

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОН-ЭЛЕКТРОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА СПИНОВУЮ РЕЛАКСАЦИЮ НОСИТЕЛЕЙ ТОКА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

М. М. Глазов, Е. Л. Ивченко*

*Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук
194021, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 30 марта 2004 г.

Теоретически исследована спиновая динамика в полупроводниковых системах без центра инверсии, допускающих спиновое расщепление электронных зон. Показано, что электрон-электронное взаимодействие замедляет прецессионный механизм спиновой релаксации (или механизм Дьяконова – Переля) как за счет перемешивания распределения электронов по спину в импульсном пространстве, так и за счет обменного поля Хартри – Фока в газе спин-поляризованных электронов. Проанализировано, как меняется роль хартри-фоковского поля с ростом неравновесной спиновой поляризации электронов. Проведено сопоставление теории с результатами эксперимента по спиновой динамике в структурах с квантовыми ямами GaAs/AlGaAs. Влияние электрон-электронных столкновений исследовано не только для двумерных электронов в квантовой яме, но и для электронного газа в объемном полупроводнике и квантовой проволоке.

PACS: 71.70.Ej, 72.25.Rb, 78.66.Fd

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы процессы спиновой динамики в полупроводниках и полупроводниковых гетероструктурах привлекают особое внимание в связи с возможными применениями электронного спина в устройствах спинтроники [1–5]. В полупроводниках имеются четыре основных механизма спиновой релаксации свободных электронов (см. [6–8] и приведенные там ссылки). Механизм Эллиота – Яфета обусловлен рассеянием электронов с переворотом спина, возникающим вследствие подмешивания состояний валентной зоны к волновым функциям зоны проводимости. При механизме Дьяконова – Переля спин теряется не при столкновениях, как в предыдущем случае, а в промежутках между двумя последовательными актами рассеяния, благодаря спиновому расщеплению зоны проводимости, зависящему от волнового вектора [9]. В структурах *p*-типа электроны теряют спин, рассеиваясь на дырках (механизм Бира – Арнонова – Пикуса). В образцах с парамагнитными центрами вклад в процессы с переворотом спина вносит обменное вза-

имодействие свободных электронов и электронов, связанных на парамагнитных центрах.

В двумерных структурах с квантовыми ямами *n*-типа в широком диапазоне температур и концентраций носителей наиболее эффективным сценарием потери спина является механизм Дьяконова – Переля, называемый также прецессионным механизмом, который связан со спиновым расщеплением дисперсионной кривой электронов в системах без центра инверсии [10–21]. Наличие спинового расщепления эквивалентно существованию эффективного магнитного поля с частотой ларморовской прецессии спина $\Omega_{\mathbf{k}}$, зависящей от величины и направления волнового вектора \mathbf{k} электрона. При этом темп спиновой релаксации можно оценить как

$$\tau_s^{-1} \propto \langle \Omega_{\mathbf{k}}^2 \tau \rangle,$$

где угловые скобки означают усреднение по энергетическому распределению электронов, а τ — микроскопическое время релаксации. В кратком сообщении [22] впервые было обращено внимание на то, что в обратное время τ^{-1} аддитивно вносят вклад не только различные механизмы рассеяния импульса, определяющие подвижность образца, но и элек-

*E-mail: glazov@coherent.ioffe.ru

трон-электронные столкновения, которые не приводят к релаксации среднего квазиимпульса электронного газа. Действительно, не имеет значения, происходит ли изменение волнового вектора электрона \mathbf{k} , а значит, и оси ларморовской прецессии $\Omega_{\mathbf{k}}$, при рассеянии на статическом дефекте или фононе, вследствие циклотронного движения носителей в магнитном поле [11, 23] или при рассеянии на другом электроном. Это, в частности, означает, что в структурах высокого качества у скорости спиновой релаксации электронов имеется естественный верхний предел $\tau_s^{-1} \leq \langle \Omega_{\mathbf{k}}^2 \rangle \tau_{ee}^{(s)}$, где $\tau_{ee}^{(s)}$ — некоторое время, которое характеризует интенсивность электрон-электронных соударений и находится из уравнения для составляющей $\delta s_{\mathbf{k}}$ спиновой функции распределения, нечетной по волновому вектору \mathbf{k} . Экспериментально важная роль электрон-электронного рассеяния была продемонстрирована в [24] при изучении спиновой динамики в условиях оптической ориентации электронных спинов в структурах с квантовыми ямами GaAs/AlGaAs n -типа.

В [22, 25] расчет времени $\tau_{ee}^{(s)}$ проводился для невырожденного двумерного электронного газа на основе решения кинетического уравнения для спиновой матрицы плотности. В [26] мы распространили теорию на случай трехмерных кристаллов, когда применимо квазиупругое приближение при электрон-электронных столкновениях [27]. Пути обобщения кинетической теории от невырожденной на произвольную статистику электронного газа намечены в [28]. Теоретически учет влияния электрон-электронных столкновений на спиновую динамику проводился также в [29]. В этой работе учитывались также введенные в [16, 17] хартри-фоковские поправки к энергии отдельного электрона в спин-поляризованном электронном газе. Результаты численного расчета приведены в [29] только для квантовой ямы с одной фиксированной двумерной концентрацией электронов, только при отличном от нуля внешнем магнитном поле и при температурах выше 120 К. Эти результаты не позволяют выделить относительную роль электрон-электронного и электрон-фононного рассеяния и разделить эффекты хартри-фоковских поправок к электронной энергии и электрон-электронных столкновений.

В данной работе построена кинетическая теория спиновой релаксации электронов проводимости с учетом межэлектронного взаимодействия при произвольном вырождении электронного газа и произвольной степени его спиновой поляризации. Рассчитана температурная зависимость времени спиновой

релаксации двумерного электронного газа в диапазоне температур от низкой до 120 К, когда электрон-фононное взаимодействие слабо влияет на спиновую релаксацию. Проведено сравнение с экспериментом [24], предварительные результаты такого сравнения представлены в работе [30]. Выяснены условия, при которых хартри-фоковскими поправками можно пренебречь по сравнению с тем, как влияют на спиновую динамику межэлектронные столкновения. Проанализировано, как меняется с понижением размерности от $d = 3$ к $d = 1$ влияние этих столкновений на механизм Дьяконова–Переля.

Статья построена следующим образом. В разд. 2 выводится кинетическое уравнение для спин-поляризованных электронов с учетом электрон-электронного взаимодействия, в разд. 3 получено общее выражение для тензора обратных времен спиновой релаксации. Разделы 4 и 5 посвящены расчету времени спиновой релаксации в квантовой яме, а также в объемном полупроводнике и квантовой проволоке.

2. КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ СПИНОВОЙ МАТРИЦЫ ПЛОТНОСТИ

В рамках кинетической теории распределение электронного газа по волновому вектору \mathbf{k} и спину описывается матрицей плотности 2×2 , которую можно разложить по базисным матрицам как

$$\rho_{\mathbf{k}} = f_{\mathbf{k}} + \mathbf{s}_{\mathbf{k}} \cdot \boldsymbol{\sigma}. \quad (1)$$

Здесь $\boldsymbol{\sigma}$ — вектор, компонентами которого являются спиновые матрицы Паули, $f_{\mathbf{k}} = \text{Sp}[\rho_{\mathbf{k}}/2]$ — функция распределения электронов, усредненная по спину, $\mathbf{s}_{\mathbf{k}} = \text{Sp}[\rho_{\mathbf{k}}(\boldsymbol{\sigma}/2)]$ — средний спин электрона в точке \mathbf{k} , единичную матрицу 2×2 в этой записи опускаем. Кинетическое уравнение для матрицы плотности $\rho_{\mathbf{k}}$ можно записать в виде

$$\frac{d\rho_{\mathbf{k}}}{dt} + \frac{i}{\hbar} [\mathcal{H}_{SO}(\mathbf{k}) + V_C(\mathbf{k}), \rho_{\mathbf{k}}] + \hat{Q}_{\mathbf{k}}\{\rho\} = 0. \quad (2)$$

Здесь $\mathcal{H}_{SO}(\mathbf{k})$ — вклад в одноэлектронный эффективный гамильтониан спин-зависимых слагаемых, $V_C(\mathbf{k})$ — хартри-фоковский вклад в эффективный гамильтониан, обусловленный обменным взаимодействием спин-поляризованного электронного газа с отдельным электроном, находящимся в состоянии с волновым вектором \mathbf{k} , а именно [16, 17, 29, 31]:

$$V_C(\mathbf{k}) = 2 \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}}(\mathbf{s}_{\mathbf{k}'} \cdot \boldsymbol{\sigma}), \quad (3)$$

последнее слагаемое в левой части представляет собой интеграл столкновений. В данной работе процессы рассеяния электронов с несохранением суммарного спина не учитываются.

