ЖЭТФ, 2005, том 127, вып. 2, стр. 353–361

ПРЫЖКОВЫЙ ТРАНСПОРТ В ДВУМЕРНЫХ СИСТЕМАХ СО СПИН-ОРБИТАЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*В. В. Брыксин**

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук
194021, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 11 мая 2004 г.

Развита теория нового типа элементарных возбуждений — волн перемагничивания спинов, возникающих в двумерных системах с учетом спин-орбитального взаимодействия при наличии внешнего электрического поля. Эти собственные моды соответствуют вращению вектора магнитного момента в плоскости, образованной направлением электрического поля и нормалью к поверхности пластины. Предложен экспериментальный метод обнаружения таких волн посредством измерения частотной зависимости магнитной восприимчивости, имеющей резонансный пик на частоте собственных мод. Конкретный расчет проведен для модели прыжковой проводимости (для поляронов малого радиуса), однако можно надеяться, что собственные колебания такого типа имеют место и при зонном механизме переноса, так как их появление обусловлено симметрией задачи.

PACS: 72.10.-d, 73.50.-h

1. ВВЕДЕНИЕ

Возможность эффективного управления потоком спинов электрическим полем [1, 2], оптическими методами [3, 4], а также с помощью контактов с ферромагнетиком [5, 6] вызвала пристальный интерес к проблеме спинового транспорта в тонких пленках при наличии спин-орбитального взаимодействия. Два различных механизма такого взаимодействия предложены Дрессельхаузом [7] и Бычковым и Рашба [8, 9]. Основная масса работ в этом направлении посвящена изучению материалов с широкой электронной зоной при слабой связи с фононами [10–15]. Альтернативный механизм переноса для локализованных электронов — прыжковый — при наличии спин-орбитального взаимодействия рассмотрен в работах [16, 17].

В присутствии спин-орбитальной связи как для зонного, так и для прыжкового механизма переноса возникают принципиально новые явления, связанные с симметрией задачи. К ним относятся, например, аномальный эффект Холла (без внешнего магнитного поля) [18] и спиновый эффект Холла (поперечный ток спинов) [19–21]. Возникает также вращение макроскопического магнитного момента при наличии внешнего электрического поля **E** в плоскости, образованной вектором **E** и нормалью к поверхности пластины. Этот эффект предсказан пока только для случая прыжкового переноса [16, 17], однако из соображений симметрии он должен существовать и при зонном механизме транспорта. Следует заметить, что в обычных условиях аномальный эффект Холла и вращение вектора магнитного момента имеют релаксационный характер, так как в отсутствие внешнего магнитного поля созданный в начальный момент времени магнитный момент затухает вследствие столкновений носителей с примесями или с фононами. Поэтому эти эффекты можно наблюдать лишь в нестационарном режиме либо в образцах малых размеров (меньше диффузионной длины) при инжекции спин-поляризованных носителей через контакт с ферромагнетиком.

Ситуация должна меняться при наличии внешнего магнитного поля. В этом случае в образце присутствует магнитный момент, наведенный полем, а поэтому вращение вектора намагниченности можно наблюдать и в стационарном режиме. Настоя-

*E-mail: vvb@mail.ioffe.ru

щая работа посвящена теоретическому исследованию транспорта спинов при наличии спин-орбитального взаимодействия во внешнем магнитном поле в модели прыжкового переноса (поляронов малого радиуса, например). Будет показано, что при наличии спин-орбитальной связи в системе возникают собственные моды колебаний, которые ниже называются волнами перемагничивания спинов. Эти собственные колебания можно возбудить посредством внешнего переменного магнитного поля. Показано, что такое возбуждение имеет резонансный характер при условии совпадения частот внешнего магнитного поля и собственных колебаний волн перемагничивания спинов, что отражается на характере частотной зависимости магнитной восприимчивости.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Модель спин-орбитального взаимодействия двумерного электронного газа, предложенная в работах [8, 9], с точностью до несущественной константы $-\hbar^2 K^2/4m$ описывается гамильтонианом

$$\frac{\hbar^2}{2m}(\mathbf{k} - \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{K})^2, \tag{1}$$

где m — масса электрона, $\mathbf{k}$ — его волновой вектор, $\boldsymbol{\sigma}$ — оператор спина, $\mathbf{K}$ — векторная константа спин-орбитальной связи, имеющая размерность волнового вектора и направленная по нормали к поверхности пластины (вдоль оси z). В настоящей работе мы исследуем материалы с узкой электронной зоной, поэтому гамильтониан (1) требует обобщения. Заметим, что формально выражение (1) напоминает гамильтониан, описывающий электрон во внешнем магнитном поле, а поэтому при его обобщении можно воспользоваться методами, разработанными для описания электронов в узкой разрешенной зоне при наличии магнитного поля. Эта процедура была использована в работе [22] в теории малых поляронов, и рецепт обобщения заключается в записи гамильтониана (1) в форме $\varepsilon(\mathbf{k} - \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{K})$, где $\varepsilon(\mathbf{k})$ — зонная энергия. Необходимо отметить, что такое обобщение справедливо формально с точностью лишь до линейных поправок по параметру $\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{K}$. Однако по техническим причинам его удобно использовать в общем виде, а соответствующую линеаризацию проводить в конце расчета. С учетом такого обобщения гамильтониан системы, находящейся во внешних электрическом $\mathbf{E}$ и магнитном $\mathbf{B}$ полях, в узельном представлении можно записать в виде

$$\begin{aligned} H = \sum_{m,m',\lambda,\lambda'} J^{\lambda',\lambda}_{m',m} a^\dagger_{m',\lambda'} a_{m,\lambda} - \\ - e\mathbf{E} \cdot \sum_{m,\lambda} \mathbf{R}_m a^\dagger_{m,\lambda} a_{m,\lambda} - \\ -2\mu_B \mathbf{B} \cdot \sum_{m,\lambda',\lambda} \boldsymbol{\sigma}_{\lambda',\lambda} a^\dagger_{m,\lambda'} a_{m,\lambda} + H_{int} + H_{ph}, \end{aligned} \tag{2}$$

