ЖЭТФ, 2005, том 127, вып. 3, стр. 528–535 © 2005

ДИФРАКЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ БЫСТРОЙ ЧАСТИЦЫ НА РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТЕ

М. И. Рязанов [*]

Московский инженерно-физический институт (государственный университет)
115409, Москва, Россия

Поступила в редакцию 19 августа 2004 г.

Рассмотрено дифракционное излучение на частоте, близкой к собственной частоте среды, возникающее при пролете быстрой частицы вблизи диэлектрического клина и вблизи однородной среды с поверхностью произвольного профиля. Исследована зависимость распределения дифракционного излучения по углам от угла между гранями клина и от формы профиля поверхности.

PACS: 41.60.-m

1. ВВЕДЕНИЕ

С микроскопической точки зрения дифракционное излучение представляет собой результат рассеяния собственного поля равномерно движущегося заряда на атомах среды. Сечение рассеяния электромагнитной волны на атоме максимально вблизи резонанса, когда частота волны близка к собственной частоте атома, так что интенсивность дифракционного излучения должна возрастать на резонансных частотах. Как известно, на близких расстояниях поле излучателя в основном продольное, а поперечное поле намного меньше продольного. Передача энергии от возбужденного атома невозбужденному в плотных средах происходит поэтому в основном не через излучение и поглощение резонансных поперечных волн, а через продольное поле путем резонансного диполь-дипольного взаимодействия. В дальнейшем энергия электронного возбуждения мигрирует по веществу в виде экситонов. В результате взаимодействие резонансного фотона с атомом с подавляющей вероятностью приводит к исчезновению фотона и появлению экситона. По этой причине резонансный фотон, т. е. фотон с энергией, близкой к энергии экситона, не проникает в глубь вещества. Из-за того же невозможно излучение резонансных поперечных волн атомом из глубины плотной среды.

Таким образом, вероятность образования дифракционного излучения на резонансной частоте при рассеянии на атоме намного меньше вероятности образования экситона, а дифракционное излучение образуется в результате рассеяния собственного поля частицы на атомах близкого к поверхности слоя. Толщина этого слоя определяется коэффициентом поглощения поперечных резонансных волн. Малая толщина этого слоя позволяет ограничиться приближением однократного рассеяния резонансной компоненты собственного поля быстрой частицы на атомах среды. Такое приближение в задаче об отражении резонансных электромагнитных волн от поверхности среды было предложено Ферми [1]. Это дало возможность решить задачу об отражении без использования обычных макроскопических граничных условий и привело к хорошему согласию с экспериментом.

Следует учесть, что поле заряда, движущегося с постоянной скоростью $\mathbf{v}$ и энергией $E \equiv \gamma mc^2$, убывает с расстоянием a в перпендикулярном скорости направлении как $\exp(-a\omega/\gamma v)$. Поэтому поляризационные токи, являющиеся источником дифракционного излучения, экспоненциально убывают с удалением от поверхности. Это увеличивает вклад в резонансное излучение от близких к поверхности атомов и тем самым повышает точность приближения однократного рассеяния резонансной компоненты поля быстрой частицы на атомах среды.

Обычно для рассмотрения дифракционного излучения используются методы макроскопической электродинамики, учитывающие влияние границ с

[*] E-mail: ryazanov@theor.mephi.msk.ru

помощью обычных граничных условий [2–8]. Эти методы удобны в задачах о дифракционном излучении от поверхностей сравнительно простого профиля. Однако для сред с поверхностью сложного профиля точный учет граничных условий приводит к существенным трудностям, что заставляет разрабатывать специальные приближенные методы для каждого конкретного вида профиля поверхности.

Обобщение развитого в работе [1] метода рассмотрения резонансного рассеяния волн на задачу о дифракционном излучении на резонансных частотах дает возможность сравнительно просто изучать такое излучение в случае поверхностей сложного профиля. Представляет интерес рассмотреть методом Ферми дифракционное излучение на резонансной для среды частоте и оценить зависимость интенсивности такого излучения от формы поверхности среды.

2. ДИФРАКЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ НА РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТЕ ОТ КЛИНА

Рассмотрим заряженную частицу, равномерно движущуюся в вакууме по закону

$$\mathbf{r} = \mathbf{a} + \mathbf{v}t$$

в плоскости $x = a$. Выбрав ось z вдоль вектора $\mathbf{v}$, а ось x — вдоль $\mathbf{a}$, можно представить созданное при таком движении поле в виде:

$$\begin{gathered}\mathbf{E}_0(\mathbf{r},t) = \int d^3p \int d\omega\, \mathbf{E}_0(\mathbf{p},\omega) \exp(i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} - i\omega t),\\ \mathbf{E}_0(\mathbf{p},\omega) = \mathbf{E}_0(\mathbf{p})\delta(\omega - p_z v),\end{gathered} \tag{1}$$

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{p}) = \frac{-ie\{\omega\mathbf{v} - \mathbf{p}c^2\}}{2\pi^2\{p^2c^2 - \omega^2\}} \exp(-ip_x a). \tag{2}$$

Ниже рассматривается фурье-компонента собственного поля частицы на резонансной для среды частоте. Считая, что длина волны поля намного больше размеров молекулы, можно рассматривать взаимодействие поля с молекулой в дипольном приближении. Возбужденные собственным полем быстрой частицы молекулы создают поле излучения, резонансная компонента которого может выйти наружу из среды только от близких к поверхности молекул из-за поглощения резонансных поперечных волн в веществе. Это дает возможность ограничиться приближением однократного рассеяния собственного поля частицы в среде. Рассмотрим дифракционное излучение заряженной частицы при пролете мимо однородного диэлектрического клина, в единице объема которого находится n_0 молекул, а поверхность клина задана соотношением $(\xi, \eta > 0)$

$$x = \begin{cases} \xi z, & z < 0,\\ -\eta z, & z > 0. \end{cases} \tag{3}$$

Амплитуда поперечной резонансной волны, излученной находящейся в точке $\mathbf{R}_a$ молекулой, экспоненциально убывает по мере распространения в среде. Направление на точку наблюдения задается единичным вектором $\mathbf{n}$, это направление пересекает поверхность клина в точке

$$\mathbf{R}_a + \mathbf{R}'(X', Y', Z'),$$

где

$$X'/Z' = n_x/n_z, \quad Y'/Z' = n_y/n_z.$$

Излучение будет вылетать через ту или другую грань клина в зависимости от направления вылета, т. е. от знака n_z. Для определенности, рассмотрим случай $n_z > 0$, т. е. излучения вперед. Тогда излучение вылетает через плоскость $x = -\eta z$ и

$$Z' = -\frac{X_a + \eta Z_a}{\eta + n_x/n_z}, \quad \frac{n_x}{n_z} < \eta. \tag{4}$$

При $n_z < 0$ излучение вылетает через плоскость клина $x = \xi z$ и

$$Z' = \frac{X_a - \xi Z_a}{\xi - n_x/n_z}, \quad \frac{n_x}{|n_z|} < \xi. \tag{5}$$

Расстояние между излучающей молекулой и точкой пересечения с поверхностью равно $|Z'/n_z|$. Учесть убывание амплитуды резонансной волны на пути внутри вещества можно, умножив плотность внутримолекулярного тока на величину

$$\exp\left\{-g|Z'(\mathbf{R}_a)/2n_z|\right\},$$

где g — коэффициент поглощения. Следовательно, поглощение резонансной поперечной волны внутри вещества клина можно учесть, если заменить обычное выражение для фурье-образа плотности поляризационного тока в приближении однократного рассеяния

$$\begin{gathered}\mathbf{j}(\mathbf{q},\omega) = -i\omega(1/2\pi)^3\alpha(\omega)\times\\ \times\sum_a \int d^3p\, \mathbf{E}_0(\mathbf{p},\omega) \exp\left\{-i(\mathbf{p}-\mathbf{q})\cdot\mathbf{R}_a\right\}\end{gathered} \tag{6}$$

выражением

$$\begin{gathered}\mathbf{j}(\mathbf{q},\omega) = -i\omega(1/2\pi)^3\alpha(\omega) \sum_a \int d^3p\, \mathbf{E}_0(\mathbf{p},\omega)\times\\ \times\exp\left\{-i(\mathbf{p}-\mathbf{q})\cdot\mathbf{R}_a - g|Z'(\mathbf{R}_a)/2n_z|\right\}.\end{gathered} \tag{7}$$

Здесь $\alpha(\omega)$ — поляризуемость молекулы, $\mathbf{R}_a$ — радиус-вектор центра инерции молекулы, суммирование проводится по всем молекулам вещества. Считая вещество клина однородным, можно пренебречь влиянием флуктуаций поляризационного тока, заменив (7) его усредненным по координатам молекул значением

$$\mathbf{j}(\mathbf{q},\omega) = -i\omega(1/2\pi)^3\alpha(\omega)\int d^3p\,\mathbf{E}_0(\mathbf{p},\omega)\times \times\left\langle\sum_a \exp\left\{-i(\mathbf{p}-\mathbf{q})\cdot\mathbf{R}_a - g|Z'(\mathbf{R}_a)/2n_z|\right\}\right\rangle. \quad (8)$$

