

РЕЗОНАНСНОЕ ТУННЕЛИРОВАНИЕ В СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ПЕРЕХОДАХ С РАЗЛИЧНОЙ СИММЕТРИЕЙ ПАРАМЕТРА ПОРЯДКА

Д. В. Гончаров, И. А. Девятков, М. Ю. Куприянов***

*Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына
Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова
119992, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 24 марта 2004 г.

Исследуются процессы резонансного туннелирования в сверхпроводящих переходах с s - и d -симметрией параметра порядка электродов. В рамках формализма функций Грина выводится формула для резонансного тока переходов произвольной размерности и симметрии параметра порядка. Для сверхпроводящих переходов произвольной размерности с изотропными параметрами порядка в электродах получено универсальное выражение для резонансного сверхтока. В двумерной модели проведен численный анализ резонансного транспорта тока в переходах различного типа.

PACS: 74.50.+r, 74.80.Fr

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время особую актуальность получили исследования джозефсоновских переходов на ВТСП-материалах. Экспериментальные работы в этой области выявили наличие в ВТСП-сверхпроводниках большого числа локализованных состояний (ЛС) [1]. При этом было показано [2], что перенос нормальной компоненты тока в таких структурах осуществляется резонансным образом через ЛС. Поэтому для расчета транспортных свойств переходов недостаточно теорий, учитывающих только прямое туннелирование квазичастиц через область «слабой связи» [3–7].

Теоретические исследования вопроса резонансного туннелирования в NIN-структурах проводились ранее в туннельной модели [8] и в трехмерной модели переходов [9, 10]. Также был рассмотрен резонансный транспорт тока в переходах, в которых один или оба электрода были сверхпроводниками с s -симметрией параметра порядка [11–18]. Теоретическое исследование резонансного транспорта тока в сверхпроводящих переходах с d -спариванием в электродах было ранее проведено в одномерной

модели в работе [19]. В работе [20] было показано, что в NID-структурах процессы резонансного туннелирования приводят к подавлению особенностей в проводимости при малых напряжениях на переходе, возникающих из-за наличия в сверхпроводящих электродах связанных состояний с нулевой энергией (zero energy states, ZES) [21]. В то же время последовательной теории резонансного транспорта сверхтока в DID-структурах до настоящего времени создано не было.

Кроме того, анализ экспериментальных данных [2] показал, что в ряде ВТСП-переходов нормальная компонента тока переносится резонансным образом, в то время как транспорт сверхтока определяется прямым туннелированием без участия ЛС. До настоящего времени последовательного объяснения этого эффекта не было.

Целью данной работы является создание теории резонансного транспорта сверхтока в ВТСП-переходах, предварительные результаты которой были опубликованы в недавней работе [22].

2. МОДЕЛЬ ПЕРЕХОДА

Будем считать, что туннельный барьер $V(\mathbf{r})$ в исследуемом переходе представляет собой сумму по-

*E-mail: idev@pn.sinp.msu.ru

**E-mail: mkupr@pn.sinp.msu.ru

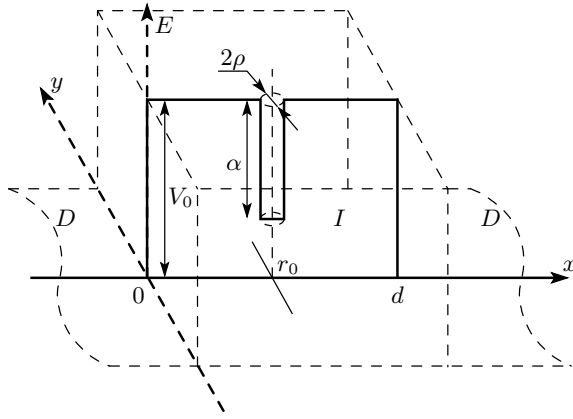


Рис. 1. Модель перехода

тенциалов (см. рис. 1)

$$V(\mathbf{r}) = V_{rect} + V_{imp}, \tag{1}$$

в которой первое слагаемое моделирует прямоугольный барьер высотой V и толщиной d :

$$V_{rect}(x) = V\theta(x(d-x)), \tag{2}$$

а второе описывает ЛС в материале прослойки

$$V_{imp}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) = \begin{cases} -\alpha, & |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| \leq \rho, \\ 0, & |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| > \rho, \end{cases} \tag{3}$$

которое локализовано в некоторой точке $\mathbf{r}_0 = (x_0; y_0)$ и имеет радиус $\rho \ll |\mathbf{k}|^{-1}$, \mathbf{k} — ферми-импульс квазичастиц в электродах. Мы ограничимся пределом слабой связи и будем считать, что вектор \mathbf{k} фиксирован на поверхности Ферми ($|\mathbf{k}| = k \approx k_F$). Потенциал (3) нарушает пространственную однородность структуры и приводит к несохранению параллельной барьеру компоненты импульса квазичастиц в процессе их туннелирования. Толщину барьера будем считать достаточно большой,

$$\lambda_0 d \gg 1, \tag{4}$$

где $\lambda_0 = \sqrt{2mV_0}$ — импульс квазичастиц в прослойке ($V_0 = V - \mu$), m — электронная масса, μ — энергия Ферми. Кроме того, будем полагать, что для рассматриваемых ЛС выполняются условия

$$\lambda_0(d - x_0) \gg 1, \lambda_0 x_0 \gg 1. \tag{5}$$

Выполнение условий (5) необходимо для эффективной локализации волновой функции квазичастицы на дефекте. При проведении расчетов транспортных

свойств перехода будем предполагать, что протекающий через него ток не приводит к выводу сверхпроводящих электродов из состояния термодинамического равновесия. Это условие автоматически выполняется в структурах с электродами, обладающими сверхпроводимостью s - или d -типа, разделенными широким потенциальным барьером малой прозрачности, даже при наличии в нем локализованных состояний, отстоящих друг от друга на расстояния, значительно превышающие их эффективный поперечный радиус $l_{\perp} = d/\sqrt{\lambda_0 d}$. При этом будем считать, что плотность ЛС в прослойке мала, так что их взаимное влияние несущественно.

3. ФУНКЦИЯ ГРИНА ЗАДАЧИ

Функции Грина задачи находятся из уравнений Горькова [23], модифицированных для случая анизотропного контакта [24]:

$$\mathbf{G}_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \begin{pmatrix} G_{11}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & G_{12}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ G_{21}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & G_{22}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \end{pmatrix},$$

$$\left\{ -\frac{1}{2} \int d\mathbf{r}_1 (\Delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1)\sigma_+ + \Delta^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r})\sigma_-) + \right. \\ \left. + \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) (i\omega \hat{I} - \sigma_z \hat{h}) \right\} \mathbf{G}_{\omega}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \hat{I}, \tag{6}$$

где используется оператор

$$\hat{h} = -\nabla^2/2m + V(\mathbf{r}) - \mu.$$

В формуле (6) $\Delta(x, x_1)$ — параметр порядка системы, зависящий от координат, T — температура, а через $\omega = (2n+1)\pi T$ обозначены мацубаровские частоты. Кроме того, при записи уравнения (6) использовалась единичная матрица второго порядка \hat{I} , а также матрицы Паули $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ ($\sigma_{\pm} = \sigma_x \pm i\sigma_y$). Уравнение (6) удобно переписать в интегральной форме:

$$\mathbf{G}_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \mathbf{G}_{\omega}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \int d\mathbf{r}_1 \mathbf{G}_{\omega}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \sigma_z V_{imp}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0) \mathbf{G}_{\omega}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'). \tag{7}$$

Функция Грина \mathbf{G}_{ω}^0 невозмущенной задачи определяется из уравнения (6), в котором оператор \hat{h} заменен на оператор пространственно однородной задачи без ЛС. При этом функция Грина \mathbf{G}_{ω}^0 представляется суммой плоских волн с коэффициентами, следующими из условий непрерывности самих функций и их производных на границах структуры. (Детали расчета \mathbf{G}_{ω}^0 приведены в Приложении.)

Размеры ЛС имеют атомарный масштаб. Функции Грина $G_\omega(r, r')$ изменяются на межатомных расстояниях, т. е. являются медленно меняющимися функциями координаты в масштабе изменений функций $V_{imp}(\mathbf{r})$. Это обстоятельство позволяет вынести их в (7) из-под знака интеграла:

$$\mathbf{G}_\omega(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \approx \mathbf{G}_\omega^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \left\{ \int d\mathbf{r}_1 \mathbf{G}_\omega^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) V_{imp}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0) \right\} \sigma_z \mathbf{G}_\omega(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}') \quad (8)$$

и придти к матричному уравнению для определения локального значения функции $G_\omega(r_0, r')$ следующего вида:

$$\mathbf{G}_\omega(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}') = \mathbf{G}_\omega^0(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}') + \mathbf{V}(\mathbf{r}_0) \sigma_z \mathbf{G}_\omega(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}'), \quad (9)$$

где

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}_0) = \begin{pmatrix} V_{11}(\mathbf{r}_0) & V_{12}(\mathbf{r}_0) \\ V_{21}(\mathbf{r}_0) & V_{22}(\mathbf{r}_0) \end{pmatrix} = \int d\mathbf{r}_1 \mathbf{G}_\omega^0(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1) V_{imp}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0). \quad (10)$$

Из (9) следует значение функции Грина в точке нахождения ЛС:

$$\mathbf{G}_\omega(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}') = (1 + \det[\mathbf{V}(\mathbf{r}_0)] \sigma_z \mathbf{V}^{-1}(\mathbf{r}_0)) \times \frac{\mathbf{G}_\omega^0(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}')}{\Phi}, \quad (11)$$

в котором знаменатель Φ определяется через компоненты матрицы (10):

$$\Phi = (1 + V_{22}(\mathbf{r}_0))(1 - V_{11}(\mathbf{r}_0)) + V_{12}(\mathbf{r}_0)V_{21}(\mathbf{r}_0).$$

Учитывая теперь, что входящая в уравнение (8) функция $\mathbf{G}_\omega^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1)$ так же, как и $\mathbf{G}_\omega(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, является медленно меняющейся функцией переменной \mathbf{r} в масштабе изменений функций $V_{imp}(r)$, мы также можем вынести ее из-под знака интеграла. Таким образом, решение интегрального уравнения (8)

$$\mathbf{G}_\omega(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \mathbf{G}_\omega^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \left\{ \int d\mathbf{r}_1 V_{imp}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0) \right\} \times \mathbf{G}_\omega^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \sigma_z \mathbf{G}_\omega(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}'), \quad (12)$$

удалось выразить через «невозмущенную» функцию Грина задачи (11) и потенциал ЛС.

