и найдены границы этих областей. Переход к многопоточковому течению существенно модифицирует характер распределения плотности и средней скорости частиц кластера — вместо гладких функций они описываются функциями с разрывами. В то же время доказывалось, что качественный вид спектрального распределения частиц кластера по энергии не меняется по сравнению с характерным для гидродинамического подхода, если формально игнорировать его неприменимость после момента времени, отвечающего возникновению многопоточкового течения. При этом спектр разлетающихся ионов зависит от начальной формы плотности в кластерах, и его детальное экспериментальное изучение позволило бы судить об адекватности теории.

Отметим опубликованные недавно результаты численного моделирования методом «частица в ячейке» разлета сферического заряженного кластера под действием интенсивного лазерного импульса [19]. В процессе разлета кластера наблюдалось формирование особенностей — «ударных волн» плотности, а в спектрах разлетающихся ионов кластера имеется характерная особенность, по форме близкая к приведенной на рис. 4. При этом начальное распределение ионов задавалось либо близким к однородному с малой переходной областью вблизи внешней границы, либо сглаженным

за счет последовательного действия двух лазерных импульсов. Авторы указывают, что со временем наблюдалось формирование одной ударной волны плотности в первом случае и двух ударных волн — во втором. Таким образом, результаты работы [19] находятся в соответствии с нашей теорией.

Приведенные в данной работе общие формулы для функции распределения частиц кластера позволяют проанализировать влияние теплового движения ионов на интегральные характеристики разлетающегося кластера. Это является задачей дальнейших исследований. Ее существенное усложнение выражается, например, в том, что при учете отличной от нуля тепловой скорости частиц кластера режим многопоточкового течения реализуется с самого начала разлета кластера. Однако уже сейчас полученные формулы позволяют сделать некоторые предположения о характере изменения основных характеристик плазмы кластера при учете теплового движения частиц. Так, при отличной от нуля продольной температуре ( $T \neq 0$ ) плотность и средняя скорость частиц кластера находятся как результат кинетического «размешивания» парциальных плотностей и скоростей частиц кластера. Следовательно, вместо скачков на профилях плотности и средней скорости можно ожидать появления их сглаживания. Насколько интенсивным должно быть тепловое движение частиц кластера для заметного подавления особенности плотности и уширения ее пиков при кинетическом размешивании, следует судить по величине параметра  $T\omega_L^2/Mr_c^2$ .

Смысл кинетического размешивания заключается в следующем. Учет отличной от нуля радиальной тепловой скорости частиц приводит к тому, что, в отличие от существующего при нулевой тепловой скорости «холодного» решения для уравнений динамики кластера, здесь возникает непрерывный спектр областей с многопоточковыми течениями. Это утверждение очевидно, поскольку при учете теплового движения существуют как частицы,двигающиеся к центру кластера, так и летящие от центра. С течением времени «парциальные» скорости и координаты для ансамбля ионов кластера с заданным начальным распределением по скоростям изменяются в соответствии с формулами (9). Полная плотность частиц кластера в данной точке определяется парциальными плотностями потоков с различными скоростями, причем для потоков с отличными от нуля начальными значениями скоростей возникают новые особенности в распределениях парциальных плотностей, отсутствующие в «холодном» решении. В результате суммирования парциальных плотностей по-

токов с различными начальными скоростями особенности в распределении плотности частиц пропадают — происходит «кинетическое размешивание» с образованием более гладких распределений плотности. К похожему эффекту приводит также учет поперечного теплового движения частиц.

Наконец отметим, что полученные нами результаты, помимо кластеров, могут быть использованы для изучения воздействия мощных лазерных импульсов на различные наноструктуры, причем не только сферически-симметричные, но и обладающие аксиальной симметрией, а также стандартные пленочные мишени субмикронной толщины. Это представляет интерес, например, в связи с хорошо продвинутой технологией получения таких нанобъектов как нанополоски [35], наносферы [24], нанопроволочки [36] и нанотрубки [25].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 03-02-16428, 05-01-00631), ИНТАС (гранты №№ 01-0233, 01-0572), гранта НШ-2339.2003.2 и гранта МНТЦ № 2289.