Энергия излучения, вылетевшего из вещества за все время пролета частицы, в интервале частот $d\omega$ вблизи резонансной частоты в элемент телесного угла $d\Omega$ в направлении вектора $\mathbf{k} = (\omega/c)\mathbf{r}/r$ может быть получена в виде

$$\frac{d^2E(\mathbf{n},\omega)}{d\omega\,d\Omega} = \frac{(2\pi)^6}{c}\left|[\mathbf{k}\cdot\mathbf{j}(\mathbf{k},\omega)]\right|^2 = = \frac{\omega^2}{c}\left|\alpha(\omega)\int d^3p\,[\mathbf{k}\cdot\mathbf{E}_0(\mathbf{p},\omega)]\times \times\left\langle\sum_a \exp\left\{-i(\mathbf{p}-\mathbf{k})\cdot\mathbf{R}_a - g|Z'(\mathbf{R}_a)/2n_z|\right\}\right\rangle\right|^2. \quad (9)$$

Из уравнений (4), (5) видно, что $Z'(\mathbf{R}_a)$ не зависит от Y_a, поэтому усреднение по Y_a приводит к дельта-функции $\delta(p_y - k_y)$. Так как $\mathbf{E}_0(\mathbf{p},\omega)$ содержит $\delta(\omega - p_z)$, интегрирование по p_y и p_z проводится с помощью этих дельта-функций. Остающийся интеграл по p_x имеет вид ($\mathbf{e}_x$ и $\mathbf{e}_y$ — орты осей x и y)

$$\int_{-\infty}^{\infty} dp_x \mathbf{E}_0\left(p_x, k_y, \frac{\omega}{v}\right)\exp\left\{-ip_x(X_a - a)\right\} = = \frac{ie}{2\pi Q}\mathbf{L}\exp\left\{-aQ + QX_a\right\}, \quad (10)$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{e}_y k_y - iQ\mathbf{e}_x - \frac{\mathbf{v}\omega(1 - v^2/c^2)}{v^2}, \quad Q = \left[k_y^2 + \left(\frac{\omega}{v}\right)^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\right]^{1/2}. \quad (11)$$

Рассматривая излучение вперед, для Z' следует использовать выражение (4), так что

$$\frac{g|Z'(\mathbf{R}_a)|}{2n_z} = -\frac{g}{2}\,\frac{X_a + \eta Z_a}{\eta n_z + n_x} \equiv -h(X_a + \eta Z_a). \quad (12)$$

Из сказанного следует, что после усреднения по Y_a и интегрирования по p_x остается найти среднее значение по координатам X_a и Z_a вида

$$\left\langle\sum_a \exp\left\{ik_xX_a + Q(X_a - a) - - i\left(k_z - \frac{\omega}{v}\right)Z_a + h(X_a + \eta Z_a)\right\}\right\rangle = n_0\exp(-aQ)\times \times\int_{-\infty}^{0} dX\,\exp\left\{ik_xX + QX + hX\right\}\times \times\int_{X/\xi}^{-X/\eta} dZ\,\exp\left\{i\left(k_z - \frac{\omega}{v}\right)Z + h\eta Z\right\} = = n_0(\eta + \xi)\exp(-aQ)\times \times\left[k_x\xi + \left(k_z - \frac{\omega}{v}\right) - ih\eta - i(Q + h)\xi\right]^{-1}\times \times\left[k_x\eta - \left(k_z - \frac{\omega}{v}\right) + iQ\eta\right]^{-1}. \quad (13)$$

Распределение излученной энергии можно получить в виде

$$\frac{d^2E(\mathbf{n},\omega)}{d\omega\,d\Omega} = \frac{e^2\omega^2}{4c\pi^2Q^2}\left|n_0\alpha(\omega)[\mathbf{k}\times\mathbf{L}]\right|^2\times \times(\xi + \eta)^2\exp(-2aQ)\times \times\left[\left(k_x\xi + k_z - \frac{\omega}{v}\right)^2 + (Q\xi + h\eta + h\xi)^2\right]^{-1}\times \times\left[\left(k_x\eta - k_z + \frac{\omega}{v}\right)^2 + (Q\eta)^2\right]^{-1}. \quad (14)$$