4. ТРАНСПОРТНЫЕ СВОЙСТВА ПЕРЕХОДА

Для расчета транспортных свойств перехода будем пользоваться общей формулой для тока

$$I(\varphi) = \frac{eT}{2im} \lim_{x' \rightarrow x} \left(\frac{\partial}{\partial x'} - \frac{\partial}{\partial x} \right) \times \sum_{\omega_n} \text{Tr} \{ \mathbf{G}_\omega(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \} \Big|_{x=0}, \quad (13)$$

где $\varphi = \varphi_L - \varphi_R$ — разность макроскопических фаз параметров порядка левого и правого сверхпроводников соответственно, e — заряд электрона.

В двумерной модели перехода след матрицы $\mathbf{G}_\omega(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ в формуле (13) определяется из (12) и представим в виде

$$\text{Tr} \{ \mathbf{G}_\omega(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \} = G_{11}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + G_{22}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \Lambda(\mathbf{r}_0) \sum_{j,l=1}^2 (-1)^{l+1} G_{jl}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \Phi G_{jl}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}'), \quad (14)$$

$$\Lambda(\mathbf{r}_0) = \frac{1}{\Phi} \int d\mathbf{r}_1 V_{imp}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0).$$

Здесь параметр $\Lambda(\mathbf{r}_0)$ является модулем амплитуды резонансного рассеяния для электронных и дырочных возбуждений. Выражение (14) можно разбить на две составляющие, отвечающие за разные каналы транспорта квазичастиц через переход. Первая из них $G_{11}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + G_{22}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ описывает процесс потенциального рассеяния квазичастиц на барьере (2), а вторая — резонансное рассеяние на ЛС (3).

Туннельный ток джозефсоновских переходов различной конфигурации, в том числе и с электродами из ВТСП-материалов, в настоящий момент хорошо изучен теоретически [3–5]. Наличие d -симметрии параметра порядка в ВТСП приводит к нескольким нетривиальным эффектам, которые не наблюдаются в переходах на изотропных сверхпроводниках: это появление связанных электронно-дырочных состояний ZES на границе изолятор–сверхпроводник d -типа, вследствие чего при малых напряжениях на вольт-амперных характеристиках переходов появляются аномальные пики проводимости (zero bias anomaly, ZBA) [21], а также ряд эффектов, связанных с подавлением параметра порядка на границе изолятор–сверхпроводник [6, 7].

В нашем случае потенциальная часть тока через переход определяется известной формулой

$$I_{pot}(\varphi) = \frac{eT}{2im} \lim_{x' \rightarrow x} \left(\frac{\partial}{\partial x'} - \frac{\partial}{\partial x} \right) \times \sum_{\omega_n} \left(G_{11}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + G_{22}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right) \Big|_{x=0}. \quad (15)$$

Если параметры порядка левого и правого сверхпроводников обозначить верхними индексами «L» и «R», пренебрегая подавлением параметра порядка вблизи границ перехода, то в случае *d*-симметрии параметра порядка в обоих берегах справедлива формула:

$$\Delta_{\pm}(x, \theta) = \begin{cases} \Delta^L(T) \cos(2\theta \mp 2\alpha_L) e^{i\varphi_L}, & x < 0, \\ 0, & 0 < x < d, \\ \Delta^R(T) \cos(2\theta \mp 2\alpha_R) e^{i\varphi_R}, & x > d. \end{cases} \quad (16)$$

Здесь $\Delta_{\pm}(x, \theta)$ — анизотропный параметр порядка, зависящий от угла θ распространения квазичастиц относительно оси *x*. Из формулы (15) мы можем получить следующее выражение для потенциального тока:

$$I_{pot}(\varphi) = \frac{eTk_F}{i\pi} \sum_{\omega_n} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \cos \theta \cdot |t|^2 \frac{(\Gamma_3 - \Gamma_4)}{Z}, \quad (17)$$

где используются обозначения

$$\begin{aligned} Z &= -\Gamma_1\Gamma_2 - |t|^2(\Gamma_3\Gamma_4 - \Gamma_1\Gamma_2), \quad (18) \\ \Gamma_1 &= 1 + \beta_-^L \beta_+^{L*}, \quad \Gamma_2 = 1 + \beta_+^R \beta_-^{R*}, \\ \Gamma_3 &= 1 + \beta_-^L \beta_-^{L*}, \quad \Gamma_4 = 1 + \beta_+^R \beta_+^{R*}, \\ \beta_{\pm}^{L,R} &= \frac{-i(\Delta_{\pm}^{L,R})^*}{\omega + \Omega_{\pm}^{L,R}}, \\ \Omega_{\pm}^{L,R} &= \sqrt{\omega^2 + |\Delta_{\pm}^{L,R}|^2}, \end{aligned}$$

$|t|^2$ — туннельная прозрачность барьера. Формула (17) сводится к результатам работы [3], а проведенные нами численные расчеты для моделей SID- и DID-переходов повторяют фазовые зависимости тока и температурные зависимости критического тока, полученные в этой работе.

При выводе формулы сверхтока прямого туннелирования (17) мы не учитывали разные скорости распада волновых функций электронов и дырок в переходе (пренебрегли дефазингом [25]). В сверхпроводящих электродах этот подход оправдан при выполнении условия $\mu \gg |\Delta^L|, |\Delta^R|$. В барьере дефазинг несуществен при выполнении условия

$$\frac{\omega}{V_0} \lesssim \exp(-\lambda_0 d). \quad (19)$$

В том числе условие (19) позволяет нам не учитывать дефазинг в процессе туннелирования электронов и дырок до ЛС и обратно при расчете резонансного тока [14]. Однако при расчете резонансного тока нужно учитывать разность энергий между электронами и дырками в предэкспоненциальных членах выражений для функций Грина. При этом необходимая точность разложения по параметру ω/V_0 оказывается равной $\exp(-2\lambda_0 d)$ (см. Приложение).

Формула для резонансного транспорта тока через переход получается из (13) подстановкой оставшихся членов (14), стоящих под знаком суммы:

$$I_{res}(\varphi) = \frac{eT\Lambda(\mathbf{r}_0)}{2im} \lim_{x' \rightarrow x} \left(\frac{\partial}{\partial x'} - \frac{\partial}{\partial x} \right) \times \sum_{\omega_n} \sum_{j,l=1}^2 (-1)^{l+1} G_{jl}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \Phi G_{jl}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}') \Big|_{x=0}. \quad (20)$$

5. ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ РЕЗОНАНСНОГО РАССЕЯНИЯ

5.1. Общая формула резонансного тока в двумерном DID-переходе

Наибольший интерес в ВТСП-структурах представляет двумерный транспорт в *ab*-плоскости. В модели двумерного перехода параметры потенциала ЛС выбираются таким образом, чтобы в потенциальной яме (3) реализовался хотя бы один энергетический уровень. Эта процедура подробно описана в работе [20], поэтому здесь мы приведем только итоговые формулы. В нашем случае энергетические параметры ЛС выражаются через модельные константы ρ и α с помощью равенства

$$I_1^{-1}(\lambda_0 \rho) \Big|_{\lambda_0 \rho \rightarrow 0} \approx \frac{1}{m\alpha\rho^2} - \frac{2\eta}{\lambda_0 \rho} = \frac{E_0}{2V_0},$$

где параметр η определяется как

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{1}{\lambda_0 \rho} - K_1(\lambda_0 \rho) \Big|_{\lambda_0 \rho \rightarrow 0} \approx \\ &\approx -\frac{\lambda_0 \rho}{2} \left(\ln \left(\frac{\lambda_0 \rho}{2} \right) + \gamma_E - \frac{1}{2} \right). \end{aligned}$$

Здесь $\gamma_E \approx 0.577$ — постоянная Эйлера, I_1 — модифицированная функция Бесселя первого рода, K_1 — модифицированная функция Бесселя второго рода (функция Макдональда), E_0 — энергия резонансного уровня ЛС. В этом случае из (20) следует формула

$$I_{res}^{2D} = -2eT \sum_{\omega} \frac{S_1 \sin \varphi}{S_0 - S_1 \cos \varphi}, \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned}
 S_1 &= 2\gamma_0^2 J_L J_R, \\
 S_0 &= -\omega^2 - E_R^2 - \frac{\Gamma^2}{4} - \omega (2(J_1 + J_2)\gamma_0 - \Gamma) + \\
 &+ \gamma_0^2 \left(\Gamma\gamma_0^{-1} (J_1 + J_2) - (J_1 + J_2)^2 - J_L^2 - J_R^2 \right), \\
 \Gamma_{01} &= V_0 |t| \exp(\lambda_0 (d - 2x_0)) \sqrt{\frac{\pi}{\lambda_0 x_0}}, \\
 \Gamma_{02} &= V_0 |t| \exp(-\lambda_0 (d - 2x_0)) \sqrt{\frac{\pi}{\lambda_0 (d - x_0)}}, \\
 \Gamma_0^2 &= \Gamma_{01}\Gamma_{02}, \quad \Gamma = \Gamma_{01} + \Gamma_{02}, \quad \gamma_0 = 2V_0 |t|, \\
 E_R &\approx E_0 - \frac{\lambda_0^2 + \varkappa^2}{4\lambda k_F} \Gamma. \quad (22)
 \end{aligned}$$

Параметр Γ_0 — ширина уровня электронного состояния на ЛС, расположенного посередине барьера, E_R — эффективная энергия резонансного уровня, в которой учтен сдвиг, обусловленный конечной шириной барьера.

Другие параметры в формуле (21) определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} J_1 \\ J_L \end{pmatrix} &= \left\langle \frac{\exp(\lambda_0 d - 2\lambda(k_y) x_0)}{\lambda(k_y) \Gamma_1} \begin{pmatrix} 1 \\ \hat{\beta}_{\pm}^L \end{pmatrix} \right\rangle_{k_y}, \quad (23) \\
 \begin{pmatrix} J_2 \\ J_R \end{pmatrix} &= \\
 &= \left\langle \frac{\exp(\lambda_0 d - 2\lambda(k_y) (d - x_0))}{\lambda(k_y) \Gamma_2} \begin{pmatrix} 1 \\ \hat{\beta}_{\pm}^R \end{pmatrix} \right\rangle_{k_y}.
 \end{aligned}$$

В формуле (23) ферми-импульс квазичастиц в барьере берется без учета дефазинга, т.е. $\lambda(k_y) = \sqrt{\lambda_0^2 + k_y^2}$, а скобки $\langle \dots \rangle$ означают усреднение по поперечному импульсу k_y :

$$\langle f(k_y) \rangle_{k_y} = \frac{k_F}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \cos \theta \cdot f(k_F \sin(\theta)).$$

Параметры $\hat{\beta}_{\pm}^{L,R}$ в подынтегральных выражениях (23) являются действительными и не зависящими от фазы частями переменных $\beta_{\pm}^{L,R}$ из (18) и представляются в виде

$$\hat{\beta}_{\pm}^{L,R} = \frac{\Delta^{L,R}(T) \cos(2\theta \mp 2\alpha_{L,R})}{\omega + \Omega_{\pm}^{L,R}}. \quad (24)$$

При записи (23) и выводе (21) мы воспользовались равенствами интегралов

$$J_L(\hat{\beta}_{\pm}^L) = J_L(\hat{\beta}_{\pm}^L), \quad J_R(\hat{\beta}_{\pm}^R) = J_R(\hat{\beta}_{\pm}^R).$$

Равенства обусловлены симметрией анизотропного параметра порядка и выполняются из-за того, что области интегрирования соответствуют периоду функций $\hat{\beta}_{\pm}^{L,R}(\theta)$, равному π . Равенства справедливы для любых значений углов ориентации $\alpha_{L,R}$.