где $a^\dagger$ (a) — оператор рождения (уничтожения) электрона, $\lambda = 1, 2$, μ_B — магнетон Бора, m — номер узла решетки, $\mathbf{R}_m$ — радиус-вектор узла m,

$$J^{\lambda',\lambda}_{m',m} = J_{m',m} \langle \lambda' | \exp(i\boldsymbol{\sigma} \cdot [\mathbf{K} \times \mathbf{R}_{m'm}]) | \lambda \rangle, \tag{3}$$

$\mathbf{R}_{m'm} = \mathbf{R}_{m'} - \mathbf{R}_m$, $J_{m',m}$ — обычный резонансный интеграл между узлами m' и m, H_{ph} — фононный гамильтониан, а H_{int} — гамильтониан взаимодействия электронов с фононами. Отметим, что ниже электрон-фононное взаимодействие моделируется стандартным гамильтонианом Фрелиха и не учитывает переворота спинов при столкновениях с фононами. При изучении прыжкового механизма переноса удобно пользоваться поляронным каноническим преобразованием [23, 24], которое преобразует гамильтониан (2) к виду

$$\begin{aligned} H = \sum_{m,m',\lambda,\lambda'} J^{\lambda',\lambda}_{m',m} \Phi_{m'm} a^\dagger_{m',\lambda'} a_{m,\lambda} - \\ - e\mathbf{E} \cdot \sum_{m,\lambda} \mathbf{R}_m a^\dagger_{m,\lambda} a_{m,\lambda} - \\ - 2\mu_B \mathbf{B} \cdot \sum_{m,\lambda',\lambda} \boldsymbol{\sigma}_{\lambda',\lambda} a^\dagger_{m,\lambda'} a_{m,\lambda} + H_{ph}, \end{aligned} \tag{4}$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_{m',m} = \exp \left\{ \frac{1}{\sqrt{2N}} \sum_{\mathbf{q}} b^\dagger_{\mathbf{q}} \gamma_{\mathbf{q}} \left[\exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_m) - \right.\right. \\ \left.\left. - \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_{m'}) \right] - \text{H.c.} \right\} \end{aligned} \tag{5}$$

— многофононный оператор, $b^\dagger$ — оператор рождения фонона, N — полное число узлов в кристалле, $\mathbf{q}$ — волновой вектор фонона, а $\gamma_{\mathbf{q}}$ — константа электрон-фононного взаимодействия. Как следует из выражения (4), спин-орбитальное взаимодействие отражается лишь на замене резонансного интеграла $J_{m',m}$ на матричный элемент $J^{\lambda',\lambda}_{m',m}$, вследствие чего при построении теории прыжкового переноса с учетом спин-орбитальной связи можно воспользоваться методами, разработанными в теории малых поляронов с естественным их обобщением. Введем матрицу плотности в узельном представлении

$$\rho^{m,\lambda}_{m',\lambda'}(t) = \mathrm{Sp}\left\{\exp(-\beta H_0)\exp\left(\frac{i}{\hbar}Ht\right) \times \right.$$
$$\left. \times\, a^{\dagger}_{m',\lambda'} a_{m,\lambda}\exp\left(-\frac{i}{\hbar}Ht\right)\right\}, \quad (6)$$

где H_0 — гамильтониан с выключенным электрическим полем, $\beta = (k_B T)^{-1}$. Ниже предполагается, что частота переменного поля достаточно низкая, а поэтому явная зависимость гамильтониана от времени носит адиабатический характер. Далее, как обычно при прыжковом переносе, сохраняем только диагональные по узлам компоненты матрицы плотности $\rho^{\lambda}_{\lambda'}(m) \equiv \rho^{m,\lambda}_{m,\lambda'}$ и для них получаем уравнение баланса (соответствующая техника расчета изложена в [24])

$$\frac{d\rho^{\lambda}_{\lambda'}(m)}{dt} -$$
$$-\frac{2i}{\hbar}\mu_B \mathbf{B}\cdot\sum_{\lambda_1}\left[\boldsymbol{\sigma}_{\lambda_1\lambda'}\rho^{\lambda}_{\lambda_1}(m) - \boldsymbol{\sigma}_{\lambda\lambda_1}\rho^{\lambda_1}_{\lambda'}(m)\right] =$$
$$= \sum_{m',\lambda_1,\lambda_2}\rho^{\lambda_1}_{\lambda_2}(m')W^{\lambda_1,\lambda}_{\lambda_2,\lambda'}(m',m), \quad (7)$$

где $W(m',m)$ — вероятности перескоков с узла m' на узел m при наличии внешних магнитного и электрического полей, а также спин-орбитального взаимодействия. Заметим, что уравнение баланса (7) записано в марковском виде. Это допустимо в том случае, если частота ω приложенного переменного магнитного поля не слишком велика, в частности, $\beta\hbar\omega \ll 1$. В силу закона сохранения числа частиц, вероятности перескоков удовлетворяют правилу сумм:

$$\frac{1}{S}\sum_{m,\lambda}\rho^{\lambda}_{\lambda}(m) = n, \quad \sum_{m,\lambda}W^{\lambda_2\lambda}_{\lambda_1\lambda}(m',m) = 0, \quad (8)$$

где S — площадь пластины, а n — концентрация электронов на единицу ее поверхности. Отметим также, что вероятности удовлетворяют соотношению

$$W^{\lambda_2\lambda}_{\lambda_1\lambda'}(m',m) = \left[W^{\lambda_1\lambda'}_{\lambda_2\lambda}(m',m)\right]^{*}. \quad (9)$$