При выводе выражения для вклада электрон-электронного взаимодействия в интеграл столкновений $\hat{Q}_{\mathbf{k}}\{\rho\}$ мы воспользовались стандартной диаграммой техникой Келдыша и учли, что матричный элемент рассеяния электрона на электроне $\mathbf{k}, s_{\mathbf{k}} + \mathbf{k}', s_{\mathbf{k}'} \rightarrow \mathbf{p}, s_{\mathbf{p}} + \mathbf{p}', s_{\mathbf{p}'}$ можно представить в виде

$$M(\mathbf{p}, s_{\mathbf{p}}; \mathbf{p}', s_{\mathbf{p}'} | \mathbf{k}, s_{\mathbf{k}}; \mathbf{k}', s_{\mathbf{k}'}) = V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}} \delta_{s_{\mathbf{p}}, s_{\mathbf{k}}} \delta_{s_{\mathbf{p}'}, s_{\mathbf{k}'}} - V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}'} \delta_{s_{\mathbf{p}}, s_{\mathbf{k}'}} \delta_{s_{\mathbf{p}'}, s_{\mathbf{k}}}, \quad (4)$$

где $s_{\mathbf{k}}, s_{\mathbf{k}'}, \dots$ — проекции спина $\pm 1/2$ на выделенное направление z , $V_{\mathbf{q}}$ — фурье-компонента кулоновского потенциала $V(\mathbf{r})$ в d -мерном пространстве. Используя (4), можно записать матричный элемент для произвольной ориентации электронных спинов в начальном и конечном состояниях. Удобно переписать (4) в инвариантной матричной форме, приписав спиновым состояниям $s_{\mathbf{k}}, s_{\mathbf{p}}$ электрона с волновым вектором \mathbf{k} или \mathbf{p} индекс 1, а спиновым состояниям $s_{\mathbf{k}'}, s_{\mathbf{p}'}$ — индекс 2. С помощью двухрядных единичных матриц $I^{(1)}, I^{(2)}$ и матриц Паули $\sigma_{\alpha}^{(1)}, \sigma_{\alpha}^{(2)}$ ($\alpha = x, y, z$) уравнение (4) допускает следующую операторную форму записи

$$\hat{M} = AI^{(1)}I^{(2)} + B\boldsymbol{\sigma}^{(1)} \cdot \boldsymbol{\sigma}^{(2)}, \quad (5)$$

где

$$A = V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}} - \frac{1}{2}V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}'}, \quad B = -\frac{1}{2}V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}'}. \quad (6)$$

Простая структура выражения для \hat{M} , как и исходного выражения (4), связана с пренебрежением процессами рассеяния с несохранением суммарного спина. Приведем полезное выражение для квадрата оператора \hat{M} :

$$\hat{M}^2 = (A^2 + 3B^2)I^{(1)}I^{(2)} + 2B(A - B)\boldsymbol{\sigma}^{(1)} \cdot \boldsymbol{\sigma}^{(2)}.$$

С помощью матрицы \hat{M} интеграл столкновений в (2) записывается в компактном виде

$$\hat{Q}_{\mathbf{k}}\{\rho\} = \frac{\pi}{2\hbar} \sum_{\mathbf{k}', \mathbf{p}, \mathbf{p}'} \delta_{\mathbf{k}+\mathbf{k}', \mathbf{p}+\mathbf{p}'} \delta(E_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}'} - E_{\mathbf{p}} - E_{\mathbf{p}'}) \times \text{Sp}_2 G(\mathbf{p}, \mathbf{p}'; \mathbf{k}, \mathbf{k}'), \quad (7)$$

где введена зависящая от спиновых индексов 1 и 2 матрица

$$G(\mathbf{p}, \mathbf{p}'; \mathbf{k}, \mathbf{k}') = \hat{M}(I^{(1)} - \rho_{\mathbf{p}}^{(1)})(I^{(2)} - \rho_{\mathbf{p}'}^{(2)})\hat{M}\rho_{\mathbf{k}}^{(1)}\rho_{\mathbf{k}'}^{(2)} + \rho_{\mathbf{k}}^{(1)}\rho_{\mathbf{k}'}^{(2)}\hat{M}(I^{(1)} - \rho_{\mathbf{p}}^{(1)})(I^{(2)} - \rho_{\mathbf{p}'}^{(2)})\hat{M} - \hat{M}\rho_{\mathbf{p}}^{(1)}\rho_{\mathbf{p}'}^{(2)}\hat{M}(I^{(1)} - \rho_{\mathbf{k}}^{(1)})(I^{(2)} - \rho_{\mathbf{k}'}^{(2)}) - (I^{(1)} - \rho_{\mathbf{k}}^{(1)})(I^{(2)} - \rho_{\mathbf{k}'}^{(2)})\hat{M}\rho_{\mathbf{p}}^{(1)}\rho_{\mathbf{p}'}^{(2)}\hat{M}, \quad (8)$$

а символ Sp_2 означает сумму диагональных элементов матрицы с верхним индексом 2. Уравнение для матрицы плотности эквивалентно одному скалярному и одному векторному (точнее, псевдовекторному) уравнениям, соответственно для $f_{\mathbf{k}}$ и $\mathbf{s}_{\mathbf{k}}$:

$$\frac{df_{\mathbf{k}}}{dt} + Q_{\mathbf{k}}\{f, \mathbf{s}\} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{d\mathbf{s}_{\mathbf{k}}}{dt} + \mathbf{s}_{\mathbf{k}} \times (\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}} + \boldsymbol{\Omega}_{C, \mathbf{k}}) + \mathbf{Q}_{\mathbf{k}}\{\mathbf{s}, f\} = 0, \quad (10)$$

где угловые частоты определены согласно формулам

$$\mathcal{H}_{SO}(\mathbf{k}) \equiv \frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad \boldsymbol{\Omega}_{C, \mathbf{k}} = \frac{2}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}} \mathbf{s}_{\mathbf{k}'}, \quad (11)$$

а скалярный и векторный интегралы столкновений — согласно равенствам

$$Q_{\mathbf{k}}\{f, \mathbf{s}\} = \frac{\pi}{4\hbar} \sum_{\mathbf{k}', \mathbf{p}, \mathbf{p}'} \delta_{\mathbf{k}+\mathbf{k}', \mathbf{p}+\mathbf{p}'} \delta(E_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}'} - E_{\mathbf{p}} - E_{\mathbf{p}'}) \times \text{Sp}_1 \text{Sp}_2 [G(\mathbf{p}, \mathbf{p}'; \mathbf{k}, \mathbf{k}')],$$

$$\mathbf{Q}_{\mathbf{k}}\{\mathbf{s}, f\} = \frac{\pi}{4\hbar} \sum_{\mathbf{k}', \mathbf{p}, \mathbf{p}'} \delta_{\mathbf{k}+\mathbf{k}', \mathbf{p}+\mathbf{p}'} \delta(E_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}'} - E_{\mathbf{p}} - E_{\mathbf{p}'}) \times \text{Sp}_1 \text{Sp}_2 [\boldsymbol{\sigma}^{(1)} G(\mathbf{p}, \mathbf{p}'; \mathbf{k}, \mathbf{k}')].$$

Выполняя последовательно операции Sp_1 и Sp_2 , получаем

$$Q_{\mathbf{k}}\{f, \mathbf{s}\} = \frac{2\pi}{\hbar} \times \sum_{\mathbf{k}', \mathbf{p}, \mathbf{p}'} \delta_{\mathbf{k}+\mathbf{k}', \mathbf{p}+\mathbf{p}'} \delta(E_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}'} - E_{\mathbf{p}} - E_{\mathbf{p}'}) \times \{ (2V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}}^2 - V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}}V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}'}) \times [f_{\mathbf{k}}f_{\mathbf{k}'}(1 - f_{\mathbf{p}} - f_{\mathbf{p}'}) - f_{\mathbf{p}}f_{\mathbf{p}'}(1 - f_{\mathbf{k}} - f_{\mathbf{k}'})] + 2(V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}}^2 - V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}}V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}'}) \times [(f_{\mathbf{p}} - f_{\mathbf{k}})(\mathbf{s}_{\mathbf{k}'} \cdot \mathbf{s}_{\mathbf{p}'}) + (f_{\mathbf{p}'} - f_{\mathbf{k}'})(\mathbf{s}_{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{s}_{\mathbf{p}})] - V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}}V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}'} [(f_{\mathbf{k}} + f_{\mathbf{k}'})(\mathbf{s}_{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{s}_{\mathbf{p}'}) - (f_{\mathbf{p}} + f_{\mathbf{p}'}) (\mathbf{s}_{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{s}_{\mathbf{k}'})] \}, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{\mathbf{k}}\{\mathbf{s}, f\} = & \frac{2\pi}{\hbar} \times \\ & \times \sum_{\mathbf{k}', \mathbf{p}, \mathbf{p}'} \delta_{\mathbf{k}+\mathbf{k}', \mathbf{p}+\mathbf{p}'} \delta(E_k + E_{k'} - E_p - E_{p'}) \times \\ & \times \{ (2V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}}^2 - V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}}V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}'}) \times \\ & \times [\mathbf{s}_{\mathbf{k}}F(\mathbf{k}'; \mathbf{p}, \mathbf{p}') - \mathbf{s}_{\mathbf{p}}F(\mathbf{p}'; \mathbf{k}, \mathbf{k}')] - \\ & - V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}}V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}'} [\mathbf{s}_{\mathbf{k}'}F(\mathbf{k}; \mathbf{p}, \mathbf{p}') - \mathbf{s}_{\mathbf{p}}F(\mathbf{p}'; \mathbf{k}, \mathbf{k}')] - \\ & - (\mathbf{s}_{\mathbf{k}'} - \mathbf{s}_{\mathbf{k}})(\mathbf{s}_{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{s}_{\mathbf{p}'}) \} + \\ & + 2(V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}}^2 - V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}}V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}'}) (\mathbf{s}_{\mathbf{p}} - \mathbf{s}_{\mathbf{k}})(\mathbf{s}_{\mathbf{k}'} \cdot \mathbf{s}_{\mathbf{p}'} \}, \quad (13) \end{aligned}$$

где

$$F(\mathbf{k}_1; \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3) = f_{\mathbf{k}_1}(1 - f_{\mathbf{k}_2} - f_{\mathbf{k}_3}) + f_{\mathbf{k}_2}f_{\mathbf{k}_3}. \quad (14)$$

В частном случае невырожденной статистики, когда членами третьего порядка по f и \mathbf{s} можно пренебречь, векторный интеграл столкновений превращается в [22]

