

РЕЖИМЫ РЕЗОНАНСНОЙ ПРОЗРАЧНОСТИ В УСЛОВИЯХ СИНХРОНИЗМА ДЛИННЫХ И КОРОТКИХ ВОЛН

С. В. Сазонов, Н. В. Устинов*

*Калининградский государственный университет
236041, Калининград, Россия*

Поступила в редакцию 13 февраля 2004 г.

Исследованы особенности нелинейного распространения двухкомпонентных импульсов излучения в резонансных оптически одноосных средах, обладающих постоянным дипольным моментом, в условиях сильного взаимодействия между коротковолновой обыкновенной и длинноволновой необыкновенной импульсными составляющими. Показано, что импульсы, обыкновенная компонента которых имеет ненулевую отстройку от резонанса, могут проходить через среду в режимах, отличных от самоиндуцированной прозрачности. В одном из них (самоиндуцированная сверхпрозрачность) прохождение импульса вызывает существенное изменение населенностей квантовых уровней, но его групповая скорость остается близкой к линейной скорости. Если отстройка от резонанса несущей частоты мала и импульс распространяется в режиме необыкновенной прозрачности, то существенно уменьшается его групповая скорость, в то время как населенности уровней остаются практически неизменными. В случае слабого возбуждения среды, кроме того, выделены режимы распространения, которые имеют место в условиях квазирезонанса.

PACS: 42.50.Md, 42.65.Tg, 42.81.Dp

1. ВВЕДЕНИЕ

Совершенствование техники эксперимента поддерживает на протяжении уже нескольких десятилетий со времени открытия явления самоиндуцированной прозрачности (СИП) [1] неизменно высокий интерес к изучению когерентных оптических явлений в нелинейных средах (см., например, обзоры [2, 3] и литературу там же). Большой вклад в успешное теоретическое исследование этих явлений вносит то, что рассмотрение многих моделей взаимодействия излучения с веществом удается провести, используя мощные математические методы, такие как метод обратной задачи рассеяния (МОЗР) [4–6]. Различные типы решений интегрируемых с помощью этого метода уравнений, к числу которых принадлежат, в частности, так называемые уравнения СИП [7] и редуцированные уравнения Максвелла–Блоха [8], позволяют описать значительную часть процессов в нелинейной когерентной оптике. Так, импульсному режиму распространения в разных интегрируемых

моделях взаимодействия излучения с нелинейными средами соответствуют солитонные решения [7–14].

Важным объектом исследований в последние годы стали когерентные явления в тех нелинейных средах, где квантовые частицы обладают отличным от нуля постоянным дипольным моментом [15–23]. Если среда анизотропна, то квантовые состояния уже не обладают определенной четностью, вследствие чего диагональные матричные элементы оператора электрического дипольного момента могут не обращаться в нуль. Такая ситуация имеет место также для полярных молекул, но особенно интересным с точки зрения возможностей эксперимента является случай несимметричных квантовых ям, а также квантовых нитей [24] в полупроводниках. Современные технологии позволяют выращивать полупроводниковые кристаллы, свойства которых меняются в широких пределах. Так, для кристаллов GaAs/Al_{0.14}Ga_{0.86} с запирающими барьерами из Al_{0.3}Ga_{0.3}As модуль отношения разности диагональных коэффициентов матрицы дипольного момента к соответствующему недиагональному элементу лежит в пределах от 0.15 до 7.1 для разных частот квантовых переходов [18].

*E-mail: nst@alg.kaliningrad.ru

Оптическая анизотропия, создаваемая внутренними электрическими полями квантовых низкоразмерных объектов (ям, нитей, точек), приводит к эффектам двулучепреломления. В работе [23] изучалось распространение через анизотропную резонансную среду двухкомпонентных электромагнитных импульсов, имеющих обыкновенную и необыкновенную составляющие. На основе операторного варианта метода ВКБ [25, 26], предложенного в работе [27], было показано, что благодаря постоянному дипольному моменту между обеими компонентами импульса происходит сильное нелинейное взаимодействие, когда их линейные скорости близки друг другу. Коротковолновая обыкновенная составляющая импульса, вызывающая квантовые переходы, эффективно порождает длинноволновую необыкновенную компоненту, которая динамически сдвигает частоту квантовых переходов и вызывает фазовую модуляцию частоты обыкновенной составляющей. В дальнейшем будем говорить, что в этом случае взаимодействие обеих компонент импульса происходит в условиях синхронизма длинных и коротких волн (СДКВ). При преобладании необыкновенной компоненты импульса над обыкновенной реализуется режим распространения, названный в работе [23] необыкновенной прозрачностью (НП). Соответствующие этому режиму импульсы, испытывая замедление в скорости распространения, подобное случаю СИП, практически не вызывают изменения населенностей квантовых уровней (эффект пленения населенностей).

Изучение системы уравнений СДКВ, возникающей при описании распространения двухкомпонентных электромагнитных импульсов в резонансных оптически одноосных средах, будет продолжено в настоящей работе. При исследовании поведения решений этой системы в [23] предполагалось, что входная обыкновенная составляющая импульса находится в точном резонансе с квантовыми переходами. В таком случае роль необыкновенной компоненты, не имеющей несущей частоты, сводится к выводу обыкновенной составляющей из резонанса, что, в свою очередь, приводит к ослаблению возбуждения среды. Более любопытной представляется ситуация, когда входной импульс отстроен от резонанса. Роль необыкновенной компоненты при этом уже не будет однозначной. Создаваемый ею динамический сдвиг частоты обыкновенной составляющей может приводить как к выводу импульса из резонанса с анизотропной средой, так и наоборот, к втягиванию в резонанс. Кроме того, необыкновенная компонента может за счет постоянного дипольного момента оказы-

вать влияние на скорости импульсов, приводя тем самым к возникновению режимов прозрачности в резонансных средах, существенно отличающихся от обычного режима СИП. Цель данной работы состоит в выявлении и классификации этих режимов.

Статья построена следующим образом. В разд. 2 рассматривается система материальных и волновых уравнений для оптически одноосной среды, содержащей резонансные двухуровневые частицы с двукратным вырождением одного из уровней, в случае распространения электромагнитного импульса перпендикулярно оптической оси. С помощью унитарного преобразования эти уравнения сводятся к системе, описывающей взаимодействие двухкомпонентных импульсов с двухуровневой невырожденной средой и обобщающей уравнения СИП при отличном от нуля постоянном дипольном моменте. Данная система уравнений оказывается интегрируемой в рамках метода обратной задачи рассеяния, если строго выполняется условие СДКВ. Раздел 3 посвящен общему анализу односолитонного решения системы СДКВ, на основе которого в последующих разделах обсуждаются различные режимы распространения двухкомпонентных импульсов в анизотропных средах. В этом же разделе солитонное решение модифицируется на случай, когда линейные скорости обыкновенной и необыкновенной волн не равны друг другу, а в модельных уравнениях не используется приближение малой плотности резонансных частиц. Степень анизотропии среды при прохождении через нее двухкомпонентного импульса становится эффективной, т. е. зависящей от параметров импульса. В разд. 4 рассматривается распространение импульсов при сильном возбуждении резонансной среды, когда электромагнитные импульсы могут проходить через среду не только в режиме СИП, но также в режиме самоиндуцированной сверхпрозрачности (СИСП). Принципиальное различие двух режимов состоит в том, что при СИСП импульсы не испытывают существенного уменьшения скорости распространения. Длительность импульсов, вызывающих наибольшее изменение населенностей квантовых уровней, определяется величиной отстройки. Причем в случае равенства линейных скоростей обеих компонент несущая частота обыкновенной составляющей импульсов всегда меньше резонансной. Также в режиме СИСП в средах с сильной анизотропией имеет место заметная фазовая модуляция обыкновенной компоненты. В разд. 5 изучены режимы распространения двухкомпонентных импульсов при слабом возбуждении среды. Помимо режима НП, существование которого при точном резонансе бы-

ло обосновано в работе [23], здесь рассматриваются режимы положительной и отрицательной нерезонансных прозрачностей (ПНП и ОНП), которые имеют место при выполнении условий квазирезонансного приближения. В разд. 6 и 7 обсуждаются особенности проявления выделенных режимов прозрачности в случаях плотных сред и сред с положительным и отрицательным двулучепреломлениями. В последнем случае подробно анализируется синхронное солитонное распространение высокочастотной обыкновенной и видеоимпульса необыкновенной компонент при выполнении условия резонанса Захарова – Бенни, т. е. при равенстве групповой скорости высокочастотной и фазовой скорости низкочастотной волн.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим прохождение двухкомпонентных импульсов излучения через оптически одноосную среду. В качестве такой среды можно взять анизотропную среду, содержащую квантовые нити [24]. Квантовая нить характеризуется тем свойством, что подвижность принадлежащего ей электрона обладает осевой анизотропией. Движение электрона в направлениях, перпендикулярных нити, ограничено значительно сильнее, нежели вдоль нее. Вследствие того что данная анизотропия создается сильным внутренним электрическим полем, уровни энергии оказываются вырожденными по модулю проекции электронного углового момента.

Пусть лазерный импульс распространяется в положительном направлении оси y , перпендикулярном оптической оси z , по направлению которой выстроены квантовые нити. Обыкновенная E_o и необыкновенная E_e компоненты электрического поля импульса при этом параллельны, соответственно, осям x и z декартовой системы. Также будем считать, что несущая частота ω обыкновенной составляющей импульса близка к частоте ω_0 одного из σ -переходов между уровнями, один из которых двукратно вырожден по модулю проекции полного углового момента. В этом случае, как легко показать [23], функции обыкновенной и необыкновенной составляющих лазерного импульса строго дифференцированы: обыкновенная волна возбуждает резонансный переход, а необыкновенная динамическим образом сдвигает его частоту. Эволюция квантовых состояний при описанных выше условиях подчиняется в приближении медленно меняющихся огибающих операторному уравнению [23]

$$\frac{\partial \tilde{R}}{\partial t} = i [\tilde{\Omega}, \tilde{R}]. \quad (1)$$

Здесь

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{12}^* & \rho_{22} & \rho_{23} \\ R_{13}^* & \rho_{23}^* & \rho_{33} \end{pmatrix},$$

$$\tilde{\Omega} = \begin{pmatrix} \Delta + \frac{D_{11}}{\hbar} E_e & \frac{d_{12}}{\hbar} \mathcal{E}_o & \frac{d_{13}}{\hbar} \mathcal{E}_o \\ \frac{d_{12}}{\hbar} \mathcal{E}_o^* & \frac{D_{22}}{\hbar} E_e & 0 \\ \frac{d_{13}}{\hbar} \mathcal{E}_o^* & 0 & \frac{D_{33}}{\hbar} E_e \end{pmatrix},$$

величины R_{12} и R_{13} являются медленно меняющимися огибающими:

$$\rho_{12} = R_{12} \exp \left(i\omega \left(t - \frac{n_o y}{c} \right) \right),$$

$$\rho_{13} = R_{13} \exp \left(i\omega \left(t - \frac{n_o y}{c} \right) \right),$$

ρ_{jk} ($j, k = 1, 2, 3$) — коэффициенты матрицы плотности, \hbar — постоянная Планка, $\Delta = \omega_0 - \omega$ — отстройка от резонанса ($|\Delta| \ll \omega_0$), D_{11} , D_{22} и D_{33} — отличные от нуля элементы матрицы проекции дипольного момента на ось z , d_{12} и d_{13} — элементы матрицы проекции дипольного момента на ось x , \mathcal{E}_o — огибающая электрического поля обыкновенной компоненты импульса:

$$E_o = \mathcal{E}_o \exp \left(i\omega \left(t - \frac{n_o y}{c} \right) \right) + \text{с.с.}$$

Уравнения Максвелла дают следующую систему [23]:

$$\frac{\partial \mathcal{E}_o}{\partial y} + \frac{n_o}{c} \frac{\partial \mathcal{E}_o}{\partial t} = -2i \frac{\pi N \omega}{n_o c} (d_{12} R_{12} + d_{13} R_{13}), \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 E_e}{\partial y^2} - \frac{n_e^2}{c^2} \frac{\partial^2 E_e}{\partial t^2} = \frac{4\pi N}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (D_{11} \rho_{11} + D_{22} \rho_{22} + D_{33} \rho_{33}), \quad (3)$$

где c — скорость света в вакууме, n_o и n_e — обыкновенный и необыкновенный показатели преломления, N — плотность резонансных σ -переходов.