Зависимость излученной энергии от расстояния a между траекторией частицы и ребром клина определяется экспонентой

$$\exp(-2aQ) = \exp\left\{-2a\left[k_y^2 + (\omega/\gamma v)^2\right]^{1/2}\right\},$$

убывающей с расстоянием в нерелятивистском случае намного быстрее, чем в ультрарелятивистском, аналогично поведению собственного поля быстрой частицы. Эта экспонента существенна и для зависимости интенсивности излучения от азимутального угла φ. В нерелятивистском случае

$$Q \approx \frac{\omega}{v} \gg k_y$$

и экспонента $\exp(-2aQ)$ принимает значения одного порядка при различных φ. В ультрарелятивистском случае при очень малых k_y величина $Q \sim \omega/\gamma v$, а при не малых k_y

$$Q \sim k_y \gg \frac{\omega}{\gamma v}.$$

Поэтому в ультрарелятивистском случае экспонента $\exp(-2aQ)$ сильно подавляет излучение при конечных k_y. В результате при движении ультрарелятивистской частицы перпендикулярно ребру клина все излучение практически сосредоточено вблизи плоскости xz. Учитывая, что при $k_y = 0$ и $\gamma \gg 1$

$$\mathbf{L} \approx -\frac{i\mathbf{e}_x\omega}{\gamma c}, \quad [\mathbf{k}\times\mathbf{L}]^2 \approx \left(\frac{\omega}{\gamma c}\right)^2 k_z^2$$

распределение дифракционного излучения в ультрарелятивистском случае при $k_y = 0$, т. е. в плоскости xz, можно получить в виде

$$\frac{d^2E(\mathbf{n},\omega)}{d\omega\, d\Omega} = \frac{e^2\omega^2k_z^2}{c}\left|n_0\alpha(\omega)\right|^2 \times \\ \times (\xi+\eta)^2 \exp\left(-\frac{2a\omega}{\gamma c}\right) \times \\ \times \left[\left(k_x\xi+k_z-\frac{\omega}{v}\right)^2 + \left(h\xi+h\eta+\frac{\xi\omega}{\gamma c}\right)^2\right]^{-1} \times \\ \times \left[\left(k_x\eta-k_z+\frac{\omega}{v}\right)^2 + \left(\frac{\eta\omega}{\gamma c}\right)^2\right]^{-1}. \quad (15)$$

Так как в ультрарелятивистском случае при малых углах ϑ между волновым вектором излученной волны $\mathbf{k}$ и скоростью частицы $\mathbf{v}$ справедливы соотношения

$$k_x \sim k\vartheta, \quad k_z - \omega/v \sim (k/2)(\vartheta^2 + 1/\gamma^2),$$

можно представить выражение (15) в виде ($u = h/k$)

$$\frac{d^2E(\mathbf{n},\omega)}{d\omega\, d\Omega} = e^2c^2k_z^2\left|n_0\alpha(\omega)\right|^2 \times \\ \times (\xi+\eta)^2 \exp\left(-\frac{2a\omega}{\gamma c}\right) \times \\ \times \left[\left(\vartheta\xi+\frac{\vartheta^2+\gamma^{-2}}{2}\right)^2 + \left(u\xi+u\eta+\frac{\xi}{\gamma}\right)^2\right]^{-1} \times \\ \times \left[\left(\vartheta\eta-\frac{\vartheta^2+\gamma^{-2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\eta}{\gamma}\right)^2\right]^{-1}. \quad (16)$$

Заметим, что условие $n_x/n_z < \eta$, обеспечивающее применимость формулы (4), остается справедливым при произвольном коэффициенте ξ в уравнении для первой грани клина $x = \xi z$. Интересно сравнить излучение для предельных случаев $\xi = 0$ (первая грань клина параллельна скорости частицы) и $\xi = \infty$ (первая грань клина перпендикулярна скорости частицы).