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{\mathbf{k}}\{\mathbf{s}, f\} = & \frac{2\pi}{\hbar} \times \\ & \times \sum_{\mathbf{k}', \mathbf{p}, \mathbf{p}'} \delta_{\mathbf{k}+\mathbf{k}', \mathbf{p}+\mathbf{p}'} \delta(E_k + E_{k'} - E_p - E_{p'}) \times \\ & \times [2(V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}}^2 - V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}}V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}'}) (\mathbf{s}_{\mathbf{k}}f_{\mathbf{k}'} - \mathbf{s}_{\mathbf{p}}f_{\mathbf{p}'}) + \\ & + V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}}V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}'} (\mathbf{s}_{\mathbf{k}}f_{\mathbf{k}'} - \mathbf{s}_{\mathbf{k}'}f_{\mathbf{k}})]. \quad (15) \end{aligned}$$

Два других частных случая, когда все электронные спины ориентированы вдоль одной и той же оси или спиновая поляризация низка, $|\mathbf{s}_{\mathbf{k}}| \ll f_{\mathbf{k}}$, обсуждались в нашей предыдущей работе [26]. Вклад в (12), (13), пропорциональный $V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}}^2$, является прямым кулоновским взаимодействием, а вклад, пропорциональный произведению фурье-компонент $V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}}V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}'}$, обусловлен межэлектронным обменным взаимодействием. Кинетическое уравнение для спин-поляризованного электронного газа с учетом электрон-электронного взаимодействия приведено в серии статей [16, 17, 29, 31]. Хартри-фоковское слагаемое в (9) согласуется с аналогичными членами в уравнениях для компонент спиновой матрицы плотности, приведенных в работах [16, 17]. Что касается сравнения с интегралом электрон-электронных столкновений, то в статьях [29, 31] этот интеграл приведен в пренебрежении обменным взаимодействием. Более того, выражения для $Q_{\mathbf{k},x}\{\mathbf{s}, f\}$ и $Q_{\mathbf{k},y}\{\mathbf{s}, f\}$, следующие из (13), сильно отличаются от аналогичного интеграла столкновений $(\partial\rho_{\mathbf{k}}/\partial t)_{scatt}$, приведенного для величины $\rho_{\mathbf{k}} = s_{\mathbf{k}x} - is_{\mathbf{k}y}$ в [29, 31]. Для невырожденной статистики множитель при $V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}}^2$ в (15) имеет вид $\mathbf{s}_{\mathbf{k}}f_{\mathbf{k}'} - \mathbf{s}_{\mathbf{p}}f_{\mathbf{p}'}$, тогда как в [29, 31] аналогичный множитель пропорционален

$$s_{\mathbf{k},\alpha}(2f_{\mathbf{p}} + f_{\mathbf{k}'} + f_{\mathbf{p}'}) - s_{\mathbf{p},\alpha}(2f_{\mathbf{k}} + f_{\mathbf{k}'} + f_{\mathbf{p}'})$$

при $\alpha = x, y$. Заметим, что в [29, 31] вместо волновых векторов $\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{p}, \mathbf{p}'$ используются соответственно обозначения $\mathbf{k}, \mathbf{k}' - \mathbf{q}, \mathbf{k} - \mathbf{q}, \mathbf{k}'$. В спин-поляризованном бальмановском газе с равновесным распределением по кинетической энергии в каждой из спиновых веток такой интеграл столкновений не обращается тождественно в нуль, как следует из (15) или из общих соображений, и, очевидно, является ошибочным.

Приведем выражение для эффективной ларморовской частоты, обусловленной спин-орбитальным взаимодействием, для конкретных полупроводниковых систем. Спиновое расщепление зоны проводимости объемного полупроводника с решеткой цинковой обманки пропорционально кубу трехмерного волнового вектора электрона \mathbf{k} . Соответствующая ему ларморовская частота имеет вид [32]

$$\mathbf{\Omega}_{\mathbf{k}} = \frac{\alpha\hbar^2}{\sqrt{2m^3E_g}}\boldsymbol{\kappa}, \quad (16)$$

где $\alpha \approx 0.07$ — константа Дрессельхауза, E_g — ширина запрещенной зоны, m — эффективная масса электрона, $\kappa_z = k_z(k_x^2 - k_y^2)$, а другие компоненты вектора $\boldsymbol{\kappa}$ получаются циклической перестановкой индексов, оси x, y и z направлены соответственно по кристаллографическим направлениям [100], [010] и [001].

Спиновое расщепление в квантовой яме, выраженной вдоль оси z || [001] с симметричными поверхностями раздела и характеризуемой точечной группой D_{2d} , возникает благодаря отсутствию центра инверсии в объемном материале и имеет вид [10]

$$\mathcal{H}_{SO}(\mathbf{k}) = \beta_1(\sigma_y k_y - \sigma_x k_x). \quad (17)$$

Это так называемое слагаемое Дрессельхауза получается путем усреднения трехмерного гамильтониана $\mathcal{H}_{SO}(\mathbf{k})$ с $\mathbf{\Omega}_{\mathbf{k}}$ в виде (16) по размерно-квантованному движению электрона вдоль оси роста, при этом $\beta_1 \propto \alpha\langle k_z^2 \rangle$.

В асимметричной квантовой яме, описываемой точечной группой C_{2v} , спиновое расщепление имеет дополнительный вклад (слагаемое Рашба), обусловленный отсутствием центра инверсии в группе симметрии гетеропотенциала (см. [8] и цитируемую там литературу)

$$\mathcal{H}_{SO}(\mathbf{k}) = \beta_2(\sigma_x k_y - \sigma_y k_x), \quad (18)$$

где β_2 — постоянный коэффициент.

В главных осях группы C_{2v} , x' || [1 $\bar{1}$ 0], y' || [110] и z || [001], эффективная ларморовская частота, вы-

званная наличием двух вкладов в спиновое расщепление, имеет компоненты

$$\begin{aligned}\Omega_{\mathbf{k},x'} &= \beta_- k_{y'}/\hbar, & \Omega_{\mathbf{k},y'} &= -\beta_+ k_{x'}/\hbar, \\ \Omega_{\mathbf{k},z} &= 0,\end{aligned}\quad (19)$$

где $\beta_{\pm} = 2(\beta_2 \pm \beta_1)$.

В квантовой проволоке эффективную ларморовскую частоту можно записать как [33–35]

$$\Omega_{k_z} = \lambda k_z, \quad (20)$$

где постоянный вектор λ определяет величину расщепления и направление оси прецессии спина.

Таким образом, угловая зависимость компонент эффективной ларморовской частоты $\Omega_{\mathbf{k},\alpha}$ описывается сферическими функциями третьего порядка $Y_{3,m}(\mathbf{k}/k)$ в объемных кристаллах со структурой цинковой обманки, гармониками первого порядка $\cos \varphi_{\mathbf{k}}$, $\sin \varphi_{\mathbf{k}}$ при учете линейных по двумерному волновому вектору \mathbf{k} членов в структурах с квантовыми ямами ($\varphi_{\mathbf{k}}$ — азимутальный угол вектора \mathbf{k}) и функцией $\text{sign}\{k_z\}$ в квантовой проволоке.

3. ВРЕМЯ СПИНОВОЙ РЕЛАКСАЦИИ

Мы рассматриваем прецессионный механизм спиновой релаксации в случае, когда спиновое расщепление $\hbar\Omega_{\mathbf{k}}$ мало по сравнению с \hbar/τ , где τ — характерное время изменения волнового вектора электрона, и применима теория возмущений по параметру $\Omega_{\mathbf{k}}\tau \ll 1$. Предполагается, что в пренебрежении спиновым расщеплением зоны проводимости электроны распределены равномерно по энергии и ориентированы по спину в направлении некоторого единичного вектора \mathbf{o}_s . Это означает, что в нулевом приближении в базисе спиновых состояний с проекцией спина на направление \mathbf{o}_s спиновая матрица плотности $\rho_{\mathbf{k}}^0$ диагональна и ее диагональные компоненты имеют вид функций Ферми–Дирака

$$f_{k,\pm} = \left[\exp\left(\frac{E_{\mathbf{k}} - \mu_{\pm}}{k_B T}\right) + 1 \right]^{-1}$$

с химическими потенциалами μ_+ и μ_- . Здесь $E_{\mathbf{k}} = \hbar^2 k^2/2m$ — кинетическая энергия электрона, k_B — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура. В фиксированном базисе состояний с проекцией спина на ось z квазиравновесную матрицу плотности можно представить в виде [9]

$$\rho_{\mathbf{k}}^0 = f_k^0 + \mathbf{s}_k^0 \cdot \boldsymbol{\sigma},$$

где средняя заселенность f_k^0 и средний спин \mathbf{s}_k^0 электрона с волновым вектором \mathbf{k} связаны с $f_{k,\pm}$ соотношениями

$$f_k^0 = \frac{1}{2}(f_{k,+} + f_{k,-}), \quad \mathbf{s}_k^0 = \frac{1}{2}(f_{k,+} - f_{k,-})\mathbf{o}_s.$$

Выделим у функции распределения по спину $\mathbf{s}_{\mathbf{k}}$ и хартри-фоковской частоты $\Omega_{C,\mathbf{k}}$ квазиравновесные составляющие

$$\mathbf{s}_{\mathbf{k}} = \mathbf{s}_{\mathbf{k}}^0 + \delta\mathbf{s}_{\mathbf{k}}, \quad \Omega_{C,\mathbf{k}} = \Omega_{C,\mathbf{k}}^0 + \delta\Omega_{C,\mathbf{k}},$$

где

$$\begin{aligned}\Omega_{C,\mathbf{k}}^0 &= \frac{2}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}} \mathbf{s}_{\mathbf{k}'}^0, \\ \delta\Omega_{C,\mathbf{k}} &= \frac{2}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}} \delta\mathbf{s}_{\mathbf{k}'}.\end{aligned}\quad (21)$$

В первом порядке теории возмущений функция распределения $f_{\mathbf{k}}$ не меняется, а неравновесная поправка $\delta\mathbf{s}_{\mathbf{k}}$ пропорциональна величине спинового расщепления. Заметим, что оператор столкновений $\mathbf{Q}_{\mathbf{k}}\{\mathbf{s}, f^0\}$ сохраняет порядок угловой гармоники у функции $\mathbf{s}_{\mathbf{k}}$ и этим же свойством обладает оператор (3). По этой причине угловая зависимость компонент $\delta\mathbf{s}_{\mathbf{k},\alpha}$ и $\delta\Omega_{C,\mathbf{k},\alpha}$ содержит те же гармоники, что и функция $\Omega_{\mathbf{k}}$, и, кроме того, $\Omega_{C,\mathbf{k}}^0 \parallel \mathbf{o}_s$ и $\sum_{\mathbf{k}} \delta\Omega_{C,\mathbf{k}} = 0$.