Из уравнения (3) видно, что необыкновенная компонента поляризации анизотропных резонансных центров,

$$P_e = N(D_{11} \rho_{11} + D_{22} \rho_{22} + D_{33} \rho_{33}),$$

определяется населенностями квантовых уровней и диагональными элементами матрицы дипольного

момента. Населенности квантовых уровней изменяются благодаря резонансной обыкновенной составляющей импульса, поэтому задача о распространении двухкомпонентного импульса в рассматриваемой среде является самосогласованной.

Если плотность частиц мала, $2\pi N D_m^2 \ll \hbar\omega_0$, где

$$D_m^2 = \max \{ |d_{12}(D_{11} - D_{22})|, |d_{13}(D_{11} - D_{33})| \},$$

то порядок уравнения (3) можно понизить с помощью приближения однонаправленного распространения [8]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_e}{\partial y} + \frac{n_e}{c} \frac{\partial E_e}{\partial t} = \\ = -\frac{2\pi N}{n_e c} \frac{\partial}{\partial t} (D_{11}\rho_{11} + D_{22}\rho_{22} + D_{33}\rho_{33}). \end{aligned} \quad (4)$$

Пусть выполняется условие $D_{33} = D_{22} \neq D_{11}$ [21, 23]. В этом случае удобно перейти к новым переменным, используя унитарное преобразование

$$\tilde{R}' = T \tilde{R} T^{-1}. \quad (5)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \tilde{R}' &= \begin{pmatrix} \rho'_{11} & R'_{12} & R'_{13} \\ R'_{12}{}^* & \rho'_{22} & \rho'_{23} \\ R'_{13}{}^* & \rho'_{23}{}^* & \rho'_{33} \end{pmatrix}, \\ T &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \sigma & \sin \sigma \\ 0 & -\sin \sigma & \cos \sigma \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

$\sigma = \arctg(d_{13}/d_{12})$. Явные выражения для новых переменных имеют вид

$$\begin{aligned} \rho'_{11} &= \rho_{11}, \quad \rho'_{22} = \cos^2 \sigma \rho_{22} + \\ &+ \cos \sigma \sin \sigma (\rho_{23} + \rho_{23}^*) + \sin^2 \sigma \rho_{33}, \\ \rho'_{33} &= \sin^2 \sigma \rho_{22} - \cos \sigma \sin \sigma (\rho_{23} + \rho_{23}^*) + \\ &+ \cos^2 \sigma \rho_{33}, \\ R'_{12} &= \cos \sigma R_{12} + \sin \sigma R_{13}, \\ R'_{13} &= \cos \sigma R_{13} - \sin \sigma R_{12}, \\ \rho'_{23} &= \cos^2 \sigma \rho_{23} + \cos \sigma \sin \sigma (\rho_{33} - \rho_{22}) - \\ &- \sin^2 \sigma \rho_{23}^*. \end{aligned} \quad (6)$$

Уравнения (2), (4) запишутся тогда следующим образом:

$$\frac{\partial \mathcal{E}_o}{\partial y} + \frac{n_o}{c} \frac{\partial \mathcal{E}_o}{\partial t} = -2i \frac{\pi N \omega}{n_o c} d R'_{12}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial E_e}{\partial y} + \frac{n_e}{c} \frac{\partial E_e}{\partial t} = -\frac{\pi N}{n_e c} D \frac{\partial}{\partial t} (\rho'_{11} - \rho'_{22}), \quad (8)$$

где $d = \sqrt{d_{12}^2 + d_{13}^2}$, и мы ввели обозначение для постоянного дипольного момента квантовой системы:

$$D = D_{11} - D_{22}.$$

Из (1) и (5) получаем

$$\frac{\partial \tilde{R}'}{\partial t} = i[\tilde{\Omega}', \tilde{R}'], \quad (9)$$

где

$$\tilde{\Omega}' \equiv T \tilde{\Omega} T^{-1} = \begin{pmatrix} \Delta + \frac{D_{11}}{\hbar} E_e & \frac{d}{\hbar} \mathcal{E}_o & 0 \\ \frac{d}{\hbar} \mathcal{E}_o^* & \frac{D_{22}}{\hbar} E_e & 0 \\ 0 & 0 & \frac{D_{22}}{\hbar} E_e \end{pmatrix}.$$

Расписывая выражение (9) для матричных коэффициентов, имеем

$$\frac{\partial \rho'_{11}}{\partial t} = i \frac{d}{\hbar} (\mathcal{E}_o R'_{21} - \mathcal{E}_o^* R'_{12}), \quad (10)$$

$$\frac{\partial \rho'_{22}}{\partial t} = i \frac{d}{\hbar} (\mathcal{E}_o^* R'_{12} - \mathcal{E}_o R'_{21}), \quad (11)$$

$$\frac{\partial R'_{12}}{\partial t} = i \left(\Delta + \frac{D}{\hbar} E_e \right) R'_{12} + i \frac{d}{\hbar} \mathcal{E}_o (\rho'_{22} - \rho'_{11}), \quad (12)$$

$$\frac{\partial \rho'_{33}}{\partial t} = 0,$$

$$\frac{\partial \rho'_{23}}{\partial t} = i \frac{d}{\hbar} \mathcal{E}_o^* R'_{13}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial R'_{13}}{\partial t} = i \left(\Delta + \frac{D}{\hbar} E_e \right) R'_{13} + i \frac{d}{\hbar} \mathcal{E}_o \rho'_{23}. \quad (14)$$

Последние два уравнения этой системы не зависят от предыдущих, что позволяет рассматривать их отдельно. В наиболее интересном с физической точки зрения случае решение уравнений (13), (14) тривиально. Действительно, пусть в начальном состоянии квантовой системы отличны от нуля только диагональные коэффициенты матрицы \tilde{R} , а населенности состояний, различающихся знаком проекции полного углового момента, одинаковы, как это имеет место в случае распределения Больцмана (т. е. $\rho_{22} = \rho_{33}$). Тогда из уравнений (6) и (13), (14) следует, что для любого момента времени будут выполняться равенства $\rho'_{23} = R'_{13} = 0$. Переход к исход-

ным переменным квантовой системы при этом осуществляется по формулам

$$\begin{aligned} \rho_{11} &= \rho'_{11}, & \rho_{22} &= \cos^2 \sigma \rho'_{22} + \sin^2 \sigma \rho'_{33}, \\ \rho_{33} &= \sin^2 \sigma \rho'_{22} + \cos^2 \sigma \rho'_{33}, \\ R_{12} &= \cos \sigma R'_{12}, & R_{13} &= \sin \sigma R'_{12}, \\ \rho_{23} &= \cos \sigma \sin \sigma (\rho'_{22} - \rho'_{33}). \end{aligned}$$

Мы видим, что уравнения (7)–(12) позволяют полностью описать распространение двухкомпонентных импульсов излучения в анизотропных резонансных средах с осевой симметрией при больцмановском распределении частиц по энергетическим уровням. Эта система обобщает уравнения СИП на случай отличного от нуля постоянного дипольного момента и была выведена в работе [23] при использовании дополнительного предположения $d_{12} = d_{13}$. Если же распределение является не больцмановским, необходимо решать уравнения (13) и (14) при ненулевых начальных условиях.

Сделаем замену переменных

$$\begin{aligned} W &= \frac{\rho'_{22} - \rho'_{11}}{2}, & R &= R'_{12}, \\ \Omega_o &= \frac{2d}{\hbar} \mathcal{E}_o, & \Omega_e &= \frac{D}{\hbar} E_e. \end{aligned} \quad (15)$$

В этом случае уравнения (7)–(12) примут вид

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{i}{2} (\Omega_o^* R - \Omega_o R^*), \quad (16)$$

$$\frac{\partial R}{\partial t} = i (\Delta + \Omega_e) R + i \Omega_o W, \quad (17)$$

$$\frac{\partial \Omega_o}{\partial y} + \frac{n_o}{c} \frac{\partial \Omega_o}{\partial t} = -i \beta_o R, \quad (18)$$

$$\frac{\partial \Omega_e}{\partial y} + \frac{n_e}{c} \frac{\partial \Omega_e}{\partial t} = \beta_e \frac{\partial W}{\partial t}, \quad (19)$$

где

$$\beta_o = 4 \frac{\pi N \omega}{\hbar c n_o} d^2, \quad \beta_e = 2 \frac{\pi N}{\hbar c n_e} D^2.$$

Отметим, что частота Раби Ω_o обыкновенной компоненты импульса является огибающей поля, в то время как необыкновенная компонента Ω_e пропорциональна полному электрическому полю E_e , не имеющему несущей частоты.

В работе [23] на основе операторного варианта метода ВКБ было показано для случая точного резонанса ($\Delta = 0$), что между обеими компонентами электромагнитного импульса происходит

сильное взаимодействие, если их линейные скорости близки. При строгом выполнении условия СДКВ, т. е. когда показатели преломления равны друг другу,

$$n_e = n_o, \quad (20)$$

из уравнений (18) и (19) получаем после интегрирования следующее выражение для «частоты Раби» необыкновенной компоненты импульса:

$$\Omega_e = -\tilde{D} \frac{|\Omega_o|^2}{4d^2\omega}, \quad (21)$$

где $\tilde{D} = D^2$. Примечательно, что возникающая в этом случае нелинейная система, а также ей калибровочно эквивалентные системы уравнений встречаются в ряде задач нелинейной оптики и принадлежат классу систем, интегрируемых в рамках метода обратной задачи рассеяния (см. [28] и литературу там же). При изучении динамики солитонных решений этих систем основное внимание было обращено на характеристики импульсов излучения, в то время как особенности поведения резонансной среды оставались неясны. Настоящая статья восполняет этот пробел. Так как $|\Delta| \ll \omega_0$ в рамках приближения медленно меняющихся огибающих, для упрощения последующих выкладок будем полагать $\omega = \omega_0$.

Если плотность резонансных частиц не мала и приближение однонаправленного распространения оказывается непригодным, то вместо последнего уравнения в системе (16)–(19) после проведения калибровочного преобразования (5) и перехода к переменным (15) получим следующее:

$$\frac{\partial^2 \Omega_e}{\partial y^2} - \frac{n_e^2}{c^2} \frac{\partial^2 \Omega_e}{\partial t^2} = -2\beta_e \frac{n_e}{c} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}. \quad (22)$$

Уравнения, отличающиеся от (16)–(18) и (22) только обозначениями, были получены также в работе [27] при изучении динамики продольно-поперечных акустических импульсов, распространяющихся параллельно внешнему магнитному полю в системе резонансных парамагнитных примесей с эффективным спином $S = 1/2$.

3. ОБЩИЙ АНАЛИЗ СОЛИТОННОГО РЕШЕНИЯ

Как было отмечено выше, система (16)–(19) при выполнении условия (20) принадлежит классу систем нелинейных уравнений, которые могут быть проинтегрированы в рамках метода обратной задачи рассеяния. Хорошо известно, что частные решения таких уравнений удается получить с помощью

более простых алгебраических методов [4–6]. Эти методы позволяют находить солитонные решения интегрируемых уравнений, которые во многих случаях являются наиболее интересными с физической точки зрения.