Формула (21) описывает общий случай резонансного транспорта тока в двумерных структурах с произвольной симметрией параметра порядка в электродах и является главным результатом данной работы. Конкретный вид параметров $\hat{\beta}_{\pm}^{L,R}$, задаваемый выражением (24), справедлив в модели с кусочно-постоянной зависимостью модуля параметра порядка от пространственных координат. Однако данный результат легко обобщается на более общий случай, если под параметрами $\hat{\beta}_{\pm}^{L,R}$ понимать значения коэффициентов андреевского отражения электронов на соответствующих траекториях [20], которые могут быть получены численным решением задачи об эффекте близости на границе сверхпроводящего электрода с диэлектрической прослойкой [7].

5.2. SIS-переходы разной размерности

В предельном случае изотропных параметров порядка электродов формула (21) имеет наиболее простой вид. Интегралы (23) берутся аналитически и (21) дает следующую формулу резонансного сверхтока в SIS-переходе:

$$\begin{aligned}
 I_{res} &= eT\Delta^2 \sin \varphi \Gamma_0^2 \sum_{\omega} \left[\Gamma_0^2 \Delta^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2} - \right. \\
 &\left. - (\Delta^2 + \omega^2) \left(\omega^2 + E_R^2 + \frac{\Gamma^2}{4} \right) - \omega^2 \Gamma \sqrt{\Delta^2 + \omega^2} \right]^{-1}. \quad (25)
 \end{aligned}$$

Получаемое из (25) при аналитическом продолжении $\omega \rightarrow -iE$ дисперсионное уравнение

$$\begin{aligned}
 \Gamma_0^2 \Delta^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2} + (\Delta^2 - E^2) \left(E^2 - E_R^2 - \frac{\Gamma^2}{4} \right) + \\
 + E^2 \Gamma \sqrt{\Delta^2 - E^2} = 0 \quad (26)
 \end{aligned}$$

было изучено ранее в одномерных моделях для короткого перехода $d \ll \xi_0$ (ξ_0 — длина когерентности) [13] и обобщено для произвольных соотношений между шириной барьера и длиной когерентности [14].

Форма соотношений (25), (26) нечувствительна к размерности задачи. Различная размерность переходов меняет только вид энергетических параметров ЛС. В двумерном случае ширина резонансного уровня и его энергия определяются формулами (22),

в одномерной геометрии свойства ЛС определяются параметрами, аналогичными полученным в работе [13]:

$$\begin{aligned}\Gamma_{01}^{1D} &= 2V_0 |t| \exp(\lambda_0(d - 2x_0)), \\ \Gamma_{02}^{1D} &= 2V_0 |t| \exp(-\lambda_0(d - 2x_0)).\end{aligned}$$

А для трехмерного SIS-перехода справедливы следующие выражения для характерной ширины резонансного уровня:

$$\begin{aligned}\Gamma_{01}^{3D} &= V_0 |t| \frac{\exp(\lambda_0(d - 2x_0))}{\lambda_0 x_0}, \\ \Gamma_{02}^{3D} &= V_0 |t| \frac{\exp(-\lambda_0(d - 2x_0))}{\lambda_0(d - x_0)}.\end{aligned}$$

Таким образом, дисперсионное уравнение Бинаккера – ван Хоутена (26), полученное в свое время в одномерной модели, имеет более общий смысл и остается справедливым для переходов с широким барьером и в задачах больших размерностей.

Формула (25) позволяет аналитическое суммирование спектра мацубаровских частот в случаях «широкого» ($\Delta/\Gamma_0 \ll 1$) и «узкого» ($\Delta/\Gamma_0 \gg 1$) резонансов. Исследование сверхтока в этих двух пределах позволяет повторить выводы [14], но уже для переходов с двумерной и трехмерной геометрией. При этом только при близкой к нулю энергии резонансного уровня ($E_R \sim 0$) и положении ЛС вблизи центра барьера ($x_0 \sim d/2$) мы получили резонансную прозрачность, близкую к единице, и несинусоидальную зависимость сверхтока от фазы. Смещение резонансной энергии ЛС от нулевого уровня либо смещение локализованного состояния от центра барьера уменьшает резонансную прозрачность и приводит как к падению сверхтока, так и к восстановлению синусоидальной фазовой зависимости сверхтока $I_{res}(\varphi)$. При усреднении по энергии и координатам локализованных состояний сверхток в двумерных и трехмерных SIS-переходах в обоих предельных случаях оказывается пропорционален $\sin \varphi$.

5.3. Резонансное рассеяние в двумерном SID-переходе

При исследовании резонансного транспорта тока в переходах с ВТСП-электродами будем считать, что ab -плоскость кристалла ВТСП перпендикулярна поверхности перехода, а параметр порядка определяется формулой (16). Электронные и дырочные возбуждения на границе анизотропного сверхпроводника при $\alpha \neq 0$ будут чувствовать разный параметр порядка. В случае, если знак параметра порядка до отражения квазичастицы от поверхности

ВТСП и после него не сохраняется, на поверхности сверхпроводника возникают андреевские состояния с нулевой относительно уровня Ферми энергией (zero energy states или mid gap states) [21]. Область появления ZES зависит от угла ориентации кристаллической решетки ВТСП. Например, в случае SID-перехода параметр порядка будет иметь вид

$$\begin{aligned}\Delta(x, T) &= \\ &= \begin{cases} \Delta_s(T) e^{i\varphi_L}, & x < 0, \\ 0, & 0 < x < d, \\ \Delta_d(T) \cos(2\theta \mp 2\alpha_R) e^{i\varphi_R}, & x > d, \end{cases} \quad (27)\end{aligned}$$

В этом случае андреевские состояния будут появляться на траекториях, удовлетворяющих условию

$$\theta \in (\pm\pi/4 - \alpha_R; \pm\pi/4 + \alpha_R).$$

Интерес представляет вопрос, как возникновение ZES на поверхности ВТСП повлияет на резонансный ток.

Графики фазовых зависимостей сверхтока и зависимости критического тока от температуры представлены на рис. 2, 3. Зависимости были получены в предположении, что параметры порядка $\Delta_s(T)$ и $\Delta_d(T)$ удовлетворяют соотношениям теории БКШ. При численных расчетах мы задавали отношение критических температур сверхпроводников $T_s/T_d = 1/9$. При $\alpha_R = 0$ поведение кривых $I_{res}(\varphi)$ в «узком» и «широком» резонансах аналогично случаю перехода с изотропным параметром порядка в электродах: наблюдается близкая к $\sin(\varphi/2)$ фазовая зависимость кривых при низкой температуре и единичной резонансной прозрачности. Аналогично результатам разд. 5.2, смещение резонансной энергии ЛС от нулевого уровня либо смещение локализованного состояния от центра барьера уменьшает резонансную прозрачность, приводит к падению резонансного сверхтока и восстановлению синусоидальной зависимости $I_{res}(\varphi)$. При усреднении по энергии и координатам локализованных состояний сверхток в обоих предельных случаях резонанса оказывается пропорционален $\sin \varphi$.

Рисунки 2а, г наглядно демонстрируют отклонения зависимости $I(\varphi)$ от $\sin \varphi$ при низких температурах. Увеличение температуры или угла ориентации α_R приближает кривые к синусоидальной зависимости (см. рис. 2б, в, д, е). Для сравнения на рис. 2ж приведены зависимости туннельного сверхтока от фазы при тех же параметрах перехода и значении угла $\alpha_R = 0$, следующие из формулы для потенциального сверхтока (17) и работы [3]. Видно, что в