Уравнение (7) описывает прыжковый транспорт при наличии внешних электрического и магнитного полей с учетом спин-орбитального взаимодействия как в упорядоченных, так и в неупорядоченных системах. Для неупорядоченных систем это уравнение едва ли поддается аналитическому исследованию. Для его анализа необходимо использовать численные методы расчета или для получения качественных результатов привлекать идеи теории протекания. В кристаллических образцах (в модели малых поляронов, например), когда $W(m',m) = W(m'-m)$, уравнение (7) сильно упрощается при переходе в импульсное представление

$$\begin{aligned}\rho^{\lambda}_{\lambda'}(\boldsymbol{\kappa}) &= \frac{1}{S}\sum_{m}\rho^{\lambda}_{\lambda'}(m)\exp(i\boldsymbol{\kappa}\cdot\mathbf{R}_m),\\ W^{\lambda_1\lambda}_{\lambda_2\lambda'}(\boldsymbol{\kappa}) &= \sum_{m}W^{\lambda_1\lambda}_{\lambda_2\lambda'}(m)\exp(i\boldsymbol{\kappa}\cdot\mathbf{R}_m).\end{aligned} \quad (10)$$

В этом представлении уравнение (7) принимает вид

$$\frac{d\rho^{\lambda}_{\lambda'}(\boldsymbol{\kappa})}{dt} - \frac{2i}{\hbar}\mu_B\mathbf{B}\cdot\sum_{\lambda_1}\left[\boldsymbol{\sigma}_{\lambda_1\lambda'}\rho^{\lambda}_{\lambda_1}(\boldsymbol{\kappa}) - \boldsymbol{\sigma}_{\lambda\lambda_1}\rho^{\lambda_1}_{\lambda'}(\boldsymbol{\kappa})\right] =$$
$$= \sum_{\lambda_1,\lambda_2}\rho^{\lambda_1}_{\lambda_2}(\boldsymbol{\kappa})W^{\lambda_1,\lambda}_{\lambda_2,\lambda'}(\boldsymbol{\kappa}). \quad (11)$$

Затем при исследовании уравнений (7) или (11) от матричной формы величины $\rho^{\lambda}_{\lambda'}$ удобно перейти к иной форме четырехкомпонентной матрицы плотности. Первая из этих компонент,

$$f(m) = \sum_{\lambda}\rho^{\lambda}_{\lambda}(m), \quad (12)$$

представляет собой матрицу плотности частиц. Три других компоненты,

$$\mathbf{s}(m) = \sum_{\lambda,\lambda'}\boldsymbol{\sigma}_{\lambda,\lambda'}\rho^{\lambda}_{\lambda'}(m), \quad (13)$$

являются матрицей плотности магнитного момента.

3. РЕАКЦИЯ НА ПЕРЕМЕННОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Пусть внешнее магнитное поле $\mathbf{B}$ состоит из постоянной составляющей $\mathbf{B}_0$ и зависящей от времени компоненты с амплитудой $\mathbf{b}$. Ниже ограничиваемся линейным откликом по $\mathbf{b}$ и записываем выражение для поля $\mathbf{B}(t)$ в комплексной форме:

$$\mathbf{B}(t) = \mathbf{B}_0 + \mathbf{b}e^{-i\omega t}.$$

Далее проводим линеаризацию транспортного уравнения (11) по амплитуде переменного поля $\mathbf{b}$. В нулевом приближении выражение (11) представляет собой транспортное уравнение в постоянном электрическом поле. Ниже мы интересуемся лишь стационарным режимом, а поэтому временную производную $d\rho^{\lambda}_{\lambda'}(\boldsymbol{\kappa})/dt$ можно опустить. Кроме того, ограничимся пространственно-однородной ситуацией, что позволяет в уравнении (11) положить $\boldsymbol{\kappa} = 0$. При таких предположениях уравнение для матрицы $f(\boldsymbol{\kappa})$ плотности частиц становится тривиальным, так как

$f \equiv f(\boldsymbol{\kappa}=0) = n$ в силу правила сумм (10) и не зависит ни от характера взаимодействия в системе, ни от электрического и магнитного полей, если полное число электронов в системе сохраняется.

Что касается стационарного значения $\mathbf{s}_0 \equiv \mathbf{s}(\boldsymbol{\kappa}=0)$ при $\mathbf{b}=0$, то его можно записать, не решая уравнения баланса (11). Эта величина определяет величину термодинамически равновесного парамагнитного магнитного момента $\mathbf{M}(\mathbf{B}_0) = 2\mu_B \mathbf{s}_0$, наведенного внешним полем $\mathbf{B}_0$. При этом предполагается, что наличие внешнего электрического поля не влияет на величину магнитного момента $\mathbf{M}$.

Теперь перейдем к изучению линейного отклика на переменное магнитное поле $\mathbf{b}$. Уравнение для линейной поправки по $\mathbf{b}$ к спиновой матрице плотности $\mathbf{s}$, которую обозначим через $\mathbf{s}_1$, после некоторых преобразований в уравнении (11) можно представить в виде

$$-i\omega\mathbf{s}_1 + \boldsymbol{\omega}_c\times\mathbf{s}_1 - \sum_{\{\lambda\}} {}^{(0)}\rho^{\lambda_1}_{\lambda_2}\,{}^{(1)}W^{\lambda_1\lambda}_{\lambda_2\lambda'}\boldsymbol{\sigma}_{\lambda'\lambda} = \frac{1}{\hbar}\mathbf{b}\times\mathbf{M} + \sum_{\{\lambda\}} {}^{(1)}\rho^{\lambda_1}_{\lambda_2}\,{}^{(0)}W^{\lambda_1\lambda}_{\lambda_2\lambda'}\boldsymbol{\sigma}_{\lambda'\lambda}. \quad (14)$$

Здесь ${}^{(0,1)}\rho$ и ${}^{(0,1)}W$ — соответствующие величины в нулевом и в первом приближениях по амплитуде $\mathbf{b}$ переменного поля, причем величины ${}^{(0,1)}\rho^{\lambda}_{\lambda'}$ связаны с $f_{0,1}$ и $\mathbf{s}_{0,1}$ соотношениями (12), (13) (при этом $f_0 = n$ и $f_1 = 0$), $\boldsymbol{\omega}_c = 2\mu_B\mathbf{B}_0/\hbar$ — циклотронная частота.

