

# АККРЕЦИЯ ТЕМНОЙ ЭНЕРГИИ НА ЧЕРНУЮ ДЫРУ

*Е. О. Бабичев\**, *В. И. Докучаев\*\**, *Ю. Н. Ерошенко\*\*\**

*Институт ядерных исследований Российской академии наук  
117312, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 15 июня 2004 г.

В рамках релятивистской гидродинамики рассмотрена стационарная сферически-симметричная аккреция темной энергии на черную дыру Шварцшильда. Для моделирования темной энергии используется приближение идеальной жидкости. Получены общие выражения, определяющие темп аккреции на черную дыру идеальной жидкости с произвольным уравнением состояния  $p = p(\rho)$ . Установлено, что в случае аккреции фантомной энергии масса черной дыры уменьшается. Подробно исследован процесс аккреции для двух моделей темной энергии, допускающих аналитическое решение: модель с линейным уравнением состояния  $p = \alpha(\rho - \rho_0)$  и газ Чаплыгина. Для одного из частных случаев линейного уравнения состояния найдено аналитическое выражение для темпа аккреции темной энергии на движущуюся и вращающуюся черную дыру. Показано, что в космологических моделях с фантомной энергией, в которых реализуется сценарий «Большого разрыва», массы всех черных дыр стремятся к нулю.

PACS: 95.35.+d, 97.60.Lf, 98.80.-k

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы получены серьезные наблюдательные свидетельства того, что Вселенная в настоящий момент находится на стадии ускоренного расширения. В рамках эйнштейновской теории гравитации это положительное ускорение объясняется доминированием во Вселенной темной энергии, обладающей отрицательным давлением [1–4]. Предложено несколько теоретических моделей темной энергии: энергия вакуума (космологическая постоянная  $\Lambda$ ) или динамические компоненты, такие как квинт-эссенция [5–10] и  $k$ -эссенция [11–13]. Модели с динамической темной энергией представляются более реалистичными, поскольку в них реализуются решения типа «tracker solution» [14, 15], или «аттрактор», и, таким образом, решается проблема точной настройки (fine-tuning) параметров Вселенной [11–13].

Одним из специфических свойств космологических моделей с темной энергией является возможность Большого разрыва (Big Rip) [16, 17]: неограниченный рост масштабного фактора Вселенной за конечное время. Сценарий Большого разрыва реали-

зуется в случае темной энергии, являющейся так называемой фантомной энергией (для которой выполняется условие  $\rho + p < 0$ ). В сценарии Большого разрыва космологическая плотность фантомной энергии стремится к бесконечности и разрываются все связанные объекты вплоть до субъядерных масштабов. Нужно отметить, однако, что одного лишь условия  $\rho + p < 0$  недостаточно для реализации сценария Большого разрыва [18]. В работе [19] модельно независимым способом проанализированы данные о далеких сверхновых звездах и было показано, что наличие в настоящий момент во Вселенной фантомной энергии с  $-1.2 < p/\rho < -1$  весьма вероятно. Квантовые свойства фантомной энергии в искривленном пространстве-времени рассматривались в работе [20]. Энтропия Вселенной, заполненной фантомной энергией, обсуждалась в работе [21]. Модели с фантомной энергией используются также для построения «кратовых нор» [22, 23]. В работах [24–29] рассматривалась аккреция на черную дыру скалярного поля с потенциалом  $V(\phi)$  специального вида. Мы используем иной подход для описания аккреции темной энергии на черную дыру, а именно, моделируем темную энергию идеальной жидкостью с отрицательным давлением.

В недавней работе [30] (см. также [31]) мы пока-

\*E-mail: babichev@inr.npd.ac.ru

\*\*E-mail: dokuchaev@inr.npd.ac.ru

\*\*\*E-mail: erosh@inr.npd.ac.ru

зали, что все черные дыры во Вселенной с фантомной энергией постепенно уменьшают свои массы и к моменту Большого разрыва черные дыры полностью исчезают. В данной работе мы детально рассмотрим стационарную сферическую аккрецию динамической темной энергии на черную дыру. Темная энергия моделируется идеальной жидкостью с отрицательным давлением. История исследований аккреции идеальной жидкости на компактный объект начинается с классической работы Бонди [32]. Релятивистское обобщение было выполнено Майкелом [33] (см. также в [34–41] последующие обобщения и дополнения к решению Майкела). Карр и Хокинг [42] рассматривали аккрецию пыли и излучения на черную дыру, решая полную систему уравнений Эйнштейна и принимая во внимание обратную реакцию окружающего вещества (см. также в [43] описание достигнутого в этой области прогресса и дискуссию по принципиальным вопросам). Ниже мы получим решение для стационарной аккреции пробной релятивистской идеальной жидкости с произвольным уравнением состояния  $p(\rho)$  на черную дыру Шварцшильда. Используя это решение, мы покажем, что при аккреции фантомной энергии масса черной дыры уменьшается. Возможность уменьшения массы черных дыр при аккреции обусловлена в случае фантомной энергии нарушением условия энергодоминантности,  $\rho + p \geq 0$ , выполнение которого является основой теоремы о неуменьшении площади поверхности классических черных дыр [44].

Статья построена следующим образом. В разд. 2 выводятся общие уравнения для сферической аккреции идеальной жидкости и описываются основные характеристики стационарного потока энергии на черную дыру. Рассматривается произвольное уравнение состояния  $w = p/\rho$ , где давление  $p$  может быть как положительным (для обычной материи), так и отрицательным (для темной энергии, включая случай фантомной энергии  $w < -1$ ). Отметим, что параметр уравнения состояния  $w$  в нашем подходе не обязательно должен быть константой. В результате аккреции масса черной дыры изменяется: масса растет в случае  $\rho + p > 0$  и уменьшается при  $\rho + p < 0$ . Как оказалось, поток энергии полностью определяется массой черной дыры  $M$ , плотностью темной энергии на бесконечности  $\rho_\infty$  и уравнением состояния  $p = p(\rho)$  только при условии  $0 < \partial p/\partial \rho < 1$ . В этом случае существует критическая точка, которая фиксирует поток так же, как и в случае обычной жидкости. При нарушении условия  $0 < \partial p/\partial \rho < 1$  поток темной энергии на черную дыру формально может быть произ-

вольным. Для случая  $0 < \partial p/\partial \rho < 1$  мы описываем метод вычисления параметров жидкости в критической точке и величины потока энергии на черную дыру для заданных значений  $M$ ,  $\rho_\infty$  и  $p = p(\rho)$ . В разд. 3 рассматриваются конкретные модели уравнения состояния темной энергии. В первой модели используется простое уравнение состояния с линейной зависимостью давления от плотности. Рассмотрены частные случаи аккреции нескольких видов идеальной жидкости: теплового излучения, вещества с ультрарелятивистским уравнением состояния, темной энергии с  $\partial p/\partial \rho \leq 0$  и линейной фантомной энергии. Для частного случая  $\partial p/\partial \rho = 1$  найден темп аккреции темной энергии на движущуюся черную дыру. В качестве второй модели исследуется аккреция газа Чаплыгина на черную дыру. Эволюция массы черной дыры во Вселенной с Большим разрывом рассмотрена в разд. 4. В последнее время обсуждается возможность того, что наличие фантомной энергии приведет Вселенную в будущем к Большому разрыву. Проблема судьбы черных дыр в такой Вселенной решается достаточно неожиданным образом: черные дыры не разрываются, но независимо от своей начальной массы исчезают к моменту Большого разрыва за счет аккреции фантомной энергии. В разд. 5 обсуждается соответствие между аккрецией на черную дыру темной энергии, моделируемой идеальной жидкостью, и аккрецией скалярного поля. В разд. 6 кратко обсуждаются полученные результаты.

