

КВАЗИСОЛИТОНЫ МАГНИТОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН В ДВУХСЛОЙНОЙ СТРУКТУРЕ ПРИ ОДНОМОВОМ ВОЗБУЖДЕНИИ

*А. М. Шутый**, *Д. И. Семенцов***

*Ульяновский государственный университет
432970, Ульяновск, Россия*

Поступила в редакцию 22 сентября 2004 г.

Исследованы квазисолитоны огибающей прямых объемных магнитоэлектрических волн в структуре, состоящей из двух магнитосвязанных пленок, разделенных немагнитной прослойкой, при начальном возбуждении импульса в одной из них. Обнаружено, что по мере его распространения за счет межмодовой связи происходит перекачка энергии из одной пленки в другую, в результате чего возникают «пульсирующие» квазисолитоны связанных мод обеих пленок. Показано, что изменением величины подмагничивающего поля можно в широких пределах регулировать амплитуды каждого из модовых импульсов на выходе волновода.

PACS: 05.45.Yv, 75.30.Ds

1. ВВЕДЕНИЕ

Солитонные режимы распространения волн различной природы в последние годы привлекают пристальное внимание исследователей. Наряду с оптическими [1], наиболее широко исследуются солитоны в магнитоупорядоченных структурах, а именно, солитоны огибающей магнитоэлектрических волн (МСВ) в феррит-гранатовых пленках [2]. Интерес к МСВ-солитонам связан как с возможностью реализации на их основе различных интегральных спин-волновых устройств, так и с многообразием солитонных динамических режимов, реализующихся при достаточно низких мощностях МСВ. Условия возникновения солитонов различных типов МСВ и аналитический аппарат их исследования приведены в работах [2, 3]. Теоретические и экспериментальные исследования МСВ-солитонов в феррит-гранатовых пленках с различными ориентациями подмагничивающего поля, а также типов возбуждения и управления динамикой солитонов содержатся в работах [4–7]. В частности, в работе [7] показана возможность управления солитонными режимами за счет воздействия волны непрерывной накачки. Дополни-

тельные возможности управления солитонными режимами могут быть связаны с использованием в качестве волноведущей среды двухслойных магнитосвязанных структур, поскольку в подобных структурах существенно меняются динамические свойства спиновой подсистемы и реализуются новые типы спин-волновых возбуждений [8–10]. Основными типами межслойной магнитной связи является дипольное [11, 12] или обменное [13] взаимодействие, либо их совместное действие [14]. В настоящее время имеются исследования распространения оптических солитонов в двухканальных и двухмодовых волоконных световодах [15, 16]. Показано, что наличие межмодовой связи приводит к обмену энергией и колебаниям с определенным периодом по длине световода амплитуд связанных солитонов. Особенности волноводных структур для МСВ заключаются, главным образом, в методах возбуждения мод и в ограничениях, налагаемых на длину волновода, что, однако, компенсируется сильной нелинейностью систем. В данной работе исследуются особенности квазисолитонов огибающей прямых объемных МСВ, распространяющихся в нормально намагниченной двухслойной феррит-гранатовой структуре при начальном возбуждении в структуре солитона МСВ только в одном из связанных магнитных слоев.

*E-mail: shuty@mail.ru

**E-mail: sementsovdi@ulsu.ru

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим ориентированную перпендикулярно оси z трехслойную планарную структуру, состоящую из двух ферромагнитных пленок, разделенных немагнитной прослойкой. Пусть в такой пленочной структуре возбуждается и распространяется вдоль оси x волновой пакет, формируемый взаимодействующими модами МСВ, принадлежащими каждой из пленок. В этом случае магнитостатический потенциал волнового пакета может быть представлен в виде суммы собственных мод входящих в структуру изолированных магнитных пленок. Из полного набора мод каждой из пленок эффективная межслойная связь осуществляется только между теми двумя модами, для которых наилучшим образом выполняются условия фазового синхронизма, а именно, когда минимальны или равны нулю величины $2\delta_\omega = \omega_{01} - \omega_{02}$ и $2\delta_k = k_{01} - k_{02}$, где ω_{0n} — несущие частоты импульсов, формируемых собственными модами МСВ изолированных пленок, k_{0n} — константы распространения данных мод, т. е. волновые числа основных гармоник. В данной работе не предполагается наличие иного возмущения (например, периодической неоднородности параметров слоев), которое могло бы синхронизировать моды разных порядков, поэтому суммарные импульсы будут формироваться только связанными модами одного порядка, относящимися к разным волноводным слоям. В частности, этими модами должны быть моды первого порядка, так как они менее всего поглощаются. При этом магнитостатический потенциал описывается выражением

$$\Psi = \sum_{n=1,2} \Psi_n = \sum_n \frac{4\pi M_{0n}}{k_{0n} \sqrt{\chi_n^2 + \chi_{an}^2}} U_n(z) \varphi_n(x, t) \times \exp[-i(\omega_{0n}t - k_{0n}x - \phi_n)], \quad (1)$$

где M_{0n} — намагниченность соответствующей пленки, ϕ_n — начальная (при $t = 0$) фаза волны, локализованной в слое n . При рассматриваемой ориентации подмагничивающего поля \mathbf{H} ($\mathbf{H} \parallel \mathbf{M}_{0n} \parallel z$) диагональная и недиагональная компоненты тензора магнитной восприимчивости определяются выражениями

$$\chi_n = \frac{\omega_{Mn} \omega_{Hn}}{\omega_{Hn}^2 - \omega_{0n}^2}, \quad \chi_{an} = \frac{\chi_n \omega_{0n}}{\omega_{Hn}},$$