Ниже, как обычно в теории прыжкового переноса, ограничимся наинизшим (квадратичным) по резонансному интегралу J приближением для вероятностей перескока, т. е. двухузельной моделью. При этом, однако, следует отметить, что при использовании двухузельной модели из рассмотрения выпадают такие важные эффекты, как аномальный эффект Холла и спиновый эффект Холла, которые могут быть описаны лишь в рамках трехузельной модели вероятностей перескоков [17], подобно тому как в теории малых поляронов для описания эффекта Холла тоже используется трехузельная модель [22]. Отсутствие аномального и спинового эффектов Холла связано с тем обстоятельством, что в рамках двухузельной модели отсутствует зацепление между уравнениями для электронной f и спиновой s матриц плотности, если система не находится во внешнем магнитном поле. С физической точки зрения, исчезновение аномальных эффектов Холла обусловлено отсутствием квантовой интерференции в модели двухузельных перескоков [22, 24]. Заметим, что при зонном механизме проводимости в пространственно-однородной ситуации без учета рассеяния электронные и спиновые степени свободы тоже не зацепляются [10]. Можно показать также, что такое зацепление при слабой связи с фононами отсутствует также и с учетом рассеяния, если при этом не учитывать влияние спин-орбитальной связи на вероятности рассеяния.

Однако при наличии магнитного поля уравнения для электронных и спиновых степеней свободы связаны между собой, т. е. уравнение (14) содержит не только вклад, пропорциональный $\mathbf{s}_0$, но и вклад, пропорциональный концентрации n частиц (в членах, пропорциональных вероятностям перескоков). Этот вклад описывает тривиальное изменение парамагнитного дипольного момента $\mathbf{b}\cdot(d\mathbf{M}/d\mathbf{B}_0)$ за счет малой добавки к магнитному полю $\mathbf{b}$. Ниже мы опускаем такую стандартную перенормировку магнитного момента и, предполагая поле $\mathbf{B}_0$ достаточно слабым, не будем учитывать также влияние магнитного поля на вероятности перескока в правой части уравнения (14).

Правая часть выражения (14) играет роль вынуждающей силы в транспортном уравнении. При условии достаточно малой величины вероятности перескока (т. е. малом значении резонансного интеграла J) второй член в правой части уравнения (14) мал по сравнению с первым и его можно опустить.

Теперь обратимся к исследованию третьего члена в левой части уравнения (14). Заметим, что и с учетом влияния магнитного поля $\mathbf{B}_0$ на вероятности перескоков он не связывает уравнения для электронной и спиновой компонент матрицы плотности, так как, по предположению, концентрация частиц не зависит от величины магнитного поля. Ниже будем считать магнитное поле достаточно слабым, так что $\beta\mu_B B_0 \ll 1$, и влиянием его на вероятности перескока пренебрегаем. В этом приближении следует одновременно ограничиться линейной связью между магнитным полем и моментом, $\mathbf{M} = \chi\mathbf{B}_0$, а парамагнитная восприимчивость имеет стандартную форму $\chi = \beta\mu_B^2 n$. Двухузельные вероятности перескока в уравнении (14) при $\mathbf{B}_0 = 0$ можно записать в виде

$$\sum_{\lambda,\lambda'} W^{\lambda_1,\lambda}_{\lambda_2,\lambda'}(m',m)\boldsymbol{\sigma}_{\lambda'\lambda} = W(m',m)\times \langle\lambda_2|\exp(i\boldsymbol{\sigma}\cdot[\mathbf{K}\times\mathbf{R}_{mm'}])\boldsymbol{\sigma}\exp(-i\boldsymbol{\sigma}\cdot[\mathbf{K}\times\mathbf{R}_{mm'}])|\lambda_1\rangle - \delta_{m',m}\sum_{m_1} W(m,m_1)\langle\lambda_2|\boldsymbol{\sigma}|\lambda_1\rangle. \quad (15)$$

Здесь $W(m',m)$ — обычные двухузельные вероятности перескока в теории малых поляронов (без учета спин-орбитальной связи) при наличии электрического поля $\mathbf{E}$, которые при не слишком большом поле E можно представить в виде [24]

$$W(m', m) = \exp\left(\frac{1}{2}\beta e\mathbf{E}\cdot\mathbf{R}_{m'm}\right) \times \frac{J^2_{m'm}\sqrt{\pi\beta}}{2\hbar\sqrt{E_a}} \exp(-\beta E_a), \quad (16)$$

где E_a — энергия активации для межузельного перескока, $J_{m'm}$ — резонансный интеграл для прыжков между узлами m и m'.