Суммируя кинетическое уравнение (10) по волновым векторам \mathbf{k} , приходим к уравнению баланса для полного спина системы $\mathbf{S}_0 = \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{s}_{\mathbf{k}}^0$:

$$\frac{d\mathbf{S}_0}{dt} + \sum_{\mathbf{k}} \delta\mathbf{s}_{\mathbf{k}} \times \Omega_{\mathbf{k}} = 0. \quad (22)$$

Сохраняя в (10) слагаемые, зависящие от ориентации вектора \mathbf{k} , получаем уравнение для неравновесной поправки

$$\mathbf{L}_{\mathbf{k}}\{\delta\mathbf{s}\} = -\mathbf{S}_0 \times \Omega_{\mathbf{k}}, \quad (23)$$

$$\mathbf{L}_{\mathbf{k}}\{\delta\mathbf{s}\} = \mathbf{Q}_{\mathbf{k}}\{\mathbf{s}, f^0\} + (G_k - H_k)\delta\mathbf{s}_{\mathbf{k}} \times \mathbf{s}_{\mathbf{k}}^0 + \frac{\delta\mathbf{s}_{\mathbf{k}}}{\tau_p},$$

где

$$G_k = \frac{1}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}} \frac{f_{k',+} - f_{k',-}}{|\mathbf{S}_0|},$$

а функция H_k определена согласно формуле

$$\frac{2}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}} \delta\mathbf{s}_{\mathbf{k}'} = H_k \delta\mathbf{s}_{\mathbf{k}}.$$

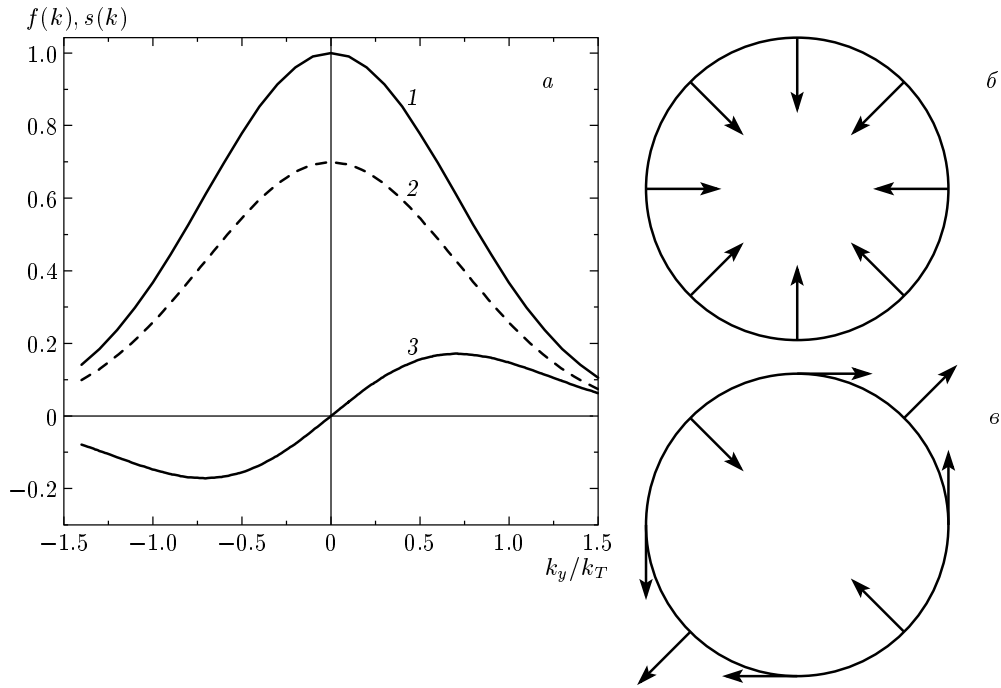


Рис. 1. Схематическое изображение распределения электронов в k -пространстве: a — кривая 1 изображает бoльцмановскую функцию распределения электронов по волновому вектору, 2 соответствует квазиравновесной функции распределения электронов по спину, ориентированному вдоль оси z , 3 — неравновесная поправка $\delta s_{k,x}$ к спиновой функции распределения, возникающая вследствие спинового расщепления; b — ориентация электронного спина в плоскости (x, y) в случае квантовой ямы с полем Рашба; c — то же в случае квантовой ямы с полем Дрессельхауза

Кроме электрон-электронных столкновений, описываемых оператором \mathbf{Q}_k , мы включили в \mathbf{L}_k также слагаемое, описывающее упругое рассеяние электронов по импульсу с фиксированным временем τ_p . Это время в дальнейшем будет еще одним параметром теории.

В (23) вкладом производной по времени $d\delta s_k/dt$ пренебрегается, так как он имеет дополнительную малость $\Omega_k \tau$. Так как интеграл столкновений для квазиравновесного распределения ρ_k^0 тождественно обращается в нуль, то выражение для

$$\mathbf{Q}_k\{s, f^0\} = \mathbf{Q}_k\{s^0 + \delta s, f^0\}$$

можно существенно упростить, введя линеаризованный по δs_k оператор $\mathbf{Q}_k\{\delta s, s^0, f^0\}$. Из анализа симметрии оператора \mathbf{L}_k следует, что $\delta s_k \perp \mathbf{S}_0$. Это позволяет для перехода к оператору $\mathbf{Q}_k\{\delta s, s^0, f^0\}$ заменить в (13) в слагаемых под знаком суммы, линейных по спиновой функции распределения, $s_k, s_{k'}, s_p$, на $\delta s_k, \delta s_{k'}, \delta s_p$, а в кубических слагаемых сделать замену типа

$$(s_{k'} - s_k)(s_p \cdot s_{p'}) \rightarrow (\delta s_{k'} - \delta s_k)(s_p^0 \cdot s_{p'}^0).$$

В итоге решение уравнения (23) можно представить в виде

$$\delta s_{k,\alpha} = F_{1k}(\mathbf{S}_0)\mathbf{S}_0 \times \mathbf{\Omega}_k + F_{2k}(\mathbf{S}_0)[\mathbf{S}_0 \times (\mathbf{S}_0 \times \mathbf{\Omega}_k)], \quad (24)$$

где $F_{1k}(\mathbf{S}_0), F_{2k}(\mathbf{S}_0)$ — четные функции вектора \mathbf{S}_0 , зависящие от модуля $k = |\mathbf{k}|$. Для иллюстрации на рис. 1а изображены равновесная функция распределения невырожденных электронов, функция распределения неравновесного спина при отсутствии расщепления и поправка δs_k , возникающая за счет спиновой прецессии спина $\mathbf{S}_0 \parallel z$ в случае линейного по волновому вектору спинового расщепления с $\mathbf{\Omega}_k \perp z$. Если спиноное расщепление обусловлено слагаемым Рашба (18), поправка δs_k параллельна вектору \mathbf{k} (рис. 1б). При доминирующей роли слагаемого Дрессельхауза (17) угловая зависимость δs_k имеет более сложный вид, представленный на рис. 1в.

Подставляя неравновесную поправку в виде (24) в уравнение баланса (22), получаем, что полный спин системы убывает согласно уравнению

$$\frac{d\mathbf{S}_0}{dt} + \sum_{\mathbf{k}} \{F_{1k}(\mathbf{S}_0)[\mathbf{S}_0|\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}}|^2 - \boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}}(\mathbf{S}_0 \cdot \boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}})] + F_{2k}(\mathbf{S}_0)(\mathbf{S}_0 \cdot \boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}})(\mathbf{S}_0 \times \boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}})\} = 0.$$

Если имеется система осей, в которой среднее по углам от произведений $\langle \boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k},\alpha} \boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k},\beta} \rangle$ пропорционально $\delta_{\alpha,\beta}$, то уравнение баланса для спина переписывается в виде

$$\frac{dS_{0,\alpha}}{dt} + \frac{S_{0,\alpha}}{\tau_{\alpha\alpha}} + \sum_{\mathbf{k}} F_{2k} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \langle \Omega_{\mathbf{k},\beta}^2 \rangle S_{0,\beta} S_{0,\gamma} = 0,$$

где $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$ — полностью антисимметричный тензор третьего ранга и

$$\frac{1}{\tau_{\alpha\alpha}} = \sum_{\mathbf{k}} F_{1k}(\mathbf{S}_0) \left(|\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}}|^2 - \Omega_{\mathbf{k},\alpha}^2 \right). \quad (25)$$

В случае, когда вектор \mathbf{S}_0 ориентирован по одной из осей α , вклад, пропорциональный F_{2k} , исчезает и спиновая релаксация описывается только временами $\tau_{\alpha\alpha}$.

