ЖЭТФ, 2005, том 128, вып. 2 (8), стр. 233–242

ЭФФЕКТ ОПТИЧЕСКОЙ НЕВЗАИМНОСТИ В ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ, ОБЛАДАЮЩЕЙ МАГНИТНОЙ АКТИВНОСТЬЮ

В. И. Денисов *

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119992, Москва, Россия

И. П. Денисова

«МАТИ» — Российский государственный технологический университет им. К. Э. Циолковского
121552, Москва, Россия

В. Г. Жотиков **

Московский физико-технический институт (технический университет)
141700, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 27 декабря 2004 г.

Проведено разложение тензора комплексной диэлектрической проницаемости для изотропной среды, обладающей магнитной активностью, с кубической точностью по малому параметру, равному отношению среднего расстояния между атомами среды к длине электромагнитной волны. Построено дисперсионное уравнение, и на его основе найдены показатели преломления рассматриваемой среды для нормальных волн при наложении на нее продольного магнитного поля. Показано, что при проведении вычислений с кубичной точностью скорости всех четырех нормальных волн, распространяющихся в среде в прямом и обратном направлениях, различны. Проведен расчет эксперимента с использованием кольцевого лазера для измерения коэффициентов разложения тензора комплексной диэлектрической проницаемости, ответственных за небольшое различие скоростей распространения нормальных волн в среде в прямом и обратном направлениях. Показано, что в случае изотропной оптически неактивной среды коэффициенты разложения третьего порядка малости могут быть измерены с помощью кольцевого лазера с абсолютной точностью порядка 10^{-14}.

PACS: 78.20.Ek, 78.20.Ls

1. ВВЕДЕНИЕ

Оптической невзаимностью обычно называют свойство материальной среды обеспечивать разные условия для распространения света в прямом и обратном направлениях. Невзаимность может быть по фазе (скорости распространения), амплитуде и поляризации электромагнитной волны.

Теоретическому и экспериментальному изучению оптической невзаимности посвящено большое число работ (см., например, обзор [1] и указанную в нем литературу). В частности, в работе [2] были изучены вклады эффекта Фарадея и естественной оптической активности в невзаимные эффекты в анизотропных средах. Возникающая в результате действия этих физических факторов невзаимность по фазе у оптически активных (гиротропных) кристаллов хотя и оказалась очень малой величиной, но доступной для измерения в экспериментах с кольцевыми лазерами. Однако рассмотренный в работе [2] случай не исчерпывает всех возможных механизмов появления оптической невзаимности у конденсированных сред, так как разложения обратного тензора комплексной диэлектрической проницаемости, использованные в работе [2], не содержали членов третьего порядка малости (по отношению среднего межатомного расстояния к длине волны падающего электромагнитного излучения), которые при совре-

*E-mail: Denisov@srd.sinp.msu.ru
**E-mail: Zhotikov@complat.ru

менном уровне развития экспериментальной техники доступны измерениям.

Покажем на простейшем примере изотропной среды, обладающей магнитной активностью, что коэффициенты третьего порядка малости необходимо учитывать, так как именно из-за наличия этих коэффициентов оптическая невзаимность должна проявляться даже при отсутствии пространственной дисперсии первого порядка.

Рассмотрим немагнитную изотропную среду, помещенную во внешнее магнитное поле $\mathbf{H}$. В общем случае [3–7] связь между индукциями и полями должна иметь вид

$$D_j = \varepsilon_{jm}(\omega,\mathbf{k})E_m + \alpha_{jm}(\omega,\mathbf{k})H_m,$$

$$B_j = \beta_{jm}(\omega,\mathbf{k})E_m + \mu_{jm}(\omega,\mathbf{k})H_m.$$

Однако для немагнитных сред и при учете пространственной дисперсии можно полагать [3], что

$$\beta_{jm}(\omega,\mathbf{k}) = \alpha_{jm}(\omega,\mathbf{k}) = 0, \quad \mu_{jm}(\omega,\mathbf{k}) = \delta_{jm},$$

где δ_{jm} — тензор Кронекера.

Тензор комплексной диэлектрической проницаемости ε_{mn} такой среды [3–7] будет функцией частоты ω, волнового вектора $\mathbf{k}$ и внешнего магнитного поля $\mathbf{H}$. В области прозрачности этот тензор должен удовлетворять условиям [3]

$$\begin{aligned} &\varepsilon^*_{mn}(\omega,\mathbf{k},\mathbf{H}) = \varepsilon_{nm}(\omega,\mathbf{k},\mathbf{H}),\\ &\varepsilon^*_{mn}(\omega,\mathbf{k},\mathbf{H}) = \varepsilon_{mn}(-\omega,-\mathbf{k},\mathbf{H}),\\ &\varepsilon_{mn}(\omega,\mathbf{k},\mathbf{H}) = \varepsilon_{nm}(\omega,-\mathbf{k},-\mathbf{H}). \end{aligned} \tag{1}$$

Зависимость тензора ε_{mn} от $\mathbf{k}$ характеризуется малым параметром $\delta = a/\lambda$, где a — характерная для данной среды длина (размер молекул, постоянная решетки, среднее расстояние между молекулами и т. д.), λ — длина волны в среде. Для конденсированной среды в оптической области спектра параметр δ мал: $\delta \sim 10^{-3}$.

Измерения [6] углов магнитного вращения плоскости поляризации волны в магнитноактивных средах показывают, что при $H \sim 10^3$ Гс зависимость тензора ε_{mn} от внешнего магнитного поля может быть охарактеризована квадратом параметра δ.

Таким образом, тензор ε_{mn} можно разложить в ряд по малому параметру $\delta \sim 10^{-3}$. В простейшем случае, когда отклонение оптических свойств среды от изотропных происходит только в направлениях, определяемых векторами $\mathbf{k}$ и $\mathbf{H}$, феноменологическое разложение тензора ε_{mn} в декартовых координатах трехмерного евклидова пространства, удовлетворяющее условиям (1), принимает вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_{mn}(\omega,\mathbf{k},\mathbf{H}) = \Big[\varepsilon + \alpha_2 k^2 + \frac{\omega}{c}\chi\alpha_4\mathbf{k}\cdot\mathbf{H}\Big]\,\delta_{nm} + {}\\ + i\chi[\alpha_1 + \alpha_3 k^2]e_{nmj}k_j + \alpha_5 k_n k_m + {}\\ + i\frac{\omega}{c}\alpha_6 e_{nmj}H_j + \frac{\omega}{c}\chi\alpha_7[k_n H_m + k_m H_n] + {}\\ + O_{nm}(\delta^4), \end{aligned} \tag{2}$$

где χ — аксиальный скаляр (псевдоскаляр), равный $+1$ в правой системе координат и -1 — в левой системе координат, e_{nmj} — абсолютно антисимметричный аксиальный тензор Леви-Чивиты.