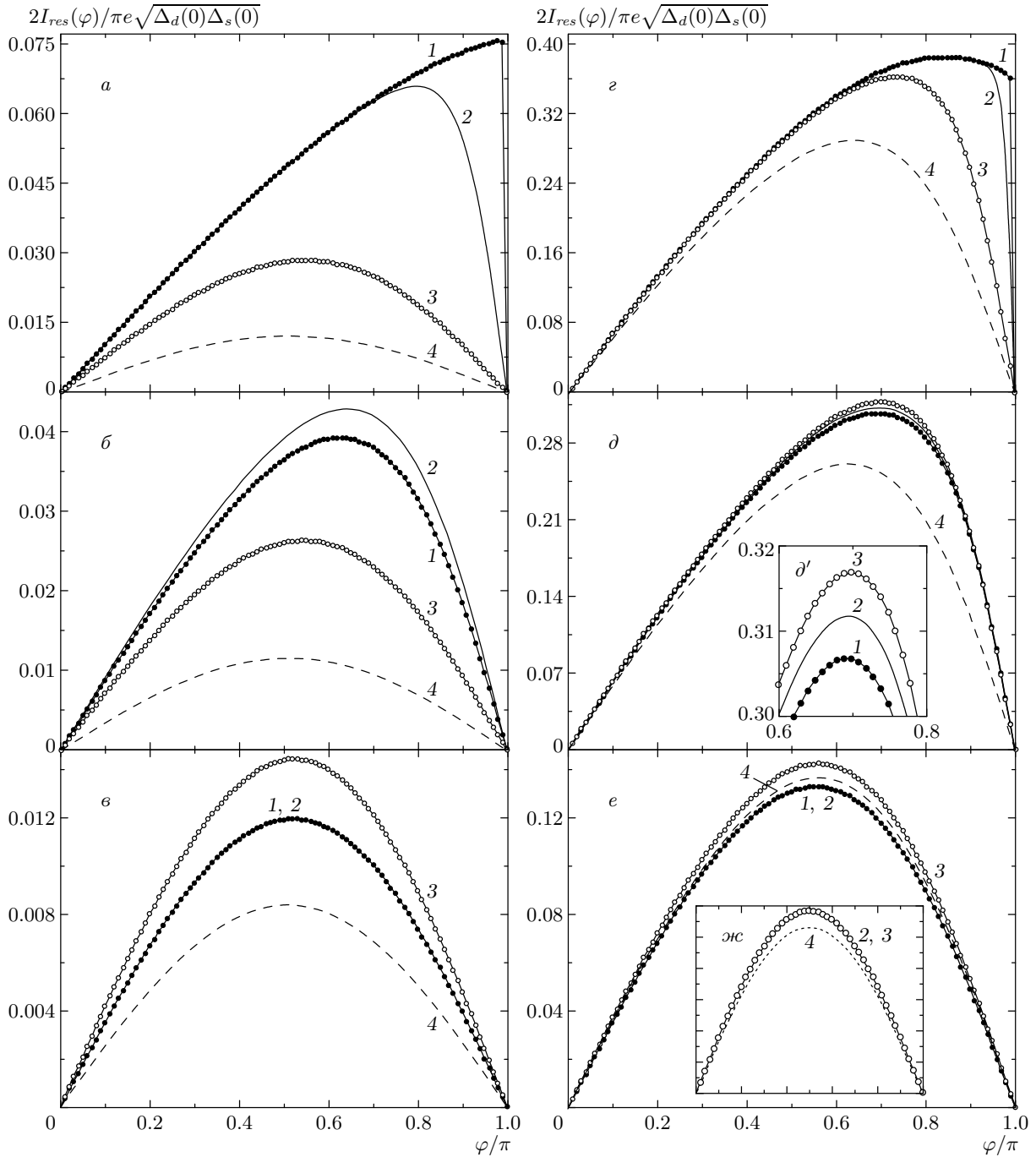


Рис. 2. Зависимости сверхтока $I_{res}(\varphi)$ от фазы в SID-переходе в случаях $\gamma_0/\Delta_d(0) = 0.1$ (а, б, в) и 10 (з, д, е) при $\lambda d = 6, k/\lambda = 2, E_R = 0, x_0 = d/2; \alpha_R = 0$ (а, з), $\pi/12$ (б, д), $\pi/6$ (в, е), $T/T_s = 0$ (1), 0.05 (2), 0.3 (3), 0.6 (4). На вставке ∂' показана область максимального сверхтока кривых 1, 2, 3 рис. эс. На рис. жс для тех же параметров в произвольных единицах построены фазовые зависимости нерезонансного сверхтока

условиях длинного перехода графики туннельного сверхтока от фазы не отличаются от синусоидальной зависимости при низких температурах.

На рис. 3 показаны зависимости критического

тока SID-перехода от температуры при различных значениях углов ориентации кристалла ВТСП. Графики на рис. 3а, б, в демонстрируют более резкое уменьшение I_c с ростом температуры при «су-

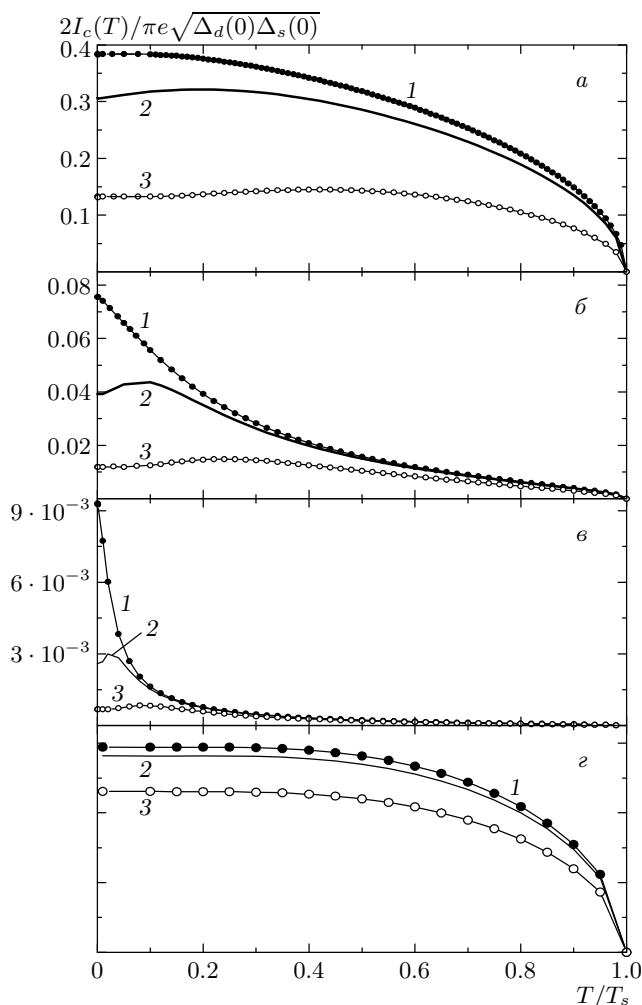


Рис. 3. Зависимости сверхтока $I_c(T)$ от температуры в SID-переходе в случаях $\gamma_0/\Delta_d(0) = 10$ (а), 0.1 (б), 0.01 (в) при $\lambda d = 6$, $k/\lambda = 2$, $E_R = 0$, $x_0 = d/2$, $\alpha_R = 0$ (1), $\pi/12$ (2), $\pi/6$ (3). На рис. г для тех же параметров в относительных единицах построены температурные зависимости нерезонансного сверхтока

жении» резонанса. В то же время результаты теории [3], приведенные для сравнения на рис. 3г, дают с ростом температуры плавное падение туннельного критического тока. Резкий спад температурных кривых резонансного тока объясняется сильным «размыванием» резонансного уровня при $T > \Gamma_0$, соответственно, чем «уже» резонанс, т. е. чем меньше ширина резонансного уровня Γ_0 , тем быстрее начинается уменьшение критического тока с ростом температуры. Такое поведение $I_c(T)$ наглядно демонстрирует рис. 3.

Из рис. 2, 3 видно, что увеличение угла ориента-

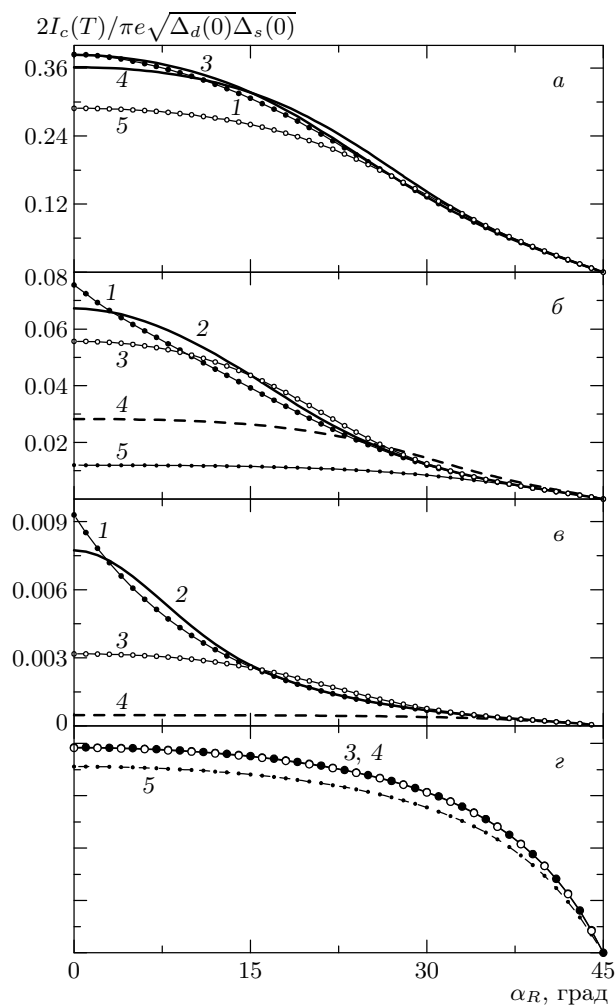


Рис. 4. Зависимости сверхтока $I_c(\alpha_R)$ в SID-переходе в случаях $\gamma_0/\Delta_d(0) = 10$ (а), 0.1 (б), 0.01 (в) при $\lambda d = 6$, $k/\lambda = 2$, $E_R = 0$, $x_0 = d/2$, $T/T_s = 0$ (1), 0.01 (2), 0.05 (3), 0.3 (4), 0.6 (5). На рис. г для тех же параметров в относительных единицах построены угловые зависимости нерезонансного сверхтока

ции кристалла ВТСП приводит к падению сверхтока. Подробно этот процесс показан на рис. 4, на котором представлены зависимости критического тока от угла α_R . Рисунок демонстрирует уменьшение «изотермических» кривых с ростом угла α_R , причем при $\alpha_R = \pi/4$ резонансный ток оказывается тождественно равным нулю, что формально связано с равенством нулю интеграла J_R в формуле (21) (при $\alpha_R = \pi/4$ подынтегральное выражение становится антисимметричным по θ , так что при усреднении по углам J_R обращается в нуль). С физической точки зрения отсутствие резонансного тока при $\alpha_R = \pi/4$ легко объясняется симметрией задачи в этом слу-

чае. При перерасеянии квазичастиц на ЛС вероятности траекторий в направлении ВТСП с углами $\pm\theta$ к нормали оказываются равными. Вместе с тем при взаимодействии с ВТСП-электродами квазичастицы «чувствуют» разный знак параметра порядка. В результате вклад в резонансный ток от направлений $\pm\theta$ оказывается равным по абсолютной величине, но противоположным по знаку и при усреднении по всем траекториям мы получаем нулевое значение сверхтока. Схожая ситуация реализуется и при потенциальном туннелировании [3]. В SID-переходах при $\alpha_R = \pi/4$ коэффициент при $\sin\varphi$ в формуле для сверхтока обращается в нуль, поэтому доминирующим становится вклад в ток от членов, пропорциональных $\sin 2\varphi$. С этим, в частности, связана смена периодичности фазовых зависимостей потенциального сверхтока в подобных переходах [26, 27]. В формуле резонансного сверхтока (21) члены, пропорциональные $\sin 2\varphi$, так же, как и другие члены тригонометрического ряда $\sin n\varphi$ с более высокими номерами, синхронно обращаются в нуль. Поэтому резонансный ток при $\alpha_R = \pi/4$ тождественно равен нулю.

Анализ графиков на рис. 4а, б, в показывает, что «сужение» резонанса приводит к быстрому падению критического тока при увеличении угла ориентации ВТСП. Сравнение кривых $I_c(\alpha_R)$, рассчитанных для случаев резонансного и прямого туннелирования (см. рис. 4з), показывает, что угловые зависимости потенциального сверхтока убывают с ростом α_R более монотонно.

Интересной особенностью температурных зависимостей резонансного критического тока на рис. 3 является их аномальное падение в области низких температур при ненулевых углах ориентации ВТСП. Формально такое поведение температурных кривых объясняется следующим образом: в то время как остальные интегралы, входящие в уравнение (21), ведут себя достаточно монотонно (см. рис. 5б, на котором в качестве примера приведена зависимость $J_R(T)$ для разных углов ориентации ВТСП), интеграл J_2 отличается резким ростом при приближении температуры к нулю (см. рис. 5а). Таким образом, знаменатель в формуле (21) имеет минимальное значение при ненулевой температуре.