в которых введены обозначения

$$\omega_{Mn} = 4\pi\gamma M_{0n}, \quad \omega_{Hn} = \gamma H - \omega_{Mn}.$$

Профильная функция $U_n(z)$, определяющая распределение моды каждого из n слоев по его сечению,

и стоящий перед ней коэффициент находятся из выражения, связывающего магнитостатический потенциал с переменным магнитным полем МСВ, и уравнения Уокера:

$$\text{grad } \Psi_n = \mathbf{h}_n, \quad \text{div}(\overset{\leftrightarrow}{\mu}_n \nabla \Psi_n) = 0, \quad (2)$$

где $\overset{\leftrightarrow}{\mu}_n$ — тензор магнитной проницаемости n -й пленки. Безразмерная комплексная амплитуда магнитостатического потенциала выражается через нормированные комплексные значения переменных составляющих магнитного момента,

$$\varphi_n = \frac{\sqrt{m_{xn}^2 + m_{yn}^2}}{M_{0n}},$$

и является благодаря межмодовой связи медленно изменяющейся функцией координаты и времени. Дисперсионное уравнение для собственных МСВ имеет следующий вид:

$$\text{tg}(k_{zn}l_n) = -\frac{2\sqrt{-\chi_n - 1}}{\chi_n + 2}, \quad (3)$$

где l_n — толщина соответствующей пленки, а поперечное волновое число связано с константой распространения выражением $k_{zn} = k_{0n}\sqrt{-\chi_n - 1}$.

Динамика огибающей каждой из взаимодействующих МСВ может быть представлена следующим уравнением (см. Приложение):

$$i\frac{\partial \varphi_n}{\partial t} + iv_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} + \frac{d_n}{2} \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial x^2} = q_n \exp[\pm 2i(\delta_\omega t - \delta_k x - \delta_\phi)] \varphi_{3-n} + g_{sn} |\varphi_n|^2 \varphi_n. \quad (4)$$

Здесь верхний знак в аргументе экспоненты относится к моде с индексом $n = 1$, а нижний — к моде с $n = 2$; $2\delta_\phi = \phi_1 - \phi_2$ — разность начальных фаз связанных мод; дисперсионные параметры $v_n = \partial\omega_n/\partial k_n$ и $d_n = \partial^2\omega_n/\partial k_n^2$, полученные при $k_n = k_{0n}$, определяют, соответственно, групповую скорость и дисперсию групповых скоростей МСВ, параметр $g_{sn} = \partial\omega_n/\partial|\varphi_n|^2$ — нелинейное самовоздействие системы; q_n — коэффициент межмодовой связи. В отсутствие потерь выполняется условие

$$|\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2 = \text{const},$$

из которого для коэффициентов связи получаем равенство $q_1 = q_2^* = q$. Далее будем учитывать фазовую расстройку, обусловленную только разностью волновых векторов двух мод: $\delta_\omega = 0$, $\delta_k = \delta$, принимаемая несущую частоту импульсов МСВ в обоих магнитных слоях одинаковой, что оправдано применяе-

мыми способами возбуждения МСВ [3]. При переходе к бегущей координате

$$\xi = x - \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} t$$

система динамических уравнений принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial \varphi_n}{\partial t} \pm i \tilde{v}_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial \xi} + \frac{d_n}{2} \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial \xi^2} = \\ = q_n \exp \left\{ \mp 2i \left[\delta \left(\xi + \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} t \right) + \delta_\phi \right] \right\} \varphi_{3-n} + \\ + g_{sn} |\varphi_n|^2 \varphi_n, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\tilde{v}_n = v_n \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2}.$$

В отсутствие межмодовой связи (и при переходе к соответствующей бегущей координате $\xi = x - v_n t$) каждое из динамических уравнений допускает точное решение в виде распространяющегося солитона огибающей МСВ:

$$\varphi_n(t, \xi) = |\varphi_n(\xi)| \exp(-i\Gamma_n t), \quad (6)$$

где при $d_n < 0$ (аномальная дисперсия) и $g_{sn} > 0$

$$|\varphi_n(\xi)| = |\varphi_{n0}| \operatorname{ch}^{-1}(\xi/\xi_{n0}). \quad (7)$$

Между начальными (т.е. при $t = 0$) амплитудой $|\varphi_{n0}|$, длиной ξ_{n0} импульса и его фазой Γ_n выполняется соотношение

$$2\Gamma_n = |\varphi_{n0}|^2 g_{sn} = -\frac{d_n}{\xi_{n0}^2}. \quad (8)$$

В случае нормальной дисперсии ($d_n > 0$) и при $g_{sn} > 0$ имеет место стационарное решение:

$$\varphi_n(t, \xi) = |\varphi_{n0}| \operatorname{th}(\xi/\xi_{n0}) \exp(-i\Gamma_n t). \quad (9)$$

При этом фаза, начальная длина и амплитуда импульса связаны соотношением

$$\Gamma_n = |\varphi_{n0}|^2 g_{sn} = \frac{d_n}{\xi_{n0}^2},$$

которое описывает состояние, называемое «темным» солитоном, и соответствует провалу в интенсивности МСВ.