4. СПИНОВАЯ РЕЛАКСАЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПРОВОДИМОСТИ В КВАНТОВОЙ ЯМЕ

Рассмотрим электроны проводимости, заселяющие первую подзону размерного квантования ϵ_1 в структуре с квантовой ямой, выращенной из материалов с решеткой цинковой обманки вдоль кристаллографической оси [001]. С учетом квазидвумерного характера огибающей $\varphi_{\epsilon_1}(z)$ волновой функции электрона и эффекта экранирования фурье-образ кулоновского потенциала равен [25]

$$V_{\mathbf{q}} = \frac{2\pi e^2}{\varepsilon(q+q_s)} H(q), \quad (26)$$

где \mathbf{q} — двумерный волновой вектор с компонентами q_x и q_y ,

$$q_s = 2me^2 \{ \varepsilon \hbar^2 [1 + \exp(-\mu/k_B T)] \}^{-1}$$

— обратная длина экранирования [36], μ — электронный химический потенциал, площадь образца в плоскости интерфейсов полагаем равной единице. Формфактор

$$H(q) = \iint \exp(-q|z-z'|) \varphi_{\epsilon_1}^2(z) \varphi_{\epsilon_1}^2(z') dz dz'$$

учитывает размытие волновой функции электрона в квантовой яме, он существенно зависит от ширины

ямы a . В пределе строго двумерных электронов, когда $a \rightarrow 0$ и высота барьера стремится к бесконечности, формфактор $H(q)$ стремится к единице. В яме конечной ширины $H(q) < 1$; при $qa \ll 1$ (большое межэлектронное расстояние) $H(q) \rightarrow 1$, а на малых расстояниях, т. е. при $qa \gg 1$, формфактор обратно пропорционален q , и, следовательно, в пренебрежении экранированием $V_{\mathbf{q}} \propto q^{-2}$, как для трехмерного электронного газа.

Роль хартри-фоковского поля в спиновой релаксации электронов по механизму Дьяконова–Переля определяется параметром $\Omega_C \tau$, где Ω_C — среднее значение частоты $\Omega_{C,\mathbf{k}}$, введенной в (11), а τ — характерное время изменения волнового вектора электрона при любом столкновении. Хартри-фоковскую частоту прецессии спина можно оценить как

$$\Omega_C \sim \frac{e^2}{\hbar \varepsilon \bar{k}} P N,$$

где $\hbar \bar{k}$ — средний квазиимпульс электронов, N и $P = 2S_0/N$ — соответственно их двумерная концентрация и степень спиновой поляризации. Для оценок времени τ можно воспользоваться формулой $\tau^{-1} = \tau_p^{-1} + \tau_{ee}^{-1}$, где τ_{ee} — характерное время электрон-электронных столкновений: для бoльцмановской статистики имеем

$$\tau_{ee}^{-1} = \frac{c_1 e^4 N}{\hbar \varepsilon^2 k_B T}, \quad (27)$$

а для вырожденного электронного газа, когда тепловая энергия $k_B T$ мала по сравнению с энергией Ферми E_F , применима оценка

$$\tau_{ee}^{-1} = c_2(T) \frac{E_F}{\hbar} \left(\frac{k_B T}{E_F} \right)^2, \quad (28)$$

где $c_1 \sim \pi^2/2$ [37, 38], а $c_2(T)$ — медленно меняющаяся функция температуры, которая для электрона на поверхности Ферми имеет вид $(\pi/4) \ln(E_F/k_B T)$ [39–42].

Мы рассмотрим последовательно случай низкой спиновой поляризации электронов, когда $\Omega_C \tau \ll 1$ и хартри-фоковским полем можно пренебречь, и случай достаточно высокой поляризации P , когда частота Ω_C сопоставима или превышает обратное время τ^{-1} .

А. Слабо поляризованный электронный газ

В двумерном газе интеграл столкновений (13) не допускает квазиупругого приближения [37, 38, 43, 44]. В самом деле, характерная энергия, переданная при столкновении двух электронов,

имеет порядок $k_B T$. Эта величина совпадает с масштабом изменения как квазиравновесной функций распределения \mathbf{s}_k^0 , так и неравновесной поправки $\delta \mathbf{s}_k$. Поэтому кинетическое уравнение для неравновесной поправки (23) решалось численно.

При низкой степени поляризации носителей ($\Omega_C \tau \ll 1$) вкладом Хартри–Фока (3) и кубическими по \mathbf{s}_k слагаемыми в интеграле столкновений (13) можно пренебречь, положив $\Omega_{C,\mathbf{k}} \rightarrow 0$ и $\mathbf{Q}_k\{\delta \mathbf{s}, \mathbf{s}^0, f^0\} \rightarrow \mathbf{Q}_k\{\delta \mathbf{s}, \mathbf{s}^0 = 0, f^0\}$. В этом случае тензор обратных времен спиновой релаксации (25) не зависит от полного спина системы и в главных осях группы C_{2v} имеет следующие ненулевые компоненты:

$$\frac{1}{\tau_{x'x'}} = \left(\frac{\beta_+ k_0}{\hbar}\right)^2 \tau, \quad \frac{1}{\tau_{y'y'}} = \left(\frac{\beta_- k_0}{\hbar}\right)^2 \tau, \quad (29)$$

$$\frac{1}{\tau_{zz}} = \frac{1}{\tau_{x'x'}} + \frac{1}{\tau_{y'y'}}.$$

Здесь τ — время столкновений, контролирующее спиновую релаксацию по механизму Дьяконова–Переля и определяемое согласно равенству

$$\tau = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \frac{k^2}{k_0^2} F_{1k}(0), \quad (30)$$

где $F_{1k}(\mathbf{S})$ — множитель в первом слагаемом решения (24) кинетического уравнения для $\delta \mathbf{s}_k$, k_0 — величина, имеющая размерность волнового вектора, введенная для удобства анализа размерности отдельных сомножителей в выражении для времен спиновой релаксации. Для невырожденного электронного газа удобно в качестве k_0 взять тепловой волновой вектор $k_T = \sqrt{2mk_B T}/\hbar$, а для вырожденной статистики — фермиевский волновой вектор $k_F^0 = \sqrt{2\pi N}$ при $T = 0$.

Для невырожденного электронного газа расчет времени τ в пренебрежении упругим рассеянием электронов по импульсу приводился ранее [22, 25, 26]. В этом случае $k_0 = k_T$ и

$$\tau^{-1} = \tau_{ee}^{(s)-1} = \frac{c'_1 e^4 N}{\hbar \varepsilon^2 k_B T}, \quad (31)$$

где коэффициент c'_1 равен примерно 35.7 (для строго двумерного газа) и в несколько раз отличается от коэффициента c_1 в (27). Для вырожденного газа рассчитанная нами зависимость времени $\tau_{ee}^{(s)}(T)$ при низкой температуре хорошо аппроксимируется зависимостью

$$\tau_{ee}^{(s)-1} = c'_2 \frac{E_F}{\hbar} \left(\frac{k_B T}{E_F}\right)^2$$

с константой $c'_2 \approx 3.4$. Отсутствие в этой формуле логарифма $\ln(E_F/k_B T)$ по сравнению с множителем $c_2(T)$ в (28) можно объяснить тем, что при выводе формулы (28) использовалось приближение малости энергии электрона, отсчитанной от уровня Ферми, по сравнению с тепловой энергией $k_B T$. Таким образом, при низких температурах $\tau_{ee}^{(s)} \propto T^{-2}$, а в области высоких температур, когда химический потенциал становится отрицательным, это время растет линейно с температурой, т. е. зависимость $\tau_{ee}^{(s)}(T)$ монотонна. В области $T \sim E_F/k_B$, в которой происходит смена вырожденной статистики на невырожденную, время $\tau_{ee}^{(s)}$ принимает минимальное значение.

В дальнейшем нас будет интересовать случай, когда спиновое расщепление в квантовой яме определяется только одним типом линейных по \mathbf{k} слагаемых и одна из констант β_1 или β_2 равна нулю. Для определенности положим $\beta_2 = 0$. В таком случае эффективная ларморовская частота спиновой прецессии $\Omega_{\mathbf{k}} = |\beta_1|k$ не зависит от угла $\varphi_{\mathbf{k}}$. Это позволяет представить времена спиновой релаксации $\tau_{\alpha\alpha}$ в следующей форме:

$$\frac{1}{\tau_{zz}} = \frac{2}{\tau_{xx}} = \frac{2}{\tau_{yy}} = \Omega_0^2 \tau, \quad (32)$$

где $\hbar\Omega_0 = \beta_1 k_F^0$ — спиновое расщепление на уровне Ферми при $T = 0$.

На рис. 2 теория сравнивается с экспериментом [24], предварительное сравнение проводилось в [30]. На рисунке по оси ординат для удобства отложено не время спиновой релаксации τ_{zz} , а время τ из выражения (32). Квадратиками и кружками показаны соответственно значения τ и времени релаксации импульса τ_p , измеренные в структуре с квантовой ямой GaAs/AlGaAs n -типа, обладающей высокой подвижностью [24, 30]. Концентрация носителей N составляла $1.86 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$, ширина квантовой ямы $a = 100 \text{ \AA}$, высота барьера 250 мэВ, эффективная масса $m = 0.067m_0$ (m_0 — масса свободного электрона), диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 13$. За исключением точки $T = 1.8 \text{ К}$, времена τ определялись из измерений времени спиновой релаксации τ_{zz} согласно (32). При низкой температуре $T = 1.8 \text{ К}$ режим доминирования столкновений $\Omega_0 \tau \ll 1$ в исследованном образце нарушался, произведение $\Omega_0 \tau$ составляло ~ 2 и спиновая поляризация испытывала затухающие осцилляции [45]

$$S_{0,z}(t) \propto e^{-t/2\tau} \cos \Omega_0 t.$$

Эта точка ($\tau = 6 \text{ пс}$ при $T = 1.8 \text{ К}$) показана на рис. 2 светлым квадратом.