Интегралы J_2 и J_R отражают взаимодействие двух резонансных процессов туннелирования: через ЛС и через связанные андреевские состояния, возникающие на поверхности ВТСП при $\alpha_R \neq 0$. В работе [20] было показано, что интерференция этих процессов не обязательно приводит к усилению сверхтока. Более того, при нулевом напряжении на перехо-

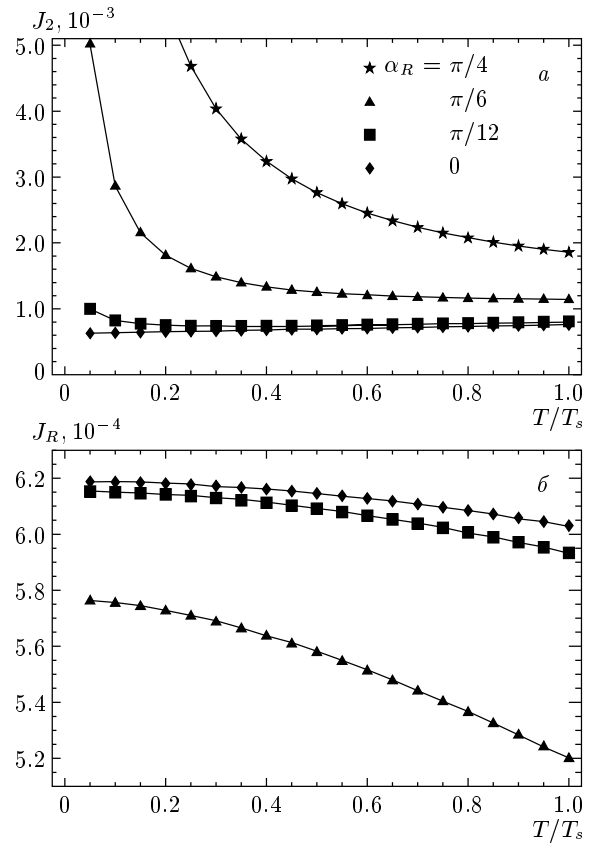


Рис. 5. Зависимости интегралов J_2 (а) и J_R (б) от температуры в SID-переходе для разных углов α_R . Графики построены для мацубаровской частоты $\omega = \pi T$ в случае «узкого» резонанса $\gamma_0/\Delta_d(0) = 0.1$ и значениях других параметров $\lambda d = 6, k/\lambda = 2, E_R = 0, x_0 = d/2$

де интерференционная компонента тока, связанная с перерасеянием квазичастиц в андреевском канале туннелирования на ЛС, может давать отрицательный вклад в сверхток. Именно эффектом сложной интерференции двух резонансных процессов можно объяснить резкое убывание угловых зависимостей резонансного критического тока по сравнению с угловыми зависимостями потенциального тока, а также недостаток критического тока при ненулевых углах ориентации ВТСП, заметный в области малых температур на рис. 3а, б, в.

5.4. Резонансный ток в двумерном DID-переходе

В общем случае анизотропных параметров порядка не все интегралы (23) берутся в аналитическом виде. Для симметричных переходов

с ВТСП-«берегами» аналитические выражения из (21) можно получить только в случае «узкого» резонанса при $\alpha_L = \alpha_R = 0$ и $k/\lambda \gg 1$. При этом для сверхтока и энергетического спектра резонансных состояний перехода с одинаковыми параметрами порядка в левом и правом электродах получаются формулы, аналогичные (25)–(26) с $\Delta = \Delta_d(T)$. В общем случае произвольных отношений k/λ и углов ориентации кристаллов ВТСП-материалов анализ резонансной проводимости перехода можно проводить только численно.

Однако в интересных с практической точки зрения конфигурациях переходов с углами ориентации ВТСП-электродов $\alpha_L = \pm\alpha_R$ можно еще больше упростить формулу для тока (21). В этих случаях при выполнении условия

$$\Delta^L(T) = \Delta^R(T) = \Delta_d(T)$$

для интегралов (23) справедливы равенства $J_1 = J_2$ и $J_L = J_R$, из которых следует идентичность резонансных свойств переходов с углами ориентации $|\alpha_L| = |\alpha_R|$. В этом отношении резонансный транспорт тока резко отличается от свойств сверхтока прямого туннелирования. Из работы [3] и формулы (17) настоящей работы следует разное поведение прямого сверхтока в переходах с конфигурациями $\alpha_L = \pm\alpha_R$.

В результате для симметричных переходов из (21) следует формула резонансного сверхтока

$$I_{res}^{2D DID} |_{|\alpha_L|=|\alpha_R|} = -4eT \sum_{\omega} \frac{\gamma_0^2 J_d^2 \sin \varphi}{S_d}, \quad (28)$$

$$J_d = J_L = J_R, \quad J = J_1 = J_2,$$

$$S_d = -\omega^2 - E_R^2 - \frac{\Gamma^2}{4} - \omega(4J\gamma_0 - \Gamma) + 2\gamma_0^2 \left(\Gamma\gamma_0^{-1}J - 2J^2 - J_d^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} \right).$$

При численных исследованиях (28) будем считать, что ab -плоскости кристаллов сверхпроводников d -типа слева и справа от изолирующей прослойки перпендикулярны поверхности перехода, а параметр порядка задачи задается формулой (16).

На рис. 6 показаны фазовые зависимости резонансного сверхтока, полученные с помощью формулы (28). Если оба угла ориентации α_R и α_L не равны нулю, поведение фазовых кривых подобно поведению кривых для SID-случая, что следует из рис. 6б, в, д, е. Можно лишь отметить более быстрое уменьшение сверхтока с ростом абсолютного значения углов ориентации ВТСП. Кроме того, при $\alpha_{L,R} \neq 0$

для DID-перехода наблюдается более быстрое стремление фазовых кривых к синусоидальной зависимости, что связано с наличием двух областей с анизотропным параметром порядка вместо одной подобной области в случае SID-перехода. Смещение положения ЛС от центра барьера или отклонение резонансной энергии от ферми-уровня ведет, как и в случае SIS-перехода, к резкому падению сверхтока и к исчезновению отклонений фазовых характеристик от синусоидальной зависимости. В результате процедура усреднения резонансного тока по резонансной энергии E_R и координате ЛС x_0 дает синусоидальную зависимость сверхтока от фазы.

Подобие процессов резонансного туннелирования в SID- и DID-контактах наблюдается и при сравнении температурных зависимостей критического тока. На рис. 7а, б, в показано быстрое уменьшение сверхтока с ростом температуры или при «сужении» резонанса в DID-переходах. Можно также отметить аномальное поведение температурных кривых при $\alpha_{L,R} \neq 0$ в области низких температур, на которое мы обращали внимание при исследовании резонансного сверхтока в SID-переходе. При больших углах ориентации кристаллов ВТСП на графиках резонансного тока отсутствует резкое увеличение критического тока, имеющее место в случае прямого туннелирования (см. рис. 7з, кривая 3). Аналогичная ситуация наблюдается и при исследовании угловых зависимостей резонансного тока в DID-переходе. Интересно, что из работы [3] следует ярко выраженная немонотонность в поведении зависимости прямого сверхтока от угла ориентации (см. рис. 8з). В то же время графики резонансного сверхтока на рис. 8а, б, в ведут себя монотонно, подтверждая выводы, сделанные нами при описании угловых зависимостей критического тока SID-контакта.

Таким образом, исследования резонансного сверхтока в переходах, где оба электрода имеют d -симметрию параметра порядка, показывают, что значение сверхтока определяется не абсолютными значениями углов ориентации кристаллов ВТСП, а их модулями: поэтому часто встречающиеся в теоретических и экспериментальных исследованиях структуры с симметричными ($\alpha_L = \alpha_R$) и антисимметричными ($\alpha_L = -\alpha_R$) конфигурациями электродов оказываются равнозначными. Объясняется это тем, что при резонансном туннелировании квазичастица попадает в потенциальную яму ЛС и «забывает» о первоначальном направлении движения. А дальнейшее перерасеяние частицы в направлениях с углами $\pm\theta$ относительно оси x происходит с одинаковой вероятностью. В результате