В случае $\xi = 0$ распределение излученной энергии (16) запишется как

$$\frac{d^2E(\mathbf{n},\omega)}{d\omega\, d\Omega} = e^2c^2k_z^2\left|n_0\alpha(\omega)\right|^2 \times \\ \times \eta^2 \exp\left(-\frac{2a\omega}{\gamma c}\right)\left[(u\eta)^2 + \frac{(\vartheta^2+\gamma^{-2})^2}{4}\right]^{-1} \times \\ \times \left[\left(\vartheta\eta-\frac{\vartheta^2+\gamma^{-2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\eta}{\gamma}\right)^2\right]^{-1}. \quad (17)$$

В предельном случае $\xi = \infty$ распределение излучения (16) принимает вид

$$\frac{d^2E(\mathbf{n},\omega)}{d\omega\, d\Omega} = e^2c^2k_z^2\left|n_0\alpha(\omega)\right|^2 \times \\ \times \exp\left(-\frac{2a\omega}{\gamma c}\right)\left[\vartheta^2 + \left(u+\frac{1}{\gamma}\right)^2\right]^{-1} \times \\ \times \left[\left(\vartheta\eta-\frac{\vartheta^2+\gamma^{-2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\eta}{\gamma}\right)^2\right]^{-1}. \quad (18)$$

Условие $n_x/n_z < \eta$, обеспечивающее применимость формулы (4), справедливо и при $\eta\to\infty$, когда вторая грань клина перпендикулярна скорости частицы. В этом случае нужно учесть, что

$$h = g/2(\eta n_z + n_x),$$

так что в пределе

$$\eta \to \infty$$

имеем

$$u\eta \to g/2k_z.$$

Распределение энергии излучения в этом случае принимает вид

$$\frac{d^2E(\mathbf{n},\omega)}{d\omega\, d\Omega} = e^2c^2k_z^2\left|n_0\alpha(\omega)\right|^2 \exp\left(-\frac{2a\omega}{\gamma c}\right) \times \\ \times \left[\left(\vartheta\xi+\frac{\vartheta^2+\gamma^{-2}}{2}\right)^2 + \left(u\xi+\frac{g}{2k}+\frac{\xi}{\gamma}\right)^2\right]^{-1} \times \\ \times \left[\vartheta^2 + \left(\frac{1}{\gamma}\right)\right]^{-1}. \quad (19)$$

Появление в знаменателе (19) множителя $\{\vartheta^2 + (1/\gamma)^2\}$ приводит к более сильной зависимости интенсивности излучения от энергии частицы. Нетрудно видеть, что в предельном случае больших u, т. е. малой длины поглощения поперечных резонансных волн в веществе, выражение (19) перестает зависеть от ξ, т. е. от наклона первой грани клина. Это связано с тем, что при малой длине поглощения излучение создается в основном теми молекулами, которые расположены вблизи второй грани клина.

Сравнение выражений (19) и (16) показывает, что наклон второй грани клина по отношению к скорости частицы только ослабляет зависимость излучения от лоренц-фактора частицы.

Наиболее простой предельный случай соответствует $\xi = 0$, $\eta = \infty$, когда вещество занимает область отрицательных x и отрицательных z. Такую конфигурацию вещества можно назвать не клином, а ступенькой. В этом случае распределение дифракционного излучения ультрарелятивистской частицы нетрудно получить в виде

$$\frac{d^2E(\mathbf{n},\omega)}{d\omega\, d\Omega} = e^2c^2k_z^2\,|n_0\alpha(\omega)|^2 \times \\ \times \exp\left(-\frac{2a\omega}{\gamma c}\right)\left[\frac{\left(\vartheta^2+\gamma^{-2}\right)^2}{4}+\left(\frac{g}{2k}\right)^2\right]^{-1} \times \\ \times \left[\vartheta^2+\left(\frac{1}{\gamma}\right)^2\right]^{-1}. \quad (20)$$

3. ДИФРАКЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ОТ НЕОДНОРОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Рассмотрим теперь другой пример дифракционного излучения на частоте, близкой к собственной частоте среды, в случае, когда частица движется по закону

$$x = a, \quad y = 0, \quad z = vt$$

мимо однородной среды с плотностью числа молекул n_0, а объем среды ограничен условием $X_a < \zeta(Y_a, Z_a)$. Следует учесть, что при $\zeta = \mathrm{const}$, т. е. при равномерном движении заряда параллельно поверхности однородной среды, излучение не возникает. Причина этого состоит в том, что законы сохранения энергии и импульса при излучении выполняются только при передаче продольного (вдоль направления скорости частицы) импульса среде, а при такой ориентации поверхности однородной среды передача продольного импульса невозможна из-за однородности условий задачи вдоль координаты z. Это значит, что при $\zeta = \mathrm{const}$ поле излучения равно нулю, т. е. излучение возникает из-за неоднородностей поверхности, делающих передачу продольного импульса среде возможной. Отсюда следует вывод, что источником дифракционного излучения от однородной среды являются поляризационные токи вблизи неоднородностей поверхности, тогда как поляризационные токи в глубине среды не дают вклада в дифракционное излучение. Найдем на поверхности среды $X = \zeta(Y, Z)$ точку с минимальным значением координаты X и выберем оси координат так, чтобы плоскость $X = 0$ проходила через эту точку. Как отмечено выше, поляризационные токи в области $X < 0$ не влияют на дифракционное излучение. Это позволяет при вычислении фурье-образа плотности поляризационного тока в (4) учесть только плотность тока в слое между поверхностью $X = \zeta(Y, Z)$ и плоскостью $X = 0$.