Выражение для обыкновенной составляющей односолитонного решения системы (16)–(19) удобно записать в показательной форме:

$$\Omega_o = |\Omega_o| \exp(i\Phi). \quad (23)$$

Здесь

$$|\Omega_o| = \frac{2}{\tau_p} \left| \frac{2g}{g - \alpha + \text{sign } g \sqrt{1 + (g - \alpha)^2} \text{ch}(2\zeta)} \right|^{1/2}, \quad (24)$$

$$\Phi = W_\infty \frac{\beta_o \alpha \tau_p}{1 + \alpha^2} y - \arctg \frac{\text{th } \zeta}{s} + \text{const}, \quad (25)$$

$$g = \frac{2\omega_0 \tau_p d^2}{\tilde{D}}, \quad \zeta = \frac{1}{\tau_p} \left(t - \frac{y}{v_g} \right),$$

$$s = g - \alpha + \text{sign } g \sqrt{1 + (g - \alpha)^2},$$

$\alpha = \tau_p \Delta$, W_∞ — начальная населенность среды. Фазовая v_{ph} и групповая v_g скорости данного импульса в лабораторной системе координат определяются следующими равенствами:

$$v_{ph} = \frac{c}{n_o} \left(1 + 2A \frac{\alpha \omega_0 \tau_p}{1 + \alpha^2} \right)^{-1}, \quad (26)$$

$$v_g = \frac{c}{n_o} \left(1 + 2A \frac{\omega_0^2 \tau_p^2}{1 + \alpha^2} \right)^{-1},$$

где

$$A = -\frac{c\beta_o W_\infty}{2n_o \omega_0^2}.$$

Подставляя (24) в (21), получим

$$\Omega_e = -4 \left\{ \tau_p \left(g - \alpha + \text{sign } g \sqrt{1 + (g - \alpha)^2} \text{ch}(2\zeta) \right) \right\}^{-1}. \quad (27)$$

Населенность среды при прохождении импульса меняется по формуле

$$W = W_\infty \left(1 - \frac{\tau_p^2 |\Omega_o|^2}{2(1 + \alpha^2)} \right). \quad (28)$$

Как видно из выражений (23) и (25), обыкновенная составляющая испытывает фазовую модуляцию, определяющую локальное нелинейное смещение несущей частоты $\omega \rightarrow \omega_{loc} = \omega + \delta\omega_{non}$, где

$$\delta\omega_{non} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{s}{\tau_p} \frac{\text{sech}^2 \zeta}{s^2 + \text{th}^2 \zeta}. \quad (29)$$

Заметим, что фазовая модуляция отсутствует в изотропной резонансной среде ($D = 0$, $g \rightarrow \infty$). При этом соотношения (24), (26) и (28) переходят в соответствующие выражения, описывающие прохождение через среду 2π -импульсов СИП.

Из сравнения (29) и (24) следует, что нелинейное смещение несущей частоты убывает быстрее к краям импульса, чем его обыкновенная составляющая. Таким образом, Δ по своему физическому смыслу есть отстройка от резонанса несущей частоты обыкновенной компоненты на краях импульса.

Из уравнения (17) следует, что необыкновенная компонента электрического поля динамически сдвигает частоту квантовых переходов: $\omega_0 \rightarrow \omega_0^{ef} = \omega_0 + \Omega_e$. По этой причине удобно ввести эффективную отстройку обыкновенной компоненты импульса от резонанса со средой:

$$\Delta_{ef} \equiv \omega_0^{ef} - \omega_{loc} = \Delta + \Omega_e - \delta\omega_{non}. \quad (30)$$

Принимая за длительность T_p импульса удвоенное отклонение от нулевого значения $t - y/v_g$, при котором величина $|\Omega_o|$ в два раза меньше своего максимального значения, из формулы (24) получим

$$T_p = \tau_p \text{arch} \left(4 + 3 \text{sign } g \frac{g - \alpha}{\sqrt{1 + (g - \alpha)^2}} \right). \quad (31)$$

Естественно, что в рамках приближения медленно меняющихся огибающих длительность импульса и нелинейное смещение несущей частоты должны удовлетворять условиям $\omega_0 T_p \gg 1$ и $|\delta\omega_{non}| \ll \omega_0$. Нетрудно показать, что эти неравенства имеют место, если $\omega_0 \tau_p \gg 1$, а в случае, когда коэффициенты g и α подчиняются условиям $|g| < |\alpha|$, $g\alpha > 0$ и $|g - \alpha| \gg 1$, кроме того, должно выполняться дополнительное ограничение $\omega_0 \tau_p \gg |g - \alpha|$. Оно будет справедливо только в том случае, когда $D^2 \gg 4d^2$. Данное условие находится в рамках возможностей современной технологии выращивания полупроводниковых кристаллов. Нетрудно видеть, что вследствие неравенства $\omega_0 \tau_p \gg 1$ фазовая скорость обыкновенной компоненты существенно меньше отличается от линейной, нежели групповая.

Выражения, представленные выше, можно модифицировать для случая, когда не выполняется условие (20) и/или не используется приближение однонаправленного распространения. Действительно, если сразу искать выражение для необыкновенной составляющей в виде бегущей волны: $\Omega_e = \Omega_e(t - y/v_g)$, то

из формул (22), (16)–(18) и (23)–(26) легко получить связь между Ω_e и Ω_o вида (21), где теперь

$$\tilde{D} = \frac{4A_e d^2}{\left(1 - A_o \frac{1 + \alpha^2}{\omega_0^2 \tau_p^2}\right) \left(1 + \tilde{A} \frac{\omega_0^2 \tau_p^2}{1 + \alpha^2}\right)}. \quad (32)$$

Здесь

$$A_e = \frac{n_o D^2}{2(n_o + n_e) d^2}, \quad A_o = \frac{n_e - n_o}{2n_o A}, \quad \tilde{A} = \frac{2n_o A}{n_o + n_e}.$$

При этом, очевидно, равенства (23)–(28) дают решение системы уравнений (16)–(18), (22). Используя (26), соотношение (32) можно переписать в виде

$$\tilde{D} = \frac{2n_o v_g (n_o v_g - c)}{n_e^2 v_g^2 - c^2} D^2.$$

Если

$$\tilde{D} = \frac{n_e}{n_o} \frac{D^2}{1 - A_o \frac{1 + \alpha^2}{\omega_0^2 \tau_p^2}}, \quad (33)$$

то уравнения (23)–(28) будут давать импульсное решение системы (16)–(19), которая соответствует случаю разреженной среды квантовых переходов.

Отметим, что (33) переходит в (32) при $A \rightarrow 0$ только при $n_e = n_o$. При этом справедливо равенство $\tilde{D} = D^2$. В дальнейшем параметр $|\tilde{D}|$, который отличен от нуля только в средах с постоянным дипольным моментом, будем называть коэффициентом эффективной анизотропии среды. Тем самым мы подчеркиваем то обстоятельство, что анизотропия среды определяется не только ее свойствами, но также параметрами импульса. Сравнивая (32) и (33), видим, что в случае равновесной начальной заселенности среды ($A > 0$) влияние анизотропии проявляется сильнее в менее плотной среде, т. е. с уменьшением плотности резонансных частиц необыкновенная компонента должна оказывать большее влияние на формирование импульсов.

Ниже на основе соотношений (24), (26)–(29) будут рассмотрены различные режимы распространения двухкомпонентных импульсов излучения через анизотропную среду. Для определенности в дальнейшем будем считать, если противное не оговорено особо, что частицы до прохождения импульса находились в термодинамически равновесном состоянии, и, следовательно, начальная заселенность среды W_∞ отрицательна ($-1/2 \leq W_\infty < 0$), а коэффициенты A и \tilde{A} положительны. В следующих двух разделах мы будем предполагать, что коэффициенты \tilde{D} и D связаны соотношением $\tilde{D} = D^2$, соответствующим разреженной среде при $n_e = n_o$. Более общие случаи будут рассмотрены в разд. 6 и 7.

4. СОЛИТОНЫ В УСЛОВИЯХ СИЛЬНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ СРЕДЫ

Сильным возбуждением среды будем называть случай, когда при прохождении двухкомпонентного импульса происходит наибольшее изменение населенности квантовых уровней. Из (24) и (28) видно, что формально это условие записывается в виде

$$\tau_p^2 |\Omega_o(\zeta = 0)|^2 = 4(1 + \alpha^2).$$

После несложных преобразований данное равенство сводится к вырожденному алгебраическому уравнению

$$(\alpha^2 - 2g\alpha + 1)^2 = 0,$$

из которого получаем

$$g = \frac{1}{2} \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right). \quad (34)$$

Эту формулу, определяющую условие сильного возбуждения среды, можно переписать как соотношение между отстройкой Δ и параметром τ_p :

$$\frac{1}{\tau_p} = \sqrt{4\Delta\omega_0 \frac{d^2}{D^2} - \Delta^2}.$$

Обращение правой части этого уравнения в нуль определяет диапазон возможных значений отстройки: $0 < \Delta < \Delta_m$, где $\Delta_m = 4\omega_0 d^2 / D^2$.

В пределе изотропной среды ($D \rightarrow 0$) при ненулевой отстройке τ_p стремится к нулю, что соответствует бесконечной амплитуде поля. Это находится в полном согласии с хорошо известным фактом: наибольшее изменение населенности в изотропной среде возможно лишь при условии точного резонанса, $\Delta = 0$. В рассматриваемом случае значения отстроек, при которых возможно сильное возбуждение, могут быть только положительными ($\Delta > 0$), т. е. несущая частота импульса должна быть меньше частоты резонансного перехода ($\omega < \omega_0$). То, что отличие от нуля постоянного дипольного момента требует для полного возбуждения среды именно положительной отстройки проходящего импульса от резонанса, согласуется с тем обстоятельством, что порождаемая благодаря постоянному дипольному моменту необыкновенная компонента электрического поля эффективно смещает частоту квантовых переходов ω_0^{ef} в красную область, поскольку $\Omega_e < 0$ в соответствии с (21).

Используя условие (34), перепишем выражения (24), (26)–(29) следующим образом:

$$\begin{aligned} |\Omega_o| &= \frac{\Omega_{om}}{\sqrt{1 + (1 + \alpha^2) \operatorname{sh}^2 \zeta}}, \\ \Omega_e &= -\operatorname{sign} \alpha \frac{\Omega_{em}}{1 + (1 + \alpha^2) \operatorname{sh}^2 \zeta}, \\ v_{ph} &= \frac{c}{n_o} \left(1 + \frac{8A\alpha\omega_0}{\Omega_{om}^2 \tau_p} \right)^{-1}, \\ v_g &= \frac{c}{n_o} \left(1 + \frac{8A\omega_0^2}{\Omega_{om}^2} \right)^{-1}, \\ W &= W_\infty \left(1 - \frac{2}{1 + (1 + \alpha^2) \operatorname{sh}^2 \zeta} \right), \\ \delta\omega_{non} &= -\operatorname{sign} \alpha \delta\omega_{non}^m \frac{\operatorname{sech}^2 \zeta}{1 + \alpha^2 \operatorname{th}^2 \zeta}, \end{aligned} \quad (35)$$

где амплитудные значения величин определяются формулами

$$\begin{aligned} \Omega_{om} &= \frac{2}{\tau_p} \sqrt{1 + \alpha^2}, \\ \Omega_{em} &= \frac{4|\alpha|}{\tau_p}, \\ \delta\omega_{non}^m &= \frac{|\alpha|}{\tau_p}. \end{aligned} \quad (36)$$

Длительность данного импульса равна

$$T_p = 2\tau_p \operatorname{arsh} \sqrt{\frac{3}{1 + \alpha^2}}. \quad (37)$$

Из уравнений (35) и (36) видно, что эффективная динамическая отстройка обыкновенной компоненты от резонанса со средой, Δ_{ef} , равна Δ на краях импульса и -2Δ в его центре. Можно сказать, что за счет влияния необыкновенной компоненты обыкновенная составляющая импульса находится в среднем на его длительности в резонансе с квантовыми системами. Как следствие, населенность среды изменяется в наибольшей степени.