Для удобства дальнейших вычислений введем обозначения

$$\mathbf{k} = \frac{\omega}{c}\tilde{n}\mathbf{S}, \quad f_1 = \frac{\omega}{c}\alpha_1, \quad \varepsilon_2 = \frac{\omega^2}{c^2}\alpha_2, \quad f_2 = \frac{\omega^2}{c^2}\alpha_5,$$

$$h_2 = \frac{\omega}{c}\alpha_6, \quad \beta_3 = \frac{\omega}{c}\alpha_7, \quad h_3 = \frac{\omega^2}{c^2}\alpha_4, \quad f_3 = \frac{\omega^3}{c^3}\alpha_3,$$

где $\mathbf{S}$ — единичный вектор, $\tilde{n}$ — показатель преломления рассматриваемой среды.

Тогда выражение (2) примет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_{mn}(\omega,\mathbf{k},\mathbf{H}) = [\varepsilon + \varepsilon_2\tilde{n}^2 + {}\\ + \chi h_3\tilde{n}\mathbf{S}\cdot\mathbf{H}]\delta_{nm} + i\chi[f_1\tilde{n} + f_3\tilde{n}^3]e_{nmj}S_j + {}\\ + f_2\tilde{n}^2 S_n S_m + ih_2\, e_{nmj}H_j + \chi\beta_3\tilde{n}[S_n H_m + S_m H_n] + {}\\ + O_{nm}(\delta^4), \end{aligned} \tag{3}$$

где $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$ — величина нулевого порядка по малому параметру δ, f_1 — величина первого порядка малости, ε_2, f_2, h_2 — величины второго порядка малости, f_3, h_3 и β_3 — величины третьего порядка малости, а тензор $O_{nm}(\delta^4)$ содержит величины четвертого и более высоких порядков малости по δ.

Физический смысл коэффициентов разложения (3) тензора ε_{mn} очевиден: коэффициенты $f_1 \sim \delta$ и $f_3 \sim \delta^3$ характеризуют оптическую активность вещества в первом и, соответственно, третьем порядках малости, $f_2 \sim \delta^2$ и $\varepsilon \sim \delta^2$ описывают влияние пространственной дисперсии на тензор ε_{mn} в квадратичном по δ порядке, h_2 характеризует магнитную активность изотропного вещества, а коэффициенты h_3 и β_3 — совместное влияние пространственной дисперсии и магнитной активности на тензор ε_{mn} в третьем порядке по малой величине δ.

Скалярные коэффициенты $\varepsilon, \varepsilon_2, f_2, h_3$ и β_3, входящие в выражение (3), в силу второго из соотношений (1) являются четными функциями частоты ω, а f_1, f_3 и h_2 — нечетными функциями.

2. ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ И ЕГО РЕШЕНИЕ

Рассмотрим плоскую электромагнитную волну, векторы $\mathbf{E}_w$, $\mathbf{D}_w$ и $\mathbf{B}_w = \mathbf{H}_w$ которой пропорциональны $\exp\{-i[\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r}]\}$. В этом случае уравнения макроскопической электродинамики принимают вид

$$\mathbf{k}\times\mathbf{H}_w = \frac{\omega}{c}\mathbf{D}_w, \quad \mathbf{k}\times\mathbf{E}_w = -\frac{\omega}{c}\mathbf{H}_w. \qquad (4)$$

Исключая из первого уравнения системы (4) вектор $\mathbf{H}_w$ с помощью второго уравнения, получим систему алгебраических уравнений $\Pi_{nm}E_m = 0$, где

$$\Pi_{nm} = \frac{\omega^2}{c^2}\Big\{[\varepsilon + \varepsilon_2\widetilde{n}^2 + \chi h_3\widetilde{n}\mathbf{S}\cdot\mathbf{H}]\delta_{nm} + \\ + i\chi\widetilde{n}[f_1 + f_3\widetilde{n}^2]e_{nmj}S_j + f_2\widetilde{n}^2 S_n S_m + ih_2\, e_{nmj}H_j + \\ + \chi\beta_3\widetilde{n}[S_nH_m + S_mH_n] + O_{nm}(\delta^4)\Big\} + \\ + [k_nk_m - k^2\delta_{nm}]. \qquad (5)$$

Для существования нетривиального решения этой системы уравнений необходимо, как известно, потребовать, чтобы $\det \parallel \Pi_{nm} \parallel = 0$.

Дальнейшие вычисления удобно проводить с использованием тензорных соотношений, полученных в работах [8, 9].

Введем некоторые определения. Рассмотрим произвольный тензор второго ранга A_{nm} в трехмерном евклидовом пространстве, метрический тензор которого в декартовых координатах совпадает с тензором Кронекера δ_{nm}. Назовем N-ой степенью этого тензора, где N — целое неотрицательное число, тензор $A^{(N)}_{nm}$, построенный из произведения N тензоров A_{nm}, индексы которых свернуты по правилу

$$A^{(N)}_{nm} = \underbrace{A_{nj_1}A_{j_1j_2}\dots A_{j_Nm}}_{N}.$$

Сворачивая оставшиеся индексы в этом выражении, получим инвариант N-ой степени этого тензора:

$$A_{(N)} \equiv A^{(N)} = A^{(N)}_{kk}.$$

При $N = 0$ в соответствии с этим определением будем полагать $A^{(0)}_{ik} = \delta_{ik}$, в результате чего инвариант нулевой степени любого тензора второго ранга в трехмерном пространстве равен трем:

$$A_{(0)} = 3.$$

Как показано в работе [9], третья степень тензора A_{nm} в трехмерном евклидовом пространстве может быть выражена через низшие степени этого тензора и инварианты:

$$A^{(3)}_{nm} = A^{(2)}_{nm}A_{(1)} + \frac{1}{2}A_{nm}\left[A_{(2)} - A^2_{(1)}\right] + \\ + \frac{1}{6}\delta_{nm}\left[2A_{(3)} - 3A_{(1)}A_{(2)} + A^3_{(1)}\right].$$

Детерминант матрицы третьего порядка, элементами которой являются компоненты тензора A_{nm}, в этих обозначениях принимает вид

$$\det \parallel A_{nm} \parallel = \frac{1}{6}\big[2A_{(3)} - 3A_{(2)}A_{(1)} + A^3_{(1)}\big]. \qquad (6)$$

Если $\det \parallel A_{nm} \parallel \neq 0$ и $\det \parallel A_{nm} \parallel \neq \pm\infty$, то можно построить обратный тензор $A^{(-1)}_{nm}$, удовлетворяющий соотношению

$$A^{(-1)}_{nm}A_{mp} = \delta_{np}.$$

Этот тензор имеет вид

$$A^{(-1)}_{nm} = \frac{6A^{(2)}_{nm} - 6A_{nm}A_{(1)} + 3\delta_{nm}[A^2_{(1)} - A_{(2)}]}{[2A_{(3)} - 3A_{(1)}A_{(2)} + A^3_{(1)}]}. \qquad (7)$$