Во избежание несущественных усложнений рассмотрим дифракционное излучение от среды, поверхность которой имеет вид $X = \zeta(Z)$. Амплитуда поперечной резонансной волны, излученной находящейся в точке $\mathbf{R}_a$ молекулой, экспоненциально убывает по мере распространения в среде из-за неупругого рассеяния. Направление на точку наблюдения задается единичным вектором $\mathbf{n}$, и это направление пересекает поверхность среды в точке $\mathbf{R}_a + \mathbf{R}'(X', Y', Z')$, координату z которой

$$Z_a + Z' \equiv Z_a + Z'(\mathbf{R}_a)$$

можно определить из уравнения

$$\zeta(Z_a + Z') = X_a + Z'(n_x/n_z). \quad (21)$$

Расстояние между излучающей молекулой и точкой пересечения с поверхностью

$$|\mathbf{R}'(X', Y', Z')| = |Z'(\mathbf{R}_a)/n_z|\,.$$

Убывание амплитуды резонансной волны на всей длине пути в однородной среде можно учесть, используя для фурье-образа среднего поляризационного тока выражение (7). Вводя обозначение

$$S(\mathbf{p}) = (2\pi)^{-3}\int\limits_{-\infty}^{\infty} dY \int\limits_{-\infty}^{\infty} dZ \int\limits_{0}^{\zeta(Y,Z)} dX\ \times \\ \times \exp\left\{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{R} - gZ'(\mathbf{R})/2n_z\right\}, \quad (22)$$

можно написать

$$\left\langle \sum_a \exp\left\{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{R}_a - gZ'(\mathbf{R}_a)/2n_z\right\}\right\rangle = \\ = n_0(2\pi)^3 S(\mathbf{p}). \quad (23)$$

Из выражения (22) можно видеть, что область больших значений переменной X не дает заметного вклада в интеграл по двум причинам: из-за убывающей экспоненты $\exp\{-gZ'(\mathbf{R})/2n_z\}$ и из-за верхнего предела. Поэтому возможны два качественно различных случая. В первом из этих случаев толщина эффективного слоя неоднородностей меньше длины поглощения резонансной волны, тогда главную роль играет верхний предел, а убывающая экспонента не успевает сильно измениться в интервале интегрирования. Поэтому можно пренебречь убывающей экспонентой, что эквивалентно использованию тока в виде (6) вместо (7). В этом случае $S(\mathbf{p})$ вместо (22) принимает вид

$$S(\mathbf{p}) = (2\pi)^{-3} \int\limits_{-\infty}^{\infty} dY \int\limits_{-\infty}^{\infty} dZ \int\limits_{0}^{\zeta(Y,Z)} dX \times \\ \times \exp\{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{R}\}. \quad (24)$$

Во втором случае длина поглощения резонансной волны мала по сравнению с толщиной эффективного слоя неоднородностей. В этом случае верхний предел при интегрировании по X в (22) играет небольшую роль и можно интегрировать по X в (22) до бесконечности. Влияние профиля поверхности на результат в этом случае сказывается в том, что зависимость $Z'(\mathbf{R}_a)$ находится из уравнения (21), которое полностью определяется профилем поверхности. Тогда выражение (22) запишется как

$$S(\mathbf{p}) = (2\pi)^{-3} \int\limits_{-\infty}^{\infty} dY \int\limits_{-\infty}^{\infty} dZ \int\limits_{0}^{\infty} dX \times \\ \times \exp\{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{R} - gZ'(\mathbf{R})/2n_z\}. \quad (25)$$

Оценку (25) можно провести, зная свойства функции $Z'(\mathbf{R})$, т. е. используя конкретный вид профиля поверхности вещества.