При очень малой отстройке ($\alpha \ll 1, g \gg 1$) выражения (35) можно представить в виде

$$\begin{aligned} |\Omega_o| &= \frac{2}{\tau_p} \operatorname{sech} \zeta, \quad \Omega_e = -\frac{4\alpha}{\tau_p} \operatorname{sech}^2 \zeta, \\ v_g &= \frac{c}{n_o} \left(1 + 2A\omega_0^2 \tau_p^2 \right)^{-1}, \\ W &= W_\infty (1 - 2 \operatorname{sech}^2 \zeta), \\ \delta\omega_{non} &= -\frac{\alpha}{\tau_p} \operatorname{sech}^2 \zeta. \end{aligned} \quad (38)$$

Данные равенства показывают, что $|\Omega_e| \ll |\Omega_o|$ и глубина фазовой модуляции обыкновенной компоненты много меньше ее спектральной ширины на

входе: $|\delta\omega_{non}| \ll 1/\tau_p$. При точном резонансе ($\alpha = 0, g \rightarrow \infty$) соотношения (38) переходят в известные выражения теории СИП в изотропных средах ($D = 0$), где отсутствуют видеоимпульс необыкновенной волны и фазовая модуляция обыкновенной составляющей ($\Omega_e = \delta\omega_{non} = 0$).

С увеличением отстройки и, соответственно, параметра α будет происходить, как следует из (36), увеличение амплитуд обыкновенной и необыкновенной компонент, а также глубины фазовой модуляции обыкновенной составляющей в область низких частот. Поскольку при этом уменьшается длительность импульса, то профили его обеих компонент становятся заостренными.

Важно также отметить, что с ростом отстройки групповая скорость приближается к скорости линейной волны c/n_o . При этом возбуждение среды остается сильным: изменение населенностей в центре солитона является наибольшим. Данный факт имеет очевидное объяснение, если принять во внимание то, что с увеличением амплитуды и укорочением длительности импульса возрастает его мощность. В результате убыстряются процессы возбуждения–девозбуждения среды, что приводит к увеличению скорости распространения солитонов.

Как видно из (34), одному и тому же значению g соответствуют два различных значения α . Области относительно малых отстроек, где $\alpha < 1$, сопоставим явлению СИП, учтя его строгую реализацию при $\alpha = 0$. В случае $\alpha > 1$ будем говорить, что решения (35) соответствуют режиму самоиндуцированной сверхпрозрачности, подчеркивая тем самым меньшее в сравнении с СИП замедление скорости распространения при таком же сильном возбуждении среды. Поскольку $\Delta \ll \omega_0$ в приближении медленно меняющихся огибающих, наиболее сильно эффект СИСП должен проявлять себя в тех средах, где $D^2 \gg 4d^2$.

При $g, \alpha \gg 1$ значения амплитуд обыкновенной и необыкновенной компонент и глубины фазовой модуляции обыкновенной компоненты импульса СИСП практически достигают своих предельных значений, соответственно, $2\Delta_m, 4\Delta_m$ и Δ_m . Выражение (37) в этом случае дает следующую оценку его длительности

$$T_p \approx \frac{2\sqrt{3}\tau_p}{\alpha} \approx \frac{D^2}{\omega_0 d^2}.$$

В этой же временной области локализована фазовая модуляция. Если условие $\omega_0 T_p \gg 1$ не выполняется, то приближение медленно меняющихся огибающих уже не может быть использовано, хотя при увели-

чении отстройки от резонанса прослеживается тенденция деформации солитонов СИСП в анизотропной среде. Увеличение глубины фазовой модуляции, уменьшение временного масштаба ее локализации и длительности импульса можно интерпретировать как эффект генерации спектрального суперконтинуума. Действительно, применив к (23)–(25), (27) преобразование Фурье

$$F_{o,e}(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\nu t} \Omega_{o,e} dt,$$

получим

$$|F_o(\nu)| = 2\pi \frac{\sqrt{|g|}}{\sqrt[4]{1+(g-\alpha)^2}} \frac{\exp(\theta\tau_p\nu/2)}{\text{ch}(\pi\tau_p\nu/2)},$$

$$|F_e(\nu)| = 4\pi \frac{\text{sh}(\theta\tau_p\nu/2)}{\text{sh}(\pi\tau_p\nu/2)},$$

где $\theta = \text{arccotg}(g - \alpha)$. (Здесь считается, что $0 < \text{sign } g \theta < \pi$.) Модуль фурье-образа необыкновенной составляющей импульса достигает максимума при $\nu = 0$, тогда как для обыкновенной компоненты — при $\nu = \nu_0$, где

$$\nu_0 = \frac{2}{\pi\tau_p} \ln \frac{\pi + \theta}{\pi - \theta}.$$

При $g - \alpha \gg 1$ и $\theta \rightarrow \pi$ из выражения для $|F_o(\nu)|$ видно, что ширина спектра $\delta\omega \sim 1/(\pi - \theta)\tau_p$, а максимум спектрального распределения энергии обыкновенной компоненты импульса оказывается на частоте $\omega - \nu_0$, значительно меньшей несущей частоты ω . В этом случае, несмотря на большую линейную отстройку от резонанса ($\tau_p\Delta \gg 1$), сильное нелинейное уширение спектра ($\tau_p\delta\omega \gg 1$) приводит к генерации резонансных фурье-компонент (фотонов), которые, таким образом, вызывают квантовые переходы.

Проведенное рассмотрение показывает, что, имея отстройку на входе в анизотропную среду, обыкновенная составляющая импульса может втягиваться в резонанс с квантовыми частицами за счет порождения необыкновенной компоненты. Поэтому явление полного возбуждения среды при ненулевой отстройке от резонанса входного импульса будет происходить только в случае отличного от нуля постоянного дипольного момента и невозможно в изотропной среде.

Уместно отметить отличие уравнений (16)–(19) от систем, рассмотренных в работах [20–22], где исследовалось распространение однокомпонентных лазерных импульсов. Динамика поля и среды описыва-

лась системой редуцированных уравнений Максвелла–Блоха, модифицированной на случай наличия постоянного дипольного момента:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} &= -(\omega_0 + \mu\tilde{\Omega})U, \\ \frac{\partial V}{\partial t} &= (\omega_0 + \mu\tilde{\Omega})V + \tilde{\Omega}W, \\ \frac{\partial W}{\partial t} &= -\tilde{\Omega}V, \\ \frac{\partial \tilde{\Omega}}{\partial y} + \frac{n}{c} \frac{\partial \tilde{\Omega}}{\partial t} &= \beta V, \end{aligned} \quad (39)$$

где U , V и W — компоненты вектора Блоха, $\tilde{\Omega}$ — динамический параметр, пропорциональный полю волны, μ и β — параметры, пропорциональные, соответственно постоянному дипольному моменту перехода и плотности квантовых частиц, n — коэффициент преломления.

Если считать, что $U + iV \propto \exp(i\omega t)$, где ω — несущая частота входного импульса, то, как видно из материальных уравнений системы (39), слагаемые, пропорциональные $\tilde{\Omega}U$ и $\tilde{\Omega}V$, приводят при $\omega \approx \omega_0$ к эффективной генерации второй гармоники. Применительно к принятой в нашей работе модели аксиально-симметричных резонансных центров система (39) соответствует ситуации, когда импульс обладает только необыкновенной компонентой ($\tilde{\Omega} = \Omega_e$), возбуждающей резонансный переход и одновременно вызывающей сдвиг частоты этого перехода. Данный режим может быть реализован в той же системе анизотропных квантовых микроробъектов, что и в рассмотренной здесь. Только в отличие от нашего случая на вход необходимо подавать импульс, поляризованный в плоскости главного сечения анизотропной среды (т. е. в плоскости необыкновенной волны). При этом частота импульса должна быть близка к частоте одного из невырожденных π -переходов. В рассматриваемом нами случае отмеченное выше строгое разделение функций обыкновенной и необыкновенной волн приводит к связи между ними вида (21), что равносильно замене в уравнении (17) выражения $\Delta + \Omega_e$ на $\Delta - (\tilde{D}/4\omega_0 d^2)|\Omega_o|^2$. Поскольку динамический коэффициент $|\Omega_o|^2$ не имеет несущей частоты, генерации высших гармоник не происходит. Вместо этого в данном случае входной высокочастотный импульс обыкновенной волны эффективно порождает видеоимпульс необыкновенной (нулевой гармоники), что, в свою очередь, приводит к фазовой модуляции обыкновенной составляющей и, как следствие, к ее спектральному уширению.

5. РЕЖИМЫ ПРОЗРАЧНОСТИ ПРИ СЛАБОМ ВОЗБУЖДЕНИИ СРЕДЫ

Обратимся теперь к изучению распространения импульсов излучения в анизотропных средах при выполнении условия $g \ll 1$. Так как $\omega_0 \tau_p \gg 1$ в рамках приближения медленно меняющихся огибающих, отношение $|D/d|$ должно быть велико настолько, чтобы было справедливым неравенство $\omega \tau_p (d/D)^2 \ll 1$. Взяв $\omega_0 \tau_p \sim 10^2$, получаем $|D/d| \geq 20$. К настоящему времени уже созданы полупроводниковые кристаллы GaAs/Al_{0.14}Ga_{0.86} с запирающими барьерами из Al_{0.3}Ga_{0.3}As, для которых $|D/d| \approx 7$ [18]. Этого недостаточно для достижения условия $g \ll 1$ с одновременным сохранением применимости приближения медленно меняющихся огибающих, но есть надежда, что развитие технологии выращивания кристаллов позволит увеличить отношение $|D/d|$.

Рассмотрим вначале случай большой отстройки от резонанса ($|\alpha| \gg 1$). Пусть $\alpha < 0$ (или $\omega > \omega_0$). Из формул (24), (26)–(29) получим

$$\begin{aligned} |\Omega_o| &= \frac{2}{\tau_p} \sqrt{\frac{g}{|\alpha|}} \operatorname{sech} \zeta, & \Omega_e &= -\frac{2}{|\alpha| \tau_p} \operatorname{sech}^2 \zeta, \\ v_{ph} &= \frac{c}{n_o} \left(1 - \frac{2A\omega_0 \tau_p}{|\alpha|} \right)^{-1}, \\ v_g &= \frac{c}{n_o} \left(1 + \frac{2A\omega_0^2 \tau_p^2}{\alpha^2} \right)^{-1}, \\ W &= W_\infty \left(1 - \frac{2g}{|\alpha|^3} \operatorname{sech}^2 \zeta \right), \\ \delta\omega_{non} &= -\frac{1}{2|\alpha| \tau_p} \operatorname{sech}^2 \zeta. \end{aligned} \quad (40)$$

Сравнивая эти формулы с (38), видим, что амплитуда обыкновенной компоненты значительно меньше, чем в режиме СИП в анизотропной среде. В то же время необыкновенные составляющие могут быть сравнимы по величине в обоих режимах. Заметим, что здесь

$$\frac{\Omega_o(\zeta=0)}{\Omega_e(\zeta=0)} = \sqrt{g|\alpha|},$$

т. е. отношение амплитуд обеих компонент может быть произвольным. Среда при прохождении через нее солитона (40) практически не возбуждается, а сам солитон испытывает очень малое замедление скорости. Фазовая модуляция также мала по амплитуде ($|\delta\omega_{non}| \ll 1/\tau_p$), а эффективная отстройка от резонанса Δ_{ef} только возрастает по абсолютной величине с порождением необыкновенной волны, что

приводит к еще меньшему, чем на входе, возбуждению среды.

Пусть теперь $g \ll 1$, $\alpha \gg 1$. Тогда выражения (24), (26)–(29) дают

$$\begin{aligned} |\Omega_o| &= \frac{\Omega_{om}}{\sqrt{1+4\alpha^2 \operatorname{sh}^2 \zeta}}, & \Omega_e &= -\frac{\Omega_{em}}{1+4\alpha^2 \operatorname{sh}^2 \zeta}, \\ W &= W_\infty \left(1 - \frac{8g}{\alpha(1+4\alpha^2 \operatorname{sh}^2 \zeta)} \right), \\ \delta\omega_{non} &= -\delta\omega_{non}^m \frac{\operatorname{sech}^2 \zeta}{1+4\alpha^2 \operatorname{th}^2 \zeta}, \end{aligned} \quad (41)$$

где

$$\Omega_{om} = \frac{4}{\tau_p} \sqrt{g\alpha}, \quad \Omega_{em} = \frac{8\alpha}{\tau_p}, \quad \delta\omega_{non}^m = \frac{2\alpha}{\tau_p}. \quad (42)$$

Выражения для фазовой и групповой скоростей следуют из таковых для случая (40) при замене $|\alpha| \rightarrow -\alpha$.

