

ТРЕХМЕРНЫЙ ЭФФЕКТ ВЫПРЯМЛЕНИЯ ГРАДИЕНТНОЙ СИЛЫ В СИЛЬНОМ НЕМОНОХРОМАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

*И. В. Краснов**

*Институт вычислительного моделирования Сибирского отделения Российской академии наук
660036, Красноярск, Россия*

Поступила в редакцию 24 октября 2003 г.

Предложена и исследована новая трехмерная схема выпрямления градиентной силы, основанная на использовании сильных частично когерентных оптических полей, содержащих (помимо когерентных) компоненты со случайно флуктуирующей фазой. Показано, что для атомов с невырожденным основным состоянием эффект выпрямления градиентной силы в этой схеме возникает уже во втором порядке по интенсивности полей, а не в третьем, как в известном случае когерентных бихроматических полей. Получены условия трехмерной локализации атомов с учетом скоростного профиля выпрямленных радиационных сил. Для большой группы атомов типа изотопов иттербия и щелочно-земельных элементов с четно-четными ядрами данные условия могут быть реализованы при относительно высоких эффективных температурах (ансамбля частиц) порядка 10 К. Это позволяет в принципе значительно расширить диапазон характерных энергий атомов, доступный для эффективного трехмерного оптического манипулирования их движением.

PACS: 42.50.Vk, 32.80.Pj, 32.80.-t

1. ВВЕДЕНИЕ

В сильных немонахроматических неоднородных оптических полях (типа стоячей волны) на резонансные атомы может действовать значительная по величине выпрямленная градиентная сила (ВГС) [1–5], сохраняющая свой знак на пространственных масштабах, существенно превышающих длину световой волны λ , и не насыщающаяся с ростом интенсивности полей (в отличие от силы спонтанного светового давления).

Различные аспекты теории и схемы реализации эффекта выпрямления радиационных сил рассмотрены во многих работах (см., например, [6–11] и содержащиеся там ссылки). Из них следует, в частности, принципиальная возможность применения ВГС для индуцирования сверхглубоких потенциальных ям [12] и создания чисто оптических диссипативных оптических ловушек, способных удерживать относительно «горячие» атомы с энергией, намного превышающей типичные нижние пределы лазерного охлаждения частиц. Практическая реализация

этого могла бы существенно расширить диапазон энергий атомов, в котором возможно эффективное трехмерное оптическое манипулирование их движением. Однако выяснение оптимальных физических условий, необходимых для этого, требует анализа трехмерных моделей эффекта выпрямления, учитывающих поляризационные явления в механическом действии света [4].

В настоящей работе предложена и исследована новая трехмерная схема эффекта выпрямления градиентной силы в сильных немонахроматических полях, включающих помимо когерентных составляющих компоненты поля с флуктуирующими фазами. Рассмотрение проведено для случая атомов с квантовым переходом $J = 0 \rightarrow J = 1$ (типа четно-четных изотопов Yb и щелочно-земельных элементов), считающихся весьма перспективными объектами для новых экспериментов с холодными частицами (см., например, [13–16] и содержащиеся там ссылки). Особенность (усложняющая анализ и влияющая на величину радиационной силы) подобной схемы возбуждения атомных состояний обусловлена тем обстоятельством, что, в отличие от других известных ситуаций [8, 17], когда основное состояние атома вы-

*E-mail: krasn@icm.krasn.ru

рождено, эффект ВГС и запаздывающей градиентной силы (радиационной силы трения) в пределе слабого насыщения по заселенности возбужденных уровней и использовании полностью когерентных полей (в данной схеме) возникает только в шестом (!) порядке по амплитудам действующих полей [1–4].

Мы показали, что в сильных частично когерентных полях эффект выпрямления радиационных сил возникает в четвертом порядке по их амплитудам (т. е. во втором порядке по интенсивности полей). Получены также явные выражения для ВГС и запаздывающей градиентной силы (ЗГС) в немонахроматических полях трехмерных (3D) конфигураций, на основе которых определены условия устойчивой 3D-локализации резонансных частиц с эффективной температурой T , превышающей несколько градусов Кельвина, т. е. намного большей известных нижних пределов лазерного охлаждения в данной задаче.

Заметим, что ранее в работах [18, 19] (также посвященных трехмерным эффектам выпрямления радиационных сил для атомов с сильными синглетными и слабыми интеркомбинационными переходами типа $J = 0 \rightarrow J = 1$) рассматривалась противоположная предельная ситуация — слабые когерентные бихроматические поля и частицы с низкими энергиями $T \ll 1$ К.