Рассмотрим первый случай, когда толщина слоя неоднородностей меньше длины, на которой поглощается поперечная резонансная волна. Тогда можно пренебречь убыванием амплитуды излученной волны в веществе из-за рассеяния. В этом случае распределение излученной энергии принимает вид

$$\left\langle \frac{d^2E(\mathbf{n},\omega)}{d\omega\, d\Omega} \right\rangle = c\omega^2 n_0^2 (2\pi)^6 \times \\ \times \left| \alpha(\omega) \int d^3p\, [\mathbf{k}\times\mathbf{E}_0(\mathbf{p})]\, S(\mathbf{p}-\mathbf{k})\delta(\omega - p_z v) \right|^2, \quad (26)$$

где $S(\mathbf{p}-\mathbf{k})$ определено в (24). Полезно отметить, что в частном случае $\zeta(Y,Z) = \zeta(Y)$, когда поверхность в направления оси z не меняется, $S(\mathbf{p}-\mathbf{k})$ пропорционально $\delta(p_z - k_z)$ и $\delta(\omega - p_z v)\delta(p_z - k_z) = 0$, если в среде на этой частоте нет черенковского излучения. Так что при $\zeta(Y,Z) = \zeta(Y)$ дифракционное излучение не возникает из-за невозможности передачи такой среде продольного импульса.

Рассмотрим теперь дифракционное излучение от среды, поверхность которой имеет вид $X = \zeta(Z)$. В этом случае в интеграле по $\mathbf{p}$ в (26) возникает произведение дельта-функций, $\delta(p_y - k_y)$ и $\delta(\omega - p_z v)$, с помощью которых проводится интегрирование по p_y и p_z. В результате этого (26) преобразуется к виду

$$\left\langle \frac{d^2E(\mathbf{n},\omega)}{d\omega\, d\Omega} \right\rangle = \frac{\omega^2 n_0^2 (2\pi)^2}{c} \times \\ \times \left| \alpha(\omega) \int\limits_{-\infty}^{\infty} dZ \exp\{-i(k_z - \omega/v)Z\} \times \right. \\ \times \int\limits_{0}^{\zeta(Z)} dX \exp(ik_x X) \int\limits_{-\infty}^{\infty} dp_x \times \\ \left. \times [\mathbf{k}\times\mathbf{E}_0(p_x, k_y, \omega/v)] \exp(-ip_x X) \right|^2. \quad (27)$$

Входящий в (27) интеграл по p_x приведен в выражении (10). Таким образом, после интегрирования выражение (27) запишется как

$$\left\langle \frac{d^2E(\mathbf{n},\omega)}{d\omega\, d\Omega} \right\rangle = e^2 \frac{\omega^2 n_0^2}{cQ^2} \times \\ \times \exp(-2aQ) \left| \alpha(\omega)[\mathbf{k}\times\mathbf{L}(\mathbf{k})] \right|^2 \times \\ \times \left| \frac{1}{Q - ik_x} \int\limits_{-\infty}^{\infty} dZ \exp\{-i(k_z - \omega/v)Z\} \times \right. \\ \left. \times \exp\{(Q + ik_x)\zeta(Z)\} \right|^2. \quad (28)$$

В частном случае, когда длина волны намного больше толщины слоя неоднородностей поверхности, $k_x\zeta \ll 1$, $Q\zeta \ll 1$ и выражение (28) можно упростить:

$$\left\langle \frac{d^2E(\mathbf{n},\omega)}{d\omega\, d\Omega} \right\rangle = e^2 \frac{\omega^2 n_0^2}{cQ^2} \times \\ \times \exp(-2aQ) \left| \alpha(\omega)[\mathbf{k}\times\mathbf{L}(\mathbf{k})] \right|^2 \times \\ \times \left| (Q - ik_x) \int\limits_{-\infty}^{\infty} dZ\, \zeta(Z) \exp\{-i(k_z - \omega/v)Z\} \right|^2. \quad (29)$$

Распределение излучения в этом случае определяется фурье-образом профиля поверхности $\zeta(k_z - \omega/v)$.

4. ДИФРАКЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ОТ СРЕДЫ С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Рассмотрим теперь дифракционное излучение на резонансной частоте от однородного вещества с периодически зависящей от координаты Z поверхностью вида $X = 2b\{1+\cos(gZ)\}$. Используя известное разложение экспоненты по бесселевым функциям

$$\exp(iu\cos\Phi) = \sum_s i^s J_s(u)\exp(is\Phi), \tag{30}$$

можно преобразовать интеграл по Z в (28) к виду

$$M(\mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{\infty} dZ\, \exp\left\{-i\left(k_z - \frac{\omega}{v}\right)Z\right\} \times \\ \times \exp\left\{(Q - ik_x)2b(1+\cos gZ)\right\} = \\ = 2\pi\exp\left\{2b(Q-ik_x)\right\}\sum_s i^s J_s(2bQ - 2ibk_x) \times \\ \times \delta(sg + k_z - \omega/v). \tag{31}$$