Отметим некоторое сходство между формулами (35), (36), с одной стороны, и (41), (42) с другой. В обоих случаях солитоны являются заостренными, а скорость их распространения мало отличается от c/n_o . Принципиальная разница между режимами состоит в поведении среды. Если при прохождении солитона (35) среда возбуждается сильно, то в случае (41) она практически не возбуждается. Действительно, эффективная отстройка от резонанса Δ_{ef} обыкновенной компоненты солитона (41) в его центре равна -5Δ , вследствие чего он не находится в среднем в резонансе со средой. В то же время, согласно выражениям (40) и (41), в случае $\omega < \omega_0$ возбуждение среды, хотя и слабое, но все же сильнее, чем при $\omega > \omega_0$. Объясняется это тем, что при $\omega < \omega_0$ необыкновенная составляющая уменьшает абсолютную величину эффективной отстройки от резонанса на краях импульса, а при $\omega > \omega_0$, наоборот, увеличивает. Таким образом, сравнение (40) и (41), (42) показывает очевидную асимметрию относительно отстройки от резонанса обыкновенной составляющей импульса. Поскольку $\alpha < 0$ для солитонов (40) и $\alpha > 0$ в случае (41), (42), соответствующие режимы назовем отрицательной нерезонансной прозрачностью и положительной нерезонансной прозрачностью.

Неравенство $|\alpha| \gg 1$ наряду с условиями применимости приближений двухуровневой среды и вращающейся волны $|\Delta| \ll \omega$, ω_0 полностью характеризуют случай квазирезонансного взаимодействия импульса с веществом [29, 30]. Следуя рассмотрению в работе [30], исключим материальные переменные R и W из системы (16)–(19) с помощью разложе-

ний по малому параметру $|\alpha|^{-1}$. Также в дальнейшем будем считать, что выполняются неравенства $|\Omega_o/\Delta| \ll 1$ и $(\Omega_e/\Delta) \ll 1$. Перепишем сначала уравнение (17) в виде

$$R = -\frac{\Omega_o W}{\Delta + \Omega_e} - \frac{i}{\Delta + \Omega_e} \frac{\partial R}{\partial t}. \quad (43)$$

Очевидно, что второе слагаемое в правой части этого равенства относится к левой части (и, следовательно, к первому слагаемому в правой части) как α^{-1} . Тогда в нулевом приближении имеем

$$R = -\frac{\Omega_o W}{\Delta + \Omega_e}.$$

Подставляя данное выражение в правую часть (43), получим первое приближение. Проведя эти действия еще два раза, находим в третьем приближении:

$$R = -\frac{\Omega_o W}{\Delta + \Omega_e} - \frac{i}{\Delta + \Omega_e} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\Omega_o W}{\Delta + \Omega_e} \right) + \frac{W_\infty}{\Delta^3} \frac{\partial^2 \Omega_o}{\partial t^2} - i \frac{W_\infty}{\Delta^4} \frac{\partial^3 \Omega_o}{\partial t^3}. \quad (44)$$

В последних двух слагаемых, соответствующих линейной дисперсии, в силу указанных выше условий мы положили $\Omega_e = 0$, $W = W_\infty$. Ниже из-за неравенства $\Omega_e/\Delta \ll 1$ в первых двух слагаемых, содержащих безынерционные линейный и нелинейный отклики, линейную и нелинейную дисперсию поляризованного отклика, также будет сделано разложение по параметру Ω_e/Δ . После подстановки (44) при $W \approx W_\infty$ в уравнение (16) и последующего интегрирования получим

$$W = W_\infty \left[1 - \frac{|\Omega_o|^2}{2(\Delta + \Omega_e)^2} + \frac{i}{2\Delta^3} \left(\Omega_o^* \frac{\partial \Omega_o}{\partial t} - \Omega_o \frac{\partial \Omega_o^*}{\partial t} \right) \right]. \quad (45)$$

При этом мы пренебрегли последним слагаемым в (44), поскольку оно соответствует нелинейной дисперсии второго порядка.

Подставляя (45) в (44), учитывая в возникающем уравнении безынерционные линейный и нелинейный отклики, нелинейную дисперсию первого порядка, а линейную — вплоть до третьего и ограничиваясь кубической нелинейностью, имеем

$$R = \frac{W_\infty}{\Delta} \left[\Omega_o - \frac{i}{\Delta} \frac{\partial \Omega_o}{\partial t} - \frac{i}{\Delta^2} \frac{\partial^2 \Omega_o}{\partial t^2} + \frac{i}{\Delta^3} \frac{\partial^3 \Omega_o}{\partial t^3} - \frac{\Omega_e \Omega_o}{\Delta} - \frac{|\Omega_o|^2 \Omega_o}{2\Delta^2} + \frac{i}{\Delta^2} \left(2\Omega_e \frac{\partial \Omega_o}{\partial t} + \Omega_o \frac{\partial \Omega_e}{\partial t} \right) + \frac{3i}{2\Delta^3} |\Omega_o|^2 \frac{\partial \Omega_o}{\partial t} \right]. \quad (46)$$

Теперь мы можем подставить (45) и (46) в правые части уравнений (18), (19) и получить систему двух нелинейных волновых уравнений. Учитывая соотношение (21), после несложных преобразований придем к уравнению вида

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial y} = q_2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau^2} + i q_3 \frac{\partial^3 \Psi}{\partial \tau^3} - i b_1 |\Psi|^2 \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} - i b_2 \Psi \frac{\partial}{\partial \tau} |\Psi|^2. \quad (47)$$

Здесь $\tau = t - y/v_g$, v_g — линейная групповая скорость, определяемая соотношением

$$\frac{1}{v_g} = \frac{n_o}{c} - \frac{\beta_o W_\infty}{\Delta^2} \left(1 - 2 \frac{\gamma}{\Delta} - 3 \frac{\gamma^2}{\Delta^2} \right),$$

$$\gamma = -\frac{\Delta(\alpha - g)}{2\alpha - 3g}, \quad q_2 = \frac{\beta_o W_\infty}{\Delta^2} \frac{1}{3\gamma + \Delta},$$

$$q_3 = -\frac{\beta_o W_\infty}{\Delta^4}, \quad b_1 = -\frac{\beta_o W_\infty}{\Delta^4} \left(\frac{\alpha}{\gamma} - \frac{3}{2} \right)^{-1},$$

$$b_2 = -\frac{\beta_o W_\infty \alpha}{2g\Delta^4}.$$

Слагаемые, пропорциональные Ω_o и $|\Omega_o|^2 \Omega_o$, исчезли благодаря фазовому преобразованию

$$\Omega_o = \Psi \exp [i(\gamma t - \varepsilon y)], \quad (48)$$

где

$$\varepsilon = \frac{n_o}{c} \gamma - \frac{\beta_o W_\infty}{\Delta} \left(1 + \frac{\gamma}{\Delta} + \frac{\gamma^2}{\Delta^2} + \frac{\gamma^3}{\Delta^3} \right).$$

Рассмотрим два крайних случая: $g/\alpha \gg 1$ и $g/\alpha \ll 1$. В первом пределе, соответствующем изотропной среде, имеем $\gamma = -\Delta/3$, $q_2 = b_2 = 0$, $b_1 = -3q_1/2$, и (47) переходит в модифицированное комплексное уравнение Кортевега–де Вриза

$$\frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{3}{2} q_3 |\Psi|^2 \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} + q_3 \frac{\partial^3 \Psi}{\partial \tau^3}. \quad (49)$$

Заметим, что параметр q_3 не меняет знака при замене $\Delta \rightarrow -\Delta$, т. е. квазирезонансный солитонный режим в изотропной среде не зависит от знака отстройки. Это понятно, поскольку здесь $\Omega_e = 0$.

Во втором предельном случае

$$\gamma = -\frac{\Delta}{2}, \quad q_2 = -\frac{\beta_o W_\infty}{2\Delta^3}, \quad b_1 = 2b_2 = -\frac{\beta_o W_\infty \alpha}{g\Delta^4}.$$

Тогда, пренебрегая дисперсией третьего порядка, получим

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial y} = q_2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau^2} + 2i b_1 |\Psi|^2 \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} + i b_2 \Psi \frac{\partial}{\partial \tau} |\Psi|^2. \quad (50)$$

Нетрудно показать, используя (50), (48) и (45), что импульсное решение (50) соответствует выражениям (40), описывающим режим ОНП.

Режим ПНП не поддается описанию в рамках такого подхода, так как в этом случае величина $\Delta + \Omega_e$, благодаря необыкновенной компоненте, при прохождении импульса достигает нулевого значения, а затем изменяет знак. Поэтому разложение по параметру $((\Delta + \Omega_e)\tau_p)^{-1}$ оказывается некорректным.

Если $g \ll 1$ и отстройка от резонанса мала ($|\alpha| \ll 1$), то из (24), (26)–(29) получаем соотношения, совпадающие с найденными в работе [23]:

$$\begin{aligned} |\Omega_o| &= \Omega_{om} \operatorname{sech}^{1/2}(2\zeta), \quad \Omega_e = -\Omega_{em} \operatorname{sech}(2\zeta), \\ W &= W_\infty (1 - 4g \operatorname{sech}(2\zeta)), \\ \delta\omega_{non} &= -\delta\omega_{non}^m \operatorname{sech}(2\zeta), \end{aligned} \quad (51)$$

где

$$\Omega_{om} = \frac{2}{\tau_p} \sqrt{2g}, \quad \Omega_{em} = \frac{4}{\tau_p}, \quad \delta\omega_{non}^m = \frac{1}{\tau_p}.$$

Фазовая скорость v_{ph} близка к линейной скорости, а выражение для групповой скорости совпадает с формулой в (38), соответствующей случаю СИП.

Здесь имеет место преобладание необыкновенной составляющей импульса над обыкновенной, $(\Omega_{em}/\Omega_{om})^2 \gg 1$. Среда не испытывает возбуждения, так как амплитуда эффективной отстройки в этом случае велика и равна $3/\tau_p$. В то же время скорость распространения испытывает такое же замедление, как и в случае сильного возбуждения среды при $\alpha \sim 1$. Причина эффекта замедления в режиме ПНП связана с дисперсионными характеристиками среды в полосе спектральной ширины обыкновенной компоненты и подробно проанализирована в работе [23].

Таким образом, режимы прозрачности, соответствующие сильной анизотропии среды ($g \ll 1$), могут быть весьма различными не только в количественном, но и в качественном отношении. Эти различия, как показано выше, тесно связаны с характером входной отстройки обыкновенной компоненты импульса от резонанса с квантовыми системами анизотропной среды. Общим свойством всех трех режимов является практическое отсутствие возбуждения квантовых уровней.

6. СЛУЧАЙ ПЛОТНОЙ СРЕДЫ

Пусть теперь в формулах (23)–(28) коэффициент \tilde{D} задается равенством (32). Это означает, что

показатели преломления не предполагаются равными, а плотность частиц не считается малой. При этом выражения (23)–(28) дают решение уравнений (16)–(18), (22).

В этом разделе мы рассмотрим случай, когда условие $\tilde{A}\omega_0^2\tau_p^2 \ll 1$ не выполняется. Поскольку показатели преломления анизотропной среды, как правило, удовлетворяют неравенству $|n_e - n_o| \ll 1$, можно считать, что первый множитель в знаменателе правой части соотношения (32) будет мало отличаться от единицы. Учитывая это обстоятельство, из (32) получаем

$$\tilde{D} = 4A_e d^2 \left(1 + \tilde{A} \frac{\omega_0^2 \tau_p^2}{1 + \alpha^2} \right)^{-1}. \quad (52)$$

В плотной среде, таким образом, коэффициент \tilde{D} не зависит от оптической анизотропии A_o .