## 2. ОБЩИЕ УРАВНЕНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ АККРЕЦИИ

Рассмотрим стационарную сферически-симметричную аккрецию на черную дыру идеальной жидкости, которая в частном случае отрицательного давления моделирует темную энергию. Предполагаем, что плотность темной энергии достаточно мала, так что метрика с хорошей точностью является шварцшильдовской:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (1)$$

где  $M$  — масса черной дыры,  $r$  — радиальная, а  $\theta$  и  $\phi$  — угловые сферические координаты. Мы моделируем темную энергию идеальной жидкостью с тензором энергии-импульса

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu}, \quad (2)$$

где  $\rho$  — плотность,  $p$  — давление темной энергии, а  $u^\mu = dx^\mu/ds$  — радиальная компонента 4-скорости. Предполагается, что давление есть произвольная функция плотности,  $p = p(\rho)$ . Интегрирование нулевой (временной) компоненты закона сохранения  $T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0$  дает первый интеграл движения для стационарной сферически-симметричной аккреции (релятивистское уравнение Бернулли или уравнение сохранения энергии):

$$(\rho + p) \left(1 - \frac{2}{x} + u^2\right)^{1/2} x^2 u = C_1, \quad (3)$$

где  $x = r/M$ ,  $u = dr/ds$ , а  $C_1$  — константа, определяемая ниже. Для нахождения второго интеграла движения используем уравнение проекции закона сохранения тензора энергии-импульса вдоль 4-скорости  $u^\mu$ :

$$u_\mu T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0. \quad (4)$$

В нашем случае это уравнение имеет вид [45]

$$u^\mu \rho_{;\mu} + (\rho + p) u^\mu_{;\mu} = 0. \quad (5)$$

При заданном уравнении состояния

$$p = p(\rho) \quad (6)$$

можно определить вспомогательную функцию  $n = n(\rho)$  соотношением

$$\frac{d\rho}{\rho + p} = \frac{dn}{n}. \quad (7)$$

Функция  $n$  совпадает с концентрацией частиц в случае атомарного газа, но ее можно использовать и для описания непрерывной среды, не состоящей из каких-либо частиц. В этом случае «концентрация»  $n$  является формальной вспомогательной функцией. Для произвольного уравнения состояния  $p = p(\rho)$  из соотношения (7) получаем решение для  $n$ :

$$\frac{n(\rho)}{n_\infty} = \exp \left( \int_{\rho_\infty}^{\rho} \frac{d\rho'}{\rho' + p(\rho')} \right). \quad (8)$$

Из уравнения (5), используя (8), находим искомый второй интеграл движения:

$$\frac{n(\rho)}{n_\infty} u x^2 = -A, \quad (9)$$

где величина  $n_\infty$  («концентрация» темной энергии на бесконечности) была введена для удобства. В случае потока жидкости, направленного на черную дыру,  $u = dr/ds < 0$  и, следовательно, численная константа  $A > 0$ . Из (3) и (9) можно легко получить

$$\frac{\rho + p}{n} \left(1 - \frac{2}{x} + u^2\right)^{1/2} = C_2, \quad (10)$$

где

$$C_2 = \frac{\rho_\infty + p(\rho_\infty)}{n(\rho_\infty)}. \quad (11)$$

Найдем теперь радиальную компоненту 4-скорости и плотность жидкости на горизонте событий черной дыры  $r = 2M$ . Из уравнений (9), (10) и (11), полагая  $x = 2$ , получим

$$\frac{A}{4} \frac{\rho_H + p(\rho_H)}{\rho_\infty + p(\rho_\infty)} = \frac{n^2(\rho_H)}{n^2(\rho_\infty)}, \quad (12)$$

где  $\rho_H$  — плотность на горизонте  $x = 2$ . Таким образом, задав плотность на бесконечности  $\rho_\infty$ , уравнение состояния  $p = p(\rho)$ , величину потока  $A$  и используя определение «концентрации» (7), плотность жидкости на горизонте событий черной дыры  $\rho_H$  можно вычислить из (12). Зная плотность на горизонте  $\rho_H$ , из (9) можно легко получить величину радиальной компоненты 4-скорости жидкости на горизонте:

$$u_H = -\frac{A}{4} \frac{n(\rho_\infty)}{n(\rho_H)}. \quad (13)$$

Ниже мы увидим, что константа  $A$ , которая определяет поток энергии на черную дыру, может быть вычислена для гидродинамически устойчивых идеальных жидкостей с  $\partial p/\partial \rho > 0$ . Это можно сделать путем нахождения параметров жидкости в критической точке. Следуя Майкелу [33], находим связь параметров в критической точке:

$$u_*^2 = \frac{1}{2x_*}, \quad V_*^2 = \frac{u_*^2}{1 - 3u_*^2}, \quad (14)$$

где

$$V^2 = \frac{n}{\rho + p} \frac{d(\rho + p)}{dn} - 1, \quad (15)$$

что вместе с (7) дает

$$V^2 = c_s^2(\rho), \quad (16)$$

где  $c_s^2 = \partial p/\partial \rho$  — квадрат эффективной скорости звука в среде. Из уравнений (14), (16), (11) и (10) находим следующее соотношение для критической точки:

$$\frac{\rho_* + p(\rho_*)}{n(\rho_*)} = [1 + 3c_s^2(\rho_*)]^{1/2} \frac{\rho_\infty + p(\rho_\infty)}{n(\rho_\infty)}, \quad (17)$$

которое фиксирует плотность жидкости в критической точке  $\rho_*$  для произвольного уравнения состояния  $p = p(\rho)$ . Задав  $\rho_*$  и используя (8), можно найти величину  $n(\rho_*)$ . Соответственно величины  $x_*$  и

$u_*$  вычисляются из (14) и (16). В результате численная константа  $A$  вычисляется путем подстановки найденных величин в (9). Заметим, что в случаях  $c_s^2 < 0$  или  $c_s^2 > 1$  критической точки вне горизонта событий черной дыры ( $x_* > 1$ ) не существует. Это означает, что для неустойчивой идеальной жидкости ( $c_s^2 < 0$ ) или для «сверхсветовой» жидкости ( $c_s^2 > 1$ ) поток темной энергии на черную дыру зависит от начальных условий. Этот результат имеет простую физическую интерпретацию: аккрецируемая жидкость имеет критическую точку, если ее скорость возрастает от дозвуковых до сверхзвуковых значений по мере приближения к черной дыре. В случае же  $c_s^2 < 0$  или в случае  $c_s^2 > 1$  критическая точка либо не существует, либо формально находится внутри горизонта черной дыры. Следует отметить также, что жидкости с  $c_s^2 < 0$  гидродинамически неустойчивы (см. обсуждение в [46, 47]).

Уравнение (10) вместе с (6), (8) и (9) определяет темп аккреции на черную дыру. Эти уравнения справедливы для идеальной жидкости с произвольным уравнением состояния  $p = p(\rho)$ , в частности, для газа безмассовых частиц (термализованное излучение) и для газа массивных частиц. Для газа массивных частиц система уравнений (9) и (10) сводится к аналогичной системе уравнений, найденной Майкелом [33]. Однако следует заметить, что уравнения (6), (8), (9) и (10) также справедливы и в случае темной энергии, включая фантомную энергию с  $\rho + p < 0$ . В этих случаях концентрация  $n(\rho)$  положительна для любого  $\rho$ , а константа  $C_2$  в соотношении (10) отрицательна.