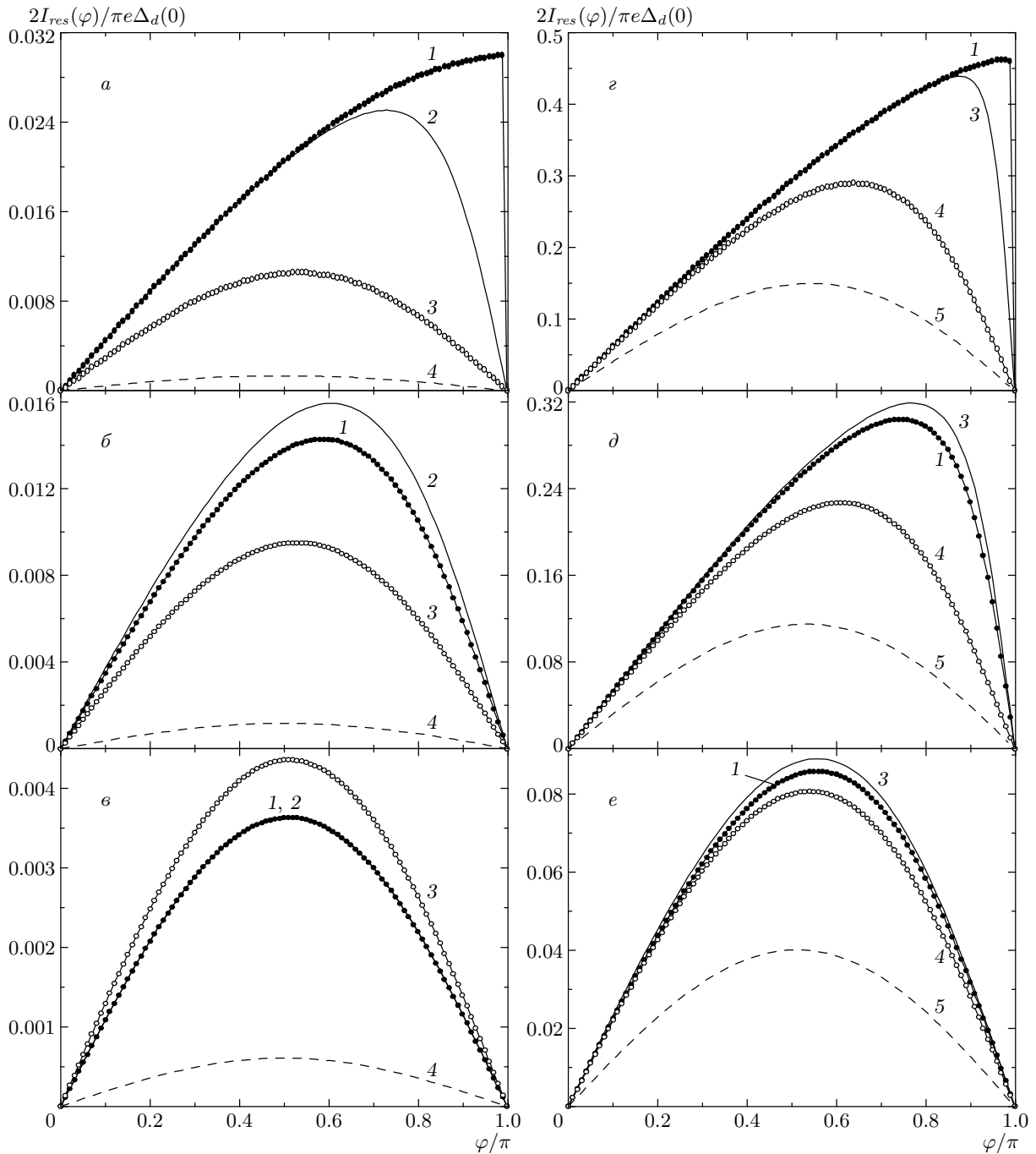


Рис. 6. Зависимости сверхтока $I_{res}(\varphi)$ от фазы в DID-переходе в случаях $\gamma_0/\Delta_d(0) = 0.1$ (а, б, в) и 10 (z, д, е) при $\alpha_L = \alpha_R$ и $\lambda d = 6, k/\lambda = 2, E_R = 0, x_0 = d/2$; $\alpha_L = 0$ (а, z), $\pi/12$ (б, д), $\pi/6$ (в, е), $T/T_d = 0$ (1), 0.01 (2), 0.05 (3), 0.3 (4), 0.6 (5)

физические процессы резонансного туннелирования в структурах с $\alpha_L = \pm\alpha_R$ оказываются пространственно-симметричными и не отличаются друг от друга. Фактически наличие ЛС между двумя ВТСП-электродами с ярко выраженными

анизотропными свойствами изотропизирует не только процессы резонансного туннелирования. В работе [20] было показано, что присутствие ЛС на траектории возникновения связанных состояний ZES приводит к перерасеянию квазичастиц в

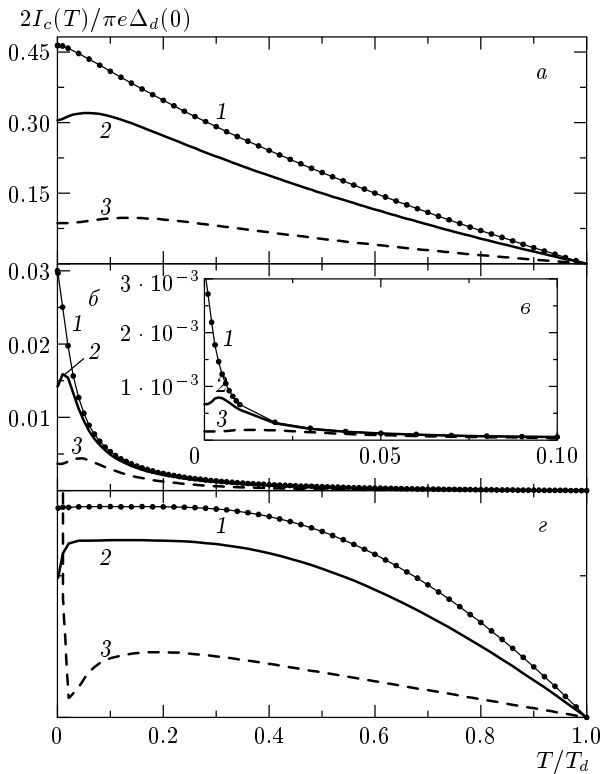


Рис. 7. Зависимости критического тока $I_c(T)$ от температуры T/T_d в DID-переходе в случаях $\gamma_0/\Delta_d(0) = 0.1$ (а) и 10 (б) при $\alpha_L = \alpha_R$, $\lambda d = 6$, $k/\lambda = 2$, $E_R = 0$, $x_0 = d/2$, $\alpha_L = 0$ (1), $\pi/12$ (2), $\pi/6$ (3)

другие направления, тем самым ослабляя эффект ЗВА.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены расчеты резонансного транспорта сверхтока в равновесных джозефсоновских переходах различной конфигурации. Для нахождения сверхтока мы пользовались формализмом функций Грина и вывели выражение для функции Грина в неоднородном потенциальном барьере с ЛС. В модели двумерного перехода мы получили аналитическую формулу для резонансного сверхтока, справедливую при произвольной симметрии параметра порядка электродов. В случае SIS-перехода мы обобщили дисперсионное уравнение Бинаккера–ван Хоутена, полученное ранее в одномерной модели [13], для переходов произвольной размерности. Для переходов с одним или обоими ВТСП-электродами мы провели численные исследования зависимостей резонансного сверхтока от

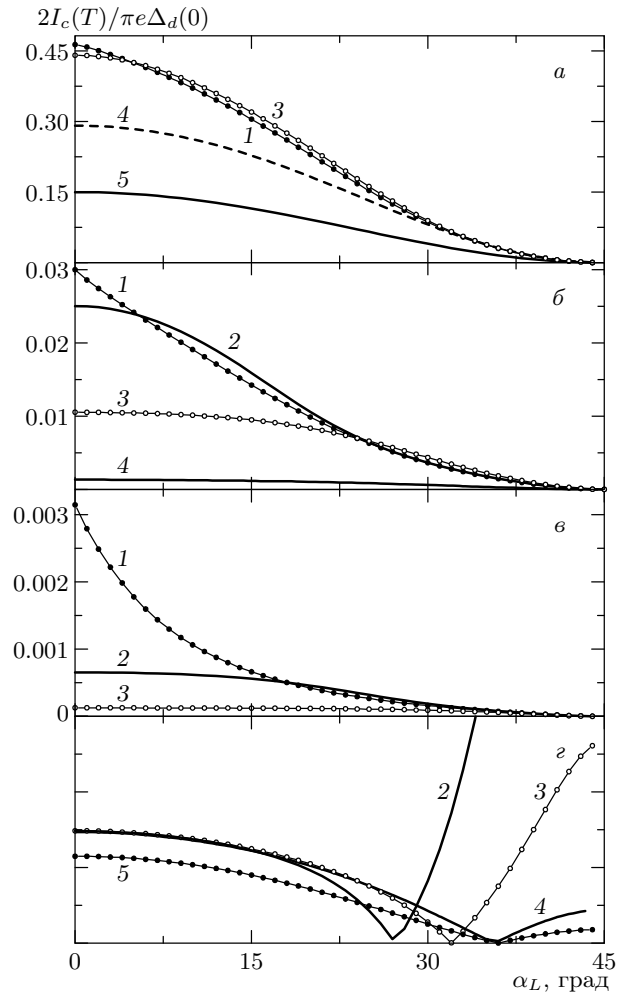


Рис. 8. Зависимости критического тока $I_c(\alpha_L)$ в DID-переходе в случаях $\gamma_0/\Delta_d(0) = 10$ (а), 0.1 (б), 0.01 (в), при $\alpha_L = \alpha_R$, $k/\lambda = 2$, $\lambda d = 6$, $E_R = 0$, $x_0 = d/2$; $T/T_s = 0$ (1), 0.01 (2), 0.05 (3), 0.3 (4), 0.6 (5). На рис. в для тех же параметров в относительных единицах построены угловые зависимости нерезонансного сверхтока

макроскопической фазы, температуры и угла ориентации кристаллов ВТСП относительно направления распространения тока. Сравнение полученных зависимостей с результатами для туннельного транспорта тока через потенциальный барьер выявило более резкое падение резонансного сверхтока при отклонении температуры или угла ориентации ВТСП от нулевых значений. В случае «узкого» резонанса, который обычно и реализуется в экспериментах, конечность температуры и ненулевое значение углов ориентации приводят к существенному уменьшению резонансного сверхтока. Таким образом, в длинных ВТСП-переходах с наличием ЛС в прослойке дей-

ствительно имеет место ситуация, описанная в обзоре [2], когда резонансный сверхток оказывается подавленным по сравнению со сверхтоком от прямого туннелирования через барьер.

Анализ полученных результатов подтвердил выводы работы [20]: взаимодействие двух резонансных процессов туннелирования через ЛС и связанные андреевские уровни (ZES) может приводить к ослаблению сверхтока и эффектов, связанных с анизотропией ВТСП.

В развитом выше подходе не учитывалось подавление параметра порядка вблизи границ ВТСП-структур и, следовательно, не был исследован вклад в транспорт сверхтока, обусловленный резонансным туннелированием на локализованные вблизи границы андреевские уровни с энергией, отличной от нуля. Точный учет данного вклада требует численных расчетов. Тем не менее на основании проделанного анализа можно утверждать, что качественно картина изменится мало.

Работа поддержана Министерством науки и технологий РФ.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Расположим источник функций Грина в барьере. Для определения «невозмущенной» функции Грина удобно записать уравнение (6) для фурье-образа $\mathbf{G}_\omega^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$. В двумерной модели фурье-образ двухкомпонентной функции Грина $\mathbf{G}_\omega^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ задается как

$$\mathbf{G}_\omega^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{2\pi} \int dk_y \exp(-ik_y(y-y')) \mathbf{G}_\omega^0(k_y, x, x').$$

Если потенциал $V(\mathbf{r})$ барьера однороден, т. е. присутствие ЛС не учитывается, функцию Грина $\mathbf{G}_\omega^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ в уравнениях Горькова можно разбить на две части, одна из которых будет медленно меняющейся. Действительно, функции Грина испытывают осцилляции на длине порядка k_F^{-1} , в то время как параметр порядка меняется на много больших расстояниях, порядка длины когерентности [24]. Поэтому, переопределив соответствующим образом функцию Грина и параметр порядка

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_\omega^0(k_y, x, x') &= \exp(\pm ik_x x) \bar{\mathbf{G}}_\omega^0(k_y, x, x'), \\ \Delta(x, \theta) &= \int dx_1 \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_1) \Delta(x, x_1), \end{aligned} \quad (29)$$

где $\bar{\mathbf{G}}_\omega^0$ есть медленно меняющаяся часть «невозмущенной» функции Грина задачи,

$$\exp(i\theta) = \frac{k_x}{|\mathbf{k}|} + \frac{ik_y}{|\mathbf{k}|},$$

мы можем линеаризовать систему (6) и записать ее в виде матричного уравнения

$$\left\{ i\omega \hat{I} - \sigma_z \hat{h}_0 - \frac{(\Delta(x, \theta)\sigma_+ + \Delta^*(x, \theta)\sigma_-)}{2} \right\} \times \\ \times \bar{\mathbf{G}}_\omega^0(k_y, x, x') = \delta(x - x') \hat{I}, \quad (30)$$

$$\hat{h}_0 = \mp \frac{ik_x}{m} \frac{\partial}{\partial x} + V_{rect} - \mu - \frac{k_y^2}{2m}.$$

Анизотропный параметр порядка $\Delta(x, \theta)$ зависит от угла θ распространения квазичастиц относительно оси x . В операторе \hat{h}_0 опущены члены $\partial^2/\partial x^2$, которыми можно пренебречь при выполнении условия $\Delta/\mu \ll 1$.