Можно показать, что режимы прозрачности, которые были выделены в предыдущих разделах, будут также существовать в изучаемом случае. Если $n_e < n_o$ ($A_o < 0$), то \tilde{D} может, вообще говоря, стать больше, чем D^2 . Из (52) следует, что условие $\tilde{D} > D^2$ будет справедливо, если

$$\frac{1}{\tau_p^2} + \Delta^2 > \frac{\omega_0^2}{|A_o|}.$$

Переход от (32) к (52) при этом оказывается некорректным. Поэтому в плотной среде коэффициент эффективной анизотропии не будет превосходить D^2 , и более выраженными в ней должны быть режимы с $g > 1$, которые сопровождаются сильным возбуждением среды. Ниже мы более подробно рассмотрим именно такие режимы.

Используя (34) и (52), находим, что при сильном возбуждении среды параметры τ_p и Δ импульса связаны соотношением

$$\frac{1}{\tau_p} = \sqrt{F_{1,2}}, \quad (53)$$

где

$$F_{1,2} = -\Delta^2 + \left(\Delta \pm \sqrt{\Delta(\Delta + 4\tilde{A}A_e\omega_0)} \right) \frac{\omega_0}{2A_e}. \quad (54)$$

Очевидно, что

$$F_1 F_2 = (A_e \Delta^3 - \omega_0 \Delta^2 - \tilde{A}\omega_0^3) \frac{\Delta}{A_e}. \quad (55)$$

Из (53) следует, что импульсы, вызывающие наибольшее изменение населенностей квантовых уровней, могут иметь лишь такую отстройку, при которой хотя бы одна из величин F_1 или F_2 положительная. Нетрудно видеть, что это возможно, только если отстройка $\Delta > 0$. Так как коэффициенты при Δ^3

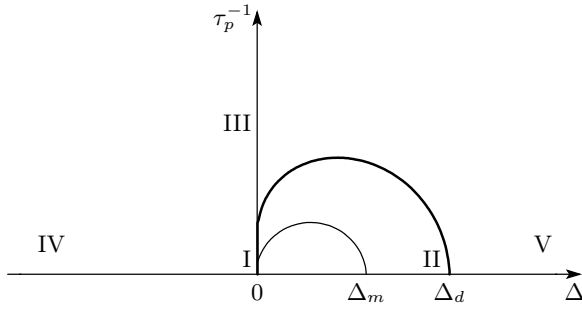


Рис. 1. Кривая сильного возбуждения для плотной среды; области значений параметров в режимах СИП (I), СИСП (II), НП (III), ОНП (IV) и ПНП (V) даны для случая $\Delta_d \ll \omega_0$; тонкой линией изображена кривая сильного возбуждения при $\tilde{A} = 0$

и Δ в правой части (55) положительны, а коэффициент при Δ^2 равен нулю, произведение $F_1 F_2$ меняет знак только один раз при $\Delta > 0$. Это означает, что в данной области F_2 принимает отрицательные значения, а F_1 больше нуля, если $0 < \Delta < \Delta_d$, где Δ_d — положительный корень уравнения $F_1 F_2 = 0$. Таким образом, при фиксированной отстройке, которая должна удовлетворять условию $0 < \Delta < \Delta_d$, импульсы лишь одной длительности могут сильно возбуждать среду. Точно такая же ситуация имела место в случае, когда использовалось приближение однонаправленного распространения, а показатели преломления считались равными друг другу. Несущая частота обыкновенной компоненты импульсов, сильно возбуждающих среду, тоже была меньше резонансной, причем параметр τ_p у таких импульсов не может быть меньше некоторого минимального значения. Кроме того, в соответствии с принятой классификацией в рассматриваемом случае также выделяются оба режима сильного возбуждения среды. Режимы СИП ($\alpha \rightarrow 0$) и СИСП ($\alpha \rightarrow \infty$) существуют, соответственно, при $\Delta \rightarrow 0$ и $\Delta \rightarrow \Delta_d$ (см. рис. 1).

Заметим, что формулы, соответствующие приближению однонаправленного распространения при выполнении условия (20), получаются из соотношений (53), (54) при $\tilde{A} = 0$. Максимальное значение отстройки при этом равно $\Delta_m = 4\omega_0 d^2 / D^2$. Легко показать, что для плотной среды область возможных значений отстройки расширяется ($\Delta_d > \Delta_m$). Это связано с тем, что в разреженной резонансной среде эффективная анизотропия оказывается более выраженной. По этой причине происходит уменьшение диапазона возможных значений отстройки, при которых импульсы могут находиться в среднем в ре-

зонансе со средой и, как следствие, сильно ее возбуждать. Отметим также, что с увеличением \tilde{A} среда эффективно становится более изотропной, а угол наклона касательной к кривой (53) растет при малых Δ . Данный факт объясняется тем, что в изотропной среде наибольшее изменение населенности квантовых уровней происходит только при точном резонансе.

Из проведенного выше рассмотрения следует, что уменьшение эффективной анизотропии в плотной среде действительно приводит к усилению характерных свойств импульсов в режимах СИП и СИСП. В противоположность этому режимы ПНП, ОНП и НП, в которых $g \ll 1$, становятся менее выраженными. Отличие показателей преломления анизотропной среды при этом оказывается несущественным. Области существования различных режимов (53) отмечены на рис. 1.

7. СРЕДЫ С ВЫРАЖЕННЫМ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ДВУЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЯМИ

Будем считать, что плотность частиц настолько мала, что справедливо условие

$$\tilde{A}\omega_0^2\tau_p^2 \ll 1. \tag{56}$$

Тогда соотношение (32) переходит как и в случае, когда использовалось приближение однонаправленного распространения, в (33). В отличие от плотных сред, рассмотренных в предыдущем разделе, здесь коэффициент \tilde{D} уже зависит от оптической анизотропии A_o . Поэтому характеристики импульсов в средах с положительным и отрицательным двулучепреломлениями будут разными. В дальнейшем мы увидим, что отличие показателей преломления найдет явное выражение в особенностях взаимодействия двухкомпонентных импульсов со средой.

Предположим вначале, что среда обладает положительным двулучепреломлением ($n_e > n_o$, $A_o > 0$). Особенностью этого случая является то, что \tilde{D} оказывается меньше нуля, если параметры τ_p и Δ импульса удовлетворяют неравенству

$$\frac{1}{\tau_p^2} + \Delta^2 > \frac{\omega_0^2}{A_o}.$$

При этом необыкновенная компонента импульса меняет полярность (см. (27)). Данное обстоятельство имеет важные следствия для условий сильного возбуждения среды.

Если $\tau_p \rightarrow \tilde{\tau}_p$ и $\Delta \rightarrow \tilde{\Delta}$, где величины $\tilde{\tau}_p$ и $\tilde{\Delta}$ связаны соотношением

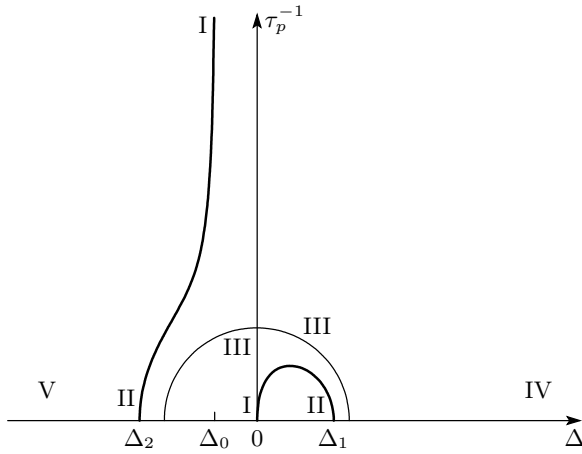


Рис. 2. Кривая сильного возбуждения для среды с положительным двулучепреломлением; области значений параметров в различных режимах даны для случая $|\Delta_2| \ll \omega_0$ и обозначены так же, как на рис. 1; тонкой линией изображена полуокружность $v_g = c/n_e$

$$\frac{1}{\tilde{\tau}_p^2} + \tilde{\Delta}^2 = \frac{\omega_0^2}{A_o^2},$$

то эффективная анизотропия среды неограниченно возрастает ($|\tilde{D}| \rightarrow \infty$), а групповая скорость импульса стремится к скорости необыкновенной компоненты ($v_g \rightarrow c/n_e$). Импульс, параметры τ_p и Δ которого близки к $\tilde{\tau}_p$ и $\tilde{\Delta}$ (см. рис. 2), распространяется в режиме НП, поскольку необыкновенная компонента преобладает над обыкновенной. Поскольку в рассматриваемой области изменения параметров импульса эффективная анизотропия увеличилась, режим НП проявляется более сильно, особенно при малых Δ .

Если выполняется условие

$$\frac{1}{\tilde{\tau}_p^2} + \Delta^2 > \left(1 + \frac{2n_o}{n_o + n_e}\right) \frac{\omega_0^2}{A_o^2}, \quad (57)$$

то коэффициент эффективной анизотропии среды не превосходит D^2 . Это приводит к тому, что режимы ПНП и ОНП, для которых $g \ll 1$ и $|\alpha| \gg 1$, будут менее выраженными в данной области параметров. Так как здесь $\tilde{D} < 0$, соответствующая этим режимам отстройка изменит знак, и первый из этих режимов существует при $\alpha < 0$, а второй — при $\alpha > 0$.

Рассмотрим случай сильного возбуждения среды с положительным двулучепреломлением. Из соотношений (34) и (33) следует, что наибольшее изменение населенности квантовых уровней имеет место, если параметры τ_p и Δ импульса удовлетворяют условию

$$\frac{1}{\tau_p} = \sqrt{F}, \quad (58)$$

где

$$F = \frac{\omega_0 \Delta}{A_e + A_o \frac{\Delta}{\omega_0}} - \Delta^2. \quad (59)$$

Условие $F > 0$ определяет диапазон возможных значений отстройки. Равенство (33) с учетом (58) примет вид

$$\tilde{D} = 4d^2 \left(A_e + A_o \frac{\Delta}{\omega_0} \right). \quad (60)$$

Введем обозначения

$$\Delta_0 = -\frac{A_e}{A_o} \omega_0$$

и

$$\Delta_{1,2} = \left(-A_e \pm \sqrt{A_e^2 + 4A_o} \right) \frac{\omega_0}{2A_o}, \quad (61)$$

соответственно, для корня уравнения $\tilde{D} = 0$ и для отличных от нуля корней уравнения $F = 0$. Так как в рассматриваемом случае $A_o > 0$, то $\Delta_2 < \Delta_0 < \Delta_1$.

Нетрудно видеть, что наибольшее изменение населенностей квантовых уровней может происходить не только при положительных значениях отстройки ($0 < \Delta < \Delta_1$), но также в случае, когда отстройка отрицательна ($\Delta_2 < \Delta < \Delta_0$). Существование второй области возможных значений отстройки является следствием того, что в средах с положительным двулучепреломлением коэффициент \tilde{D} может менять знак. Действительно, если отстройка импульса удовлетворяет условию $\Delta_2 < \Delta < \Delta_0$, то $\tilde{D} < 0$ и, следовательно, $\Omega_e > 0$. Поэтому импульсы, имеющие отрицательную отстройку, могут сильно возбуждать среду, находясь в среднем в резонансе с ней за счет динамического сдвига уровней энергии, обусловленного влиянием необыкновенной компоненты.

Режимы прозрачности, сопровождающиеся сильным возбуждением среды, в рассматриваемом случае будут такими же, как при выполнении условия (20), но существовать они могут в двух областях изменения параметров. Если $\Delta \rightarrow 0$ или $\Delta \rightarrow \Delta_0$, то $\alpha \rightarrow 0$, и импульсы распространяются в режиме СИП. При этом во втором случае импульсы будут иметь большую амплитуду обеих компонент и, значит, большую скорость. Если же $\Delta \rightarrow \Delta_1$ или $\Delta \rightarrow \Delta_2$, то $|\alpha| \rightarrow \infty$, и реализуется режим СИСП, в котором импульсы имеют более заостренную форму и меньшее замедление в скорости распространения, чем при $\Delta \rightarrow 0$. Области существования режимов

прозрачности и кривая сильного возбуждения среды представлены на рис. 2.