Скорость изменения массы черной дыры (поток энергии на черную дыру) в результате аккреции есть

$$\dot{M} = -4\pi r^2 T_0^r.$$

С помощью (9) и (10) это выражение может быть переписано следующим образом [30]:

$$\dot{M} = 4\pi A M^2 [\rho_\infty + p(\rho_\infty)]. \quad (18)$$

Из соотношения (18) следует, что масса черной дыры возрастает при аккреции газа частиц, когда  $\rho > 0$ , но уменьшается при аккреции фантомной энергии, когда  $\rho + p < 0$ . Это означает, в частности, что во Вселенной, заполненной фантомной энергией, массы черных дыр должны уменьшаться. Этот результат является общим. Он не зависит от конкретного вида уравнения состояния  $p = p(\rho)$ , важно лишь выполнение условия  $\rho + p < 0$ . Физическая причина уменьшения массы черной дыры состоит в следующем: фантомная энергия падает на черную

дыру, но связанный с этим падением поток энергии направлен от черной дыры.

Если мы пренебрежем космологической эволюцией величины плотности  $\rho_\infty$ , то из (18) найдем закон изменения массы черной дыры:

$$M = M_i \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^{-1}, \quad (19)$$

где  $M_i$  — начальная масса черной дыры, а  $\tau$  — характерное время эволюции:

$$\tau = \frac{1}{4\pi A M_i [\rho_\infty + p(\rho_\infty)]}. \quad (20)$$

### 3. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АККРЕЦИИ

#### 3.1. Модель линейного уравнения состояния

Рассмотрим модель темной энергии с линейной зависимостью давления от плотности [30]:

$$p = \alpha(\rho - \rho_0), \quad (21)$$

где  $\alpha$  и  $\rho_0$  — константы. Эта модель, среди прочих случаев, описывает ультрарелятивистский газ ( $p = \rho/3$ ), газ с ультражестким уравнением состояния ( $p = \rho$ ) и простейшую модель темной энергии ( $\rho_0 = 0$  и  $\alpha < 0$ ). Введенная величина  $\alpha$  связана с параметром уравнения состояния  $w = p/\rho$  соотношением  $w = \alpha(\rho - \rho_0)/\rho$ .

При анализе космологических моделей часто используют уравнение состояния с  $w = \text{const} < 0$  на всем протяжении космологической эволюции. Вещество с таким уравнением состояния гидродинамически неустойчиво и может существовать лишь короткий промежуток времени. Используемое нами уравнение состояния (21) при  $\alpha > 0$  не имеет этого недостатка. При  $\alpha > 0$  оно позволяет также описать случай гидродинамически устойчивой фантомной энергии, что невозможно при использовании уравнения состояния с  $w = \text{const} < -1$ . В реальной Вселенной уравнение состояния изменяется со временем (т. е.  $w$  зависит от  $t$ ). Поэтому соотношение (21) имеет смысл аппроксимации истинного уравнения состояния только в ограниченном интервале изменения  $\rho$ . С точки зрения физики для любого уравнения состояния в сопутствующей системе отсчета должно выполняться условие  $\rho > 0$ . В частности, физически неприемлемо состояние вещества с  $\rho = 0$ , но  $\rho \neq 0$ . Соответствующие ограничения для уравнения состояния (21) задаются приведенными ниже условиями (29) и (30).

При  $\alpha < 0$  для потока аккрецируемой жидкости не существует критической точки. В случае  $\alpha > 0$ , используя (14) и (16), находим параметры критической точки:

$$x_* = \frac{1 + 3\alpha}{2\alpha}, \quad u_*^2 = \frac{\alpha}{1 + 3\alpha}. \quad (22)$$

Следует отметить, что в линейной модели (21) параметры критической точки (22) определяются только величиной  $\partial p / \partial \rho = \alpha$  и не зависят от параметра  $\rho_0$ , который фиксирует физическую природу рассматриваемой жидкости: релятивистский газ, темная энергия или фантомная энергия. Заметим также, что при  $\alpha > 1$  (это соответствует нефизической ситуации со сверхсветовой скоростью звука) не существует критической точки вне горизонта событий черной дыры.

Вычислим константу  $A$ , которая определяет поток энергии на черную дыру. Из (8) находим

$$\frac{n}{n_\infty} = \left| \frac{\rho_{eff}}{\rho_{eff,\infty}} \right|^{1/(1+\alpha)}, \quad (23)$$

где мы ввели эффективную плотность

$$\rho_{eff} \equiv \rho + p = -\rho_0\alpha + (1 + \alpha)\rho.$$

Используя (17), получаем

$$\left( \frac{\rho_{eff,*}}{\rho_{eff,\infty}} \right)^{\alpha/(1+\alpha)} = (1 + 3\alpha)^{1/2}, \quad (24)$$

где  $\rho_{eff,*}$  — величина эффективной плотности в критической точке, а  $\rho_{eff,\infty}$  — эффективная плотность на бесконечности. Подставляя (24) в (23) и затем используя (9), для линейной модели получаем

$$A = \frac{(1 + 3\alpha)^{(1+3\alpha)/2\alpha}}{4\alpha^{3/2}}. \quad (25)$$

Легко видеть, что  $A \geq 4$  при  $0 < \alpha < 1$ . Для  $\alpha = 1$  (это соответствует  $c_s = 1$ ) имеем  $A = 4$ , т. е. для релятивистских скоростей звука константа  $A$  имеет величину порядка 1. Используя (25), из (20) получаем

$$\tau = \left[ \pi M_i (\rho_\infty + p_\infty) \frac{(1 + 3\alpha)^{(1+3\alpha)/2\alpha}}{\alpha^{3/2}} \right]^{-1}. \quad (26)$$

Чтобы найти плотность жидкости на горизонте черной дыры,  $\rho_H$ , подставляем (23) в (12) и получаем

$$\rho_H = \frac{\alpha\rho_0}{1+\alpha} + \left( \rho_\infty - \frac{\alpha\rho_0}{1+\alpha} \right) \left( \frac{A}{4} \right)^{(1+\alpha)/(1-\alpha)}, \quad (27)$$

где  $A$  дается формулой (25). Для  $0 < \alpha < 1$  эффективная плотность на горизонте  $\rho_{eff,H}$  не может быть меньше, чем  $\rho_{eff,\infty}$ . Радиальная компонента 4-скорости на горизонте может быть найдена из (13) и (27):

$$u_H = - \left( \frac{A}{4} \right)^{-\alpha/(1-\alpha)}. \quad (28)$$

Величина  $u_H$  изменяется от 1 до 1/2 при  $0 < \alpha < 1$ .

Линейная модель (21) описывает фантомную энергию в том случае, когда

$$\frac{\rho_\infty}{\rho_0} < \frac{\alpha}{1 + \alpha}.$$

При этом  $\rho + p < 0$ . Однако следует принять во внимание требование неотрицательности плотности  $\rho$ . Эта величина формально может стать отрицательной в интервале параметров  $0 < \alpha \leq 1$ . Такая нефизическая ситуация накладывает ограничение на рассматриваемую нами линейную модель (21). Для физически корректного описания процесса аккреции необходимо потребовать неотрицательности плотности  $\rho$ . Из (27) получаем ограничение на область применимости линейной модели в случае гидродинамически устойчивой фантомной энергии:

$$\frac{\alpha}{1 + \alpha} \left[ 1 - \left( \frac{A}{4} \right)^{-(1+\alpha)/(1-\alpha)} \right] < \frac{\rho_\infty}{\rho_0} < \frac{\alpha}{1 + \alpha}. \quad (29)$$

Как следует из (29), при заданном  $\alpha$  всегда можно выбрать параметры  $\rho_0$  и  $\rho_\infty$  таким образом, что  $\rho > 0$  для любого  $r > 2M$ .