Решение уравнений (5) при $q = 0$ в виде распространяющегося солитона является устойчивым [2–4] при начальной амплитуде уединенной волны, определяемой дисперсионными и нелинейными свойствами волновода, а также длиной возбуждаемого в

структуре импульса. Если амплитуда больше величины $|\varphi_{n0}|$, удовлетворяющей условию (8), происходит сжатие импульса, если же меньше — импульс расплывается. В реальных структурах при незначительном отличии энергии возбуждаемого солитона от энергии, соответствующей устойчивому решению, имеет место подстройка энергии — ее сброс в виде излучения или же поглощение из среды [1].

При наличии межмодовой связи система (5) допускает аналитическое решение в случае симметричного или антисимметричного возбуждения мод магнитных слоев ($\varphi_{10} = \pm \varphi_{20}$). В приближении сильной межмодовой связи огибающие полностью синхронизированных взаимодействующих МСВ можно представить в виде суммы несвязанных парциальных импульсов и вместо системы решать два независимых динамических уравнения [1, 16]. В случае же одномодового возбуждения структуры ($\varphi_n \neq 0, \varphi_{3-n} = 0$) не удастся прийти к двум независимым уравнениям и возможно только численное решение системы (5).

3. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ

Для численного анализа примем значения параметров каждого из магнитных слоев структуры, отвечающие феррит-гранатовым пленкам: $4\pi M_{0n} = 1750$ Гс, $\gamma = 1.76 \cdot 10^7$ (Э · с)⁻¹. Длительность возбуждаемого в структуре импульса МСВ примем равной $\tau_1 = 10$ нс, а несущую частоту $\omega_{0n} = 2 \cdot 10^9$ с⁻¹.

На рис. 1 для указанных значений параметров приведены временные зависимости импульсных профилей МСВ в каждом из слоев магнитосвязанной структуры длиной $L = 1$ см при трех значениях коэффициента связи и начальном возбуждении только первой моды ($n = 1$). Профиль вводимого импульса соответствует солитонному решению (7). Принято также, что магнитные слои идентичны и имеют толщину $l_n = 5$ мкм, а между модами МСВ выполняется условие полного фазового синхронизма; подмагничивающее поле принято равным $H = 1.8$ кЭ. Из приведенных зависимостей видно, что при распространении вводимого импульса происходит перекачка его энергии во второй слой структуры, где формируется импульс второй моды МСВ с профилем, близким к профилю солитона. После полного преобразования импульса первой моды в импульс второй моды начинается обратный процесс: амплитуда импульса с $n = 2$ начинает уменьшаться, а амплитуда импульса с $n = 1$ — расти. В зависимости от величины групповой скорости МСВ и величины коэффици-