Используя выражения (5) и (6), из условия $\det \parallel \Pi_{nm} \parallel = 0$ получим следующее дисперсионное уравнение

$$\varepsilon\big[\varepsilon - \widetilde{n}^2\big]^2 + \chi\varepsilon\widetilde{n}[3\varepsilon h_3 + 2\varepsilon\beta_3 - 2f_1h_2]\mathbf{S}\cdot\mathbf{H} + \\ \varepsilon\widetilde{n}^2[3\varepsilon\varepsilon_2 + \varepsilon f_2 - f_1^2] + \widetilde{n}^2h_2^2[H^2 - (\mathbf{S}\cdot\mathbf{H})^2] - \\ - 4\chi\varepsilon\widetilde{n}^3[h_3 + \beta_3]\mathbf{S}\cdot\mathbf{H} - 2\varepsilon\widetilde{n}^4[2\varepsilon_2 + f_2] + \\ + \chi\widetilde{n}^5[h_3 + 2\beta_3]\mathbf{S}\cdot\mathbf{H} + \widetilde{n}^6[\varepsilon_2 + f_2] + \\ + \widetilde{n}^4[3\varepsilon\varepsilon_2^2 + 2\varepsilon\varepsilon_2 f_2 - 2\varepsilon f_1 f_3 - \varepsilon_2 f_1^2 - f_1^2 f_2] - \\ - \varepsilon h_2^2H^2 - 2\widetilde{n}^6\varepsilon_2[\varepsilon_2 + f_2] + \\ + [\varepsilon - \widetilde{n}^2][\varepsilon O_{mm}(\delta^4) - \widetilde{n}^2 S_nS_m O_{nm}(\delta^4)] = 0. \qquad (8)$$

Решение этого уравнения будем искать в виде

$$\widetilde{n} = \sqrt{\varepsilon + F}, \qquad (9)$$

где F — неизвестная функция, содержащая малые величины.

Подставляя выражение (9) в уравнение (8) и решая его, найдем функцию F:

$$F = \frac{1}{8\varepsilon}\Big\{\alpha\sqrt{\varepsilon}\Big[8\varepsilon f_1 + 8\chi\sqrt{\varepsilon}h_2\mathbf{S}\cdot\mathbf{H} + \\ + [f_1^3 + 12\varepsilon\varepsilon_2 f_1 + 8\varepsilon^2 f_3]\Big] + 4\varepsilon[f_1^2 + 2\varepsilon\varepsilon_2] + \\ + 4\chi\sqrt{\varepsilon}[2\varepsilon h_3 + f_1h_2]\mathbf{S}\cdot\mathbf{H}\Big\} + O(\delta^4), \qquad (10)$$

где $\alpha = \pm 1$ (знак плюс соответствует первой нормальной волне, а минус — второй нормальной волне).

Таким образом, в среде с тензором комплексной диэлектрической проницаемости (3) в каждом направлении могут распространяться две нормальные волны с фазовыми скоростями $V_{ph} = \omega/k$:

$$V_{ph}^{1,2} = \\ = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}\Big\{1 - \frac{\alpha}{2\sqrt{\varepsilon}}f_1 + \frac{1}{8\varepsilon}\Big[(f_1^2 - 4\varepsilon\varepsilon_2) - 4\alpha\chi h_2 \mathbf{S}\cdot\mathbf{H}\Big] - \\ - \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon^3}}\Big[\alpha\varepsilon^2 f_3 + \chi(\varepsilon h_3 - f_1 h_2)\mathbf{S}\cdot\mathbf{H}\Big]\Big\}.$$

Показатели преломления среды $\widetilde{n} = ck/\omega$ для этих волн имеют вид

$$\widetilde{n}(\omega) = \sqrt{\varepsilon} + \frac{\alpha}{2}f_1 + \frac{1}{8\sqrt{\varepsilon}}\Big[f_1^2 + 4\varepsilon\varepsilon_2 + 4\alpha\chi h_2\mathbf{S}\cdot\mathbf{H}\Big] + \\ + \frac{1}{2}\Big[\alpha\Big(\varepsilon f_3 + f_1\varepsilon_2\Big) + \chi h_3 \mathbf{S}\cdot\mathbf{H}\Big]. \quad (11)$$

Следует отметить, что в силу соотношений (9) и (10) выражения для показателей преломления среды будут представлять собой разложения по малому параметру δ до кубической точности включительно.

Из соотношений (9) и (10) следует, что фазовые скорости нормальных волн и показатели преломления изотропной среды, обладающей оптической активностью, во внешнем магнитном поле зависят от знака скалярного произведения $\mathbf{S}\cdot\mathbf{H}$. Это означает, что среда является оптически невзаимной, поскольку фазовая скорость каждой нормальной волны зависит от того, вдоль или против вектора внешнего магнитного поля $\mathbf{H}$ происходит распространение этой волны.

3. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ СОСТОЯНИЯ НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН

Решение дисперсионного уравнения (8) для непоглощающей изотропной среды с тензором комплексной диэлектрической проницаемости (3) показало, что в этой среде в каждом направлении могут распространяться две нормальные волны, имеющие различающиеся фазовые скорости.

Изучим теперь поляризационные состояния этих нормальных волн. Поляризацию электромагнитной волны в оптике анизотропных и гиротропных сред обычно определяют по вектору $\mathbf{D}$, который в силу уравнения $\operatorname{div}\mathbf{D} = 0$ перпендикулярен волновому вектору $\mathbf{k}$. Поэтому для исследования поляризации нормальных волн уравнения связи следует переписать в виде

$$E_n = \varepsilon_{nm}^{(-1)} D_m,$$

где $\varepsilon_{nm}^{(-1)}$ — тензор, обратный к тензору ε_{mp}.

Используя выражения (3) и (7), несложно найти разложение тензора $\varepsilon_{nm}^{(-1)}$ в ряд по безразмерному параметру δ с кубической точностью включительно:

$$\varepsilon_{nm}^{(-1)} = \frac{1}{\varepsilon^4}\Big\{\varepsilon[\varepsilon^2 + \widetilde{n}^2(f_1^2 - \varepsilon\varepsilon_2) + \\ + \chi\widetilde{n}(2f_1h_2 - h_3\varepsilon)\mathbf{S}\cdot\mathbf{H}]\delta_{nm} - \\ - i\Big[\chi\widetilde{n}[\widetilde{n}^2(\varepsilon^2 f_3 - 2f_1\varepsilon\varepsilon_2 + f_1^3) + \\ + f_1\varepsilon^2]e_{nmj}S_j + \varepsilon^2 h_2 e_{nmj}H_j\Big] - \\ - \varepsilon\widetilde{n}^2[\varepsilon f_2 + f_1^2]S_nS_m - \chi\varepsilon\widetilde{n}[f_1h_2 + \varepsilon\beta_3] \times \\ \times (H_nS_m + H_mS_n)\Big\} + O_{nm}(\delta^4). \quad (12)$$