С другой стороны, модель (21) описывает квинтэссенцию (нефантомную энергию) для всего диапазона  $r$  только при условии  $p < 0$ . Следовательно, физически корректное описание квинтэссенции можно получить из (27) при условии

$$\frac{\alpha}{1 + \alpha} < \frac{\rho_\infty}{\rho_0} < \frac{\alpha}{1 + \alpha} \left[ \frac{1}{\alpha} + \left( \frac{A}{4} \right)^{-(1+\alpha)/(1-\alpha)} \right]. \quad (30)$$

Для некоторых конкретных выборов параметра  $\alpha$  (а именно, для  $\alpha = 1/3, 1/2, 2/3, 1$ ) величины  $\rho(x)$  и  $u(x)$  можно вычислить аналитически. Подробности этих вычислений представлены в Приложении. На рис. 1 и 2 показаны зависимости радиальной компоненты 4-скорости  $u$  и плотности, нормированной на плотность на бесконечности,  $\rho/\rho_\infty$ , от координаты  $x = r/2M$ . На рис. 1а показаны зависимости скорости  $u(x)$  для гидродинамически устойчивых жидкостей с  $c_s^2 > 0$  при  $\alpha = 1/3, 1/2, 2/3, 1$  (кривые расположены сверху вниз, соответственно). На рис. 1б

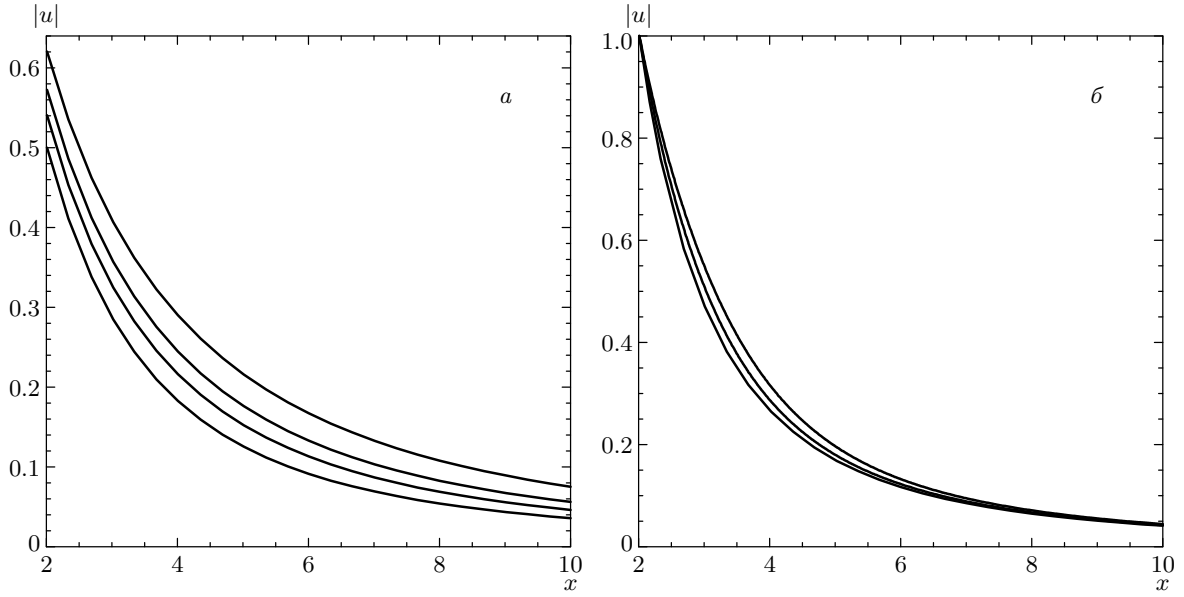


Рис. 1. Поведение скорости аккреции жидкости  $u$  в линейной модели (21) в зависимости от радиальной координаты  $x$

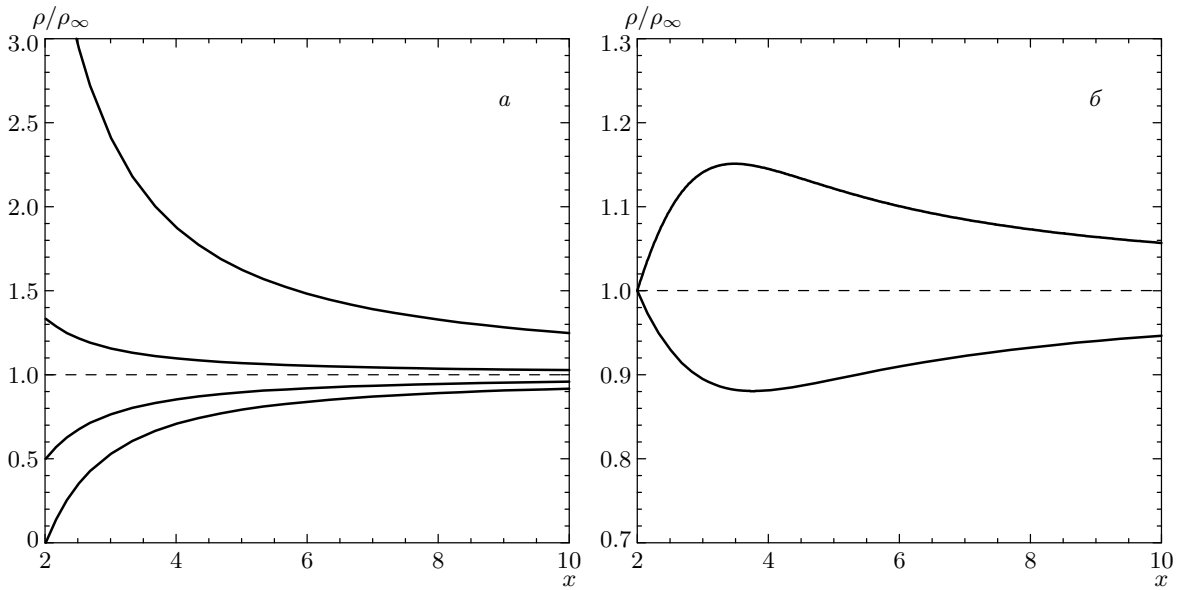


Рис. 2. Плотность аккрецируемой жидкости, нормированная на плотность на бесконечности,  $\rho/\rho_\infty$ , как функция радиальной координаты  $x$  для линейной модели (21) (сплошные кривые). Штриховыми линиями показана плотность  $\Lambda$ -члена  $\rho/\rho_\infty$

показаны зависимости скорости  $u(x)$  в случае  $c_s^2 < 0$  для  $\alpha = -1.1, -2, -1/2$  (кривые также расположены сверху вниз). Для этого случая на горизонте выбрано граничное условие  $u_H = 1$ . На рис. 2а показаны зависимости плотности  $\rho/\rho_\infty$  гидродинамически устойчивой жидкости с  $\alpha = 1$  для различ-

ных случаев:  $\rho_0 = 0$  (модель вещества нейтронной звезды);  $\rho_0/\rho_\infty = 16/9$  (линейная модель нефантомной темной энергии);  $\rho_0/\rho_\infty = 7/3$  (линейная модель фантомной энергии);  $\rho_0/\rho_\infty = 7/3$  (линейная модель фантомной энергии с  $\rho_H = 0$ ) (кривые расположены, соответственно, сверху вниз). На рис. 2б

показаны зависимости плотности  $\rho/\rho_\infty$  для  $\alpha < 0$  для различных случаев:  $\alpha = -2$ ,  $\rho_0 = 0$  и  $A = 4$  (линейная модель фантомной энергии, верхняя кривая);  $\alpha = -1/2$ ,  $\rho_0 = 0$  и  $A = 4$  (линейная модель нефантомной энергии, нижняя кривая). Для этого случая на горизонте выбрана скорость  $|u_H| = 1$ .

### 3.2. Аккреция на движущуюся вращающуюся черную дыру

Рассмотрим аккрецию на движущуюся и вращающуюся черную дыру в частном случае линейного уравнения состояния  $\alpha = 1$ . Условие  $\alpha = 1$  позволяет найти точное аналитическое выражение для темпа аккреции темной энергии на черную дыру.