2. МОДЕЛЬ

Рассмотрим атом с массой m , движущийся со скоростью \mathbf{v} в электромагнитном поле

$$E(\mathbf{r}, t)e^{-i\omega_0 t} + \text{с.с.}$$

с несущей частотой ω_0 , настроенной в резонанс с квантовыми переходами между основными $|J_g = 0, M_g = 0\rangle$ и возбужденными $|J_e = 1, M_e = 0, \pm 1\rangle$ состояниями атома (J_α, M_α — полный угловой момент и его проекции для основного, $\alpha = g$, и возбужденного, $\alpha = e$, состояний).

Поле имеет вид суперпозиции когерентных квазирезонансных полей с тремя различными частотными компонентами, поляризованными во взаимно перпендикулярных направлениях, и частично когерентного (случайно флуктуирующего) резонансного поля \mathbf{E}' с конечной шириной спектра порядка Γ :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=x,y,z} E_{j1} \mathbf{e}_j \exp[-i\Delta_j t] + \mathbf{E}'(\mathbf{r}, t), \quad (2.1)$$

где \mathbf{e}_j — орты декартовой системы координат, Δ_j — расстройки от частоты квантового перехода ω_0 .

Примем (в соответствии с первоначальной концепцией выпрямления градиентной силы [1]) следующую иерархию характерных частот задачи:

$$|\Delta_j|, |\Delta_j - \Delta_l| \gg |V_{j1}|, \quad (2.2)$$

$$\Gamma \gg |U_j|, \frac{|V_{j1}|^2}{\Delta_j}, |\delta|,$$

$$\frac{|V_{j1}|^2}{\Delta_j} \gg \gamma, kv, \frac{|U_j|^2}{\Gamma}, \quad (2.3)$$

где l и $j \neq l$ — произвольная пара индексов, пробегающих значения x, y, z , $V_{j1}(\mathbf{r})$, $U_j(\mathbf{r}, t)$ — частоты Раби:

$$V_{j1} = \frac{dE_{j1}}{\hbar}, \quad U_j = \frac{d(\mathbf{e}_j \mathbf{E}'(\mathbf{r}, t))}{\hbar},$$

$d = \|d\|/\sqrt{3}$, $\|d\|$ — приведенный матричный элемент дипольного момента перехода, $k = \omega_0/c$ — волновое число, γ — скорость распада возбужденного состояния, δ — отстройка частоты флуктуирующей компоненты поля от резонанса. Неравенство (2.2) содержит в себе условие «квазирезонансности» когерентных компонент поля \mathbf{E}_1 (приводящее к тому, что их роль сводится к формированию неоднородного в пространстве штарковского сдвига) и «резонансности» случайно флуктуирующей части поля, обеспечивающей возбуждение атома¹). Условие (2.3) означает, что когерентное поле \mathbf{E}_1 является сильным — светоиндуцированные штарковские сдвиги превосходят естественную ширину оптического резонанса. Противоположная ситуация для случая бихроматических когерентных полей рассматривалась в работах [18, 19]. Заметим, что, в отличие от работ [1–3], суперпозиция полей вида (2.1) изначально допускает 3D-пространственную конфигурацию действующих полей.

Атомы в поле (2.1) подвергаются действию силы [4, 20]

$$\mathbf{F} = \hbar \sum_j (\rho_j \nabla \hat{V}_j^* + \text{с.с.}), \quad (2.4)$$

где

$$\hat{V}_j(\mathbf{r}, t) = V_{j1} \exp(-i\Delta_j t) + U_j,$$

ρ_j — проекции индуцированного дипольного момента в единицах d , которые определяются из оптических уравнений Блоха, рассматриваемых (в приближении заданного движения) вдоль невозмущенной

¹ В ситуации, рассмотренной в работе [1], это происходит благодаря наличию управляющей когерентной компоненты поля с относительно малой расстройкой.

классической траектории атома $\mathbf{r} = \mathbf{v}t$. После перехода к удобному для заданной задачи «декартову» представлению [4, 19, 21] и усреднения при условиях (2.2) по «высокочастотным» осцилляциям с частотами Δ_j (ср. с [22]) эти уравнения и выражение для силы приобретают следующий вид (для усредненных величин сохраняем прежние обозначения):

$$i \left(\frac{d}{dt} + \gamma_{\perp} - i\hat{\Delta}_i(\mathbf{r}) \right) \rho_i = \sum_j q_{ij} U_j, \quad (2.5)$$

$$j, i = x, y, z,$$

$$i \left(\frac{d}{dt} + \gamma - i\hat{\Delta}_{ij}(\mathbf{r}) \right) q_{ij} = -i\gamma\delta_{ij} + (\rho_i U_j^* - U_i \rho_j^*) - \delta_{ij} \sum_{l=x,y,z} (\rho_l^* U_l - \text{c.c.}),$$

$$\mathbf{F} = \hbar \sum_j (\rho_j \nabla U_j^* + \text{c.c.}) + \hbar \sum_j q_{jj} \frac{\nabla |V_{j1}|^2}{\Delta_j}, \quad (2.6)$$