Уравнения макроскопической электродинамики, записанные в терминах вектора $\mathbf{D}$, примут вид

$$\mathbf{k}\times\mathbf{H}_w = \frac{\omega}{c}\mathbf{D}_w, \quad e_{ijn}k_j\varepsilon_{nm}^{(-1)}D_m^w = -\frac{\omega}{c}H_i^w.$$

Исключая $\mathbf{H}_w$ из этих уравнений, получим

$$\Gamma_{nm}D_m^w = 0,$$

где тензор Γ_{nm} имеет вид

$$\Gamma_{nm} = \frac{c}{\omega}\Big\{k_nk_p\varepsilon_{pm}^{(-1)} - k^2\varepsilon_{nm}^{(-1)} + \frac{\omega^2}{c^2}\delta_{nm}\Big\}.$$

Подставляя в это выражение соотношение (12), будем иметь

$$\Gamma_{nm} = \frac{\omega}{\varepsilon^4 c}\Big\{\Big[\varepsilon^3[\varepsilon - \widetilde{n}^2] + \varepsilon\widetilde{n}^4[\varepsilon\varepsilon_2 - f_1^2] + \\ + \chi\varepsilon\widetilde{n}^3[\varepsilon h_3 - 2f_1h_2]\mathbf{S}\cdot\mathbf{H}\Big]\delta_{nm} + \\ + S_nS_m\Big[\chi\varepsilon\widetilde{n}[f_1h_2 - \varepsilon(h_3 + \beta_3)]\mathbf{S}\cdot\mathbf{H} - \\ - \varepsilon^2\varepsilon_2\widetilde{n}^2 + \varepsilon f_1^2\widetilde{n}^2 + \varepsilon^3\Big] + \\ + i\chi e_{nmj}S_j\Big[\widetilde{n}^4[\varepsilon^2 f_3 - 2\varepsilon\varepsilon_2 f_1 + f_1^3] + \widetilde{n}^2\varepsilon^2 f_1\Big] + \\ + ie_{nmj}H_j\varepsilon^2\widetilde{n}^2h_2 + iS_ne_{mpj}S_pH_j\varepsilon^2h_2\widetilde{n}^2 + \\ + H_nS_m\chi\varepsilon\widetilde{n}^2[f_1h_2 + \varepsilon\beta_3]\Big\} + \frac{\omega}{c}O_{nm}(\delta^4). \quad (13)$$

Уравнение $\det\|\,\Gamma_{nm}\,\| = 0$, как и следовало ожидать, имеет те же самые корни, что и уравнение $\det\|\,\Pi_{nm}\,\| = 0$.

Ориентируем оси правой ($\chi = +1$) системы координат так, чтобы ось z была параллельна волновому вектору $\mathbf{k}$. Тогда $\mathbf{k} = \{0, 0, \xi k\}$, где $\xi = 1$ для волны, распространяющейся в положительном направлении оси z, и $\xi = -1$ для волны, распространяющейся в противоположном направлении.

Из выражения (13) следует, что в этой системе координат компоненты Γ_{31} и Γ_{32} обращаются в нуль, а $\Gamma_{33} = \omega/c$. Поэтому в выбранной системе координат $D_z = 0$.

Оставшиеся два уравнения системы $\Gamma_{\alpha\beta} D_\beta = 0$ имеют равный нулю определитель. Следовательно, независимым является одно из них:

$$\Gamma_{11} D_x + \Gamma_{12} D_y = 0.$$

Подставляя в это выражение коэффициенты Γ_{11} и Γ_{12}, вычисленные в выбранной системе координат с кубичной по малому параметру δ точностью, и учитывая соотношения (11) и (13), получим

$$\Gamma_{11} \Big\{ D_x - i\alpha\xi D_y \Big\} = 0, \tag{14}$$

где

$$\Gamma_{11} = -\frac{\omega}{8c\sqrt{\varepsilon^3}} \Big\{ 8\alpha\varepsilon f_1 + 4\sqrt{\varepsilon}[3\varepsilon f_1^2 + 2\alpha\xi h_2 H_z] + \\ + [20\xi f_1 h_2 H_z + \alpha\big(17 f_1^3 - 4\varepsilon f_1 \varepsilon_2 + 8\varepsilon^2 f_3\big)] \Big\}.$$

Из уравнения (14) следует, что

$$D_x = i\alpha\xi D_y.$$

Это означает, что в рассматриваемом случае обе нормальные волны ($\alpha = \pm 1$) имеют круговую поляризацию, но направление вращения вектора $\mathbf{D}$ у них происходит в противоположных направлениях.

4. ПРОХОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ЧЕРЕЗ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНУЮ ПЛАСТИНКУ ПРИ НОРМАЛЬНОМ ПАДЕНИИ

Рассмотрим плоскопараллельный слой вещества с тензором ε_{nm}, задаваемым выражением (3). Не ограничивая общности, будем считать, что рассматриваемый слой вещества заключен между плоскостями $z = 0$ и $z = L$.

Предположим, что из вакуума на этот слой падает поляризованная вдоль оси x монохроматическая электромагнитная волна частоты ω, вектор $\mathbf{k}$ которой параллелен оси z. В установившемся режиме в области $z < 0$ будут существовать падающая и отраженная волны, в области $0 < z < L$ — две пары нормальных волн, распространяющихся навстречу друг другу, а в области $z > L$ — прошедшая электромагнитная волна. Найдем амплитуды и фазы отраженной и прошедшей волн.

Вдали от полос поглощения показатели преломления среды для нормальных волн, распространяющихся в положительном направлении оси z, примут вид

$$\begin{aligned} n_1 &= \sqrt{\varepsilon} + \frac{1}{2} f_1 + \frac{1}{8\sqrt{\varepsilon}} \Big[\big(f_1^2 + 4\varepsilon\varepsilon_2\big) + 4h_2 H_z \Big] + \\ &\quad + \frac{1}{2}\big[h_3 H_z + \big(\varepsilon f_3 + f_1\varepsilon_2\big)\big], \\ n_2 &= \sqrt{\varepsilon} - \frac{1}{2} f_1 + \frac{1}{8\sqrt{\varepsilon}} \Big[\big(f_1^2 + 4\varepsilon\varepsilon_2\big) - 4h_2 H_z \Big] + \\ &\quad + \frac{1}{2}\big[h_3 H_z - \big(\varepsilon f_3 + f_1\varepsilon_2\big)\big]. \end{aligned} \tag{15}$$