Для  $\alpha = 1$  из (23) легко находим

$$\frac{n}{n_\infty} = \left| \frac{\rho_{eff}}{\rho_{eff,\infty}} \right|^{1/2}. \quad (31)$$

Из (5) получаем следующее уравнение непрерывности для концентрации частиц:

$$(nu^\mu)_{;\mu} = 0.$$

Можно ввести скалярное поле  $\phi$ , через которое скорость жидкости выражается следующим образом (кручение в жидкости отсутствует):

$$\frac{\rho + p}{n} u_\mu = \phi_{;\mu}. \quad (32)$$

Используя выражения (32) и (31), находим уравнение для вспомогательной функции  $\phi$ :

$$\phi_{;\mu}^\mu = 0. \quad (33)$$

Точно такое же уравнение возникает в задаче об аккреции жидкости с уравнением состояния  $p = \rho$  [41]. Таким образом, мы свели задачу о черной дыре, движущейся в темной энергии с уравнением состояния  $p = \rho - \rho_0$ , к задаче о жидкости, обладающей предельно жестким уравнением состояния  $p = \rho$ . Используя метод, предложенный в работе [41], получаем закон эволюции массы движущейся вращающейся черной дыры, погруженной в темную энергию с уравнением состояния  $p = \rho - \rho_0$ :

$$\dot{M} = 4\pi(r_+^2 + a^2)[\rho_\infty + p(\rho_\infty)]u_{BH}^0, \quad (34)$$

где

$$r_+ = M + (M^2 - a^2)^{1/2}$$

— радиус горизонта событий вращающейся черной дыры,  $a = J/M$  — удельный угловой момент черной

дыры (параметр вращения), а  $u_\infty^0$  — нулевая компонента 4-скорости черной дыры относительно жидкости. Заметим, что выражение (34) при  $u_{BH}^0 = 0$  сводится к выражению (18) для шварцшильдовской ( $a = 0$ ) покоящейся черной дыры.

### 3.3. Газ Чаплыгина

В качестве еще одного примера «решаемой» модели рассмотрим газ Чаплыгина со следующим уравнением состояния:

$$p = -\frac{\alpha}{\rho}, \quad (35)$$

где  $\alpha > 0$ . Область параметров  $\rho^2 < \alpha$  представляет фантомную энергию со сверхсветовой скоростью звука. Это означает, что поток фантомной энергии на черную дыру не фиксирован условием прохождения через критическую точку. Случай  $\rho^2 > \alpha$  соответствует темной энергии с  $\rho + p > 0$  и  $0 < c_s^2 < 1$ . Из выражения (8) легко найти

$$\frac{n}{n_\infty} = \left| \frac{\rho^2 - \alpha}{\rho_\infty^2 - \alpha} \right|^{1/2}. \quad (36)$$

Плотность в критической точке находится из (17) и (36):

$$\rho_*^2 = 4\rho_\infty^2 - 3\alpha. \quad (37)$$

Скорость и радиальная координата в критической точке даются соотношением

$$x_* = \frac{2\rho_\infty^2}{\alpha}, \quad u_*^2 = \frac{\alpha}{4\rho_\infty^2}. \quad (38)$$

Затем из (9) находим константу  $A$ :

$$A = 4 \left( \frac{\rho_\infty^2}{\alpha} \right)^{3/2}. \quad (39)$$

Для  $0 < c_s^2 < 1$  константа  $A$  не может быть меньше 4, как и в случае линейной модели. Характерное время эволюции массы черной дыры без учета космологического изменения плотности темной энергии дается выражением

$$\tau = 8\pi M_i \frac{\rho_\infty^2}{\alpha} (\rho_\infty + p_\infty). \quad (40)$$

Следует отметить, что соотношения (36), (37), (38) и (39) применимы только для темной энергии с  $\rho + p > 0$  и не верны для фантомной энергии. На горизонте черной дыры

$$\begin{aligned} \rho_H &= \frac{A}{4}\rho_\infty, \\ u_H &= -\frac{A}{4} \left[ \frac{\rho_\infty^2 - \alpha}{(A/4)^2\rho_\infty^2 - \alpha} \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (41)$$

При  $0 < c_s^2 < 1$  плотность на горизонте  $\rho_H$  не может быть меньше, чем  $\rho_\infty$ , а  $u_H$  изменяется от 1 до 1/2. Распределение плотности газа Чаплыгина можно найти из общих соотношений (9) и (10)

$$\rho = \rho_\infty \left( \frac{\rho_\infty^2}{\alpha} \right)^{3/2} \left( \frac{2}{x} - \frac{\alpha}{\rho_\infty^2} \right)^{-1/2} \times \left[ \frac{16}{x^4} \left( 1 - \frac{\alpha}{\rho_\infty^2} \right) - \left( \frac{\alpha}{\rho_\infty^2} \right)^4 \left( 1 - \frac{2}{x} \right) \right]^{1/2}. \quad (42)$$

Распределение скорости  $u(r)$  можно найти, используя выражения (9), (36) и (42). На рис. 3 и 4 показаны зависимости скорости  $u$  и плотности, нормированной на плотность на бесконечности,  $\rho/\rho_\infty$ , в зависимости от координаты  $x = r/2M$ . На рис. 3а показаны зависимости скорости  $u(r)$  для нефантомной темной энергии в случаях  $\rho_\infty^2/\alpha = 3, 2, 1.1$  (кривые расположены сверху вниз, соответственно). На рис. 3б показаны зависимости скорости  $u(r)$  в случае фантомной энергии при  $\rho_\infty^2/\alpha = 0.3, 0.5, 0.9$  (кривые также расположены сверху вниз). Для этого случая на горизонте выбрано граничное условие  $u_H = 1$ . На рис. 4а показаны зависимости нормированной плотности  $\rho/\rho_\infty$  в случае нефантомной темной энергии при  $\rho_\infty^2/\alpha = 3, 2, 1.1$  (кривые расположены сверху вниз, соответственно). На рис. 4б показаны зависимости нормированной плотности  $\rho/\rho_\infty$  в случае фантомной энергии при  $\rho_\infty^2/\alpha = 0.9, 0.5, 0.3$  (кривые также расположены сверху вниз). Для этого случая на горизонте выбрано граничное условие  $u_H = 1$ .

#### 4. СУДЬБА ЧЕРНЫХ ДЫР ПРИ БОЛЬШОМ РАЗРЫВЕ

Рассмотрим теперь эволюцию черных дыр в космологическом сценарии с Большим разрывом, когда масштабный фактор  $a(t)$  увеличивается до бесконечности за конечное время [16, 17]. Для простоты мы принимаем во внимание только темную энергию и не учитываем другие формы энергии. В линейной модели (21) Большой разрыв реализуется при  $\rho + p < 0$  и  $\alpha < -1$ . Из уравнений Фридмана в случае линейного уравнения состояния можно получить соотношение

$$|\rho + p| \propto a^{-3(1+\alpha)}.$$

Положив для простоты  $\rho_0 = 0$ , находим закон эволюции плотности фантомной энергии в такой Вселенной:

$$\rho_\infty = \rho_{\infty,i} \left( 1 - \frac{t}{\tau} \right)^{-2}, \quad (43)$$

где

$$\tau^{-1} = -\frac{3(1+\alpha)}{2} \left( \frac{8\pi}{3} \rho_{\infty,i} \right)^{1/2}. \quad (44)$$

Здесь  $\rho_{\infty,i}$  — начальная плотность космологической фантомной энергии, а начальный момент времени выбран таким образом, что Большой разрыв наступает в момент  $\tau$ . Из выражений (43) и (20) легко видеть, что Большой разрыв реализуется при  $\alpha \equiv dp/d\rho < -1$ . Вообще говоря, одного лишь условия  $\rho + p < 0$  недостаточно для того, чтобы космологическая эволюция закончилась Большим разрывом [18].