Для преобразования выражения (15) найдем оператор

$$\boldsymbol{\sigma}(\tau) = \exp\left(i\tau\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{A}\right)\boldsymbol{\sigma}\exp\left(-i\tau\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{A}\right),$$

где $\mathbf{A} = \mathbf{K}\times\mathbf{R}_{mm'}$. Дифференцируя по τ, имеем

$$\frac{d\boldsymbol{\sigma}(\tau)}{dt} = i\exp\left(i\tau\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{A}\right)\left[(\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{A}), \boldsymbol{\sigma}\right]\exp\left(-i\tau\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{A}\right) = \mathbf{A}\times\boldsymbol{\sigma}.$$

Решая это уравнение с начальным условием $\boldsymbol{\sigma}(0) = \boldsymbol{\sigma}$, получаем

$$\boldsymbol{\sigma}(\tau) = \frac{\mathbf{A}(\mathbf{A}\cdot\boldsymbol{\sigma})}{A^2}\left[1-\cos(A\tau)\right] + \boldsymbol{\sigma}\cos(A\tau) + \frac{\mathbf{A}\times\boldsymbol{\sigma}}{A}\sin(A\tau). \quad (17)$$

При подстановке выражения (17) в (15) следует положить $\tau = 1$ и ограничиться пределом $A \ll 1$, что соответствует пределу $Ka \ll 1$, где a — длина перескока (a — постоянная решетки для малых поляронов при прыжках между ближайшими соседями). Тогда с точностью до вкладов, пропорциональных A^2, имеем

$$\sum_{\lambda,\lambda'} W^{\lambda_1,\lambda}_{\lambda_2,\lambda'}(m', m)\boldsymbol{\sigma}_{\lambda'\lambda} = \boldsymbol{\sigma}_{\lambda_2\lambda_1}\left\{W(m', m) - \delta_{m'm}\sum_{m_1} W(m, m_1)\right\} + W(m', m)\left\{[\mathbf{K}\times\mathbf{R}_{mm'}]\times\boldsymbol{\sigma}_{\lambda_2\lambda_1} + \frac{1}{2}[\mathbf{K}\times\mathbf{R}_{mm'}]\times[[\mathbf{K}\times\mathbf{R}_{mm'}]\times\boldsymbol{\sigma}_{\lambda_2\lambda_1}]\right\}. \quad (18)$$

Подставляя выражения (18) в (14), после некоторых преобразований получаем

$$-i\omega s_{1j} + \left[[\mathbf{V}\times\mathbf{K}]\times\mathbf{s}_1\right]_j + \left[\boldsymbol{\omega}_c\times\mathbf{s}_1\right]_j + \Omega_{jk}s_{1k} = -\frac{1}{\hbar}[\mathbf{b}\times\mathbf{M}]_j. \quad (19)$$

Здесь

$$\mathbf{V} = \sum_m \mathbf{R}_m W(m) = \frac{\mathbf{E}}{E}\,\mathrm{sh}\left(\frac{1}{2}\beta eEa\right) \times \frac{J^2 a\sqrt{\pi\beta}}{\hbar\sqrt{E_a}}\exp(-\beta E_a) \quad (20)$$

— дрейфовая скорость в модели поляронов малого радиуса [24] (см. (16)). Выражение (20) учитывает только случай прыжков между ближайшими соседями по узлам квадратной решетки с расстоянием a между узлами, J — резонансный интеграл между ближайшими соседями. Тензор релаксации Ω_{jk} для квадратной решетки диагонален, $\Omega_{jk} = \delta_{jk}\Omega_j$, и

$$\Omega_x = K^2 D_{xx}, \quad \Omega_y = K^2 D_{yy}, \quad \Omega_z = K^2(D_{xx} + D_{yy}), \quad (21)$$

где

$$D_{jj} = \frac{1}{2}\sum_m R^2_{mj} W(m) \quad (22)$$

— тензорный коэффициент диффузии. В дальнейшем выберем направление оси x вдоль электрического поля, а оси z по нормали к поверхности пластины. Тогда

$$D_{xx} = \mathrm{ch}\left(\frac{1}{2}\beta eEa\right)\frac{J^2a^2\sqrt{\pi\beta}}{2\hbar\sqrt{E_a}}\exp(-\beta E_a), \quad (23)$$

$$D_{yy} = \frac{J^2a^2\sqrt{\pi\beta}}{2\hbar\sqrt{E_a}}\exp(-\beta E_a) \equiv D. \quad (24)$$

В предельном случае слабого электрического поля, когда $\beta eEa \ll 1$, поперечная и продольная компоненты коэффициента диффузии одинаковы, $D_{xx} = D_{yy} = D$. В этой области электрических полей выполняется закон Ома, так что дрейфовая скорость $\mathbf{V} = u\mathbf{E}$, где u — дрейфовая подвижность, которая связана с коэффициентом диффузии (24) соотношением Эйнштейна $u = \beta eD$.

При решении уравнений (19) примем, что постоянная составляющая магнитного поля направлена вдоль оси y, перпендикулярна направлению электрического поля и лежит в плоскости пластины. Переменная составляющая магнитного поля лежит в плоскости xz и перпендикулярна постоянной составляющей поля. При такой геометрии $s_{1y} = 0$ и

$$(-i\omega + K^2D_{xx})s_{1x} + (KV - \omega_c)s_{1z} = -\frac{1}{\hbar}b_zM, \quad (25)$$

$$\left[-i\omega + K^2(D_{xx} + D_{yy})\right]s_{1z} - (KV - \omega_c)s_{1x} = \frac{1}{\hbar}b_xM. \quad (26)$$

4. ВОЛНЫ ПЕРЕМАГНИЧИВАНИЯ СПИНОВ

Покажем теперь, что частотная зависимость линейного отклика на переменное магнитное поле (т. е. магнитной восприимчивости), определяемая уравнениями (25) и (26), имеет резонансный характер с максимумом на частоте собственных мод перемагничивания спинов. Решение этих уравнений имеет вид

$$s_{1x} = -\frac{M}{\hbar}\,\frac{b_z\left[-i\omega + K^2(D_{xx}+D_{yy})\right] + b_x(KV-\omega_c)}{\left[\omega - \nu + iK^2(D_{xx}+D_{yy}/2)\right]\left[\omega + \nu + iK^2(D_{xx}+D_{yy}/2)\right]}, \qquad (27)$$

$$s_{1z} = -\frac{M}{\hbar}\,\frac{b_x\left(-i\omega + K^2 D_{xx}\right) + b_z(KV-\omega_c)}{\left[\omega - \nu + iK^2(D_{xx}+D_{yy}/2)\right]\left[\omega + \nu + iK^2(D_{xx}+D_{yy}/2)\right]}, \qquad (28)$$