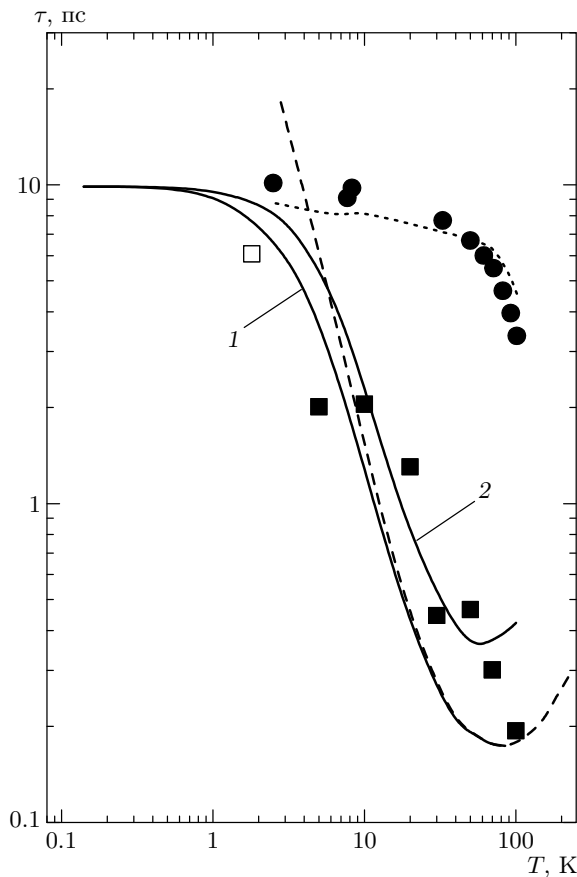


Рис. 2. Температурная зависимость микроскопического времени столкновений τ , контролирующего спиновую релаксацию согласно формуле (32), и транспортного времени τ_p , определяющего подвижность, в структуре с квантовой ямой n -GaAs/AlGaAs. Экспериментальные данные показаны квадратами (τ) и кружками (τ_p) [24, 30]; кривые — результат расчета времени τ , проведенного в пренебрежении электрон-электронными столкновениями (пунктирная кривая), в пренебрежении рассеянием по импульсу (штриховая кривая), а также с одновременным учетом как электрон-электронных столкновений, так и рассеяния по импульсу с постоянным $\tau_p = 10$ пс для строго двумерных (кривая 1) и квазидвумерных (кривая 2) электронов

Теоретический расчет представлен на рис. 2 четырьмя кривыми. Пунктиром показаны результаты расчета времени τ без учета электрон-электронных столкновений, т. е. при $\tau_{ee}^{(s)-1} = 0$, но с учетом как линейного, так и кубического по волновому вектору вкладов в спиновое расщепление [6, 8]. Значения времени релаксации по импульсу τ_p взяты из эксперимента (темные кружки на рис. 2). Видно, что пунктирная линия не описывает наблюдаемый резкий

спад τ при $T > 5$ К. Три других кривых рассчитаны для линейного по \mathbf{k} расщепления с $\beta_1 \neq 0$, $\beta_2 = 0$ для трех моделей: при учете электрон-электронных столкновений двумерных электронов и в пренебрежении упругими процессами рассеяния ($\tau_{ee}^{(s)-1} \neq 0$, $\tau_p^{-1} = 0$, штриховая кривая), при учете как электрон-электронных столкновений, так и упругого рассеяния двумерных электронов по импульсу с постоянным временем $\tau_p = 10$ пс (сплошная кривая 1), и то же, что и в предыдущем случае, но для квазидвумерного характера электронной волновой функции в квантовой яме с $H(q) < 1$ (кривая 2). Значения параметров электронной системы, использованные в расчете, соответствуют экспериментальным условиям. Как видно на рисунке, в области температур вплоть до 80 К результаты расчета хорошо согласуются с экспериментальными данными. Это свидетельствует о том, что в эксперименте [24] при $T > 5$ К электрон-электронные столкновения играют преобладающую роль в замедлении спиновой релаксации в механизме Дьяконова–Переля.

В. Высокая спиновая поляризация

При значительной поляризации электронов в кинетическом уравнении (23) для поправки $\delta \mathbf{s}_{\mathbf{k}}$ возникают два вклада, пропорциональных полному спину системы: хартри-фоковское поле $(G_{\mathbf{k}} - H_{\mathbf{k}})\mathbf{S}_0$ и квадратичные по $\mathbf{s}_{\mathbf{k}}^0$ слагаемые в линейризованном интеграле столкновений $\mathbf{Q}_{\mathbf{k}}\{\delta \mathbf{s}, \mathbf{s}^0, f^0\}$. Оценки показывают, что в рассматриваемом здесь диапазоне спиновой поляризации P до 20% этими слагаемыми можно пренебречь и, как в предыдущем разд. 4.А, использовать интеграл столкновений $\mathbf{Q}_{\mathbf{k}}\{\delta \mathbf{s}, \mathbf{s}^0 = 0, f^0\}$. Поэтому мы проанализируем, как влияет хартри-фоковское поле при $\mathbf{S}_0 \neq 0$ на результаты предыдущего раздела. Из (21) следует, что среднее значение этого поля направлено вдоль полного спина электронного газа \mathbf{S}_0 . Оно приводит к прецессии поправки $\delta \mathbf{s}_{\mathbf{k}}$ к спину отдельного электрона вокруг вектора \mathbf{S}_0 . Это означает, что, так же как и ларморовская прецессия во внешнем магнитном поле [23], хартри-фоковское поле замедляет спиновую релаксацию. В дальнейшем для определенности мы будем интересоваться ситуацией, когда электроны поляризованы вдоль оси роста квантовой ямы, т. е. $\mathbf{o}_{\mathbf{s}} \parallel z$, и линейное по волновому вектору спиновое расщепление электронной подзоны $e1$ обусловлено слагаемым Дрессельхауза, т. е. $\beta_1 \neq 0$, $\beta_2 = 0$.

Количественный анализ влияния хартри-фоковского поля на спиновую релаксацию проведем сначала в случае низкой температуры

$T \rightarrow 0$, когда электрон-электронные столкновения подавлены принципом запрета Паули и спиновая релаксация контролируется упругим рассеянием носителей на несовершенствах границ раздела квантовой ямы, описываемым временем релаксации импульса τ_p и удовлетворяющим условию частых столкновений $\Omega_0 \tau_p \ll 1$. Результат в аналитической форме можно получить, предполагая малым различие химических потенциалов μ_+ и μ_- для электронов со спином $s_z = 1/2$. Тогда зависимости квазиравновесного спина $\mathbf{s}_{\mathbf{k}}^0$ и неравновесной поправки $\delta \mathbf{s}_{\mathbf{k}}$ от модуля волнового вектора \mathbf{k} можно аппроксимировать δ -функциями:

$$\mathbf{s}_{\mathbf{k}}^0 = P \bar{\mu} \delta(E_{\mathbf{k}} - \bar{\mu}) \mathbf{o}_s,$$

$$\delta \mathbf{s}_{\mathbf{k}} = (\mathbf{A}_c \cos \varphi_{\mathbf{k}} + \mathbf{A}_s \sin \varphi_{\mathbf{k}}) \delta(E_{\mathbf{k}} - \bar{\mu}),$$

где степень поляризации $P = (\mu_+ - \mu_-)/2\bar{\mu}$, $\bar{\mu} = (\mu_+ + \mu_-)/2$, а $\mathbf{A}_c, \mathbf{A}_s$ — постоянные векторы, лежащие в плоскости (x, y) . Хартри-фоковский вклад в (23) может быть преобразован к виду

$$(G_k - H_k) \delta \mathbf{s}_{\mathbf{k}} \times \mathbf{S}_0 = \delta \mathbf{s}_{\mathbf{k}} \times \boldsymbol{\Omega}_C,$$

где $\boldsymbol{\Omega}_C$ — эффективная частота прецессии спина данного электрона в обменном поле, созданном спин-поляризованным газом,

$$\boldsymbol{\Omega}_C = \frac{2\pi \hbar N P}{m} \Lambda \mathbf{o}_s, \quad (33)$$

константа

$$\Lambda = \frac{m}{(2\pi \hbar)^2} \int_0^{2\pi} V \left(2k_F^0 \sin \frac{\varphi}{2} \right) \times \\ \times (1 - \cos \varphi) d\varphi = r_s^2 \mathcal{F}(r_s) - \frac{r_s^2}{2} + \frac{\sqrt{2} r_s}{\pi},$$

$V(q) \equiv V_{\mathbf{q}}$, постоянная $r_s = \sqrt{2} m e^2 / \varepsilon \hbar^2 k_F^0$ характеризует отношение кулоновской энергии взаимодействия электронов к их кинетической энергии, и функция [46, 47]

$$\mathcal{F}(x) = \frac{x}{\pi} \begin{cases} \text{Arch}(\sqrt{2}/x) / \sqrt{2-x^2}, & x \leq \sqrt{2}, \\ \arccos(\sqrt{2}/x) / \sqrt{x^2-2}, & x > \sqrt{2}. \end{cases}$$

Используя общую формулу (25), получаем для времени релаксации спина, ориентированного по оси роста структуры,

$$\frac{1}{\tau_{zz}} = \frac{\Omega_0^2 \tau_p}{1 + (\Omega_C \tau_p)^2}. \quad (34)$$

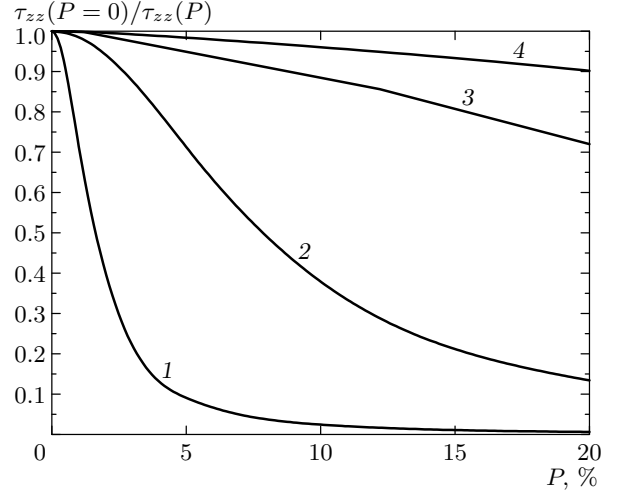


Рис. 3. Замедление спиновой релаксации в электронном газе со значительной спиновой поляризацией. Кривая 1 рассчитана при $T = 0$ К, а кривые 2, 3 и 4 — соответственно при $T = 10, 20$ и 40 К

При степени поляризации $P = 1\%$ и концентрации электронов $N = 1.86 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ получаем оценку $(\Omega_C \tau_p)^2 \approx 0.4$.