Из выражения (18), используя соотношение (43), находим эволюцию массы черной дыры в космологическом сценарии с Большим разрывом:

$$M = M_i \left( 1 + \frac{M_i}{M_0 \tau} \frac{t}{\tau - t} \right)^{-1}, \quad (45)$$

где

$$\dot{M}_0 = (3/2) A^{-1} |1 + \alpha|, \quad (46)$$

а  $M_i$  — начальная масса черной дыры. При  $\alpha = -2$  и типичном значении  $A = 4$  (соответствующим  $u_H = -1$ ) имеем  $\dot{M}_0 = 3/8$ . В пределе  $t \rightarrow \tau$  (т.е. вблизи Большого разрыва) зависимость массы черной дыры от  $t$  становится линейной,  $M \approx \dot{M}_0(\tau - t)$ . Когда  $t$  приближается к  $\tau$ , темп уменьшения массы черной дыры перестает зависеть как от начальной массы черной дыры, так и от плотности фантомной энергии:

$$\dot{M} \approx -\dot{M}_0.$$

Другими словами, массы всех черных дыр вблизи момента Большого разрыва становятся примерно одинаковыми и стремятся к нулю. Это означает, что аккреция фантомной энергии преобладает над хокинговским испарением до тех пор, пока масса черной дыры не уменьшится до планковской массы. Однако формально все черные дыры во Вселенной полностью испарятся в процессе излучения Хокинга за планковское время до наступления момента Большого разрыва.

#### 5. АККРЕЦИЯ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ

В этом разделе мы сопоставим результаты вычислений аккреции идеальной жидкости с аналогичными вычислениями аккреции скалярного (нефантомного) поля на черную дыру [24–29]. Темная энергия обычно моделируется скалярным полем с некоторым потенциалом  $V(\phi)$ . Приближение идеальной



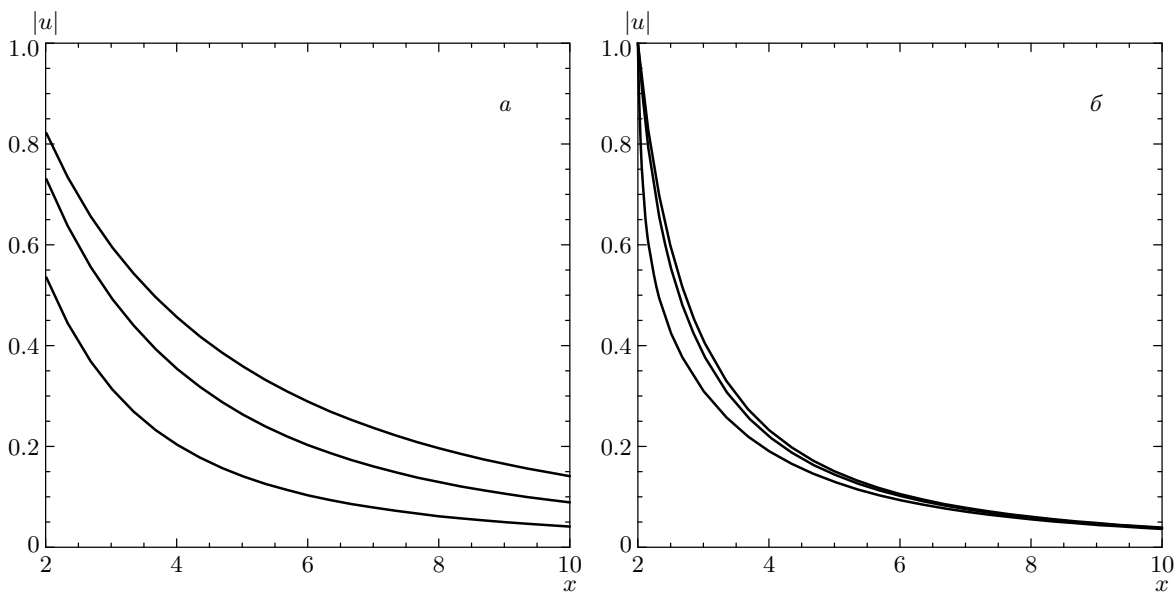


Рис. 3. Скорость  $u$  как функция координаты  $x$  для газа Чаплыгина (35)

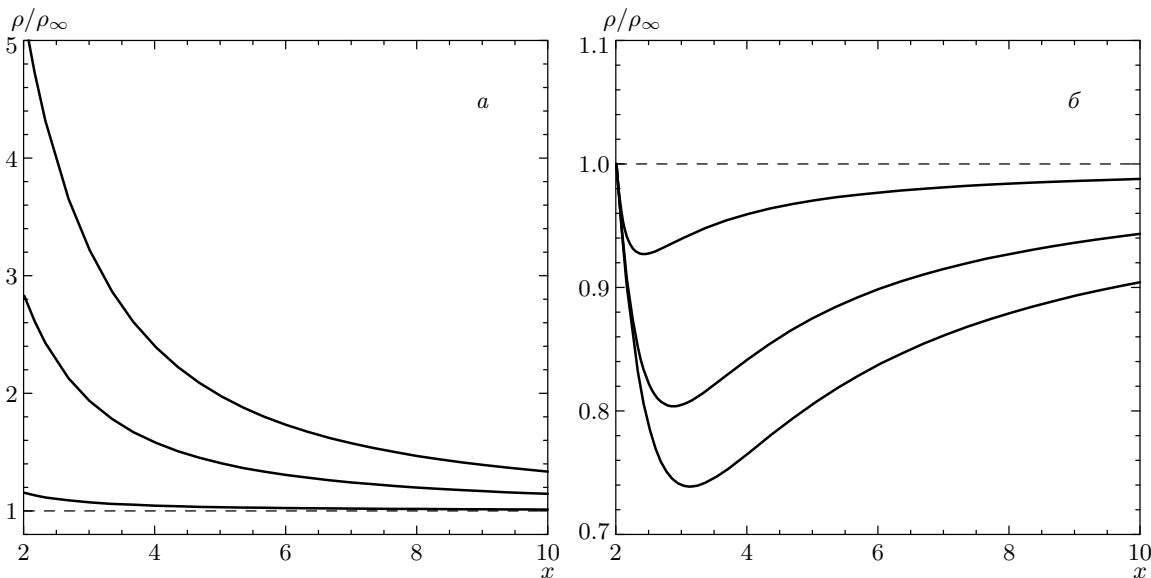


Рис. 4. Плотность, нормированная на плотность на бесконечности,  $\rho/\rho_\infty$ , как функция координаты  $x$  для модели (35) (сплошные кривые). Штриховой линией показана нормированная плотность  $\Lambda$ -члена  $\rho/\rho_\infty$

жидкости более грубое, поскольку для заданных величин  $\rho$  и  $p$ , характеризующих идеальную жидкость, нельзя однозначно воспроизвести скалярное поле  $\phi$  и  $\partial_\mu \phi$ . Несмотря на указанное различие между скалярным полем и идеальной жидкостью, мы покажем, что наши результаты находятся в полном согласии с соответствующими вычислениями аккреции скалярного поля на черную дыру.