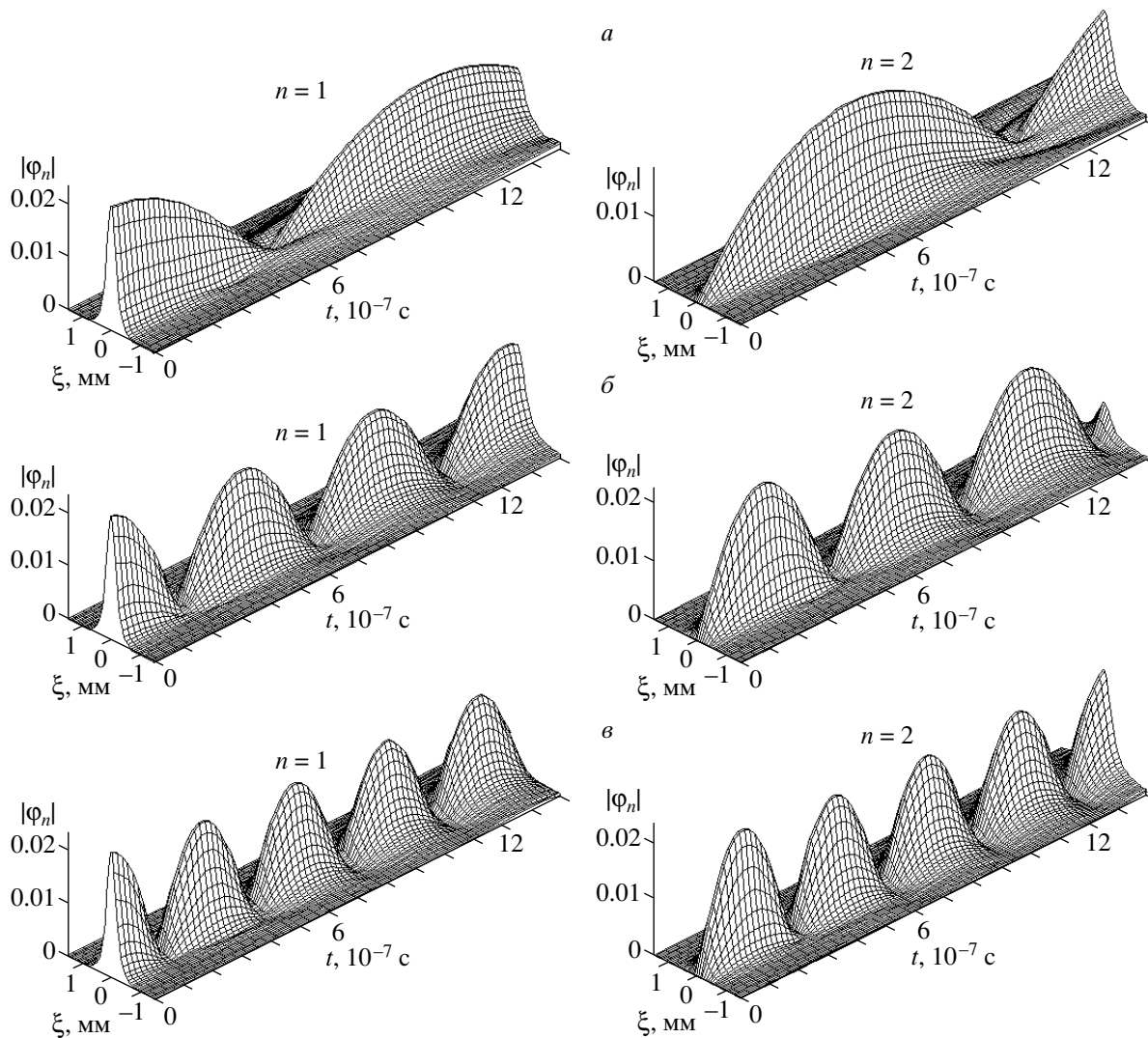


Рис. 1. Временные зависимости огибающей импульсов МСВ в каждом из слоев ($n = 1, 2$) при одномодовом возбуждении структуры и полном фазовом синхронизме; $l_{1,2} = 5$ мкм, $H = 1.8$ кЭ, $q = 3 \cdot 10^6$ с $^{-1}$ (а), $7 \cdot 10^6$ с $^{-1}$ (б), 10^7 с $^{-1}$ (в)

ента связи данный цикл перекачки энергии за время движения импульсов по волноводу может осуществляться многократно, однако профили импульсов при этом несколько изменяются и все больше отходят от начального, соответствующего солитону. Таким образом, в двухслойной структуре формируются два «пульсирующих» при своем распространении квазисолитона. Число пульсаций двух синхронизированных ($v_1 = v_2$) импульсов на длине L (с точностью до дробной части) определяется выражением $N = Lq/\pi v_n$, а полный переход энергии из импульса одной моды в импульс другой моды осуществляется за время $t_p = \pi/2q$.

На рис. 2 для рассмотренного выше случая при $q = 10^7$ с $^{-1}$ приведены профили импульсов двух мод МСВ в начале их распространения по волноводной структуре при $t = 126$ нс (а), что соответствует первому полупериоду процесса модового преобразования, и при $t = 1134$ нс (б) вблизи выхода из волновода. Штриховыми линиями показаны профили, имеющие одинаковые с указанными импульсами амплитуды и построенные в соответствии с формулой (7), т. е. являющиеся профилями солитонов. Видно, что в начале процесса модового преобразования как убывающий по амплитуде импульс, так и растущий импульс другой моды мало отличается от солито-

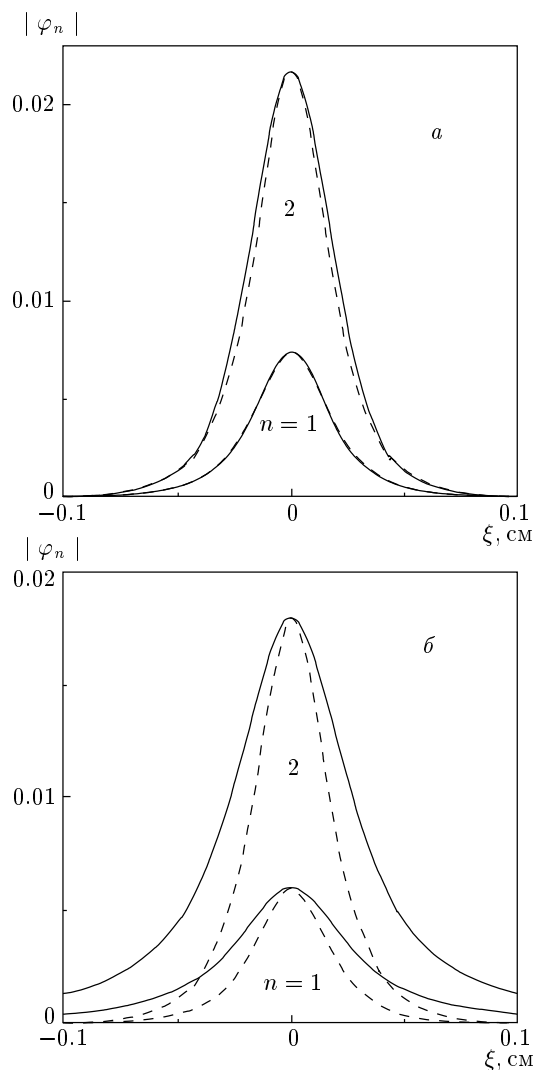


Рис. 2. Профили импульсов МСВ в каждом из слоев в моменты времени $t = 1.26 \cdot 10^{-7}$ с (а), $11.34 \cdot 10^{-7}$ с (б); штриховые линии — солитонные профили с соответствующими импульсам амплитудами; коэффициент связи $q = 10^7$ с $^{-1}$

нов. Однако модовая связь приводит к некоторому расплыванию импульсных профилей, в результате которого на выходе волновода длина импульсов по сравнению с солитонами увеличивается почти в два раза (рис. 2б). Величина расплывания импульсов зависит, главным образом, от времени их распространения по структуре. Так, при уменьшении в несколько раз коэффициента связи процесс межмодового преобразования значительно замедляется, но величина расширения импульсов на выходе волновода изменяется незначительно. При увеличении же толщины магнитных слоев расплывание импульсов на

выходе волновода оказывается меньшим за счет увеличения при этом групповой скорости импульсов и, следовательно, более быстрого их распространения по структуре. Заметим, что модуляция импульсов, проявляемая в искажении хвостовых частей импульсов, возрастает с уменьшением коэффициентов связи (см. рис. 1а).