где q_{jj} — разности заселенностей между возбужденным и основным состояниями, q_{ij} (при $i \neq j$) описывают эффекты когерентности между возбужденными состояниями атома,

$$\hat{\Delta}_i(\mathbf{r}) = \frac{2|V_{i1}(\mathbf{r})|^2}{\Delta_i} + \sum_{l \neq i} \frac{|V_{l1}(\mathbf{r})|^2}{\Delta_l}$$

— эффективные неоднородные в пространстве расстройки, обусловленные светоиндуцированным штарковским сдвигом уровней,

$$\hat{\Delta}_{ij}(\mathbf{r}) = \hat{\Delta}_i(\mathbf{r}) - \hat{\Delta}_j(\mathbf{r}).$$

Далее проведем усреднение уравнений (2.5), (2.6) по случайным флуктуациям поля $\mathbf{E}'^{(2)}$. Уравнения Блоха (2.5) являются системой линейных мультипликативных стохастических уравнений и такое усреднение по ансамблю реализации случайных процессов U_j при условиях (2.2) (конкретно при выполнении правой части неравенства (2.2)) может быть осуществлено посредством процедуры [25], использующей разложения их решения по малому параметру $\zeta \ll 1$, пропорциональному времени автокорреляции, $\tau_c \sim \Gamma^{-1}$:

$$|U_j| \tau_c, \quad |\hat{\Delta}_j| \tau_c, \quad kv\tau_c, \quad \gamma\tau_c \leq \zeta \ll 1.$$

В результате, считая, что средние по ансамблю $\langle\langle U_j \rangle\rangle = 0$, а компоненты поля \mathbf{E}' , соответствующие

²⁾ В теории резонансного светового давления усредненные радиационные силы в случайно флуктуирующих полях с конечной шириной спектра для различных физических ситуаций впервые рассматривались в работах [23, 24].

различным направлениям поляризации, флуктуируют независимо, т. е. некоррелированы:

$$\langle\langle U_j(\mathbf{r}, t) U_i(\mathbf{r}, t + \tau) \rangle\rangle = \langle\langle U_j(\mathbf{r}, t) U_i^*(\mathbf{r}, t + \tau) \rangle\rangle = 0, \quad i \neq j,$$

получаем из (2.5), (2.6) следующие укороченные уравнения:

$$\bar{\mathbf{F}} = \langle\langle \mathbf{F} \rangle\rangle = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_s, \quad (2.7)$$

$$\mathbf{F}_g = \sum_i \frac{\nabla |V_{i1}|^2}{\Delta_i} Q_i,$$

$$\mathbf{F}_s = -\hbar i \times \sum_i Q_i \left(\int_{-\infty}^0 d\tau \langle\langle \nabla U_i^*(\mathbf{r}, t) U_i(\mathbf{r}, t + \tau) \rangle\rangle - \text{c.c.} \right), \quad (2.8)$$

$$\left[\frac{d}{dt} + \gamma + 2R_i(\mathbf{r}) \right] Q_i + \sum_{l \neq i} R_e(\mathbf{r}) Q_e = -\gamma, \quad (2.9)$$

где $Q_i = \langle\langle q_{ii} \rangle\rangle$, а коэффициенты скоростей перехода между основным и возбужденными состояниями атома, индуцированного полем \mathbf{E}' , определяются корреляторами

$$R_j(\mathbf{r}) = 2Re \int_{-\infty}^0 \langle\langle U_j(\mathbf{r}, t) U_j^*(\mathbf{r}, t + \tau) \rangle\rangle d\tau. \quad (2.10)$$

Заметим также, что мы предполагаем стационарность случайного процесса U_j и учитываем в укороченных уравнениях только члены первого порядка по параметру $\zeta \ll 1$.

Как видно из (2.7)–(2.9), в пределе сильного квазирезонансного поля (условие (2.3),

$$|V_{j1}^2/\Delta_{j1}| \gg |U_e|^2/\Gamma)$$

радиационная сила \mathbf{F}_s , обусловленная действием на атом только флуктуирующего поля, мала в сравнении с градиентной силой \mathbf{F}_g , пропорциональной сумме произведений разности заселенностей на градиенты интенсивностей компонент когерентного поля E_{j1} :

$$|\mathbf{F}_s| \ll |\mathbf{F}_g|.$$

Поэтому в укороченных уравнениях (2.7)–(2.9) наглядно представлено распределение «ролей» полей \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}' в рассматриваемой модели. Флуктуирующее