Авторы признательны Д. В. Ширкову и А. П. Чупахину за интерес к работе и обсуждение полученных результатов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. O. Echt, in *Elemental and Molecular Clusters*, ed. by G. Benedek, T. P. Marten, and G. Pacchioni, Springer, Berlin (1988).
2. *Large Finite Systems*, ed. by J. Jortner, A. Pullman, and B. Pullman, Reidel, Dordrecht (1987).
3. G. Kulcsar, D. AlMawlawi, F. W. Budnik et al., *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5149 (2000).
4. T. Ditmire, J. Zweiback, V. P. Yanovsky et al., *Nature (London)* **398**, 489 (1999).
5. M. Lezius, S. Dobosz, D. Normand, and M. Schmidt, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 261 (1998).
6. V. P. Krainov and M. B. Smirnov, *Phys. Rep.* **370**, 237 (2002).
7. J. Zweiback, R. A. Smith, T. E. Cowan et al., *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2634 (2000).
8. T. Ditmire, J. W. G. Tisch, E. Springate et al., *Phys. Rev. Lett.* **78**, 14 (1997).
9. J. Purnell, E. M. Snyder, S. Wei, and A. W. Castleman, Jr., *Chem. Phys. Lett.* **229**, 333 (1994).

10. С. В. Буланов, Т. Ж. Есиркепов, Дж. Кога, Т. Таджима, Д. Фарина, *Физика плазмы* **30**, 21 (2004).
11. А. В. Гуревич, Л. В. Парийская, Л. П. Питаевский, *ЖЭТФ* **49**, 649 (1965).
12. Ю. И. Чутов, А. Ю. Кравченко, *Физика плазмы* **6**(2), 272 (1980).
13. V. F. Kovalev and V. Yu. Bychenkov, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 185004-1 (2003).
14. A. E. Kaplan, B. Y. Dubetsky, and P. L. Shkolnikov, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 143401-1 (2003).
15. В. Ю. Быченко, В. Ф. Ковалев, *Физика плазмы* **31**, 1 (2005).
16. K. Nishihara, H. Amitani, M. Murakami, S. V. Bulanov, and T. Zh. Esirkepov, *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A* **464**, 98 (2001).
17. Y. Kishimoto, T. Masaki, and T. Tajima, *Phys. Plasmas* **9**, 589 (2002).
18. <http://www.billingpreis.mpg.de/hbp99/pu4hbp99.pdf>.
19. F. Peano, R. A. Fonseca, and L. O. Silva, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 033401 (2005).
20. J. Zweiback, T. E. Cowan, J. H. Hartley et al., *Phys. Plasmas* **9**, 3108 (2002).
21. А. А. Катасонов, М. Б. Смирнов, *ЖЭТФ* **126**, 566 (2004).
22. J. Mansikka-aho, M. Manninen, and H. Nishioka, *Phys. Rev. B* **48**, 1837 (1993).
23. А. Максимчук, К. Флиппо, Х. Краузе и др., *Физика плазмы* **30**, 514 (2004).
24. J. Cao and T. Matsoukas, *J. Nanoparticle Res.* **6**, 447 (2004).
25. <http://www.pa.msu.edu/cmp/csc/nanotube.html>.
26. К. П. Станюкович, *Неустановившиеся движения сплошной среды*, Гостехиздат, Москва (1955).
27. T. Ditmire, K. Shigemori, B. A. Remington, K. Estabrook, and R. A. Smith, *Astrophys. J. Suppl. Series* **127**, 299 (2000).
28. Я. Б. Зельдович, А. Д. Мышкис, *Элементы математической физики*, Наука, Москва (1973).
29. И. С. Веселовский, *ЖЭТФ* **77**, 1352 (1979).
30. А. В. Гуревич, К. П. Зыбин, *ЖЭТФ* **94**, 3 (1988).
31. Я. Б. Зельдович, *Астрофизика* **5**, 3 (1970).
32. А. В. Гуревич, К. П. Зыбин, *УФН* **165**, 723 (1995).
33. И. Вейнан, Ю. Г. Рыков, Я. Г. Синай, *УМН* **50**, 193 (1995).
34. В. И. Арнольд, *Труды семинара им. И. Г. Петровского*, вып. 8, с. 21 (1982).
35. <http://www.microspheres-nanospheres.com>.
36. J. Cao, Zh. Xu, X. Wei, X. Ma, and Z. Xue, *Chem. Comm.* **6**, 543 (2001).