Лагранжиан скалярного поля  $L = K - V$ , где  $K$  — кинетический член, а  $V$  — потенциал. Для стандартного выбора кинетического члена

$$K = \phi_{;\mu} \phi^{;\mu} / 2$$

соответствующий поток энергии на черную дыру есть

$$T_{0r} = \phi_{,t} \phi_{,r}.$$

Джекобсон [24] нашел решение для скалярного поля в метрике Шварцшильда в случае нулевого потенциала  $V = 0$ :

$$\phi = \dot{\phi}_\infty [t + 2M \ln(1 - 2M/r)],$$

где  $\phi_\infty$  — величина скалярного поля на бесконечности. В работе [26] было показано, что это решение остается справедливым также и для многих других случаев скалярного поля с ненулевым потенциалом  $V(\phi)$  при выполнении определенных условий. Для этого решения имеем

$$T_0^r = -(2M)^2 \dot{\phi}_\infty^2 / r^2$$

и, соответственно,

$$\dot{M} = 4\pi(2M)^2 \dot{\phi}_\infty^2.$$

Тензор энергии-импульса, построенный с использованием решения Джекобсона, в точности совпадает с тензором энергии-импульса идеальной жидкости с предельно жестким уравнением состояния  $p = \rho$  после замены

$$\rho_\infty \rightarrow \dot{\phi}_\infty^2/2, \quad p_\infty \rightarrow \dot{\phi}_\infty^2/2.$$

Это не удивительно, поскольку теория скалярного поля с нулевым потенциалом  $V(\phi) = 0$  идентична модели идеальной жидкости [48]. Ввиду этого соответствия, легко видеть согласие нашего результата (18) для  $\dot{M}$  в случае  $p = \rho$  с соответствующими результатами работ [24, 26].

Описывающий фантомную энергию лагранжиан скалярного поля должен иметь отрицательный кинетический член [16, 17], например,

$$K = -\phi_{;\mu} \phi^{;\mu} / 2$$

(более общие случаи см. в [49]). При этом поток фантомной энергии на черную дыру имеет противоположный знак,

$$T_{0r} = -\phi_{,t} \phi_{,r},$$

где  $\phi$  — решение того же уравнения Клейна–Гордона, как и в случае стандартного скалярного поля, но с заменой  $V \rightarrow -V$ . В случае нулевого потенциала это решение совпадает с решением Джекобсона [24], полученным для скалярного поля с положительным кинетическим членом.

Лагранжиан с отрицательным кинетическим членом и  $V(\phi) = 0$  не описывает, однако, фантомную энергию. В то же время решение для скалярного поля с потенциалом  $V(\phi) = 0$  совпадает с решением в случае положительного постоянного

потенциала  $V_0 = \text{const}$ , который можно выбрать так, что

$$\rho = -\dot{\phi}^2/2 + V_0 > 0.$$

В этом случае скалярное поле описывает аккрецируемую фантомную энергию с  $\rho > 0$  и  $p < -\rho$ , что приводит к уменьшению массы черной дыры со скоростью

$$\dot{M} = -4\pi(2M)^2 \dot{\phi}_\infty^2.$$

Простой пример фантомной космологии (но без Большого разрыва) реализуется скалярным полем с потенциалом

$$V = m^2 \phi^2 / 2,$$

где  $m \sim 10^{-33}$  эВ [50]. После короткого переходного периода эта космологическая модель стремится к асимптотическому состоянию с

$$H \approx m\phi/3^{1/2}, \quad \dot{\phi} \approx 2m/3^{1/2}.$$

В уравнении Клейна–Гордона (с упомянутой заменой  $V \rightarrow -V$ ) член  $m^2$  сравнивается с другими членами только на масштабе космологического горизонта. Это означает, что в этом случае также справедливо решение Джекобсона. Расчет соответствующего потока энергии на черную дыру дает

$$\dot{M} = -4\pi(2M)^2 \dot{\phi}_\infty^2 = -64M^2 m^2 / 3.$$

Для  $M_0 = M_\odot$  и  $m = 10^{-33}$  эВ эффективное время уменьшения массы черной дыры

$$\tau = (3/64)M^{-1}m^{-2} \sim 10^{32} \text{ лет.}$$

## 6. ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

В последние годы в космологии была принята и активно обсуждается концепция темной энергии. Возможность существования темной энергии с отрицательным давлением приводит к новым космологическим сценариям, включая экзотическую модель Вселенной, в которой разрушаются все связанные объекты и которая сама погибает в результате Большого разрыва. Для определения судьбы черных дыр в таком космологическом сценарии мы рассмотрели сферически-симметричную стационарную аккрецию на черную дыру темной энергии, моделируемой идеальной жидкостью. Получены общие уравнения, описывающие аккрецию идеальной жидкости с уравнением состояния  $p = p(\rho)$  на черную дыру Шварцшильда. В частности, эти уравнения применимы для описания аккреции теплового излучения, темной энергии

и фантомной энергии. Рассмотрен также случай аккреции на движущуюся вращающуюся черную дыру вещества в частном случае предельно жесткого уравнения состояния  $p = \rho$ . Вычислено изменение массы черной дыры в результате аккреции. Получено, что при  $\rho + p > 0$  массы черных дыр возрастают, как и в обычном случае. Однако качественно новый результат получен в случае фантомной энергии, т.е. для среды с  $\rho + p < 0$ . Мы обнаружили, что в этой ситуации массы черных дыр уменьшаются. Используя этот результат мы нашли решение проблемы конечной судьбы черных дыр во Вселенной, испытывающей Большой разрыв. Как оказалось, все черные дыры в такой Вселенной должны уменьшать свои массы и полностью исчезнуть к моменту Большого разрыва. Рассмотрено также соответствие аккреции темной энергии в модели идеальной жидкости и аккреции скалярного поля.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 02-02-16762-а, 03-02-16436-а, 04-02-16757-а) и Министерства промышленности и науки (гранты №№ 1782.2003.2, 2063.2003.2).

**ПРИЛОЖЕНИЕ**

**Аналитические решения для  $\rho(x)$  и  $u(x)$**

В рассматриваемой модели (разд. 3) можно найти аналитические решения для зависимости плотности и скорости аккреции темной энергии от радиуса  $r$ . Используя выражения (23) для «концентрации» и (11) для константы  $C_2$ , из уравнений (9) и (10) получаем уравнение для  $\rho_{eff}$ :

$$\left(\frac{\rho_{eff}}{\rho_{eff,\infty}}\right)^{2\alpha/(1+\alpha)} \times \left[1 - \frac{2}{x} + \frac{A^2}{x^4} \left(\frac{\rho_{eff}}{\rho_{eff,\infty}}\right)^{-2/(1+\alpha)}\right] = 1. \quad (47)$$

Определяя

$$y \equiv \left(\frac{\rho_{eff}}{\rho_{eff,\infty}}\right)^{2/(1+\alpha)}, \quad (48)$$

получаем из (47) следующее уравнение:

$$y \left(1 - \frac{2}{x}\right) - y^{1-\alpha} + \frac{A^2}{x^4} = 0, \quad (49)$$

которое допускает аналитическое решение для некоторых значений  $\alpha$ . В случае  $\alpha = 1/3$  уравнение (49) сводится к кубическому уравнению:

$$z^3 \left(1 - \frac{2}{x}\right) - z^2 + \frac{A^2}{x^4} = 0, \quad (50)$$

где  $z = y^{1/3}$ . Решая это уравнение, получаем в случае  $\alpha = 1/3$  распределение плотности жидкости

$$\rho = \frac{\rho_0}{4} + \left(\rho_\infty - \frac{\rho_0}{4}\right) \left[z + \frac{1}{3(1-2x^{-1})}\right]^2, \quad (51)$$