поле \mathbf{E}' осуществляет некогерентное смешивание состояний атома, а квазирезонансное когерентное поле \mathbf{E}_1 формирует эффективные потенциалы, в которых атом движется в зависимости от состояния: возбужденный атом — в потенциалах

$$|V_{i1}(\mathbf{r})|^2/\Delta_{i1}, \quad i = x, y, z,$$

а невозбужденный — в потенциале

$$-\sum_i |V_{i1}(\mathbf{r})|^2/\Delta_{i1}, \quad i = x, y, z.$$

Аналогичная физическая картина (но в базе адиабатических состояний) возникает в случае простейшего модельного атома с двумя состояниями, движущегося в бигармоническом когерентном поле [3, 22]. Очевидно, что необходимым условием существования выпрямленной градиентной силы (здесь и далее угловые скобки означают усреднение по мелкомасштабным пространственным осцилляциям с периодом порядка длины световой волны)

$$\mathbf{F}_R = \langle \mathbf{F}_g \rangle = \sum_i \left\langle Q_i \frac{\nabla |V_{i1}|^2}{\Delta_i} \right\rangle \neq 0 \quad (2.11)$$

является пространственная модуляция скоростей перехода $R_i = R_i(\mathbf{r})$, что возможно только в том случае, если частично когерентное поле содержит составляющие, способные интерферировать между собой.

Заметим, наконец, что при выводе укороченных уравнений (2.9), полностью игнорирующих влияние поля \mathbf{E}_1 на насыщение квантового перехода, фактически предполагалось выполненным уточненное условие квазирезонансности \mathbf{E}_1 , дополняющее (2.2), (2.3) неравенством

$$\left| \frac{V_{j1}}{\Delta_j} \right|^2 \sim g_j^2 \ll \frac{R_j}{\gamma}.$$

Это позволяет ограничиться первым приближением (т. е. уравнениями (2.5)) в процессе усреднения исходных уравнений Блоха по высокочастотным временным осцилляциям с частотами порядка Δ_j (о характере высших приближений в близкой задаче см. [22]).

3. ВЫПРЯМЛЕННАЯ ГРАДИЕНТНАЯ СИЛА И ТРЕХМЕРНАЯ ЛОКАЛИЗАЦИЯ ЧАСТИЦ

Для получения явных выражений для ВГС конкретизируем вид полей \mathbf{E}' и \mathbf{E}_1 , представляя

их в виде следующих суперпозиций плоских волн ($j = x, y, z$):

$$U_j(\mathbf{r}, t) = \frac{U}{2} \times \{ \exp(i\phi_j(t)) [\exp(i\mathbf{k}_{j1} \cdot \mathbf{r}) + \exp(i\mathbf{k}_{j2} \cdot \mathbf{r})] + \exp(i\psi_j(t)) \times [\exp(-i\mathbf{k}_{j1} \cdot \mathbf{r}) + \exp(-i\mathbf{k}_{j2} \cdot \mathbf{r})] \}, \quad (3.1)$$

$$V_{j1}(\mathbf{r}) = \frac{V_j}{2} [\exp(i(\mathbf{q}_{j1} \cdot \mathbf{r}) + \eta_{j1}) + \exp(i(\mathbf{q}_{j2} \cdot \mathbf{r} + \eta_{j2}))], \quad (3.2)$$

где V_j и $\eta_{j\alpha}$ — амплитуды и начальные фазы когерентных компонент поля, а $\phi_j(t)$, $\psi_j(t)$ — независимо флуктуирующие случайные фазы (с дельта-коррелированными производными, имеющими нулевое среднее значение), которые в рамках модели излучения с диффундирующей фазой [23, 26] определяют вид корреляторов компонент поля \mathbf{E}' посредством соотношений

$$\begin{aligned} \langle \langle \exp i[\phi_j(t) - \phi_j(t + \tau)] \rangle \rangle &= \\ = \langle \langle \exp i[\psi_j(t) - \psi_j(t + \tau)] \rangle \rangle &= \exp(-\Gamma|\tau|), \quad (3.3) \\ \langle \langle \exp i[\psi_j(t) - \phi_j(t + \tau)] \rangle \rangle &= 0. \end{aligned}$$

Таким образом, каждая из декартовых компонент случайного поля \mathbf{E}' состоит из двух независимо флуктуирующих составляющих, их структура предопределяет (в рассмотренном приближении (2.8)) равенство нулю силы \mathbf{F}_s ($\mathbf{F}_s = 0$), а спектр интенсивности случайного поля \mathbf{E}' является лоренцевым с шириной Γ :

$$I(\omega) \propto \frac{2\Gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2}.$$

Заметим, что запись флуктуирующего поля \mathbf{E}' в области сосредоточения атомов в виде (3.1) возможна только в том случае, если длина когерентности поля

$$\ell_c = c\tau_c = c/\Gamma$$

значительно больше размеров этой области (порядка b):

$$\ell_c \gg b$$

(см. [23]). Кроме того, в практической ситуации, если коррелирующие между собой световые пучки с различными волновыми векторами \mathbf{k}_{j1} и \mathbf{k}_{j2} получены из одного источника излучения посредством той или иной подходящей оптической системы, то разности оптических длин путей пучков также должны быть существенно меньше ℓ_c .