При проведении данного численного анализа в систему (5) можно не вводить начальную разность фаз δ_ϕ , так как рассматривается случай одномодового возбуждения, а отсутствующая в момент $t = 0$ мода ($n = 2$) отстает по фазе от вводимой моды ($n = 1$) на $\pi/2$. Однако при двухмодовом возбуждении начальная разность фаз определяет характер межмодовой связи: при симметричном или антисимметричном возбуждении структуры ($\varphi_{10} = \pm\varphi_{20}$), при котором разность фаз $2\delta_\phi = 0, \pi$, перекачка энергии между модами не реализуется и, следовательно, отсутствуют периодические изменения амплитуды мод; при $2\delta_\phi = \pm\pi/2$ в случае симметричного волновода происходит полная перекачка энергии из одной моды в другую и обратно, т. е. картина межмодового взаимодействия аналогична приведенной на рис. 1; при промежуточных значениях δ_ϕ , а также при $2\delta_\phi = 0, \pi$ и $\varphi_{10} \neq \pm\varphi_{20}$ пульсации амплитуды мод возникают, но между модами не реализуется полная перекачка энергии.

В рассматриваемом случае одномодового возбуждения полной перекачки энергии между импульсами двух мод не происходит при наличии фазовой расстройки, обусловленной, в частности, несимметричностью волноводной структуры. На рис. 3 приведены временные зависимости профилей импульсов двух мод при толщине магнитных слоев $l_1 = 10.0$ мкм и $l_2 = 9.9$ (а), 9.7 (б) мкм, длине волноводной структуры $L = 1$ см, коэффициенте связи $q = 10^7$ с $^{-1}$ и подмагничивающем поле $H = 1.8$ кЭ. Начальное возбуждение, как и ранее, принимается одномодовым, а именно, $|\varphi_2(\xi)| = 0$ и $|\varphi_1(\xi)|$ соответствует солитонному профилю (7). Волновые векторы собственных мод МСВ каждой из пленок на несущей частоте импульсов находились численно из трансцендентного дисперсионного уравнения (3). Из приведенных зависимостей следует, что с увеличением фазовой расстройки, обусловленной разностью толщин магнитных слоев, эффективность модового преобразования уменьшается, что выражается в уменьшении амплитуды пульсаций вводимого импульса и амплитуды возбуждаемого им импульса второй моды. При этом сокращается время максимального модового преобразования, т. е. за время движения импульсов по волноводной структуре име-