Если $A_o \rightarrow 0$, то $\Delta_1 \rightarrow \omega_0/A_e$, а величины Δ_0 и Δ_2 становятся неограниченными. Кривая сильного возбуждения при этом имеет вид, изображенный на рис. 1 тонкой линией.

Важно отметить, что для сред с положительным двулучепреломлением, как и для изотропных сред, параметр τ_p у импульсов, сильно возбуждающих среду, может быть любым. Поскольку здесь мы исходим из условия (56), коэффициент эффективной анизотропии больше D^2 в той области изменения параметров, где неравенство (57) несправедливо. Вследствие этого режимы СИП и СИСП при положительных значениях отстройки будут менее выраженными. Режим СИП при $\Delta \rightarrow \Delta_0$, наоборот, должен проявляться сильнее, так как коэффициент эффективной анизотропии стремится к нулю.

Рассмотрим среды с отрицательным двулучепреломлением ($n_o > n_e$, $A_o < 0$). Нетрудно показать, используя условие (56), что будет выполняться неравенство $\tilde{D} < D^2$, т.е. эффективная анизотропия в таких средах уменьшается. Причина этого кроется в том, что линейная скорость необыкновенной компоненты больше скорости обыкновенной и поэтому всегда оказывается больше скорости импульсов. В таких условиях роль необыкновенной компоненты в формировании импульсов менее значима.

Поскольку при отрицательном двулучепреломлении происходит уменьшение эффективной анизотропии, более выраженными являются режимы прозрачности, сопровождающиеся сильным возбуждением среды. Выражения (58)–(61), соответствующие таким режимам, останутся при этом в силе. Заметим, что условие (56) дает ограничение на параметр τ_p и, значит, на отстройку импульса (см. (58)). Поэтому в (60) отстройка должна быть такой, чтобы коэффициент \tilde{D} оказался меньше D^2 , несмотря на то что первое слагаемое в его правой части больше \tilde{D} .

Из соотношения (59) видно, что $F < 0$ при отрицательных Δ , т.е. отстройка импульсов, прохождение которых вызывает наибольшее изменение населенности квантовых уровней, может быть только положительной. Это согласуется с тем, что коэффициент \tilde{D} в рассматриваемом случае не меняет знака, и поэтому необыкновенная компонента импульса динамически сдвигает частоту перехода в красную область. Но так же, как в средах с положительным двулучепреломлением, здесь возможно существование двух областей значений отстройки у импульсов, сильно возбуждающих среду. Такая си-

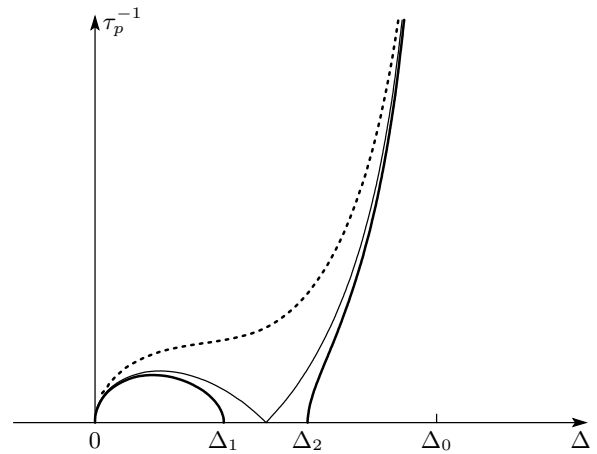


Рис. 3. Кривые сильного возбуждения для сред с отрицательным двулучепреломлением в случаях $-A_o < A_e^2/4$, $-A_o = A_e^2/4$ (тонкая линия) и $-A_o > A_e^2/4$ (пунктирная)

туация действительно реализуется, если параметры среды удовлетворяют условию $0 < -A_o < A_e^2/4$. В этом случае $\Delta_{1,2}$ вещественны и различны, причем $\Delta_1 < \Delta_2 < \Delta_0$. Режим СИП имеет место при $\Delta \rightarrow 0$ или $\Delta \rightarrow \Delta_0$, а режим СИСП существует при $\Delta \rightarrow \Delta_1$ или $\Delta \rightarrow \Delta_2$. Если $-A_o = A_e^2/4$, то, очевидно, $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_0/2$. Область значений параметров режима СИСП в этом случае лежит в окрестности $\Delta = \Delta_0/2$. Если $-A_o > A_e^2/4$, то корни $\Delta_{1,2}$ являются комплексными величинами, а кривая сильного возбуждения состоит из одной ветви. Режим СИСП при таких параметрах среды может отсутствовать. Так же как в изотропных средах, в средах с положительным двулучепреломлением параметр τ_p импульсов, вызывающих наибольшее изменение населенности, может принимать любые значения. Кривые сильного возбуждения для различных значений параметров среды представлены на рис. 3.

Режимы ПНП, ОНП и НП в средах с отрицательным двулучепреломлением будут менее выраженными из-за уменьшения эффективной анизотропии. Подобная ситуация уже имела место в случае плотных сред, но там эффективная анизотропия увеличивалась с ростом абсолютной величины отстройки, в то время как здесь происходит ее уменьшение.

Использование квазирезонансного приближения позволяет выделить еще один солитонный режим прозрачности при нелинейном взаимодействии обыкновенной и необыкновенной составляющих импульса при $n_e \neq n_o$. В этом случае систему (16)–(19) не удастся свести к одному нелинейному волновому уравнению. Пренебрегая в (46) линейной диспер-

сией третьего порядка, нелинейной дисперсией, а также нелинейностью вида $|\Omega_o|^2\Omega_o$ из-за квазирезонансного условия $\Delta\tau_p \gg 1$ (т.е. учитывая нелинейность и дисперсию минимальным образом), из (45), (46), (18) и (19) получим следующую систему:

$$\begin{aligned} i\frac{\partial\tilde{\Omega}_o}{\partial y} + 2p\frac{\partial^2\tilde{\Omega}_o}{\partial\tau^2} &= -\mu_o\Omega_e\tilde{\Omega}_o, \\ \frac{\partial\Omega_e}{\partial y} + q\frac{\partial\Omega_e}{\partial\tau} &= \mu_e\frac{\partial}{\partial\tau}|\tilde{\Omega}_o|^2. \end{aligned} \quad (62)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \tilde{\Omega}_o &= \Omega_o \exp\left(-i\frac{\beta_o W_\infty}{\Delta}y\right), \quad \tau = t - \frac{y}{v_g}, \\ \frac{1}{v_g} &= \frac{n_o}{c} - \frac{\beta_o W_\infty}{\Delta^2}, \\ q &= \frac{n_e}{c} - \frac{1}{v_g}, \quad \mu_o = -\frac{\beta_o W_\infty}{\Delta^2}, \\ \mu_e &= -\frac{\beta_e W_\infty}{2\Delta^2}, \quad p = -\frac{\beta_o W_\infty}{2\Delta^3}. \end{aligned}$$

При $q = 0$ или

$$v_g = c/n_e \quad (63)$$

уравнения (62) совпадают с интегрируемой системой Ядзимы–Ойкавы [31], описывающей взаимодействие длинных и коротких волн в режиме резонанса Захарова–Бенни (РЗБ) [32]. В этом случае, согласно (63), групповая скорость коротковолновой (обыкновенной) составляющей равна фазовой скорости длинноволновой (необыкновенной) составляющей. Система такого вида была получена в работах [33, 34] в предположении, что резонансные частоты многоуровневой среды очень далеки от несущей частоты обыкновенной компоненты: $\omega \ll \omega_0$ или $\Delta \sim \omega_0$. Анализ, проведенный здесь, показывает, что режим РЗБ возможен также в условиях квазирезонанса. В рассматриваемом нами случае прохождения импульсов через среду, которая находится в термодинамически равновесном состоянии, $v_g < c/n_o$, поэтому равенство (63) возможно, когда $n_e > n_o$, т.е. кристаллическая матрица, в которую помещены резонансные центры, должна обладать положительным двулучепреломлением. Отметим, что условия (20) и (63) могут быть выполнены для одной и той же среды. Для этого можно использовать, например, дополнительное постоянное электрическое поле, направленное вдоль оси анизотропии. За счет эффекта Штарка это поле будет смещать частоту ω_0 вырожденных σ -переходов. Принимая во внимание частотную зависимость n_o , можно, таким образом,

переходить от условия (20) к (63) и наоборот. В работах [33, 34] было показано, что солитоны системы Ядзимы–Ойкавы устойчивы в области нормальной групповой дисперсии: $p > 0$ или $\Delta > 0$.

Односолитонное решение системы (62) при условии (63) имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{\Omega}_o &= \frac{8}{\Delta\tau_p} \frac{d}{D} \sqrt{\frac{n_e}{n_o}} \omega\Omega \times \\ &\times \exp[-i(\Omega t - ry)] \operatorname{sech} \frac{t - y/v_t}{\tau_p}, \end{aligned} \quad (64)$$

$$\Omega_e = \frac{2}{\Delta\tau_p^2} \operatorname{sech}^2 \frac{t - y/v_t}{\tau_p}, \quad (65)$$

где τ_p и Ω — свободные параметры, имеющие смысл, соответственно, длительности импульса и смещения несущей частоты в красную область, $r = n_e\Omega/c + 2p(1/\tau_p^2 - \Omega^2)$, скорость распространения v_t определяется соотношением

$$\frac{1}{v_t} = \frac{n_e}{c} - 4p\Omega. \quad (66)$$

При $p, \Omega > 0$ имеем $v_t > c/n_e = v_g$. Таким образом, скорость импульса в режиме РЗБ превышает линейную фазовую скорость длинноволновой компоненты и линейную групповую скорость коротковолновой составляющей. Объяснить данное явление можно исходя из следующих рассуждений. Пусть на входе в среду подан импульс, состоящий только из высокочастотной обыкновенной компоненты. Согласно второму уравнению (62), из-за $\mu_e \propto D^2 \neq 0$ в среде при условии (63) будет эффективно генерироваться видеоимпульс необыкновенной волны. На языке фотонов это означает, что каждый фотон обыкновенной компоненты будет испытывать покраснение, отдавая часть своей энергии $\hbar\Omega$ в необыкновенную волну. В результате несущая частота обыкновенной компоненты смещается в красную область: $\omega \rightarrow \omega - \Omega$ ($\Omega \ll \Delta$). При этом выражение для v_g преобразуется в следующее:

$$\begin{aligned} \frac{1}{v_g} &= \frac{n_o}{c} - \frac{\beta_o W_\infty}{(\Delta + \Omega)^2} \approx \\ &\approx \frac{n_o}{c} - \frac{\beta_o W_\infty}{\Delta^2} - 4p\Omega = \frac{n_e}{c} - 4p\Omega, \end{aligned}$$

что совпадает с (66). Отстройка обыкновенной составляющей от резонанса в результате данного красного смещения увеличивается, что сопровождается слабым возбуждением среды.

Из формул (64) и (65) находим для отношения квадратов амплитуд:

$$\frac{|\Omega_{om}|^2}{\Omega_{em}^2} = \frac{2g\Omega\tau_p n_e}{n_o}$$

Так как $\Omega \ll \Delta$, а $\Delta\tau_p \gg 1$, произведение $\Omega\tau_p$ не может быть очень большим. В противном случае пришлось бы отказаться от приближений двухуровневой среды и вращающейся волны. Полагая $\Omega\tau_p \sim 1$, $n_e/n_o \sim 1$ и принимая во внимание условие $g \ll 1$, получим $|\Omega_{om}|^2/\Omega_{em}^2 \ll 1$. Таким образом, в режиме РЗБ доминирует необыкновенная составляющая. Кроме того, в этом режиме отсутствует фазовая модуляция обыкновенной компоненты. Однако последняя, как отмечалось выше, приобретает однородный нелинейный частотный сдвиг в красную область: $\delta\omega_{non} = -\Omega$.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследование, проведенное в настоящей работе, позволяет сделать вывод о том, что осевая анизотропия среды существенным образом расширяет диапазон различных режимов солитонной прозрачности. Благодаря анизотропии входящий квазимонохроматический импульс, имеющий отличную от нуля отстройку, способен эффективно порождать видеоимпульс необыкновенной волны, что приводит к изменению характера его взаимодействия с квантовыми системами.