Векторы $\mathbf{k}_{j\alpha}$, $\mathbf{q}_{j\alpha}$ в (3.1), (3.2) с длинами

$$|\mathbf{k}_{j\alpha}| = k = \omega_0/c, \quad |\mathbf{q}_{j\alpha}| = q_j = |\omega_0 + \Delta_j|/c$$

лежат в плоскостях, перпендикулярных соответствующим ортам декартовой системы координат:

$$\mathbf{k}_{j\alpha} \cdot \mathbf{e}_j = \mathbf{q}_{j\alpha} \cdot \mathbf{e}_j = 0.$$

Для определенности их разности подчиним условиям

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{q}_x &= \Delta q \mathbf{e}_y, & \Delta \mathbf{q}_y &= \Delta q \mathbf{e}_z, & \Delta \mathbf{q}_z &= \Delta q \mathbf{e}_x, \\ \Delta \mathbf{k}_x &= \Delta k \mathbf{e}_y, & \Delta \mathbf{k}_y &= \Delta k \mathbf{e}_z, & \Delta \mathbf{k}_z &= \Delta k \mathbf{e}_x, \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$|\delta k| \ll |\Delta k|, \quad |\Delta q|, \quad (3.5)$$

где

$$\delta k = \Delta q - \Delta k, \quad \Delta \mathbf{q}_j = [\mathbf{q}_{j2} - \mathbf{q}_{j1}]/2,$$

$$\Delta \mathbf{k}_j = [\mathbf{k}_{j2} - \mathbf{k}_{j1}]/2,$$

а значения Δq , Δk , δk фиксируются заданием углов β и β_j между направлениями распространения волн в суперпозиции (3.1) и (3.2), т. е. между парами векторов $\{\mathbf{k}_{j2}, \mathbf{k}_{j1}\}$ и $\{\mathbf{q}_{j2}, \mathbf{q}_{j1}\}$:

$$\Delta k = k \sin(\beta/2), \quad \Delta q_j = q_j \sin(\beta_j/2).$$

Следовательно, «микроскопический» λ_M и «макроскопический» Λ пространственные масштабы [3, 22] ($\lambda_M \ll \Lambda$) в данной задаче определяются, соответственно, величинами $\lambda_M = \pi/\Delta q \sim \lambda$ и $\Lambda = \pi/\delta k$ и являются управляемыми (посредством выбора угловых расстроек β и β_j) параметрами. На рисунке дано схематическое изображение рассматриваемой конфигурации оптических полей.

Из (2.10) и (3.1), (3.2) получаем следующие выражения для скоростей переходов $R_j(\mathbf{r})$ и эффективных потенциалов $|V_{j1}(\mathbf{r})|^2/\Delta_j$:

$$R_j(\mathbf{r}) = R \cos^2(\Delta \mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r}), \quad R = 4|U|^2/\Gamma, \quad (3.6)$$

$$\frac{|V_{j1}(\mathbf{r})|^2}{\Delta_j} = \frac{|V_j|^2}{\Delta_j} \cos^2[\Delta \mathbf{q}_j \cdot \mathbf{r} + \xi_j], \quad \xi_j = [\eta_{j2} - \eta_{j1}]/2.$$

В случае не очень сильного насыщения квантового перехода, когда

$$4R/\gamma < 1,$$

установившееся (при $t > \gamma^{-1}$) решение системы уравнений (2.9) можно представить в виде сходящегося ряда по степеням интенсивности поля \mathbf{E}' :

$$Q_j = \sum_{j=0}^{\infty} Q_j^{(n)}, \quad Q_j^{(0)} = -1, \quad (3.7)$$

члены которого $Q_j^{(n)}(\mathbf{r})$ определяются посредством рекуррентных соотношений

$$\begin{aligned} Q_j^{(n)}(\mathbf{r}) = & - \int_{-\infty}^0 \left[2R_j(\mathbf{r} + \mathbf{v}\tau) Q_j^{(n-1)}(\mathbf{r} + \mathbf{v}\tau) + \right. \\ & \left. + \sum_{l \neq j} R_l(\mathbf{r} + \mathbf{v}\tau) Q_l^{(n-1)}(\mathbf{r} + \mathbf{v}\tau) \right] e^{\gamma\tau} d\tau. \end{aligned} \quad (3.8)$$