где

$$\nu = \sqrt{(KV-\omega_c)^2 - K^4 D_{yy}^2/4}\,. \qquad (29)$$

Решение (27), (28) соответствует вращению вектора наведенного магнитного момента $\mathbf{s}_1$ в плоскости xz по эллиптически поляризованной траектории. Вследствие громоздкости соответствующих выражений здесь не выписываем параметры эллиптичности поляризации. Наиболее важной чертой этого вращения является наличие резонанса при совпадении частоты ω внешнего магнитного поля с характерной частотой ν. Причиной такого резонанса является возбуждение собственных колебаний системы, которыми являются волны перемагничивания спинов. В работе [17] было показано, что при наличии внешнего электрического поля из-за спин-орбитальной связи происходит вращение вектора магнитного момента в плоскости, образованной направлениями электрического поля и нормали к поверхности пластины. В отсутствие постоянного магнитного поля, когда $\omega_c = 0$, частоту такого вращения ω_r можно представить в виде

$$\omega_r = \frac{1}{2}K^2 D\sqrt{\frac{E^2}{E_c^2} - 1}, \quad E_c = \frac{K}{2e\beta}\,. \qquad (30)$$

Здесь мы ограничились случаем слабого электрического поля, когда $V = uE$, $D_{xx} = D_{yy} = D$, $u = \beta e D$. Величина E_c представляет собой минимальное значение электрического поля, при котором начинается вращение магнитного момента.

При наличии постоянного магнитного поля резонанс смещается на величину циклотронной частоты и соответствует частоте $\omega = |\omega_r \pm \omega_c|$. Выбор знака зависит от направления электрического поля (или от направления постоянного магнитного поля). Поэтому для измерения величины ω_r следует проводить два измерения с противоположными направлениями электрического поля, а величина ω_r есть полусумма измеренных резонансных частот. При этом предполагается, что $|\omega_r| > |\omega_c|$.

Позитивная роль постоянной составляющей магнитного поля в данных экспериментах сводится лишь к поляризации спинов, в результате чего величина стационарного магнитного момента M в выражениях (27), (28) не равна нулю. Однако наличие поля $\mathbf{B}_0$ приводит к дополнительной «паразитной» прецессии вектора $\mathbf{s}_1$ ларморовского типа. Поэтому предпочтительнее проводить соответствующие эксперименты без постоянной составляющей магнитного поля, создавая поляризованное спиновое состояние иным способом. Такое поляризованное состояние с $\mathbf{M} \neq 0$ можно реализовать, например, посредством контакта образца с ферромагнитным материалом, через который происходит инжекция поляризованных спинов. Следует использовать достаточно тонкие образцы, в которых расстояние между противолежащими контактами образец–ферромагнетик меньше диффузионной длины для спинов. При этом внутри образца между контактами возникает однородный магнитный момент. Заметим, что при прыжковом механизме переноса спиновая диффузионная длина равна K^{-1} [17]. При описании такого эксперимента можно тоже использовать уравнения (27), (28), положив в них $\omega_c = 0$.

Покажем теперь, что полученный выше резонанс связан с возбуждением в системе со спин-орбитальным взаимодействием собственных мод колебаний и имеет общие черты с ферромагнитным резонансом в ферромагнетиках. Для получения спектра собственных колебаний вернемся к уравнению (11) для матрицы плотности в отсутствие внешнего магнитного поля. Для ее векторной спиновой компоненты $\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\kappa})$ в представлении Фурье по времени с учетом выражения (18) после простых преобразований получаем

$$-i\omega\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\kappa}) = [W_E(\boldsymbol{\kappa}) - W_E(0)]\,\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\kappa}) + \\ + i\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\kappa}) \times [\mathbf{K}\times\nabla_{\boldsymbol{\kappa}}]W_E(\boldsymbol{\kappa}) + \\ + \frac{1}{2}\left[\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\kappa}) \times [\mathbf{k}\times\nabla_{\boldsymbol{\kappa}}]\right] \times [\mathbf{K}\times\nabla_{\boldsymbol{\kappa}}]W_E(\boldsymbol{\kappa}), \quad (31)$$

где $W_E(\boldsymbol{\kappa})$ — компонента Фурье двухузельной вероятности перескока (16) во внешнем электрическом поле. Из уравнений (16) и (10) имеем

$$W_E(\boldsymbol{\kappa}) = W(\boldsymbol{\kappa} + ie\mathbf{E}\beta/2),$$

где $W(\boldsymbol{\kappa})$ — фурье-компонента вероятности при $\mathbf{E} = 0$, причем $W(\boldsymbol{\kappa}) = W(-\boldsymbol{\kappa})$. В линейном по электрическому полю приближении в длинноволновом пределе с точностью до вкладов, пропорциональных κ^2, из выражения (31) получаем

$$-i\omega\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\kappa}) = -\left[D\kappa^2 + i(\boldsymbol{\kappa}\cdot\mathbf{E})u\right]\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\kappa}) - \\ - \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\kappa}) \times [\mathbf{K}\times(u\mathbf{E} - 2iD\boldsymbol{\kappa})] - \hat{\Omega}\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\kappa}). \quad (32)$$

Здесь $2D = -(\partial^2/\partial\kappa_x^2)W(\boldsymbol{\kappa})|_{\kappa=0}$ — коэффициент диффузии, $u = \beta eD$ — подвижность, диагональный тензор релаксации $\hat{\Omega}$ определен равенством (21) и в слабом электрическом поле $\Omega_{xx} = \Omega_{yy} = K^2D$, $\Omega_{zz} = 2K^2D$. Приравнивая нулю детерминант системы уравнений (32), получаем три дисперсионных соотношения для собственных мод:

$$\omega_{1,2}(\boldsymbol{\kappa}) = -uE\kappa_x - iD\left(\kappa^2 + \frac{3}{2}K^2\right) \pm \\ \pm \frac{1}{2}DK^2\sqrt{\frac{E^2}{E_c^2} - 1 - 16\frac{\kappa^2}{K^2} - 8i\frac{E\kappa_x}{E_cK}}\,, \quad (33)$$

$$\omega_3(\mathbf{k}) = -uEk_x - iD(k^2 + K^2). \quad (34)$$

Критическое поле E_c определено равенством (30).