В представленной работе мы выделили шесть режимов прохождения двухкомпонентных импульсов через резонансную среду, которые различаются по скорости распространения и по степени возбуждения среды (см. таблицу). Самоиндуцированная прозрачность характеризуется сильным возбуждением среды и значительным уменьшением скорости распространения импульсов относительно линейной скорости. Самоиндуцированная сверхпрозрачность отличается от СИП малым замедлением скорости распространения, но среда в этом случае также испытывает сильное возбуждение (полное инвертирование с последующим возвратом в исходное состояние). Несущая частота обыкновенной составляющей импульсов, распространяющихся в этом режиме, в случае равенства показателей преломления меньше резонансной. При этом длительность тех импульсов, которые вызывают наибольшее изменение населенностей квантовых уровней, определяется величиной отстройки. Солитоны СИСП превосходят по амплитуде солитоны СИП и являются более короткими,

а обыкновенная компонента сильно промодулирована по частоте. Также существуют режимы, в которых происходит пленение населенности квантовых уровней. У импульсов, распространяющихся в режиме необыкновенной прозрачности, отстройка от резонанса мала и имеет место преобладание необыкновенной компоненты над обыкновенной. Групповая скорость меняется существенно и может быть такой же, как у импульсов, вызывающих сильное возбуждение среды. В режимах положительной и отрицательной нерезонансной прозрачности скорость импульсов меняется слабо, а отстройка велика по абсолютной величине. В первом из них доминирует необыкновенная составляющая импульса, в то время как во втором отношении амплитуд обыкновенной и необыкновенной компонент может быть произвольным. Наиболее существенно данные режимы различаются по поведению эффективной отстройки от резонанса. Она практически не меняется в режиме отрицательной нерезонансной прозрачности. Если же импульс распространяется в режиме положительной нерезонансной прозрачности, то эффективная отстройка за счет необыкновенной составляющей меняет знак, проходя через резонанс. Как следствие, среда возбуждается чуть сильнее, а сами импульсы имеют заостренную форму, как в режиме СИСП.

Если плотность резонансных частиц велика и/или обыкновенный и необыкновенный показатели преломления не равны, то анизотропия среды определяется не только ее свойствами, но также параметрами импульса, т. е. становится эффективной. В плотной среде эффективная анизотропия для всех импульсов уменьшается. Поэтому более выраженными в ней оказываются режимы прозрачности, которые сопровождаются сильным возбуждением квантовых частиц. Наиболее интересным является случай сред с выраженным положительным двулучепреломлением. Его важная особенность заключается в том, что эффективная анизотропия среды может менять знак. По этой причине режимы СИП и СИСП существуют не только тогда, когда несущая частота импульса меньше резонансной, но также, если она превосходит резонансную частоту. В областях режимов ПНП и ОНП отстройка несущей частоты от резонанса изменяет знак. Кроме того, степень эффективной анизотропии среды становится неограниченной, когда групповая скорость импульса приближается к скорости необыкновенной компоненты. Импульсы при этом распространяются в режиме необыкновенной прозрачности, который будет

Характеристики режимов распространения двухкомпонентных импульсов

	Δ_{ef}^m	$ \alpha $	$ g $	v_g	$ \Omega_o/\Omega_e $	Изменение населенности
СИП	-2Δ	$\ll 1$	$\gg 1$	v_{SIT}	$\gg 1$	сильное
СИСП	-2Δ	$\gg 1$	$\gg 1$	$< c/n_o$	~ 1	сильное
ОНП	$\approx \Delta$	$\gg 1$	$\ll 1$	c/n_o	любое	слабое
ПНП	-5Δ	$\gg 1$	$\ll 1$	c/n_o	$\ll 1$	слабое
НП	$\gg \Delta $	$\ll 1$	$\ll 1$	$> v_{SIT}$	$\ll 1$	слабое
РЗБ	$\approx \Delta$	$\gg 1$	$\ll 1$	$> c/n_e$	$\ll 1$	слабое

Примечание. Δ_{ef}^m — эффективная отстройка в центре импульса; сравнение Δ_{ef}^m с Δ в режиме НП проводится по абсолютной величине.

выражен более сильно, особенно при малой отстройке от резонанса. Здесь же, в среде анизотропных резонансных центров с положительным двулучепреломлением, выявлена возможность распространения связанного солитонного состояния квазимонохроматической обыкновенной компоненты и видеоимпульса необыкновенной волны в режиме резонанса Захарова–Бенни. Наличие постоянного дипольного момента у квантовых микрообъектов и здесь играет принципиальную роль. Если среда обладает выраженным отрицательным двулучепреломлением, то ее эффективная анизотропия уменьшается. Как и для плотных сред, здесь более выраженными являются режимы прозрачности, сопровождающиеся сильным возбуждением среды. С другой стороны, как и в случае сред с положительным двулучепреломлением, в данном случае возможно существование двух областей значений несущей частоты обыкновенной компоненты, при которых может происходить наибольшее изменение населенностей квантовых уровней. При этом несущая частота всегда меньше резонансной, поскольку знак эффективной анизотропии среды не меняется.

Хорошо известно, что существует соответствие между явлениями когерентной оптики и акустики. В случае прохождения через резонансную среду двухкомпонентных электромагнитных и акустических импульсов это соответствие также наблюдается. Так, для продольно-поперечных акустических импульсов, распространяющихся параллельно внешнему магнитному полю в системе резонансных парамагнитных примесей с эффективным спином $S = 1/2$, предсказан эффект, подобный НП в анизотропных средах, если амплитуда продольной состав-

ляющей импульсов превосходит амплитуду поперечной [27]. Более того, все режимы солитонной прозрачности, рассмотренные выше, имеют место и в случае акустических импульсов, поскольку система уравнений, описывающих их распространение [35], совпадает с системой (16)–(18), (22). При этом высокочастотная поперечная компонента акустического импульса выполняет ту же роль, что и обыкновенная составляющая импульса излучения, а продольная компонента является аналогом необыкновенной составляющей.

Как было отмечено в конце разд. 2, система СДКВ и ей калибровочно-эквивалентные системы уравнений хорошо известны в теории метода обратной задачи рассеяния и встречаются в других физических задачах. В частности, такие системы описывают двухфотонное распространение электромагнитных волн в двухуровневой среде [36, 37], взаимодействие двух поляризованных электромагнитных волн в двухуровневой среде с кубической нелинейностью [38], четырехволновое смешение и однофотонное распространение импульсов в резонансной среде при учете эффекта Штарка [28]. Изученные здесь режимы солитонной прозрачности будут проявляться также в этих задачах. В случае эффекта Штарка различие соответствующих режимов распространения электромагнитных импульсов заключается только в ином характере фазовой модуляции высокочастотного поля. В других случаях требуется дополнительное исследование для выяснения физического содержания этих различий, поскольку при выводе уравнений, калибровочно-эквивалентных системе СДКВ, использовались нелинейные замены независимых переменных.

В настоящей работе нами не принималось во внимание неоднородное уширение спектральных линий. Учет этого эффекта может пролить свет на теорему площадей для импульсов, распространяющихся в анизотропных средах, что даст возможность исследовать их устойчивость.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. L. McCall and E. L. Hahn, *Phys. Rev. Lett.* **18**, 908 (1967); *Phys. Rev.* **183**, 457 (1969).
2. A. I. Maimistov and A. M. Basharov, *Nonlinear Optical Waves*, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht (1999).
3. А. И. Маймистов, КЭ **30**, 287 (2000).
4. В. Е. Захаров, С. В. Манаков, С. П. Новиков, Л. П. Питаевский, *Теория солитонов: метод обратной задачи*, Наука, Москва (1980).
5. Дж. Л. Лэм, *Введение в теорию солитонов*, Мир, Москва (1983).
6. Р. Буллаф, Ф. Кодри, *Солитоны*, Мир, Москва (1983).
7. G. L. Lamb, *Rev. Mod. Phys.* **43**, 99 (1971).
8. J. C. Eilbeck, J. D. Gibbon, P. J. Caudrey, and R. K. Bullough, *J. Phys. A: Math. Gen.* **6**, 1337 (1973).
9. Л. А. Большов, В. В. Лиханский, М. И. Персианцев, ЖЭТФ **84**, 903 (1983).
10. А. М. Башаров, А. И. Маймистов, ЖЭТФ **87**, 1594 (1984).
11. Л. А. Большов, Н. Н. Елкин, В. В. Лиханский, М. И. Персианцев, ЖЭТФ **94**, 101 (1988).
12. А. М. Башаров, А. И. Маймистов, ЖЭТФ **97**, 1530 (1990).
13. А. Ю. Пархоменко, С. В. Сазонов, ЖЭТФ **114**, 1595 (1998).
14. S. B. Leble and N. V. Ustinov, *Chaos, Solitons and Fractals* **11**, 1763 (2000).
15. R. Bavlil and Y. B. Band, *Phys. Rev. A* **43**, 5039 (1991).
16. J. P. Lavoine, C. Hoerner, and A. A. Villaeys, *Phys. Rev. A* **44**, 5947 (1991).
17. G. B. Hadjichristov, M. D. Stamova, and P. P. Kircheva, *J. Phys. B: Mol. Opt.* **28**, 3441 (1995).
18. S. Kócsinac, Z. Ikonić, and V. Milanović, *Opt. Comm.* **140**, 89 (1997).
19. L. W. Casperson, *Phys. Rev. A.* **57**, 609 (1998).
20. M. Agrotis, N. M. Ercolani, S. A. Glasgow, and J. V. Moloney, *Physica D* **138**, 134 (2000).
21. А. А. Заболотский, ЖЭТФ **121**, 1012 (2002).
22. А. И. Маймистов, Дж.-Ги Капуто, *Опт. и спектр.* **94**, 257 (2003).
23. С. В. Сазонов, ЖЭТФ **124**, 803 (2003).
24. В. Я. Демиховский, Г. А. Вугальтер, *Физика квантовых низкоразмерных структур*, Логос, Москва (2000).
25. Н. Н. Моисеев, *Асимптотические методы нелинейной механики*, Наука, Москва (1981).
26. А. Найфэ, *Введение в методы возмущений*, Мир, Москва (1984).
27. С. В. Воронков, С. В. Сазонов, ЖЭТФ **120**, 269 (2001).
28. А. А. Заболотский, ЖЭТФ **94**, 33 (1988).
29. M. D. Crisp, *Phys. Rev. A* **8**, 2128 (1973).
30. А. М. Башаров, А. И. Маймистов, *Опт. и спектр.* **88**, 428 (2000).
31. N. Yadjima and M. Oikawa, *Progr. Theor. Phys.* **56**, 1719 (1976).
32. Р. Додд, Дж. Эйлбек, Дж. Гиббон, Х. Моррис, *Солитоны и нелинейные волновые уравнения*, Мир, Москва (1988).
33. С. В. Сазонов, А. Ф. Соболевский, *Письма в ЖЭТФ* **75**, 746 (2002).
34. С. В. Сазонов, А. Ф. Соболевский, ЖЭТФ **123**, 1160 (2003).
35. А. А. Заболотский, ЖЭТФ **123**, 560 (2003).
36. H. Steudel, *Physica D* **6**, 155 (1983).
37. D. J. Kaup, *Physica D* **6**, 143 (1983).
38. В. Е. Захаров, А. В. Михайлов, *Письма в ЖЭТФ* **45**, 279 (1987).