В линейном приближении по интенсивности флуктуирующего поля \mathbf{E}' получаем из (3.7), (3.8) следующее выражение для разностей заселенностей:

$$\begin{aligned} Q_j(\mathbf{r}) \approx & \frac{\gamma^2 R}{(\gamma^2 + 4(\Delta \mathbf{k}_j \cdot \mathbf{v})^2)} \times \\ & \times \left[\frac{1}{\gamma} \cos(2\Delta \mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r}) + \frac{2\Delta \mathbf{k}_j \cdot \mathbf{v}}{\gamma^2} \sin(2\Delta \mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r}) \right] + \\ & + \sum_{l \neq j} \frac{\gamma^2 R}{2(\gamma^2 + 4(\Delta \mathbf{k}_l \cdot \mathbf{v})^2)} \times \\ & \times \left[\frac{1}{\gamma} \cos(2\Delta \mathbf{k}_l \cdot \mathbf{r}) + \frac{2\Delta \mathbf{k}_l \cdot \mathbf{v}}{\gamma^2} \sin(2\Delta \mathbf{k}_l \cdot \mathbf{r}) \right], \end{aligned}$$

которые в сочетании с (2.7), (3.4), (3.5) позволяют найти (после осреднения $\overline{\mathbf{F}}$ по мелкомасштабным пространственным осцилляциям с периодом λ_M) явное представление для выпрямленной радиационной силы:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_R = \langle \overline{\mathbf{F}} \rangle &= \sum_i (F_{0i} + F_{1i}) \mathbf{e}_i, \\ F_{0i} &= - \frac{\hbar \Delta k \Delta_j}{1 + (v_i/v_c)^2} \frac{R}{2\gamma} g_j^2 \sin \Phi_i, \\ \Phi_i &= 2\delta k r_i + 2\xi_j, \\ F_{1i} &= - \frac{m \chi_i v_i}{1 + (v_i/v_c)^2}, \quad \chi_i = \alpha_i \cos \Phi_i, \\ \alpha_i &= \frac{\hbar \Delta k^2 g_j^2 R \Delta_j}{m \gamma^2}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Здесь и далее (в соответствии с (3.4)) пары индексов (i, j) пробегает значения (x, z) , (y, x) и (z, y) ,