Мода $\omega_3(\boldsymbol{\kappa})$ описывает диффузионно-релаксационную динамику компоненты магнитного момента вдоль оси y и в дальнейшем нас не интересует. Моды $\omega_{1,2}(\boldsymbol{\kappa})$ и есть волны перемагничивания спина, соответствующие вращению вектора магнитного момента в плоскости xz. В пределе $\boldsymbol{\kappa}\to 0$ выражение для частоты волн перемагничивания спинов принимает простую форму:

$$\omega_{1,2}(0) = \pm\frac{1}{2}DK^2\sqrt{\frac{E^2}{E_c^2} - 1} - \frac{3}{2}iDK^2, \quad (35)$$

а вещественная часть этого выражения дает резонансную частоту ω_r (30) для частотной зависимости магнитной восприимчивости.

Для измерения дисперсионной зависимости собственной моды (33) необходимо в системе создать пространственно-неоднородное поляризованное состояние спина $\mathbf{M}(\mathbf{r})$, например, посредством освещения интерференционной картиной поляризованного света. Тогда уравнение движения с внешней вынуждающей силой принимает вид

$$-i\omega\boldsymbol{\rho}(\mathbf{q}) + \left[Dq^2 + i(\mathbf{q}\cdot\mathbf{E})u\right]\boldsymbol{\rho}(\mathbf{q}) - \\ - \boldsymbol{\rho}(\mathbf{q}) \times [\mathbf{K}\times(u\mathbf{E} - 2iD\mathbf{q})] + \hat{\Omega}\boldsymbol{\rho}(\mathbf{q}) = \\ = \frac{1}{\hbar}\,\mathbf{M}(\mathbf{q})\times\mathbf{b} \quad (36)$$

(ср. с выражениями (32) и (25), (26)). Здесь $\mathbf{q}$ — волновой вектор интерференционный картины. Решение уравнения (36) имеет резонансный характер на частоте $\omega = \omega_{1,2}(\mathbf{q})$, что, в принципе, позволяет измерять дисперсионную зависимость волны перемагничивания спинов посредством изменения длины волны интерференционной решетки. Отметим, что такая дисперсионная зависимость, согласно соотношениям (33), описывается безразмерным параметром κ/K. Обратим внимание на то, что в условиях пространственной дисперсии частота моды (33) смещена на величину $-uE\kappa_x$, что указывает на ее дрейфовый характер со скоростью uE во внешнем поле [25, 26].

В заключение приведем численные оценки физических параметров, описывающих волны перемагничивания спинов. При комнатной температуре и для $K \approx 10^5$ см$^{-1}$ [14, 17, 27] для критического поля (30) имеем $E_c \approx 10^4$ В/см. Оценка резонансной частоты при $E \approx 10^5$ В/см (т. е. при $E \gg E_c$, когда $\omega_r \approx KuE$) и $u \approx 1$ см^2/В · с дает величину $\omega_r \approx 10^{10}$ с$^{-1}$. Подчеркнем, что эта оценка тесно связана с используемой в настоящей работе моделью поляронов малого радиуса, внутри которой носители тока обладают малой подвижностью, что, в свою очередь, приводит к достаточно малому значению собственной частоты волн перемагничивания спинов. Резонансный пик хорошо выражен в том случае, когда добротность Q процесса, представляющая собой отношение резонансной частоты к обратному времени жизни собственных колебаний, достаточно велика. Согласно выражениям (27), (28), при $E \gg E_c$ эту величину можно найти из соотношения

$$Q = \frac{\omega_r}{DK^2} \approx \frac{eE\beta}{K} = \frac{E}{2E_c}\,, \quad (37)$$

так что условие высокой добротности выполняется в области достаточно сильных электрических полей, когда $E \gg E_c$.

В настоящей работе при описании волн перемагничивания спина использована модель прыжковой проводимости. Однако можно надеяться, что подобные элементарные возбуждения при наличии спин-орбитальной связи имеют универсальный характер, а поэтому возникают при любом механизме транспорта. Причиной тому является наличие в модели Бычкова–Рашба псевдовектора $\mathbf{K}\times\mathbf{V}$ ($\mathbf{V}$ — дрейфовая скорость), который в пределах применимости закона Ома превращается в вектор $\mathbf{K}\times\mathbf{E}$. Присутствие в задаче такой величины отражается на форме уравнения движения магнитного момента на феноменологическом уровне. При не равной нулю средней скорости движения частиц из общих соображений уравнение движения можно записать в κ–ω-представлении в виде

$$-i\omega\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\kappa},\omega) = -i\left(\boldsymbol{\kappa}\cdot\mathbf{U}(\boldsymbol{\kappa})\right)\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\kappa},\omega) - \\ -\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\kappa},\omega)\times\left[\mathbf{K}\times\nabla_{\boldsymbol{\kappa}}(\boldsymbol{\kappa}\cdot\mathbf{U}(\boldsymbol{\kappa}))\right] - \hat{\Omega}\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\kappa},\omega), \quad (38)$$