Результаты численного расчета скорости спиновой релаксации в зависимости от степени поляризации электронов P представлены на рис. 3. Использовались те же параметры электронного газа: $N = 1.86 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$, $\tau_p = 10$ пс, что и при расчете сплошной кривой 1 на рис. 2. Замедление спиновой релаксации с увеличением степени поляризации электронного газа качественно согласуется с результатами численных исследований спиновой динамики электронов во внешнем магнитном поле [29].

На рис. 3 видно, что при фиксированной степени поляризации электронного газа влияние хартри-фоковского поля уменьшается, благодаря резкому росту частоты электрон-электронных столкновений, см. (28). Мы считаем, что в условиях эксперимента [24] реализовался режим низкой спиновой поляризации электронов, рассмотренный в разд. 4.А.

5. ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЭЛЕКТРОН-ЭЛЕКТРОННЫХ СТОЛКНОВЕНИЙ В СИСТЕМАХ РАЗЛИЧНОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Интересно исследовать вопрос о том, насколько эффективно электрон-электронные столкновения замедляют спиновую релаксацию в полупроводниковых системах различной размерности: объемном по-

лупроводнике, квантовой яме и квантовой проволоке. В этом разделе мы вычислим время спиновой релаксации Дьяконова–Переля в объемном полупроводнике и квантовой проволоке с учетом только электрон-электронных столкновений, а затем сравним его с временем релаксации, рассчитанным для упругого рассеяния на ионизованных примесях той же концентрации. Для простоты будем считать спиновую поляризацию носителей малой, чтобы не учитывать спин-зависимые хартри-фоковские поправки к энергии электрона.

А. Спиновая релаксация в объемном полупроводнике

В трехмерном невырожденном электронном газе при выполнении условия

$$\frac{e^2}{\alpha r_D} \frac{1}{k_B T} \ll 1,$$

где $r_D = (\alpha k_B T / 4\pi e^2 N)^{1/2}$ — дебаевский радиус экранирования, N — концентрация электронов, электрон-электронные столкновения являются квазиупругими [27, 28, 48]. Это означает, что в акте рассеяния электронов с начальными волновыми векторами \mathbf{k}, \mathbf{k}' в состоянии \mathbf{p}, \mathbf{p}' переданный волновой вектор $\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{k}$ мал по сравнению с тепловым волновым вектором. В таком случае движение электронов в импульсном пространстве носит характер диффузии и интеграл столкновений для функции распределения можно представить в виде дивергенции плотности потока электронов в импульсном пространстве [27]. Интеграл столкновений для спиновой функции распределения $\mathbf{s}_{\mathbf{k}}$ (13) можно также представить в виде дифференциального оператора [28]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} \delta s_{\mathbf{k},l} \right)_{sc} \equiv Q_{\mathbf{k}} \{ \delta s_l, f \} = \sum_i \frac{\partial}{\partial k_i} W_{i,l}(\mathbf{k}), \quad (35)$$

где тензор плотности потока спина в \mathbf{k} -пространстве имеет вид

$$W_{i,l}(\mathbf{k}) = -A_i(\mathbf{k}) s_{\mathbf{k},l} - D_{ij}(\mathbf{k}) \frac{\partial}{\partial k_j} s_{\mathbf{k},l}. \quad (36)$$

Здесь коэффициент динамического трения $A_i(\mathbf{k})$ и тензор коэффициентов диффузии $D_{ij}(\mathbf{k})$ определены согласно формуле

$$A_i(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m k_B T} \frac{k_i}{\tau_{\parallel}(E_{\mathbf{k}})},$$

$$D_{ij}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} \left[\delta_{ij} \frac{k^2}{2\tau_{\perp}(E_{\mathbf{k}})} + k_i k_j \left(\frac{1}{\tau_{\parallel}(E_{\mathbf{k}})} - \frac{1}{2\tau_{\perp}(E_{\mathbf{k}})} \right) \right],$$

где обратные времена электрон-электронных столкновений [48]

$$\tau_{\parallel}^{-1}(E) = \tau_{ee}^{-1}(E) \frac{\mu(x)}{x},$$

$$\tau_{\perp}^{-1}(E) = \tau_{ee}^{-1}(E) [2\mu'(x) + \mu(x)(2 - x^{-1})]$$

описывают расплывание электронов в импульсном пространстве соответственно в направлении вдоль вектора \mathbf{k} и в плоскости, перпендикулярной \mathbf{k} , элементарное время рассеяния

$$\tau_{ee}(E) = E^{3/2} \alpha^2 m^{1/2} / \sqrt{2} \pi N e^4 \Lambda,$$

Λ — кулоновский логарифм, $x = E/k_B T$ и функция $\mu(x) = \operatorname{erf}(\sqrt{x}) - 2\sqrt{x/\pi} e^{-x}$.

Численное решение уравнения (23) с интегралом столкновений в виде (35) приводит к следующему окончательному выражению для главных значений тензора обратных времен спиновой релаксации:

$$\frac{1}{\tau_{xx}} = \frac{1}{\tau_{yy}} = \frac{1}{\tau_{zz}} = \alpha^2 \frac{(k_B T)^3}{\hbar^2 E_g} \tau, \quad (37)$$

где α — коэффициент при кубических по \mathbf{k} членах в (16) и

$$\tau \equiv \tau_{ee}^{(s)} \approx 1.22 \frac{\alpha^2 \sqrt{m}}{N e^4 \Lambda} (k_B T)^{3/2}. \quad (38)$$

В. Спиновая релаксация электронов проводимости в квантовой проволоке

В одномерной системе законы сохранения энергии и импульса приводят к тому, что при межчастичном рассеянии $k + k' \rightarrow p + p'$ пары начальных и конечных волновых векторов совпадают, т. е. $p = k$, $p' = k'$ либо $p = k'$, $p' = k$ [49]. При совпадающих электронных спинах такой процесс не меняет состояния пары. Однако, если спины электронов не совпадают, при столкновении может происходить обмен спинами, как это происходит, например, в процессе

$$(k, 1/2) + (k', -1/2) \rightarrow (k', 1/2) + (k, -1/2).$$

Следовательно, как в трех- или двумерных системах, в квантовой проволоке электрон-электронные столкновения могут приводить к замедлению спиновой релаксации в механизме Дьяконова–Переля.

Интеграл межэлектронных столкновений для спиновой функции $\mathbf{s}_{\mathbf{k}}$ в цилиндрической квантовой проволоке при низкой степени поляризации и произвольной степени вырождения электронов сводится к

$$Q\{\mathbf{s}, f\} = \frac{1}{\tau_0} \int_{-\infty}^{\infty} dp \frac{v^2(k-p)}{|k-p|} \times [s_k F(k'; p, p') - s_{p'} F(p'; k, k')]. \quad (39)$$

Здесь $\tau_0^{-1} = (me^4/\pi\hbar^3\epsilon)$, функция трех аргументов $F(k'; p, p')$ определена согласно формуле (14) и введен фурье-образ безразмерного квазиодномерного потенциала электрон-электронного взаимодействия [50]

$$v(q) = \frac{72}{(qR_0)^2} \left[\frac{1}{10} - \frac{2}{3(qR_0)^2} + \frac{32}{3(qR_0)^4} - \frac{64}{(qR_0)^4} I_3(qR_0) K_3(qR_0) \right],$$

R_0 — радиус квантовой проволоки, $I_3(x)$ и $K_3(x)$ — функции Бесселя и Макдональда. В работах [34, 51] учитывается влияние эффектов латтинжеровской жидкости на спиновые свойства одномерных систем. Влияние этих эффектов на спиновую релаксацию Дьяконова–Переля требует отдельного рассмотрения и здесь не обсуждается.

При линейном по \mathbf{k} члене, введенном в (20), компонента спина вдоль вектора $\mathbf{\lambda}$ сохраняется, а спин в плоскости, перпендикулярной этому вектору, релаксирует со скоростью

$$\frac{1}{\tau_{\perp}} = \left(\frac{\lambda}{\hbar R_0} \right)^2 \zeta \tau_0. \quad (40)$$

Зависимость безразмерного коэффициента ζ от температуры, вычисленная при концентрации электронного газа в квантовой проволоке $N = 3.2 \times 10^5 \text{ см}^{-1}$ и радиусе проволоки $R_0 = 100 \text{ \AA}$, приведена сплошной линией на рис. 4. Там же показана зависимость $\zeta(T)$, рассчитанная для рассеяния электронов на ионизованных примесях той же концентрации. Видно, что межэлектронные столкновения эффективнее рассеяния на ионизованных примесях той же концентрации в широком диапазоне температур.