Представляя x -компоненты функций Грина в виде плоских волн, можно записать

$$\bar{\mathbf{G}}_\omega^0(k_y, x, x') = \exp(\xi x) \bar{\mathbf{G}}_\omega^0(k_y). \quad (31)$$

Подставляя (31) в однородное уравнение (30), получим окончательное матричное уравнение, из которого можно найти функции Грина в сверхпроводнике:

$$\left\{ i\omega \hat{I} - \sigma_z h_\xi - \frac{(\Delta(x, \theta)\sigma_+ + \Delta^*(x, \theta)\sigma_-)}{2} \right\} \times \\ \times \bar{\mathbf{G}}_\omega^0(k_y) = 0, \quad (32)$$

$$h_\xi = \mp \frac{ik_x \xi}{m} + V_{rect} - \mu - \frac{k_y^2}{2m}.$$

Система (32) разбивается на две пары уравнений для определения функций $G_{11,21}$ и $G_{12,22}$, соответственно. Из условия равенства нулю детерминанта находится параметр ξ :

$$\xi_\pm^{(\pm)} = \pm \frac{m^2}{k_x^2} \sqrt{|\Delta_\pm|^2 + \omega^2}, \quad (33)$$

где обозначение $\Delta_\pm = \Delta(x, \theta_\pm)$ отражает тот факт, что в анизотропных сверхпроводниках квазичастицы «чувствуют» разный параметр порядка в зависимости от направления их движения, причем между углами θ_\pm существует простая связь $\theta_+ = \theta$, $\theta_- = \pi - \theta$. Знак перед выражением (33) отвечает за тип квазичастицы: электрон или дырка. Кроме того, из (32) следует уравнение связи компонент функции Грина

$$\bar{G}_{21}^0(k_y)_{\pm}^{(\pm)} = \frac{i\Delta_{\pm}^*}{-\omega \pm \frac{k_x}{m}\xi_{\pm}^{(\pm)}} \bar{G}_{11}^0(k_y)_{\pm}^{(\pm)}. \quad (34)$$

Выбор разных знаков в формулах (33), (34) позволяет получить четыре независимых решения для компонент функций Грина $G_{11,21}^0$ в сверхпроводнике

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} G_{11}^0 \\ G_{21}^0 \end{pmatrix}_{\pm}^{(\pm)} &= \\ &= \exp\left[(\pm ik_x + \xi_{\pm}^{(\pm)})x\right] \begin{pmatrix} \bar{G}_{11}^0(k_y) \\ \bar{G}_{21}^0(k_y) \end{pmatrix}_{\pm}^{(\pm)}. \end{aligned} \quad (35)$$

Решение для «невозмущенных» функций Грина в барьере находится из уравнения (6) с учетом равенства нулю параметра порядка в нормальном материале

$$\begin{aligned} \{i\omega \hat{I} - \sigma_z \hat{h}_n\} \mathbf{G}_{\omega}^0(k_y, x, x') &= \delta(x - x') \hat{I}, \quad (36) \\ \hat{h}_n &= \frac{\nabla^2}{2m} + V_{rect} - \mu - \frac{k_y^2}{2m}. \end{aligned}$$

Для функций Грина $G_{11,21}^0$ из (36) можно получить четыре независимых общих решения. Решения, от-

вечающие за транспорт электроноподобных возбуждений в барьере, описываются плоскими волнами

$$\begin{pmatrix} G_{11}^0 \\ G_{21}^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \exp(\pm \lambda x), \quad (37)$$

для дырок в барьере справедливо решение

$$\begin{pmatrix} G_{11}^0 \\ G_{21}^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \exp(\pm \lambda^* x), \quad (38)$$

где $\lambda = \sqrt{\lambda_0^2 + k_y^2 - 2mi\omega}$ характеризует двумерный импульс электронов в барьере. Частное решение уравнений (37) для компонент $G_{11,21}^0$ записывается в виде

$$-\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{m}{\lambda} \exp(-\lambda |x - x'|). \quad (39)$$

Таким образом, функции Грина задачи $G_{11,21}^0$ в различных областях перехода представимы в виде суперпозиции соответствующих независимых решений (35), (37)–(39) с условием конечности функций на бесконечности:

$$\begin{pmatrix} G_{11}^0 \\ G_{21}^0 \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} -\beta_+^{L*} \\ 1 \end{pmatrix} A_1 \exp(\varkappa_+^L x) + \begin{pmatrix} 1 \\ \beta_-^L \end{pmatrix} A_3 \exp(\varkappa_-^{L*} x), & x < 0, \\ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} (B_1 e^{\lambda x} + B_2 e^{-\lambda x} - \frac{m}{\lambda} e^{-\lambda |x-x'|}) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} (B_3 e^{\lambda^* x} + B_4 e^{-\lambda^* x}), & 0 < x < d, \\ \begin{pmatrix} 1 \\ \beta_+^R \end{pmatrix} A_2 \exp(-\varkappa_+^{R*} x) + \begin{pmatrix} -\beta_-^{R*} \\ 1 \end{pmatrix} A_4 \exp(-\varkappa_-^R x), & x > d. \end{cases} \quad (40)$$

Аналогичным образом из (32) и (36) находятся и две другие компоненты функции Грина $G_{22,12}^0$:

$$\begin{pmatrix} G_{22}^0 \\ G_{12}^0 \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 1 \\ -\beta_+^{L*} \end{pmatrix} C_1 \exp(\varkappa_+^L x) + \begin{pmatrix} \beta_-^L \\ 1 \end{pmatrix} C_4 \exp(\varkappa_-^{L*} x), & x < 0, \\ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} (D_1 e^{\lambda^* x} + D_2 e^{-\lambda^* x} + \frac{m}{\lambda^*} e^{-\lambda^* |x-x'|}) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} (D_3 e^{\lambda x} + D_4 e^{-\lambda x}), & 0 < x < d, \\ \begin{pmatrix} \beta_+^R \\ 1 \end{pmatrix} C_2 \exp(-\varkappa_+^{R*} x) + \begin{pmatrix} 1 \\ -\beta_-^{R*} \end{pmatrix} C_3 \exp(-\varkappa_-^R x), & x > d. \end{cases} \quad (41)$$

Коэффициенты $A_i, B_i, C_i, D_i, (i = 1, 2, 3, 4)$ перед экспонентами находятся с помощью условий непрерывности функций Грина и их производных на границах структуры. При записи формул (40), (41) мы использовали обозначения (18), а также ввели ферми-импульс квазичастиц в сверхпроводящих элект-

$$\varkappa_{\pm}^{L,R} = ik_x + \frac{m}{k_x} \Omega_{\pm}^{L,R}.$$

Считая, что энергия ферми-уровня $\mu \gg |\Delta^L|, |\Delta^R|$, а вклад в ток от слагаемых при больших значениях мацубаровских частот пренебрежимо мал, мы можем пренебречь дефазингом в сверхпрово-

дящих электродах [25], т.е. считать разность между ферми-импульсами электронов и дырок несущественной и использовать приближенные определения $\varkappa_{\pm}^{L,R} \approx ik_x = \varkappa$. Кроме того, мы можем пренебречь дефазингом во всех экспонентах и в выражениях, где ферми-импульс электронов прослойки λ так или иначе сравнивается с \varkappa . С учетом этих соображений выражения для коэффициентов в (40), (41) как функций переменной x' рассчитываются следующим образом:

$$\begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2\lambda} [A_3(\lambda \mp \varkappa) - \beta_+^{L*} A_1(\lambda \pm \varkappa)] + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{m}{\lambda} e^{-\lambda x'},$$

$$\begin{pmatrix} B_3 \\ B_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{2\lambda^*} [A_1(\lambda \pm \varkappa) + \beta_-^L A_3(\lambda \mp \varkappa)],$$

$$A_1 = -\frac{m}{\varkappa Z} [d_e^{\rightarrow*}(x') \beta_-^L \Gamma_2 - d_e^{\leftarrow}(x') t_h (\beta_-^L - \beta_+^R)],$$

$$A_2 = -\frac{m}{\varkappa Z} [d_e^{\rightarrow*}(x') t_e (\Gamma_3 - \Gamma_1) + d_e^{\leftarrow}(x') \Gamma_1],$$

$$A_3 = -\frac{m}{\varkappa Z} [d_e^{\rightarrow}(x') \Gamma_2 - d_e^{\leftarrow*}(x') t_e (\Gamma_2 - \Gamma_4)],$$

$$A_4 = -\frac{m}{\varkappa Z} [d_e^{\rightarrow}(x') t_h (\beta_-^L - \beta_+^R) + d_e^{\leftarrow*}(x') \beta_+^R \Gamma_1],$$

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2\lambda^*} [C_1(\lambda \pm \varkappa) + \beta_-^L C_4(\lambda \mp \varkappa)] - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{m}{\lambda^*} e^{-\lambda x'},$$

$$\begin{pmatrix} D_3 \\ D_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{2\lambda} [C_4(\lambda \pm \varkappa) - \beta_+^{L*} C_1(\lambda \mp \varkappa)],$$

$$C_1 = -\frac{m}{\varkappa Z} [d_e^{\leftarrow}(x') t_h (\Gamma_3 - \Gamma_2) + d_e^{\rightarrow*}(x') \Gamma_2],$$

$$C_2 = \frac{m}{\varkappa Z} [d_e^{\rightarrow*}(x') t_e (\beta_+^{L*} - \beta_-^{R*}) + d_e^{\leftarrow}(x') \beta_-^{R*} \Gamma_1], \quad (42)$$

$$C_3 = -\frac{m}{\varkappa Z} [d_e^{\rightarrow}(x') t_h (\Gamma_4 - \Gamma_1) + d_e^{\leftarrow*}(x') \Gamma_1],$$

$$C_4 = \frac{m}{\varkappa Z} [d_e^{\rightarrow}(x') \beta_+^{L*} \Gamma_2 + d_e^{\leftarrow*}(x') t_e (\beta_-^{R*} - \beta_+^{L*})].$$

Определение параметров Z и $\Gamma_{1,2,3,4}$ дано в (18). Ряд параметров в (42) имеют простой физический смысл: t_e — коэффициент прозрачности барьера для электрона, $t_h = t_e^*$ — коэффициент прозрачности барьера для дырки, $d_e^{\rightarrow}(x')$ и $d_e^{\rightarrow*}(x')$ — соответствен-