где $\mathbf{U}(\boldsymbol{\kappa}) = \mathbf{V} - iD\boldsymbol{\kappa}$ — дрейфовая скорость при наличии пространственной дисперсии, $\hat{\Omega}$ — описанный выше тензор обратного времени релаксации. Для простоты в уравнении (38) ограничились изотропным случаем в плоскости пластины xy, что справедливо лишь в области не слишком сильного электрического поля, когда величины D и Ω от поля не зависят. В противном случае коэффициент диффузии является тензором и $\hat{\Omega}$ — двухосный тензор, а не одноосный, как в случае слабого электрического поля. Нетривиальный вклад, связанный со спин-орбитальным взаимодействием, описывается вторым членом в правой части уравнения (38). Его конкретный вид можно восстановить из гамильтониана (1), (2), если в уравнении движения для свободного спина заменить случайную величину $\hbar\mathbf{k}/m$ скорости электрона на дрейфовую скорость $\mathbf{U}(\boldsymbol{\kappa})$. Форма этого дополнительного вклада в уравнение движения указывает на то, что спин-орбитальная связь приводит к возникновению в системе эффективного магнитного поля, пропорционального $\mathbf{K}\times\nabla_{\boldsymbol{\kappa}}(\boldsymbol{\kappa}\cdot\mathbf{U}(\boldsymbol{\kappa}))$ и вызывающего прецессию магнитного момента. Прямое сравнение феноменологического уравнения (38) с микроскопическим уравнением (32) обнаруживает их полную идентичность. Это указывает на универсальность уравнения (32). В частности, можно ожидать, что уравнение (38) применимо и при зонном механизме переноса заряда с соответствующим переопределением дрейфовой скорости и коэффициента диффузии.

При микроскопическом описании динамики магнитного момента для зонного транспорта возникает техническая трудность, обусловленная двоякой ролью электрического поля в не нелинейных по полю явлениях — разогреве носителей в широкой электронной зоне и собственно вращении магнитного момента при наличии направленного потока электронов. Поэтому проще использовать феноменологическое уравнение (38), соблюдая при этом определенную осторожность. Проблема заключается в том, что при зонном переносе в задаче появляется дополнительный безразмерный параметр $\Delta\tau/\hbar = Kl$, где $\Delta = \hbar^2 Kk/m$ — расщепление спиновых подзон (см., например, [10]), а $l = \hbar k\tau/m$ — длина свободного пробега. Как показывает проведенный нами предварительный анализ, уравнение (38) справедливо лишь при $Kl < 1$, а при сильной спин-орбитальной связи, когда $Kl > 1$, требуется его модернизация. Эта проблема ждет еще своего разрешения.

Можно ожидать, что в материалах с высокой подвижностью при заданной величине электрического поля частота собственных колебаний волн перемагничивания спинов окажется значительно больше, чем приведенная выше оценка этой величины для прыжкового механизма переноса (при малой подвижности).

ЛИТЕРАТУРА

1. H. J. Zhu, M. Ramsteiner, H. Kostial et al., Phys. Rev. Lett. **87**, 016601 (2001).
2. E. I. Rashba and A. L. Efros, Phys. Rev. Lett. **91**, 126405 (2003).
3. J. M. Kikkawa and D. D. Awschalom, Phys. Rev. Lett. **80**, 4313 (1998).
4. S. D. Ganichev, E. L. Ivchenko, V. V. Belkov et al., Lett. Nature **417**, 153 (2002).
5. P. R. Hammar, B. R. Bennett, M. J. Yang, and M. Johnson, Phys. Rev. Lett. **83**, 203 (1999).
6. A. Brataas, Y. Tserkovnyak, G. E. W. Bauer, and B. I. Halperin, Phys. Rev. B **66**, 060404 (2002).
7. G. Dresselhaus, Phys. Rev. **100**, 580 (1955).
8. Е. И. Рашба, ФТТ **2**, 1224 (1960).
9. Ю. Бычков, Е. И. Рашба, Письма в ЖЭТФ **39**, 66 (1984).
10. E. G. Mishchenko and B. I. Halperin, Phys. Rev. B **68**, 045317 (2003).
11. T. P. Pareek and P. Bruno, Phys. Rev. B **65**, 241305 (2002).
12. Jun-ichiro Inoue, G. E. W. Bauer, and L. W. Molenkamp, Phys. Rev. B **67**, j33104 (2003).

13. J. Schliemann, J. C. Egues, and D. Loss, Phys. Rev. Lett. **90**, 146801 (2003).

14. T. V. Shahbazyan and M. E. Raikh, Phys. Rev. Lett. **73**, 1408 (1994).

15. D. Culcer, J. Sinova, N. A. Sinitsyn et al., E-print archives, cond-mat/0309475.

16. T. Damker, V. V. Bryksin, and H. Boettger, Phys. Stat. Sol. (c) **1**, 84 (2004).

17. T. Damker, H. Boettger, and V. V. Bryksin, Phys. Rev. B **69**, 205327 (2004).

18. A. Crepieux and P. Bruno, Phys. Rev. B **64**, 014416 (2001).

19. J. E. Hirsch, Phys. Rev. Lett. **83**, 1834 (1999).

20. S. Zhang, Phys. Rev. Lett. **85**, 393 (2000).

21. Liangbin Hu, Ju Gao, and Shu-Quin Shen, Phys. Rev. B **68**, 115302 (2003).

22. T. Holstein, Phys. Rev. **124**, 1329 (1961).

23. И. Г. Ланг, Ю. А. Фирсов, ЖЭТФ **43**, 1843 (1962).

24. H. Boettger and V. V. Bryksin, *Hopping Conduction in Solids*, Akademie-Verlag, Berlin (1985).

25. А. Ф. Волков, Ш. М. Коган, УФН **96**, 633 (1968).

26. В. В. Брыксин, П. Кляйнерт, М. П. Петров, ФТТ **45**, 1946 (2003).

27. L. W. Molenkamp, G. Schmidt, and G. T. W. Bauer, Phys. Rev. B **64**, 121202(R) (2001).