Согласно (37) и формуле (3.40) из [32] в объемном недеформированном полупроводнике отношение τ_s^{ee}/τ_s^i времени спиновой релаксации, вычисленного с учетом только электрон-электронных столкновений, к времени спиновой релаксации, рассчитанной в случае упругого рассеяния электронов на ионизованных примесях той же концентрации, составляет примерно 2.5, т. е. электрон-электронные столкновения эффективнее замедляют спиновую релаксацию, чем упругое рассеяние на ионизованных примесях. Для двумерных электронов это отношение равно примерно 3.6 [26, 28]. Из рис. 4 следует, что при $T = 100 \text{ К}$ электрон-электронные столкновения на порядок эффективнее рассеяния на ионизованных примесях, равномерно распределенных по сечению квантовой проволоки (кривая 2 на рисунке). Таким образом, при понижении размерности

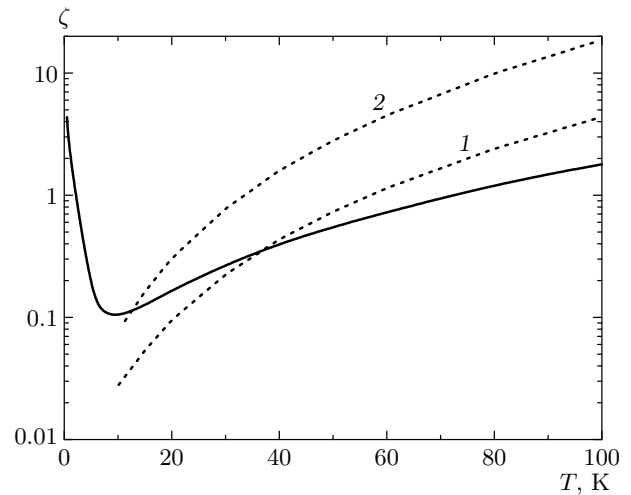


Рис. 4. Температурная зависимость безразмерного параметра ζ из выражения (40), контролирующего спиновую релаксацию в квантовой проволоке. Сплошная кривая — расчет с учетом только электрон-электронных столкновений, пунктирные кривые — расчет при рассеянии на ионизованных примесях, расположенных в центре проволоки (кривая 1) и распределенных равномерно по сечению проволоки (кривая 2)

эффективность воздействия электрон-электронных столкновений на спиновую релаксацию в механизме Дьяконова–Переля возрастает.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, мы теоретически исследовали влияние электрон-электронных взаимодействий на спиновую релаксацию Дьяконова–Переля. Показано, что электрон-электронные столкновения контролируют этот механизм спиновой релаксации наравне с другими процессами рассеяния электронов. В случае значительной спиновой поляризации обменное хартри-фоковское поле дополнительно стабилизирует электронный спин. Полученные результаты находятся в согласии с экспериментальными исследованиями спиновой динамики в структурах с квантовыми ямами n -типа с высокой подвижностью.

Авторы благодарны Л. Е. Голубу за полезные обсуждения. Работа частично поддержана грантами РФФИ и программами РАН. Один из авторов (М. М. Г.) благодарен за финансовую поддержку также фонду «Династия» и МЦФФМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. Das Sarma, J. Fabian, Zuedong Hu et al., *Sol. St. Comm.* **119**, 207 (2001).
2. M. Oestreich, M. Bender, J. Hübner et al., *Semicond. Sci. Technol.* **17**, 285 (2002).
3. D. D. Awschalom, D. Loss, and N. Samarth, *Semiconductor Spintronics and Quantum Computation*, Nanoscience and Technology Series, Springer (2002).
4. V. F. Motsnyi, V. I. Safarov, P. van Dorpe et al., *J. Supercond.: Incorporating Novel Magnetism* **16**, 671 (2003).
5. M. I. Dyakonov, E-print archives, cond-mat/0401369.
6. E. L. Ivchenko and G. E. Pikus, *Superlattices and Other Heterostructures: Symmetry and Optical Phenomena*, Springer Series in Solid State Sciences, Vol. 110, Springer-Verlag (1995).
7. Pil Hun Song and K. W. Kim, *Phys. Rev. B* **66**, 035207 (2002).
8. N. S. Averkiev, L. E. Golub, and M. Willander, *J. Phys.: Condens. Matter* **14**, 271 (2002).
9. М. И. Дьяконов, В. И. Перель, *ФТТ* **13**, 3581 (1971).
10. М. И. Дьяконов, В. Ю. Качоровский, *ФТП* **20**, 178 (1986).
11. Е. Л. Ивченко, П. С. Копьев, В. П. Кочерешко и др., *Письма в ЖЭТФ* **47**, 407 (1988).
12. R. S. Britton, T. Grevatt, A. Malinowski et al., *Appl. Phys. Lett.* **3**, 2140 (1998).
13. Y. Ohno, R. Terauchi, T. Adachi et al., *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4196 (1999).
14. A. Tackeuchi, T. Kuroda, S. Muto et al., *Jpn. J. Appl. Phys.* **38**, 4680 (1999).
15. K. C. Hall, S. W. Leonard, H. M. van Driel et al., *Appl. Phys. Lett.* **75**, 4156 (1999).
16. M. W. Wu and H. Metiu, *Phys. Rev. B* **61**, 2945 (2000).
17. M. W. Wu and C. Z. Ning, *Phys. Stat. Sol. (b)* **222**, 523 (2000).
18. W. H. Lau, J. T. Olesberg, and M. E. Flatté, *Phys. Rev. B* **64**, 161301 (2001).
19. M. W. Wu, *J. Phys. Soc. Jpn.* **70**, 2195 (2001).
20. M. W. Wu and M. Kuwata-Gonokami, *Sol. St. Comm.* **121**, 509 (2002).
21. J. Kainz, U. Rössler, and R. Winkler, *Phys. Rev. B* **68**, 075322 (2003).
22. М. М. Глазов, Е. Л. Ивченко, *Письма в ЖЭТФ* **75**, 476 (2002).
23. Е. Л. Ивченко, *ФТТ* **15**, 1566 (1973).
24. M. A. Brand, A. Malinowski, O. Z. Karimov et al., *Phys. Rev. Lett.* **89**, 236601 (2002).
25. М. М. Глазов, *ФТТ* **45**, 1108 (2003).
26. М. М. Glazov and E. L. Ivchenko, *J. Supercond.: Incorporating Novel Magnetism* **16**, 735 (2003).
27. Л. Д. Ландау, *ЖЭТФ* **7**, 203 (1937).
28. М. М. Glazov and E. L. Ivchenko, in *Optical Properties of 2D Systems with Interacting Electrons*, ed. by W. J. Ossau and R. Suris, Kluwer Acad. Publishers (2003), p. 181.
29. M. Q. Weng and M. W. Wu, *Phys. Rev. B* **68**, 75312 (2003); *Phys. Stat. Sol. (b)* **239**, 121 (2003).
30. М. М. Глазов, Е. Л. Ивченко, М. А. Brand et al., in *Proc. 11th Int. Symp. «Nanostructures: Physics and Technology»* (St. Petersburg, 2003), p. 273; E-print archives, cond-mat/0305260.
31. M. Q. Weng and M. W. Wu, *J. Phys.: Condens. Matter* **15**, 5563 (2003).
32. Г. Е. Пикус, А. Н. Титков, в сб. *Оптическая ориентация*, под ред. Б. П. Захарчени и Ф. Майера, Наука, Ленинград (1989).
33. T. Nishimura, Xue-Lun Wang, M. Ogura et al., *Jpn. J. Appl. Phys.* **38**, L941 (1999).
34. M. Governale and U. Zülicke, *Phys. Rev. B* **66**, 073311 (2002).
35. E. A. de Andrada e Silva and G. C. La Rocca, *Phys. Rev. B* **67**, 165318 (2003).
36. F. Stern, *Phys. Rev. Lett.* **18**, 546 (1967).
37. С. Э. Есипов, И. Б. Левинсон, *Письма в ЖЭТФ* **42**, 193 (1985).
38. С. Э. Есипов, И. Б. Левинсон, *ЖЭТФ* **90**, 330 (1986).
39. C. Hodges, H. Smith, and J. W. Wilkins, *Phys. Rev. B* **4**, 302 (1971).
40. G. F. Giuliani and J. J. Quinn, *Phys. Rev. B* **26**, 4421 (1982).
41. T. Jungwirth and A. H. MacDonald, *Phys. Rev. B* **53**, 7403 (1996).

-
42. Lian Zheng and S. Das Sarma, Phys. Rev. B **53**, 9964 (1996).
43. R. N. Gurzhi, A. N. Kalinenko, and A. I. Kopeliovich, Phys. Rev. B **52**, 4744 (1995).
44. Ben Yu Kuang Hu and K. Flensberg, Phys. Rev. B **53**, 10072 (1996).
45. В. Н. Гриднев, Письма в ЖЭТФ **74**, 417 (2001).
46. J. F. Janak, Phys. Rev. **178**, 1416 (1969).
47. Guang-Hong Chen and M. E. Raikh, Phys. Rev. B **69**, 4826 (1999).
48. В. Ф. Гантмахер, И. Б. Левинсон, *Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках*, Наука, Москва (1984).
49. F. Prengel and E. Schöll, Phys. Rev. B **59**, 5806 (1999).
50. A. Gold and A. Ghazali, Phys. Rev. B **41**, 7626 (1990).
51. A. V. Moroz, K. V. Samokin, and C. H. W. Barnes, Phys. Rev. Lett. **84**, 4164 (2000).