где

$$z = \begin{cases} 2\sqrt{\frac{a}{3}} \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\beta}{3}\right), & 2 \leq x \leq 3, \\ 2\sqrt{\frac{a}{3}} \cos\frac{\beta}{3}, & x > 3, \end{cases} \quad (52)$$

$$\beta = \arccos\left[\frac{b}{2(a/3)^{3/2}}\right] \quad (53)$$

и

$$a = \frac{1}{3(1-2/x)^2}, \quad (54)$$

$$b = \frac{2}{27(1-2/x)^3} - \frac{108}{(1-2/x)x^4}.$$

Заметим, что это решение соответствует термализованному фотонному газу, в котором длина свободного пробега фотонов много меньше радиуса горизонта черной дыры,  $\lambda_{fp} \ll 2M$ . В такой ситуации фотонный газ может рассматриваться как идеальная жидкость. В обратном случае  $\lambda_{fp} \gg 2M$  фотоны являются свободными частицами и их темп аккреции определяется хорошо известным сечением гравитационного захвата релятивистских частиц черной дырой. Соответствующий темп аккреции равен

$$\dot{M} = 27\pi M^2 \rho_\infty.$$

Случай  $\alpha = 2/3$  похож на рассмотренный ранее. Вместо (50) получаем следующее соотношение:

$$z^3 \left(1 - \frac{2}{x}\right) - z + \frac{A^2}{x^4} = 0, \quad (55)$$

где снова  $z = y^{1/3}$ . Распределение плотности жидкости в этом случае равно

$$\rho = \frac{2}{5} \rho_0 + \left(\rho_\infty - \frac{2}{5} \rho_0\right) z^{5/2}, \quad (56)$$

где  $z$  дается соотношением

$$z = \begin{cases} 2\sqrt{\frac{a}{3}} \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\beta}{3}\right), & 2 \leq x \leq 9/4, \\ 2\sqrt{\frac{a}{3}} \cos\frac{\beta}{3}, & x > 9/4, \end{cases} \quad (57)$$

$\beta$  определяется выражением (53) и

$$a = \frac{1}{1 - 2/x}, \quad \text{где}$$

$$b = -\frac{2187\sqrt{3}}{128(1 - 2/x)x^4}.$$

При  $\alpha = 1/2$  уравнение (49) является квадратным и имеет простое аналитическое решение:

$$\rho = \frac{\rho_0}{3} + \left(\rho_\infty - \frac{\rho_0}{3}\right) z^{3/2}, \quad (58)$$

$$z = \begin{cases} \frac{1}{2} \left\{ 1 - [1 - 3125(1 - 2/x)(16x^4)^{-1}]^{1/2} \right\} (1 - 2/x)^{-1}, & 2 \leq x \leq 5/2, \\ \frac{1}{2} \left\{ 1 + [1 - 3125(1 - 2/x)(16x^4)^{-1}]^{1/2} \right\} (1 - 2/x)^{-1}, & x > 5/2. \end{cases} \quad (59)$$

При  $\alpha = 1$  уравнение (49) является линейным относительно  $y$ , что дает

$$\rho = \frac{\rho_0}{2} + \left(\rho_\infty - \frac{\rho_0}{2}\right) \left(1 + \frac{2}{x}\right) \left(1 + \frac{4}{x^2}\right). \quad (60)$$

### ЛИТЕРАТУРА

1. N. Bahcall, J. P. Ostriker, S. Perlmutter, and P. J. Steinhardt, *Science* **284**, 1481 (1999).
2. A. G. Riess et al., *Astron. J.* **116**, 1009 (1998).
3. S. Perlmutter et al., *Astrophys. J.* **517**, 565 (1999).
4. C. L. Bennett et al., *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **148**, 1 (2003).
5. C. Wetterich, *Nucl. Phys. B* **302**, 668 (1988).
6. P. J. E. Peebles and B. Ratra, *Astrophys. J.* **325**, L17 (1988).
7. B. Ratra and P. J. E. Peebles, *Phys. Rev. D* **37**, 3406 (1988).
8. J. A. Frieman, C. T. Hill, A. Stebbins, and I. Waga, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2077 (1995).
9. R. R. Caldwell, R. Dave, and P. J. Steinhardt, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1582 (1998).
10. A. Albrecht and C. Skordis, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2076 (2000).
11. C. Armendariz-Picon, T. Damour, and V. Mukhanov, *Phys. Lett. B* **458**, 209 (1999).
12. C. Armendariz-Picon, V. Mukhanov, and P. J. Steinhardt, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 4438 (2000).
13. T. Chiba, T. Okabe, and M. Yamaguchi, *Phys. Rev. D* **62**, 023511 (2000).
14. I. Zlatev, L. Wang, and P. Steinhardt, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 895 (1999).
15. P. Steinhardt, L. Wang, and I. Zlatev, *Phys. Rev. D* **59**, 123504 (1999).
16. R. R. Caldwell, *Phys. Lett. B* **545**, 23 (2002).
17. R. R. Caldwell, M. Kamionkowski, and N. N. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 071301 (2003).
18. B. McInnes, *JHEP* **0208**, 029 (2002); M. Bouhmadi-Lopez and J. A. J. Madrid, E-print archives astro-ph/0404540.
19. U. Alam, V. Sahni, T. D. Saini, and A. A. Starobinsky, E-print archives astro-ph/0311364.
20. S. Nojiri and S. D. Odintsov, *Phys. Lett. B* **562**, 147 (2003).
21. I. Brevik, S. Nojiri, S. D. Odintsov, and L. Vanzo, E-print archives hep-th/0401073.
22. M. Visser, S. Kar, and N. Dadhich, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 201102 (2003).
23. P. F. Gonzalez-Diaz, *Phys. Rev. D* **68**, 084016 (2003).
24. T. Jacobson, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2699 (1999).
25. R. Bean and J. Magueijo, *Phys. Rev. D* **66**, 063505 (2002).
26. A. Frolov and L. Kofman, *J. Cosmology Astrop. Phys.* **5**, 9 (2003).
27. W. G. Unruh, *Phys. Rev. D* **14**, 3251 (1976).
28. L. A. Urena-Lopez and A. R. Liddle, *Phys. Rev. D* **66**, 083005 (2002).

29. M. Yu. Kuchiev and V. V. Flambaum, E-print archives gr-qc/0312065.
30. E. O. Babichev, V. I. Dokuchaev, and Yu. N. Eroshenko, Phys. Rev. Lett. **93**, 021102 (2004).
31. E. O. Babichev, V. I. Dokuchaev, and Yu. N. Eroshenko, E-print archives astro-ph/0407190.
32. H. Bondi, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **112**, 195 (1952).
33. F. C. Michel, Astrophys. Sp. Sc. **15**, 153 (1972).
34. B. J. Carr and S. W. Hawking, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **168**, 399 (1974).
35. M. C. Begelman, Astron. Astrophys. **70**, 583 (1978).
36. D. Ray, Astron. Astrophys. **82**, 368 (1980).
37. K. S. Thorne, R. A. Flammang, and A. N. Zytlow, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **194**, 475 (1981).
38. E. Bettwieser and W. Glatzel, Astron. Astrophys. **94**, 306 (1981).
39. K. M. Chang, Astron. Astrophys. **142**, 212 (1985).
40. U. S. Pandey, Astrophys. Sp. Sc. **136**, 195 (1987).
41. L. I. Petrich, S. L. Shapiro, and S. A. Teukolsky, Phys. Rev. Lett. **60**, 1781 (1988).
42. B. J. Carr and S. W. Hawking, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **168**, 399 (1974).
43. E. Bettwieser and W. Glatzel, Astron. Astrophys. **94**, 306 (1981).
44. S. W. Hawking and G. F. R. Ellis, *The Large Scale Structure of Space-time*, Cambridge University Press, Cambridge (1973), Chapt. 4.3.
45. C. W. Misner, K. S. Thorne, and J. A. Wheeler, *Gravitation*, W. H. Freeman and Company, San Francisco (1973).
46. J. C. Fabris and J. Martin, Phys. Rev. D **55**, 5205 (1997).
47. S. M. Carroll, M. Hoffman and M. Trodden, Phys. Rev. D **68**, 023509 (2003).
48. B. H. Лукаш, ЖЭТФ **79**, 1601 (1980).
49. P. F. Gonzalez-Diaz, Phys. Lett. B **586**, 1 (2004).
50. M. Sami and A. Toporensky, Mod. Phys. Lett. A **19**, 1509 (2004).