но, вероятности для электрона и дырки протуннелировать в область ЛС из правого сверхпроводника, а $d_e^{\leftarrow}(x')$ и $d_e^{\leftarrow*}(x')$ — вероятности достижения ЛС для квазичастиц, движущихся из левого сверхпроводника. Эти вероятности определяются стандартно:

$$t_e = \frac{4\varkappa\lambda e^{-\varkappa d}}{(\lambda + \varkappa)^2 e^{-\lambda d} - (\lambda - \varkappa)^2 e^{\lambda d}},$$

$$d_e^{\rightarrow}(x') = \frac{2\varkappa [(\lambda - \varkappa) e^{\lambda(d-x')} + (\lambda + \varkappa) e^{-\lambda(d-x')}] }{(\lambda + \varkappa)^2 e^{-\lambda d} - (\lambda - \varkappa)^2 e^{\lambda d}},$$

$$d_e^{\leftarrow}(x') = \frac{2\varkappa e^{-\varkappa d} [(\lambda - \varkappa) e^{\lambda x'} + (\lambda + \varkappa) e^{-\lambda x'}]}{(\lambda + \varkappa)^2 e^{-\lambda d} - (\lambda - \varkappa)^2 e^{\lambda d}}.$$

При пренебрежении эффектом дефазинга вероятности достижения ЛС связаны простыми соотношениями:

$$d_e^{\rightarrow}(x') r_h - d_e^{\rightarrow*}(x') = -t_h d_e^{\leftarrow}(x'),$$

$$d_e^{\leftarrow}(x') r_h - d_e^{\leftarrow*}(x') = -t_h d_e^{\rightarrow}(x'),$$

в которых величины $r_{e,h}$ обозначают коэффициенты отражения электронов и дырок от потенциала V_{rect} .

Условия (4), (5), принятые при построении нашей модели, помогают нам несколько упростить вычисления. Так как ЛС, эффективно участвующее в резонансном транспорте тока, находится примерно посередине барьера $x_0 \sim d/2$, можно считать, что экспоненты $\exp(-\lambda d)$ и $\exp(-2\lambda x_0)$ имеют один порядок малости. Кроме того, мы считали, что высота барьера достаточно большая, так что справедливо условие (19). Тогда для функций Грина можно получить следующие выражения с точностью до членов порядка $\exp(-2\lambda d)$ включительно:

$$G_{11}^0(x, x_0) \approx -\frac{m}{\lambda} \left[\exp(-\lambda |x - x_0|) - |t|^2 \exp(\lambda(x - x_0)) \frac{\Gamma_3 \Gamma_4 - \Gamma_1 \Gamma_2}{\Gamma_1 \Gamma_2} + \exp(-\lambda(x + x_0)) \left(\frac{\lambda_0 - \varkappa}{\lambda_0 + \varkappa} + \frac{4\varkappa\lambda_0}{\lambda_0^2 - \varkappa^2} \frac{1}{\Gamma_1} \right) + \exp(-\lambda(2d - x - x_0)) \left(\frac{\lambda_0 - \varkappa}{\lambda_0 + \varkappa} + \frac{4\varkappa\lambda_0}{\lambda_0^2 - \varkappa^2} \frac{1}{\Gamma_2} \right) + \exp(-\lambda(2d - x + x_0)) \times \right. \\ \left. \times \left(2 \left(\frac{\lambda_0 - \varkappa}{\lambda_0 + \varkappa} \right)^2 + \frac{8\varkappa\lambda_0 (\lambda_0^2 + \varkappa^2)}{(\lambda_0^2 - \varkappa^2)^2} \frac{(\Gamma_1 + \Gamma_2)}{\Gamma_1 \Gamma_2} \right) \right], \quad (43)$$

$$G_{21}^0(x, x_0) \approx -\frac{m}{\lambda^*} \left[\exp(-\lambda(x+x_0)) \frac{4\kappa\lambda_0}{\lambda_0^2 - \kappa^2} \frac{\beta_-^L}{\Gamma_1} + \right. \\ \left. + \exp(-\lambda(2d-x-x_0)) \frac{4\kappa\lambda_0}{\lambda_0^2 - \kappa^2} \frac{\beta_+^R}{\Gamma_2} + \right. \\ \left. + \exp(-\lambda(2d-x+x_0)) \times \right. \\ \left. \times \frac{8\kappa\lambda_0(\lambda_0^2 + \kappa^2)}{(\lambda_0^2 - \kappa^2)^2} \frac{(\beta_+^R\Gamma_1 + \beta_-^L\Gamma_2)}{\Gamma_1\Gamma_2} \right], \quad (44)$$

$$G_{12}^0(x, x_0) \approx \frac{m}{\lambda} \left[\exp(-\lambda(x+x_0)) \frac{4\kappa\lambda_0}{\lambda_0^2 - \kappa^2} \frac{\beta_+^{L*}}{\Gamma_1} + \right. \\ \left. + \exp(-\lambda(2d-x-x_0)) \frac{4\kappa\lambda_0}{\lambda_0^2 - \kappa^2} \frac{\beta_-^{R*}}{\Gamma_2} + \right. \\ \left. + \exp(-\lambda(2d-x+x_0)) \times \right. \\ \left. \times \frac{8\kappa\lambda_0(\lambda_0^2 + \kappa^2)}{(\lambda_0^2 - \kappa^2)^2} \frac{(\beta_-^{R*}\Gamma_1 + \beta_+^{L*}\Gamma_2)}{\Gamma_1\Gamma_2} \right], \quad (45)$$

$$G_{22}^0(x, x_0) \approx \frac{m}{\lambda^*} \left[\exp(-\lambda|x-x_0|) - \right. \\ \left. - |t|^2 \exp(\lambda(x-x_0)) \left(\frac{\Gamma_3\Gamma_4 - \Gamma_1\Gamma_2}{\Gamma_1\Gamma_2} \right) + \right. \\ \left. + \exp(-\lambda(x+x_0)) \left(\frac{\lambda_0 + \kappa}{\lambda_0 - \kappa} - \frac{4\kappa\lambda_0}{\lambda_0^2 - \kappa^2} \frac{1}{\Gamma_1} \right) + \right. \\ \left. + \exp(-\lambda(2d-x-x_0)) \left(\frac{\lambda_0 + \kappa}{\lambda_0 - \kappa} - \frac{4\kappa\lambda_0}{\lambda_0^2 - \kappa^2} \frac{1}{\Gamma_2} \right) + \right. \\ \left. + \exp(-\lambda(2d-x+x_0)) \left(2 \left(\frac{\lambda_0 + \kappa}{\lambda_0 - \kappa} \right)^2 - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{8\kappa\lambda_0(\lambda_0^2 + \kappa^2)}{(\lambda_0^2 - \kappa^2)^2} \frac{(\Gamma_1 + \Gamma_2)}{\Gamma_1\Gamma_2} \right) \right]. \quad (46)$$

Последние формулы справедливы в случае, если в знаменателе Z коэффициентов (42) выполняется условие $\Gamma_1\Gamma_2 \neq 0$. Случай $\Gamma_1\Gamma_2 = 0$ был нами рассмотрен отдельно и показал, что в равновесных DID-переходах вклад в резонансный ток от таких состояний равен нулю.

Для получения дисперсионного уравнения, связывающего энергию с макроскопической фазой и параметрами ЛС, Бинаккер и ван Хоутен [13] проводили учет дефазинга. В функциях Грина (43)–(46) для получения результатов с той же точностью достаточно учитывать дефазинг только в ферми-импульсах квазичастиц прослойки, стоящих в множителях m/λ , m/λ^* . Так как мы считаем, что $\omega/V_0 \ll 1$, для ферми-импульсов электронов в нормальном материале можно написать приближенную формулу:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_0^2 + k_y^2 - 2mi\omega}} \approx \\ \approx \frac{1}{\lambda(k_y)} \left(1 + \frac{mi\omega}{\lambda^2(k_y)} + \frac{3}{2} \left(\frac{mi\omega}{\lambda^2(k_y)} \right)^2 \right), \quad (47)$$

где

$$\lambda(k_y) = \sqrt{\lambda_0^2 + k_y^2}.$$

Соответственно для дырок используется комплексно-сопряженное выражение (47).

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Yu. Kupriyanov and J. S. Tsai, IEEE Trans. Appl. Suppl. **5**, 2531 (1995).
2. J. Yoshida, IEICE Trans. Elect. **E83-C**, 49 (2000).
3. Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **56**, 892 (1997).
4. Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. Lett. **74**, 3451 (1995).
5. Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **53**, R11957 (1996).
6. Yu. S. Barash, A. A. Svidzinsky, and H. Burkhardt, Phys. Rev. B **55**, 15282 (1997).
7. A. A. Golubov and M. Yu. Kupriyanov, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **69**, 242 (1999).
8. А. И. Ларкин, К. А. Матвеев, ЖЭТФ **93**, 1030 (1987).
9. H. Knauer, J. Rihter, and P. Siedel, Phys. St. Sol. A **44**, 303 (1977).
10. И. М. Лифшиц, В. Я. Кирпиченков, ЖЭТФ **77**, 989 (1979).
11. И. А. Девятов, М. Ю. Куприянов, Письма в ЖЭТФ **39**, 187 (1994).
12. I. L. Aleiner, H. Clarke, and L. I. Glazman, Phys. Rev. B **53**, R7630 (1996).
13. C. W. J. Beenakker and H. van Houten, Phys. Rev. Lett. **66**, 3056 (1991).
14. И. А. Девятов, М. Ю. Куприянов, ЖЭТФ **112**, 342 (1997).
15. Л. Г. Асламазов, М. В. Фистуль, ЖЭТФ **83**, 1170 (1982).
16. М. В. Фистуль, А. В. Гартаковский, ЖЭТФ **94**, 353 (1988).
17. Л. И. Глазман, К. А. Матвеев, Письма в ЖЭТФ **49**, 570 (1989).

18. A. Golub, Phys. Rev. B **52**, 7458 (1996).
19. G. Johansson, E. N. Bratus, V. S. Shumeiko et al., Phys. Rev. B **60**, 1382 (1999).
20. И. А. Девятков, Д. В. Гончаров, М. Ю. Куприянов, ЖЭТФ **119**, 749 (2001).
21. C.-R. Hu, Phys. Rev. Lett. **72**, 1526 (1994).
22. Д. В. Гончаров, И. А. Девятков, М. Ю. Куприянов, Письма в ЖЭТФ **78**, 1126 (2003).
23. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1962).
24. Chr. Bruder, Phys. Rev. B **41**, 4017 (1990).
25. G. Wendin and V. S. Shumeiko, Phys. Rev. B. **53**, R6006 (1996).
26. S. Kashiwaya and Y. Tanaka, Rep. Progr. Phys. **63**, 1641 (2000).
27. A. Huck, A. van Otterlo, and M. Sigrist, Phys. Rev. B **56**, 14163 (1997).