Для волн, распространяющихся против оси z, имеем

$$\begin{aligned} n_3 &= \sqrt{\varepsilon} + \frac{1}{2} f_1 + \frac{1}{8\sqrt{\varepsilon}} \Big[\big(f_1^2 + 4\varepsilon\varepsilon_2\big) - 4h_2 H_z \Big] - \\ &\quad - \frac{1}{2}\big[h_3 H_z - \big(\varepsilon f_3 + f_1\varepsilon_2\big)\big], \\ n_4 &= \sqrt{\varepsilon} - \frac{1}{2} f_1 + \frac{1}{8\sqrt{\varepsilon}} \Big[\big(f_1^2 + 4\varepsilon\varepsilon_2\big) + 4h_2 H_z \Big] - \\ &\quad - \frac{1}{2}\big[h_3 H_z + \big(\varepsilon f_3 + f_1\varepsilon_2\big)\big]. \end{aligned} \tag{16}$$

В области $z < 0$ вектор $\mathbf{E}$ можно представить в виде

$$\mathbf{E} = \big\{ E_{0x}\mathbf{e}_x + iE_{0y}\mathbf{e}_y \big\} \exp\left[-i\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right] + \\ + \big\{ E_{1x}\mathbf{e}_x + E_{1y}\mathbf{e}_y \big\} \exp\left[-i\omega\left(t + \frac{z}{c}\right)\right].$$

В области $0 < z < L$ вектор $\mathbf{E}$ удобно записать через компоненты вектора $\mathbf{D}$:

$$\begin{aligned} E_m &= \big\{ \varepsilon_{m2}^{(-1)}(n_1) + i\varepsilon_{m1}^{(-1)}(n_1) \big\} D_{1y} \times \\ &\times \exp\left[-i\omega\left(t - \frac{zn_1}{c}\right)\right] + \big\{ \varepsilon_{m2}^{(-1)}(n_2) - i\varepsilon_{m1}^{(-1)}(n_2) \big\} D_{2y} \times \\ &\times \exp\left[-i\omega\left(t - \frac{zn_2}{c}\right)\right] + \big\{ \varepsilon_{m2}^{(-1)}(n_3) - i\varepsilon_{m1}^{(-1)}(n_3) \big\} D_{3y} \times \\ &\times \exp\left[-i\omega\left(t + \frac{zn_3}{c}\right)\right] + \big\{ \varepsilon_{m2}^{(-1)}(n_4) + i\varepsilon_{m1}^{(-1)}(n_4) \big\} D_{4y} \times \\ &\times \exp\left[-i\omega\left(t + \frac{zn_4}{c}\right)\right]. \end{aligned} \tag{17}$$

И, наконец, в области $z > L$ будем иметь

$$\mathbf{E} = \big\{ E_{3x}\mathbf{e}_x + E_{3y}\mathbf{e}_y \big\} \exp\left[-i\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right].$$

Неизвестные константы E_{1x}, E_{1y}, D_{1y}, D_{2y}, D_{3y}, D_{4y}, E_{3x} и E_{3y} определяются из стандартных условий непрерывности касательных составляющих векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H} = c\mathbf{k} \times \mathbf{E}/\omega$ на поверхностях $z = 0$ и $z = L$. Учитывая, что в выбранной системе координат выполняются соотношения

$$\varepsilon_{11}^{(-1)}(n) = \varepsilon_{22}^{(-1)}(n), \quad \varepsilon_{12}^{(-1)}(n) = -\varepsilon_{21}^{(-1)}(n),$$

после несложных, но громоздких вычислений, получим

$$
\begin{gathered}
E_{1x} = -E_{0x} + Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4,\\
E_{1y} = -i\left[E_{0y} + Y_1 - Y_2 - Y_3 + Y_4\right],\\
E_{3x} = \left[Y_1 \exp\left[i\frac{\omega L}{c}n_1\right] + Y_2 \exp\left[i\frac{\omega L}{c}n_2\right] + \right.\\
\left. + Y_3 \exp\left[-i\frac{\omega L}{c}n_3\right] + Y_4 \exp\left[-i\frac{\omega L}{c}n_4\right]\right] \times\\
\times \exp\left[-i\frac{\omega L}{c}\right],\\
E_{3y} = -i\left[Y_1 \exp\left[i\frac{\omega L}{c}n_1\right] - Y_2 \exp\left[i\frac{\omega L}{c}n_2\right] - \right.\\
\left. - Y_3 \exp\left[-i\frac{\omega L}{c}n_3\right] + Y_4 \exp\left[-i\frac{\omega L}{c}n_4\right]\right] \times\\
\times \exp\left[-i\frac{\omega L}{c}\right],\\
D_{1y} = -\frac{iY_1}{[\varepsilon_{22}^{(-1)}(n_1) + i\varepsilon_{21}^{(-1)}(n_1)]},\\
D_{2y} = \frac{iY_2}{[\varepsilon_{22}^{(-1)}(n_2) - i\varepsilon_{21}^{(-1)}(n_2)]},\\
D_{3y} = \frac{iY_3}{[\varepsilon_{22}^{(-1)}(n_3) - i\varepsilon_{21}^{(-1)}(n_3)]},\\
D_{4y} = -\frac{iY_4}{[\varepsilon_{22}^{(-1)}(n_4) + i\varepsilon_{21}^{(-1)}(n_4)]},
\end{gathered}
\tag{18}
$$

где введены обозначения

$$
Y_1 = \frac{(1+r_1)E_{0x}}{2\left[1 - r_1 r_4 \exp\left[i\frac{\omega}{c}(n_1+n_4)L\right]\right]},
$$

$$
Y_2 = \frac{(1+r_2)E_{0x}}{2\left[1 - r_2 r_3 \exp\left[i\frac{\omega}{c}(n_2+n_3)L\right]\right]},
$$

$$
Y_3 = -\frac{(1+r_3)r_2E_{0x}\exp\left[i\frac{\omega}{c}(n_2+n_3)L\right]}{2\left[1 - r_2 r_3 \exp\left[i\frac{\omega}{c}(n_2+n_3)L\right]\right]},
$$

$$
Y_4 = -\frac{(1+r_4)r_1E_{0x}\exp\left[i\frac{\omega}{c}(n_1+n_4)L\right]}{2\left[1 - r_1 r_4 \exp\left[i\frac{\omega}{c}(n_1+n_4)L\right]\right]},
$$

$$
r_\alpha = \frac{1-n_\alpha}{1+n_\alpha}, \quad \alpha = 1,2,3,4.
$$

При пренебрежении пространственной дисперсией и магнитной активностью выражения (18), как и следовало ожидать, дают хорошо известные [3] соотношения для комплексных амплитуд в случае прохождения электромагнитной волны через плоскопараллельный слой изотропного вещества.