Ненулевые значения членов суммы в выражении (31) получаются только для углов вылета излучения ϑ, при которых аргумент дельта-функции проходит через нуль, т. е.

$$\left[1 - \frac{v}{c}\cos\vartheta\right] = sg(v/\omega). \tag{32}$$

Появление такого условия связано с тем, что при фиксированных значениях ω, ϑ и v величина необходимого для выполнения законов сохранения передаваемого от поля среде продольного импульса фиксирована, а периодически неоднородная поверхность может принять лишь вполне определенный импульс. Дифракционное излучение от периодически неоднородной поверхности в разных приближениях рассматривалось во многих работах, выражение (32) часто называлось условием резонанса. Дифракционное излучение в этих условиях также называлось резонансным, хотя частота этого излучения не связывалась с собственными частотами среды. Придерживаясь такой терминологии, можно рассматриваемое дифракционное излучение называть «резонансным излучением на резонансных частотах». Распределение энергии такого излучения имеет вид (T — полное время пролета)

$$\left\langle \frac{d^2E(\mathbf{n},\omega)}{d\omega\, d\Omega}\right\rangle = 2T\pi e^2\frac{\omega^2 n_0^2}{cQ^2} \times \\ \times \exp\left\{-2(a-b)Q\right\}\left|\alpha(\omega)\mathbf{L}(\mathbf{k})\right|^2 \times \\ \times \frac{1}{Q^2+k_x^2}\sum_s \left|J_s(2bQ-2ibk_x)\right|^2\delta\left(sg+k_z-\frac{\omega}{v}\right). \tag{33}$$

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Условием применимости полученных выше результатов является близость частоты дифракционного излучения к одной из резонансных частот $\omega_n = E_n/\hbar$, где E_n — энергия экситона. Поперечные волны с такой частотой сильно поглощаются в веществе, поэтому из вещества могут вылететь лишь те резонансные поперечные волны, которые испущены близкими к поверхности среды молекулами. Малая толщина излучающего слоя молекул позволяет ограничиться учетом только однократного рассеяния собственного поля быстрой частицы в веществе с излучением резонансной поперечной волны. Этот метод является обобщением развитого Ферми метода рассмотрения отражения и рассеяния резонансных поперечных волн [1]. Приближение однократного рассеяния дает возможность рассмотреть дифракционное излучение микроскопически как процесс преобразования фурье-компоненты поля частицы в резонансную поперечную волну при взаимодействии с молекулой. В этом приближении зависимость энергии излучения от координат молекул среды проста, что делает рассмотрение дифракционного излучения от поверхностей сложного профиля менее сложным, чем рассмотрение с использованием граничных условий в макроскопической электродинамике. Рассматриваемый метод не дает возможности получить интенсивность дифракционного излучения для любых частот. Однако, как показано выше, такой метод позволяет в задаче о дифракционном излучении от диэлектрического клина сравнительно просто исследовать зависимость энергии излучения от углов наклона граней клина. В задаче о дифракционном излучении от неплоской поверхности однородной среды этот метод позволяет без особых затруднений найти зависимость энергии излучения от профиля поверхности среды.

Рассмотрение дифракционного излучения на резонансной частоте без применения макроскопических граничных условий можно использовать для экспериментального изучения структуры поверхностей сложного профиля. Для получения более полной информации можно измерять излучение для различных значений скорости частицы и на нескольких частотах, близких к различным собственным частотам среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. Ферми, *Научные труды*, том 1, Наука, Москва (1971), стр. 150.
2. Б. М. Болотовский, Г. В. Воскресенский, УФН **94**, 377 (1968).
3. Ю. Днестровский, Д. Костомаров, ДАН СССР **116**, 377 (1957); **124**, 1026 (1959).
4. А. П. Казанцев, Г. И. Сурдутович, ДАН СССР **147**, 74 (1962).
5. В. П. Шестопалов, *Дифракционная электроника*, Изд-во ХГУ, Харьков (1976).
6. J. H. Brownell, G. Doucas, and J. Walsh, Phys. Rev. E **57**, 1075 (1998).
7. A. P. Potylitsin, Nucl. Instr. and Meth. B **145**, 169 (1998).
8. A. P. Potylitsin, Phys. Lett. A **238**, 112 (1998).