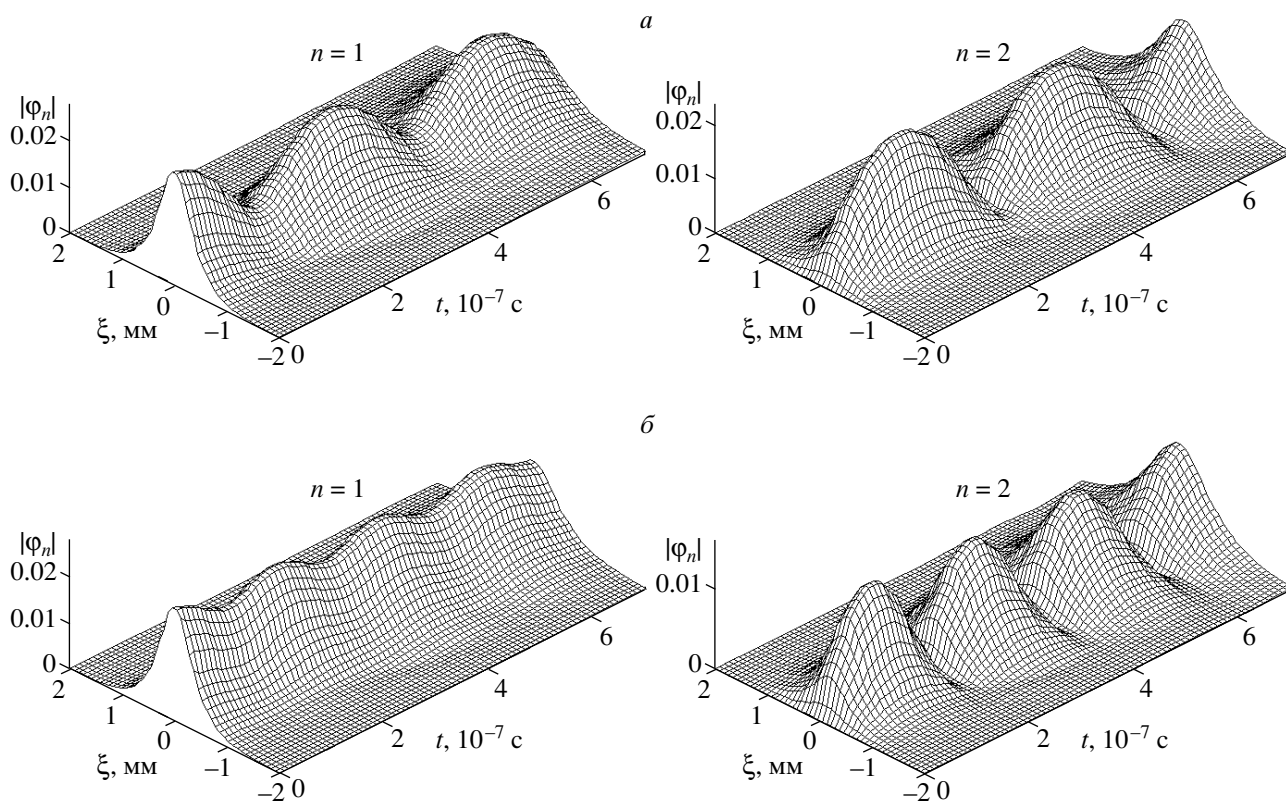


Рис. 3. Временные зависимости огибающей импульсов МСВ в каждом из слоев при наличии фазовой расстройки; $l_1 = 10.0$ мкм, $l_2 = 9.9$ (а), 9.7 (б) мкм, $H = 1.8$ кЭ, $q = 10^7$ с⁻¹

ет место большее число экстремумов амплитуды импульсов.

На рис. 4 приведены зависимости величины волновых векторов МСВ и групповых скоростей импульсов от величины подмагничивающего поля H при несущей частоте МСВ $\omega_{0n} = 2 \cdot 10^9$ с⁻¹ и толщинах магнитного слоя $l_n = 5, 10, 15$ мкм. Видно, что увеличение подмагничивающего поля приводит к уменьшению волновых векторов и практически линейному росту групповых скоростей импульсов. С увеличением толщины магнитных слоев зависимость волновых векторов от поля уменьшается, а соответствующая зависимость групповых скоростей усиливается. Заметим, что изменение групповой скорости при одинаковой длительности импульса τ_n приводит к изменению длины импульса ξ_n , однако за счет сопутствующих изменений дисперсии и нелинейного самовоздействия системы (коэффициентов d_n и g_{sn}) амплитуда импульса при данном изменении подмагничивающего поля изменяется незначительно.

Зависимость групповой скорости от величины

подмагничивающего поля приводит к следующему важному результату. Изменяя полем H скорость распространения импульсов на выходе структуры, можно получать любую фазу процесса модового преобразования и тем самым в широких пределах регулировать выходную амплитуду двух импульсов МСВ от максимального до нулевого значения в случае полного модового синхронизма. На рис. 5 приведены профили первого (а) и второго (б) импульсов на выходе волновода длиной $L = 1$ см для одинаковых магнитных слоев толщиной $l_n = 5, 10$ мкм при различных значениях подмагничивающего поля H . Для более толстых пленок имеет место менее значительное изменение выходных амплитуд при том же изменении подмагничивающего поля. Это объясняется тем, что с утолщением пленок сильно увеличивается групповая скорость (для рассматриваемого случая — более чем в два раза) и за время движения по волноводу сокращается количество экстремумов амплитуды распространяющихся импульсов. В результате, для изменения на полпериода фазы межмодового взаимодействия (что требуется для по-

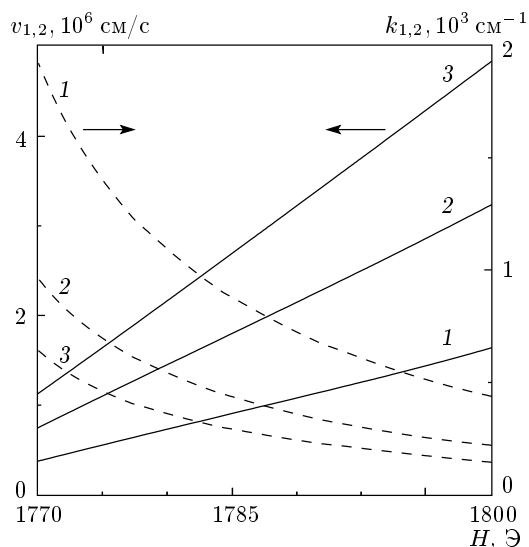


Рис. 4. Зависимости величины волновых векторов МСВ (штриховые кривые) и групповых скоростей импульсов (сплошные кривые) от подмагничивающего поля; $\omega_{0n} = 2 \cdot 10^9 \text{ c}^{-1}$, $l_{1,2} = 5$ (1), 10 (2), 15 (3) мкм

лучения любой из возможных выходных амплитуд импульсов) необходимо изменение за счет поля H групповой скорости v_n более значительное, чем в случае тонких пленок, для которых групповая скорость относительно мала и при движении по волноводу импульс испытывает значительно большее количество пульсаций. Из сказанного ясно, что при большем изменении поля H на выходе магнитной структуры будут иметь место несколько максимумов и минимумов амплитуды импульсов, причем интервалы между значениями поля, соответствующими ближайшим максимумам (минимумам) амплитуды импульса в одном из слоев, в случае увеличения H будет возрастать.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ показал, что при возбуждении в двухслойной магнитосвязанной структуре солитона огибающей МСВ одного из слоев за счет межмодового взаимодействия формируются «пульсирующие» в противофазе квазисолитоны МСВ, принадлежащие разным магнитным слоям. Межмодовая связь приводит к некоторому расплыванию импульсов относительно солитонного профиля, которое зависит, главным образом, от времени распространения импульсов по двухслойной