Если линейно поляризованная монохроматическая электромагнитная волна распространяется против оси z, то в области $z > L$ будут падающая и отраженная волны:

$$
\mathbf{E} = E_{0x}\mathbf{e}_x \exp\left[-i\omega\left(t + \frac{z}{c}\right)\right] + \\
+ \left\{E_{rx}\mathbf{e}_x + E_{ry}\mathbf{e}_y\right\}\exp\left[-i\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right].
$$

В области $0 < z < L$ вектор $\mathbf{E}$ будет задаваться выражением, аналогичным выражению (17), а в области $z < 0$ будет прошедшая волна:

$$
\mathbf{E} = \left\{E_{px}\mathbf{e}_x + E_{py}\mathbf{e}_y\right\}\exp\left[-i\omega\left(t + \frac{z}{c}\right)\right].
$$

Тогда в силу граничных условий при $z = 0$ и $z = L$ будем иметь

$$
\begin{gathered}
E_{px} = X_1 - X_2 - X_3 + X_4,\\
E_{py} = -i\left[X_1 + X_2 + X_3 + X_4\right],\\
E_{rx} = \left\{-E_{0x}\exp\left[-i\frac{\omega L}{c}\right] + \right.\\
+ X_1 \exp\left[i\frac{\omega L}{c}n_1\right] - \\
- X_2 \exp\left[i\frac{\omega L}{c}n_2\right] - X_3 \exp\left[-i\frac{\omega L}{c}n_3\right] + \\
\left. + X_4 \exp\left[-i\frac{\omega L}{c}n_4\right]\right\}\exp\left[-i\frac{\omega L}{c}\right],\\
E_{ry} = -i\left[X_1 \exp\left[i\frac{\omega L}{c}n_1\right] + \right.\\
+ X_2 \exp\left[i\frac{\omega L}{c}n_2\right] + X_3 \exp\left[-i\frac{\omega L}{c}n_3\right] + \\
\left. + X_4 \exp\left[-i\frac{\omega L}{c}n_4\right]\right]\exp\left[-i\frac{\omega L}{c}\right],\\
D_{1y} = -\frac{iX_1}{[\varepsilon_{22}^{(-1)}(n_1) + i\varepsilon_{21}^{(-1)}(n_1)]},\\
D_{2y} = -\frac{iX_2}{[\varepsilon_{22}^{(-1)}(n_2) - i\varepsilon_{21}^{(-1)}(n_2)]},\\
D_{3y} = -\frac{iX_3}{[\varepsilon_{22}^{(-1)}(n_3) - i\varepsilon_{21}^{(-1)}(n_3)]},\\
D_{4y} = -\frac{iX_4}{[\varepsilon_{22}^{(-1)}(n_4) + i\varepsilon_{21}^{(-1)}(n_4)]},
\end{gathered}
\tag{19}
$$

где введены обозначения

$$
X_1 = -\frac{(1+r_1)r_4E_{0x}\exp\left[i\frac{\omega}{c}(n_4-1)L\right]}{2\left[1 - r_1 r_4 \exp\left[i\frac{\omega}{c}(n_1+n_4)L\right]\right]},
$$

$$
X_2 = \frac{(1+r_2)r_3E_{0x}\exp\left[i\frac{\omega}{c}(n_3-1)L\right]}{2\left[1 - r_2 r_3 \exp\left[i\frac{\omega}{c}(n_2+n_3)L\right]\right]},
$$

$$X_3 = -\frac{(1+r_3)E_{0x}\exp\left[i\dfrac{\omega}{c}(n_3-1)L\right]}{2\left[1-r_2r_3\exp\left[i\dfrac{\omega}{c}(n_2+n_3)L\right]\right]},$$

$$X_4 = \frac{(1+r_4)E_{0x}\exp\left[i\dfrac{\omega}{c}(n_4-1)L\right]}{2\left[1-r_1r_4\exp\left[i\dfrac{\omega}{c}(n_1+n_4)L\right]\right]}.$$

5. АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Из выражений (18) и (19) следует, что отраженные и прошедшие волны являются эллиптически поляризованными, причем большие оси этих эллипсов оказываются повернутыми относительно плоскости поляризации падающей электромагнитной волны на неодинаковые углы.

Так как показатели преломления среды (15) и (16) для всех четырех нормальных волн в плоскопараллельном слое различны, то на каком-то уровне точности изотропная среда, помещенная во внешнее магнитное поле, будет невзаимна по фазе. Этот эффект наиболее ярко должен проявиться в экспериментах с кольцевым лазером.

Одним из перспективных способов поиска оптической невзаимности у материальных сред, на наш взгляд, является измерение разности фазовых скоростей электромагнитных волн, распространяющихся в этой среде навстречу друг другу.

Как известно [10], относительная точность измерения абсолютного значения скорости света невелика и в настоящее время составляет $\delta c/c \sim 10^{-9}$. Однако для поиска оптической невзаимности у материальных сред необходимо измерять не абсолютное значение скорости света, а разность скоростей встречных волн с относительной точностью порядка 10^{-15}–10^{-16}.

Для этих целей особенно удобен кольцевой лазер. Как известно [1, 11], кольцевой лазер представляет собой высокодобротный треугольный, прямоугольный или иной замкнутый оптический резонатор, на части контура которого находится активная среда, обеспечивающая генерацию электромагнитных волн, распространяющихся по контуру навстречу друг другу.

При нарушении идентичности условий распространения встречных электромагнитных волн (например, при прокачивании газа через часть контура кольцевого лазера неидентичность возникает из-за эффекта Физо) частоты генерации встречных электромагнитных волн будут различными. Поэтому, если в кольцевом лазере на пути лучей поставить плоскопараллельный слой рассматриваемого вещества, при наложении на этот слой внешнего магнитного поля, параллельного направлению распространения электромагнитных волн, на этой части контура возникнут неидентичные условия для электромагнитных волн, распространяющихся навстречу друг другу, в результате чего их частоты будут разными. Так как современный уровень развития экспериментальной техники позволяет [12] измерять разность частот в кольцевых лазерах на уровне $\delta\nu \sim 10^{-3}$ Гц, то очевидно, что такой эксперимент является одним из наиболее перспективных в настоящее время для изучения эффекта оптической невзаимности в изотропных средах и для измерения коэффициентов h_2 и h_3 в разложении (3) тензора комплексной диэлектрической проницаемости.

Проведем расчет точности, с какой могут быть измерены в экспериментах с кольцевым лазером эти коэффициенты.

В кольцевом лазере активной средой усиливаются только те электромагнитные волны, фаза которых после обхода по контуру изменяется на $\delta\Psi = 2\pi N$, где N — некоторое целое число.

Это условие позволяет определить частоты генерации электромагнитных волн, распространяющихся навстречу друг другу в кольцевом лазере в предлагаемой схеме эксперимента.

Обозначим периметр кольцевого лазера через P, а толщину пластинки, помещенной на пути лучей, через L. Будем считать, что прямая волна ($\xi = 1$) обходит контур кольцевого лазера по часовой стрелке.

Частоту ω генерируемой электромагнитной волны, распространяющейся в кольцевом лазере по часовой стрелке, можно найти из уравнения:

$$\frac{\omega}{c}P + \Psi_+ = 2\pi N_+,$$

где N_+ — целое число, а Ψ_+ — приращение фазы, возникающее из-за наличия на пути прямой волны слоя исследуемого вещества в постоянном магнитном поле.