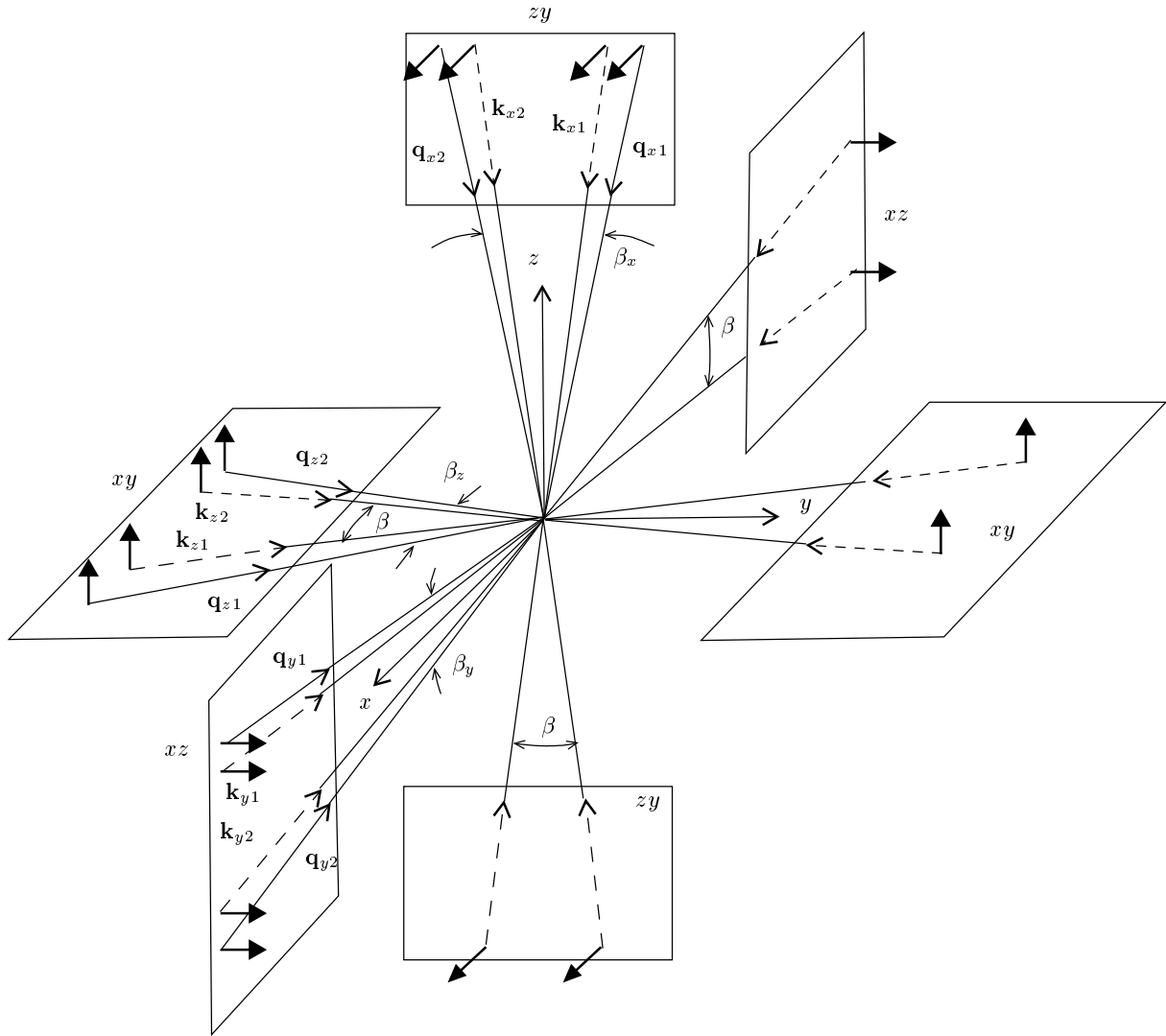
$$g_j^2 = |V_j/\Delta_j|^2,$$

$$r_i = \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{r}, \quad r_x = x, \quad r_y = y, \quad r_z = z,$$

$$v_i = \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{v}, \quad v_c = \gamma/2\Delta k,$$

\mathbf{F}_0 — выпрямленная градиентная сила, а \mathbf{F}_1 — запаздывающая градиентная сила (трения) по терминологии [4].

Мы видим из (3.9), что ВГС и ЗГС возникают уже во втором порядке по интенсивностям воздействующих полей (а не в третьем (!), как в случае



Трехмерная конфигурация оптических полей, соответствующая суперпозиции волн вида (3.1), (3.2) и удовлетворяющая условиям (3.4); длинные штриховые и сплошные стрелки — направления распространения частично когерентных и когерентных волн (с волновыми векторами $\pm \mathbf{k}_{j1}, \pm \mathbf{k}_{j2}$ и $\mathbf{q}_{j1}, \mathbf{q}_{j2}$), короткие — направления их поляризации; β и β_j — угловые расстройки

когерентных бихроматических полей [3, 4]). Скоростной профиль ВГС является лоренцевым с шириной, определяемой «микроскопическим» пространственным масштабом:

$$v_c = \gamma \lambda_M / 2\pi.$$

При $v_i \gg v_c$ ВГС быстро уменьшается обратно пропорционально квадрату скорости частицы, а при $v_i \ll v_c$ практически не зависит от скорости и порождает макроскопические потенциальные ямы с глубиной, превышающей по большому параметру $\Lambda / \lambda_M \gg 1$ характерную глубину микроскопических

потенциальных ям $\hbar |V_{j1}|^2 / \Delta_j$. Обратим также внимание на то, что ЗГС нелинейно зависит как от скорости, так и от положения атома.

Весьма значительным и интересным является то обстоятельство, что в рассмотренной модели индуцированные ВГС и ЗГС «макроскопические» движения частиц вдоль каждой из осей декартовой системы координат полностью разделены (независимы друг от друга) и подчинены при

$$mv_i^2 / 2 = T_i \gg \hbar |V_{j1}|^2 / \Delta_j$$

уравнениям

$$m \left[1 + \frac{v_i^2}{v_c^2} \right] \frac{dv_i}{dt} = - \frac{\partial \Pi(r_i)}{\partial r_i} - m \alpha v_i \cos \Phi_i, \quad (3.10)$$

$$\frac{dr_i}{dt} = v_i, \quad i = x, y, z,$$

т. е. уравнениям Ньютона с «перенормированной» (зависящей от скорости) массой, где при $\delta k > 0$

$$\Pi(r_i) = \Pi_0(1 - \cos \Phi_i), \quad \Pi_0 = \hbar \omega_0 \frac{R \Lambda \Delta k}{4 \pi c k} \sqrt{\frac{I g^2}{I_s}},$$