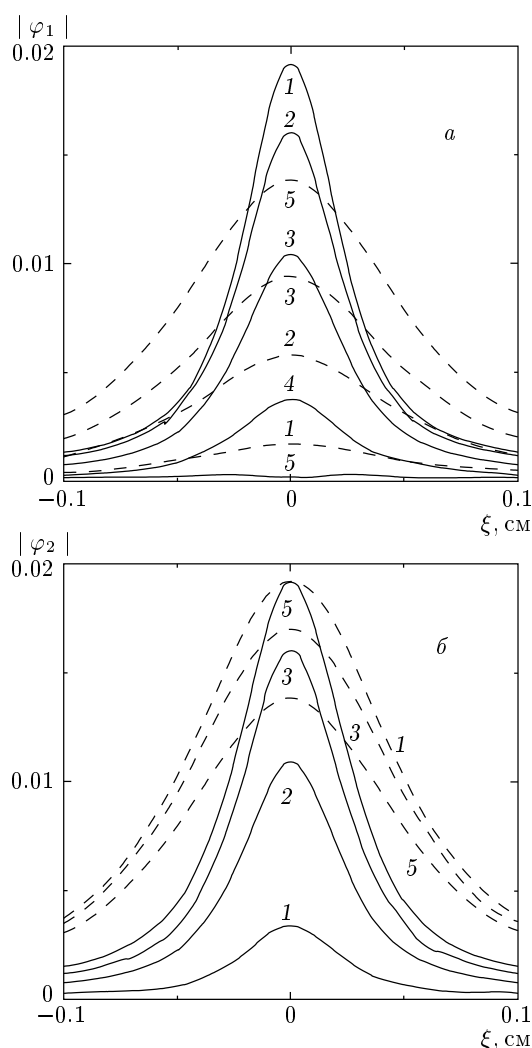


Рис. 5. Профили импульсов в первом (а) и втором (б) слоях на выходе волновода длины $L = 1 \text{ см}$; $l_{1,2} = 5 \text{ мкм}$ (сплошные кривые), 10 мкм (штриховые), $H = 1796.0$ (1), 1797.0 (2), 1798.0 (3), 1799.0 (4), 1799.5 (5)

структуре. Период преобразования импульса одной моды в импульс другой моды определяется коэффициентом связи. Зависимость групповой скорости от подмагничивающего поля позволяет за счет малого изменения величины последнего ($\Delta H \approx 1 \text{ Э}$) получать на выходе волноводной структуры любую фазу цикла межмодового преобразования и, тем самым, в широких пределах изменять выходную амплитуду импульсов обеих связанных мод. Эффективность данного управления амплитудами импульсов возрастает с уменьшением толщины магнитных слоев. Отметим, что, несмотря на специфику МСВ, основные из рассмотренных в работе

особенностей динамического поведения связанных солитонов могут реализовываться в широком классе физических систем, описываемых нелинейными уравнениями Шредингера.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования России (проект NPD02-1.2-72).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Запишем волновое уравнение для магнитостатического потенциала отдельного слоя, принимая его изолированным (и опуская индекс n):

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0, \quad (\text{П.1})$$

где $v = \frac{\bar{\omega}}{\bar{k}}$ — фазовая скорость МСВ, $\bar{k} = \sqrt{k^2 + k_z^2}$, частоту $\bar{\omega}$ будем считать зависящей от постоянной распространения k и интенсивности МСВ. Представим магнитостатический потенциал в виде

$$\Psi(t, z, x) = \bar{\Psi}(t, z, x) \exp(ik_0 x). \quad (\text{П.2})$$

Его фурье-компоненты,

$$\tilde{\Psi}(t, z, k_0 - k) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\Psi}(t, z, x) \exp[i(k_0 - k)x] dx, \quad (\text{П.3})$$

удовлетворяют уравнению

$$k^2 \tilde{\Psi} - \frac{\partial^2 \tilde{\Psi}}{\partial z^2} + \frac{\bar{k}^2}{\bar{\omega}^2} \frac{\partial^2 \tilde{\Psi}}{\partial t^2} = 0. \quad (\text{П.4})$$

Решение этого уравнения будем искать в виде

$$\tilde{\Psi}(t, z, k_0 - k) = F(z) \tilde{\varphi}(t, k_0 - k) \exp(-i\omega_0 t), \quad (\text{П.5})$$

где функция $F(z)$ является произведением профильной функции $U(z)$ и стоящего перед ней в уравнении (1) коэффициента; $\tilde{\varphi}(t, k_0 - k)$ — фурье-компоненты огибающей МСВ $\varphi(t, x)$. Учитывая, что

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = (k^2 - \bar{k}^2)F,$$

и пренебрегая членом, пропорциональным $\partial^2 \tilde{\varphi} / \partial t^2$, сводим уравнение (П.4) к следующему уравнению для медленно меняющихся функций $\tilde{\varphi}$:

$$2i\omega_0 \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial t} - (\bar{\omega}^2 - \omega_0^2) \tilde{\varphi} = 0. \quad (\text{П.6})$$

Представим частоту МСВ в виде

$$\bar{\omega}(k, |\varphi|^2) = \omega(k) + \Delta\omega(|\varphi|^2),$$

где слагаемое $\Delta\omega$ описывает нелинейные эффекты. С учетом хорошо выполняющегося приближенного равенства $\bar{\omega}^2 - \omega_0^2 \approx 2\omega_0(\bar{\omega} - \omega_0)$ уравнение (П.6) может быть записано как

$$\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial t} = -i[\omega(k) + \Delta\omega - \omega_0] \tilde{\varphi}. \quad (\text{П.7})$$