Совершенно аналогично можно определить частоту $\tilde{\omega}$ генерации для встречной ($\xi = -1$) волны:

$$\frac{\tilde{\omega}}{c}P + \Psi_- = 2\pi N_-.$$

Если теперь вывести эти волны из кольцевого лазера и направить их на регистрирующее устройство, то можно получить следующее выражение для частоты выходного сигнала $\Delta\omega$, равное разности частот смешиваемых электромагнитных волн:

$$\Delta\omega = \tilde{\omega} - \omega = \frac{c\left[2\pi(N_- - N_+) + \Delta\Psi\right]}{P}. \qquad (20)$$

Найдем теперь разность фаз

$$\Delta\Psi = \Psi_+ - \Psi_-.$$

Так как в кольцевых лазерах обычно одна из компонент вектора $\mathbf{E}$ электромагнитных волн специально подавляется, а усиливается только ортогональная к ней, то найдем разность $\Delta\Psi$ для компоненты поля E_x.

Как следует из выражения (18), компоненту E_{3x} волны, прошедшей через плоскопараллельный слой исследуемого вещества в прямом направлении, можно представить в виде

$$E_{3x} = \rho_+ e^{i\Psi_+}. \tag{21}$$

Вводя обозначения

$$k_1 = \omega/c, \quad n_1 = n_1(\omega), \quad n_2 = n_2(\omega),$$
$$n_3 = n_3(\omega), \quad n_4 = n_4(\omega),$$

будем иметь

$$\begin{aligned} z_1 &= 1 + r_1^2 r_4^2 - 2r_1 r_4 \cos\left[k_1 L(n_1+n_4)\right],\\ z_2 &= 1 + r_2^2 r_3^2 - 2r_2 r_3 \cos\left[k_1 L(n_2+n_3)\right],\\ \rho_+^2 &= \frac{(1-r_1r_4)^2}{z_1} + \frac{(1-r_2r_3)^2}{z_2} + \\ &+ \frac{2(1-r_1r_4)(1-r_2r_3)}{z_1 z_2}\Big\{\cos\left[k_1L(n_1-n_2)\right] - \\ &\quad - r_1r_4\cos\left[k_1L(n_2+n_4)\right] - \\ &\quad - r_2r_3\cos\left[k_1L(n_1+n_3)\right] + \\ &+ r_1r_2r_3r_4\cos\left[k_1L(n_4-n_3)\right]\Big\}. \end{aligned} \tag{22}$$

Совершенно аналогично, вводя обозначения

$$k_2 = \tilde\omega/c, \quad \tilde n_1 = n_1(\tilde\omega), \quad \tilde n_2 = n_2(\tilde\omega),$$
$$\tilde n_3 = n_3(\tilde\omega), \quad \tilde n_4 = n_4(\tilde\omega),$$

из выражения (19) для встречной волны получим

$$E_{px}^* = \rho_- e^{-i\Psi_-}, \tag{23}$$

где

$$\begin{aligned} \tilde z_1 &= 1 + \tilde r_1^2 \tilde r_4^2 - 2\tilde r_1 \tilde r_4 \cos\left[k_2 L(\tilde n_1+\tilde n_4)\right],\\ \tilde z_2 &= 1 + \tilde r_2^2 \tilde r_3^2 - 2\tilde r_2 \tilde r_3 \cos\left[k_2 L(\tilde n_2+\tilde n_3)\right],\\ \rho_-^2 &= \frac{(1-\tilde r_1\tilde r_4)^2}{\tilde z_1} + \frac{(1-\tilde r_2\tilde r_3)^2}{\tilde z_2} + \\ &+ \frac{2(1-\tilde r_1\tilde r_4)(1-\tilde r_2\tilde r_3)}{\tilde z_1 \tilde z_2}\Big\{\cos\left[k_2L(\tilde n_4-\tilde n_3)\right] - \\ &\quad - \tilde r_1\tilde r_4\cos\left[k_2L(\tilde n_1+\tilde n_3)\right] - \\ &\quad - \tilde r_2\tilde r_3\cos\left[k_2L(\tilde n_2+\tilde n_4)\right] + \\ &\quad + \tilde r_1\tilde r_2\tilde r_3\tilde r_4\cos\left[k_2L(\tilde n_1-\tilde n_2)\right]\Big\}. \end{aligned} \tag{24}$$

Из соотношений (21) и (23) следует, что

$$\sin\Delta\Psi = \mathrm{Im}\left(\frac{E_{3x}E_{px}^*}{\rho_+\rho_-}\right).$$

Используя выражения (22) и (24), найдем

$$\begin{aligned} \sin\Delta\Psi = &\frac{(1-r_1r_4)(1-\tilde r_1\tilde r_4)}{z_1\tilde z_1\rho_+\rho_-}\times\\ &\times\Big\{\sin\left[(k_1n_1 - k_2\tilde n_4 + k_2 - k_1)L\right] + \\ &+ r_1r_4\sin\left[(k_1n_4 + k_2\tilde n_4 + k_1 - k_2)L\right] - \\ &- \tilde r_1\tilde r_4\sin\left[(k_1n_1 + k_2\tilde n_1 + k_2 - k_1)L\right] + \\ &+ r_1r_4\tilde r_1\tilde r_4\sin\left[(k_2\tilde n_1 - k_1n_4 + k_2 - k_1)L\right]\Big\} + \\ &+ \frac{(1-r_2r_3)(1-\tilde r_2\tilde r_3)}{z_2\tilde z_2\rho_+\rho_-}\times\\ &\times\Big\{\sin\left[(k_1n_2 - k_2\tilde n_3 + k_2 - k_1)L\right] + \\ &+ r_2r_3\sin\left[(k_1n_3 + k_2\tilde n_3 + k_1 - k_2)L\right] - \\ &- \tilde r_2\tilde r_3\sin\left[(k_1n_2 + k_2\tilde n_2 + k_2 - k_1)L\right] + \\ &+ r_2r_3\tilde r_2\tilde r_3\sin\left[(k_2\tilde n_2 - k_1n_3 + k_2 - k_1)L\right]\Big\} + \\ &+ \frac{(1-r_2r_3)(1-\tilde r_1\tilde r_4)}{\tilde z_1 z_2\rho_+\rho_-}\times\\ &\times\Big\{\sin\left[(k_1n_2 - k_2\tilde n_4 + k_2 - k_1)L\right] + \\ &+ r_2r_3\sin\left[(k_1n_3 + k_2\tilde n_4 + k_1 - k_2)L\right] - \\ &- \tilde r_1\tilde r_4\sin\left[(k_1n_2 + k_2\tilde n_1 + k_2 - k_1)L\right] + \\ &+ r_2r_3\tilde r_1\tilde r_4\sin\left[(k_2\tilde n_1 - k_1n_3 + k_2 - k_1)L\right]\Big\} + \\ &+ \frac{(1-r_1r_4)(1-\tilde r_2\tilde r_3)}{z_1\tilde z_2\rho_+\rho_-}\times\\ &\times\Big\{\sin\left[(k_1n_1 - k_2\tilde n_3 + k_2 - k_1)L\right] + \\ &+ r_1r_4\sin\left[(k_1n_4 + k_2\tilde n_3 + k_1 - k_2)L\right] - \\ &- \tilde r_2\tilde r_3\sin\left[(k_1n_1 + k_2\tilde n_2 + k_2 - k_1)L\right] + \\ &+ r_1r_4\tilde r_2\tilde r_3\sin\left[(k_2\tilde n_2 - k_1n_4 + k_2 - k_1)L\right]\Big\}. \end{aligned} \tag{25}$$

В зависимости от того, равен или не равен нулю коэффициент f_1, из этого выражения следуют несколько различающиеся выводы.

В случае, когда изотропная среда является гиротропной в первом порядке ($f_1 \neq 0$), плоскопараллельный слой вещества даже толщиной $L = 0.1$ см способен повернуть вектор $\mathbf{E}$ прошедшей волны на угол в несколько радиан. Поэтому даже при такой малой толщине оказывается возможным поворот вектора $\mathbf{E}$ на угол 90° и «гашение» тем самым компоненты E_x в прошедшей волне. Для того чтобы избежать такой ситуации, будем считать, что толщина слоя исследуемого вещества L выбрана исходя из условия

$$\frac{\omega L f_1}{c} = 2m\pi,$$

где m — целое число.

Разлагая выражение (25) при этих предположениях и оставляя в нем лишь асимптотически главные члены, получим

$$\Delta\Psi = \frac{(n_0^4 - 1) h_2 H_z \sin^2(\omega L n_0/c)}{2n_0^2 \left[4n_0^2 + (n_0^2 - 1)^2 \sin^2(\omega L n_0/c)\right]}, \qquad (26)$$

где введено обозначение $n_0 = \sqrt{\varepsilon}$.

Это выражение описывает оптическую невзаимность по фазе, возникающую в результате совместного действия эффекта Фарадея и пространственной дисперсии первого порядка. Аналогичное выражение для такого эффекта в гиротропных кристаллах было получено ранее в работе [2].

Другой интересный частный случай возникновения оптической невзаимности, который в работе [2] не рассматривался, соответствует оптически слабоактивной среде.

Пусть $f_1 = 0$, т. е. изотропная среда не является гиротропной в первом порядке по малому параметру δ. Тогда, подставляя выражения (15) и (16) в соотношение (25), разлагая его в ряд до членов порядка δ^3 включительно и оставляя в нем лишь асимптотически главные члены, получим

$$\Delta\Psi = \frac{\omega h_3 H_z L}{c}. \qquad (27)$$

В этом случае разность частот (20) генерируемых волн, распространяющихся в кольцевом лазере навстречу друг другу, примет вид

$$\Delta\omega = \tilde{\omega} - \omega = \frac{2\pi(N_- - N_+)c}{P} + \frac{\omega h_3 H_z L}{P}.$$

Таким образом, именно коэффициент третьего порядка малости h_3 в разложении тензора ε_{mn} обеспечивает существование фазовой невзаимности у изотропной оптически неактивной ($f_1 = 0$) среды. Так как для ряда изотропных оптически неактивных сред ожидаемое значение коэффициента $h_3 \sim 10^{-12}$–10^{-13} Гс$^{-1}$, то даже при использовании продольного магнитного поля $H \sim 10^2$ Гс этот эффект может быть надежно измерен.

Оценим теперь минимальную величину коэффициентов h_2 и h_3, которую можно измерить с помощью кольцевого лазера.

Предположим, что эксперименты проводятся на кольцевом лазере [12] типа КМ (производство ФГУП НИИ «Полюс», Москва) с периметром 170 см на частоте $\nu \sim 10^{14}$ Гц, и толщина исследуемого вещества 0.17 см. Так как этот серийный кольцевой лазер позволяет измерять $\Delta\nu$ на уровне порядка 10^{-3} Гц, из выражений (20), (26) и (27) следует, что в одномодовом режиме ($N_- = N_+$) можно измерить коэффициенты $h_2 H_z$ и $h_3 H_z$ с абсолютной точностью порядка 10^{-14}.

Следует отметить, что мы показали лишь принципиальную возможность наблюдения эффекта фазовой невзаимности и измерения с помощью кольцевых лазеров коэффициентов h_2 в оптически активных средах и h_3 в оптически неактивных средах, входящих в разложение (3) тензора ε_{nm}. Для постановки реального эксперимента необходимо решить ряд технических вопросов. Одним из таких вопросов является, например, задача «гашения» отраженных от плоскопараллельного слоя электромагнитных волн и, прежде всего, компоненты поля E_x. Это можно осуществить несколькими способами: либо выбором толщины L слоя вещества, либо установлением плоскопараллельного слоя под углом Брюстера к падающей волне.

Кроме того, при проведении расчетов мы не учитывали наличие частотной подставки, которая специально вводится, для того чтобы избежать эффекта захвата частот встречных волн кольцевого лазера.

Однако учет всех технических тонкостей, при которых осуществляются эксперименты с кольцевыми лазерами, делает расчет эффекта более сложным, но не отвергает возможности наблюдать слабую фазовую невзаимность изотропного оптически неактивного ($f_1 = 0$) вещества при наложении на него продольного по отношению к направлению распространения электромагнитной волны магнитного поля и измерения коэффициента $h_3 H \sim \delta^3$ разложения (3) тензора комплексной диэлектрической проницаемости.

Полученные результаты после экспериментальной проверки могут послужить основой для создания управляемого магнитным полем невзаимного элемента для различных оптических устройств.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №04-02-16604).

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. В. Кравцов, Н. Н. Кравцов, КЭ **27**, 98 (1999).
2. М. А. Новиков, Кристаллография **34**, 1354 (1989).
3. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
4. А. Ф. Андреев, В. И. Марченко, УФН **130**, 39 (1980).
5. Ф. И. Федоров, *Теория гиротропии*, Наука и техника, Минск (1976).
6. *Физика магнитных диэлектриков*, сб. под ред. Г. А. Смоленского, Наука, Ленинград (1974).
7. Г. А. Смоленский, Р. В. Писарев, И. Г. Синий, УФН **116**, 231 (1975).
8. I. P. Denisova and B. V. Mehta, General Relativity and Gravitation **29**, 583 (1997).
9. И. П. Денисова, *Введение в тензорное исчисление и его приложения*, УНЦ ДО, Москва (2003).
10. *Физическая энциклопедия*, т. 4, Большая российская энциклопедия, Москва (1994), с. 548.
11. В. В. Рагульский, УФН **167**, 1022 (1997).
12. В. В. Гришачев, В. И. Денисов, В. Г. Жотиков и др., Опт. и спектр. **98**, 51 (2005).