Разложим частоту $\omega(k)$ в ряд Тейлора в окрестности точки k_0 :

$$\omega(k) = \omega_0 + (k_0 - k)\omega^{(1)} + \frac{1}{2}(k_0 - k)^2\omega^{(2)} + \dots, \quad (\text{П.8})$$

где $\omega^{(i)} = [\partial^i \omega / \partial k^i]_{k=k_0}$. Малую добавку к частоте, связанную с нелинейностью, можно представить следующим образом:

$$\Delta\omega = \frac{\partial \omega}{\partial |\varphi|^2} |\varphi|^2 = g_s |\varphi|^2. \quad (\text{П.9})$$

Подставим в уравнение (П.7) разложение (П.8), в котором пренебрежем слагаемыми выше второго порядка. Проводя в этом уравнении обратное фурье-преобразование,

$$\begin{aligned} \varphi(t, x) &= \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\varphi}(t, k_0 - k) \exp[-i(k_0 - k)x] dk, \end{aligned} \quad (\text{П.10})$$

а фурье-преобразование $k_0 - k$ заменяя оператором $i(\partial/\partial x)$, с учетом выражения для $\Delta\omega$ приходим к нелинейному уравнению Шредингера для огибающей МСВ изолированного слоя:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \left(-\omega^{(1)} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{i}{2} \omega^{(2)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - ig_s |\varphi|^2 \right) \varphi. \quad (\text{П.11})$$

Формальный переход к уравнениям, учитывающим межмодовую связь в двухслойной системе, может быть проведен с помощью следующего матричного уравнения:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix}, \quad (\text{П.12})$$

где невозмущенный магнитостатический потенциал каждого из слоев с учетом начальной фазы имеет вид

$$\begin{aligned} \Psi_n(t, z, x) &= F_n(z) \varphi_n(t, x) \times \\ &\times \exp[-i(\omega_{0n} t - k_{0n} x - \phi_n)]. \end{aligned} \quad (\text{П.13})$$

В случае слабой линейной связи между модами, когда дисперсионное уравнение для МСВ в каждом из слоев можно считать независимым от амплитуды волны в соседнем слое, уравнения связанных мод записываются в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} &= (c_{11} + i\omega_{01})\varphi_1 + \\ &+ c_{12}\varphi_2 \exp [2i(\delta_\omega t - \delta_k x - \delta_\phi)], \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} &= (c_{22} + i\omega_{02})\varphi_2 + \\ &+ c_{21}\varphi_1 \exp [-2i(\delta_\omega t - \delta_k x - \delta_\phi)]. \end{aligned} \quad (\text{П.14})$$

Полагая величину $c_{nn} + i\omega_{0n}$ тождественной оператору правой части уравнения (П.11), приходим к системе двух связанных нелинейных уравнений, где коэффициенты $c_{n,n'}$ определяют линейную межмодовую связь МСВ. В случае отсутствия связи между модами ($c_{n,n'} = 0$) справедливо уравнение (П.11). При полном фазовом синхронизме между модами и нулевой разности начальных фаз данная система имеет вид

$$\begin{aligned} i\frac{\partial \varphi_n}{\partial t} + iv_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} + \frac{d_n}{2} \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial x^2} = \\ = q_n \varphi_{3-n} + g_{sn} |\varphi_n|^2 \varphi_n. \end{aligned} \quad (\text{П.15})$$

При наличии фазовой расстройки получаем систему уравнений (4).

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Агравал, *Нелинейная волоконная оптика*, Мир, Москва (1996).
2. А. К. Звездин, А. Ф. Попков, ЖЭТФ **84**, 606 (1983).
3. А. В. Вашковский, В. С. Стальмахов, Ю. П. Шаревский, *Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот*, Изд-во Саратовского университета, Саратов (1993).
4. Б. А. Калиникос, Н. Г. Ковшиков, А. Н. Славин, Письма в ЖЭТФ **38**, 343 (1983).
5. M. Chen, M. A. Tsankov, J. M. Nash, and C. E. Patton, Phys. Rev. B **49**, 12773 (1994).
6. J. M. Nash, C. E. Patton, and P. Kabos, Phys. Rev. B **51**, 15079 (1995).
7. А. В. Кокин, С. А. Никитов, ФТТ **43**, 851 (2001).
8. R. E. Camley, T. S. Rahman, and D. L. Mills, Phys. Rev. B **27**, 261 (1983).
9. С. Л. Высоцкий, Г. Т. Казаков, А. В. Маряхин и др., Письма в ЖЭТФ **61**, 673 (1995).
10. А. М. Шутый, Д. И. Семенцов, Письма в ЖЭТФ **78**, 952 (2003).
11. С. Л. Высоцкий, Г. Т. Казаков, А. В. Маряхин, Ю. А. Филимонов, ЖТФ **68**, 97 (1998).
12. С. В. Тарасенко, ФТТ **36**, 2554 (1994).
13. H. Puzzkarski, Surf. Sci. Rep. **20**, 45 (1994).
14. С. Л. Высоцкий, Г. Т. Казаков, М. Л. Кац, Ю. А. Филимонов, ФТТ **35**, 1191 (1993).
15. Н. Н. Ахмедиев, А. Анкевич, *Солитоны*, Физматлит, Москва (2003).
16. И. О. Золотовский, Д. И. Семенцов, КЭ **30**, 794 (2000).