$I_s = \hbar \omega_0 \gamma k^2 / 6 \pi$ — интенсивность излучения, насыщающего квантовый переход, $I = I_x$, $g^2 = g_x^2$, I_i — интенсивности плоских волн в суперпозиции (3.2), поляризованных вдоль e_j . Кроме того, сделано предположение, что все расстройки $\Delta_j > 0$ и потенциальные ямы, индуцированные ВГС, имеют одинаковую глубину вдоль каждой из декартовых осей:

$$|V_l|^2 / \Delta_l = |V_i|^2 / \Delta_i,$$

поэтому

$$I_l g_l^2 = I_i g_i^2 = I g^2$$

для любой пары индексов l, i и

$$\alpha_i \equiv \alpha.$$

Таким образом, задача о трехмерной локализации атомов в рассматриваемой модели сводится к изучению нелинейных одномерных движений. При выбранных условиях ($\Delta_j > 0$) положение минимумов потенциала $\Pi(r)$ находится из уравнения

$$\cos \Phi_i(r_m) = 1.$$

Легко видеть, что в фазовом пространстве (r_i, v_i) точки A_m с координатами $(r_i = r_m, v_i = 0)$ являются устойчивыми точками равновесия системы (3.10). Однако частицы, движущиеся вблизи узла r_m ВГС попадут в область G_m притяжения аттрактора только в том случае, если их кинетическая энергия $m v_i^2 / 2 = T_i$ не превысит некоторого критического значения T_k , определяемого в исследуемой ситуации не только высотой потенциального барьера $2\Pi_0$, но и шириной v_c скоростного профиля ВГС. При $m v_c^2 / 2 = T_c \ll \Pi_0$ значение $T_k \ll \Pi_0$ (из-за резкого падения ВГС в области скоростей $v_i \gg v_c$), а при $T_c \gg \Pi_0$ значение T_k сравнимо с Π_0 , но существенно меньше T_c . Точное определение области притяжения G_m и величины T_k осложняется зависимостью знака коэффициента трения от положения частицы.

Получим достаточные условия трехмерной локализации атомов и оценку величины T_k , учитывая,

что ЗГС действует как сила трения только в тех пространственных областях Ω_m , в которых выполнено условие

$$\alpha \cos \Phi_i > 0, \quad (3.11)$$

т. е. при

$$r_i \in (r_m - \pi/4\delta k, r_m + \pi/4\delta k).$$

С этой целью введем вспомогательную функцию

$$\mathcal{E}(r_i, v_i) = T_i(1 + T_i/2T_c) + \Pi(r_i), \quad (3.12)$$

обобщающую понятие энергии для данной задачи (в отсутствие трения, $\alpha = 0$, функция \mathcal{E} — интеграл движения). С другой стороны, \mathcal{E} имеет смысл функции Ляпунова системы (3.10) в области фазового пространства N_m , ограниченной замкнутой линией уровня $\mathcal{E}(r_i, v_i) = \Pi_0$, окружающей аттрактор A_m . Действительно, из (3.10) вытекает, что всюду в N_m (за исключением точки A_m) ее производная вдоль фазовой траектории $r_i = r_i(t)$, $v_i = v_i(t)$ удовлетворяет дифференциальному неравенству

$$\frac{d\mathcal{E}(r_i, v_i)}{dt} = -2\alpha T_i \cos \Phi_i < 0, \quad (3.13)$$

так как условие нахождения частицы внутри N_m ,

$$\mathcal{E}(r_i, v_i) < \Pi_0, \quad (3.14)$$

автоматически определяет выполнение условия (3.11), а следовательно, $r_i \in \Omega_m$. При этом сама функция \mathcal{E} является положительно определенной всюду в N_m за исключением самой точки A_m , в которой $\mathcal{E} = 0$.

Таким образом, любые фазовые траектории, проходящие через область N_m , асимптотически приближаются к точке A_m при $t \rightarrow \infty$, пересекая замкнутые линии уровня функции \mathcal{E} с внешней стороны, а неравенство (3.14) выражает достаточное условие локализации атомов в узлах ВГС. Заметим, что хотя $N_m \in G_m$, т. е. является лишь частью всей области притяжения аттрактора A_m (это показывают численные расчеты), ее выделение, как мы увидим, чрезвычайно удобно для анализа условий локализации атомов из-за возможности явного аналитического представления (3.14).

Из (3.14) вытекают следующее ограничение на кинетическую энергию частиц и оценка величины T_k :

$$T_i < T_M = \frac{2\Pi_0}{1 + \sqrt{1 + 2\Pi_0/T_c}} < T_k.$$

Это означает, что атомы, проходящие через узел ВГС r_m и имеющие кинетическую энергию, не превышающую T_M , неизбежно будут локализованы в его окрестности. С другой стороны, атомы с энергией $T_i \ll T_M$, которые уже локализованы в малой окрестности узла ВГС, не смогут покинуть область притяжения точки равновесия в результате внезапного возмущения (например, единичного столкновения с «горячей» частицей), увеличивающей их энергию на величину, не большую чем T_M .

Обратим внимание на то, что

$$\Pi_0 \propto \Delta k/k, \quad \Pi_0/T_c \propto (\Delta k/k)^3,$$

поэтому как функция параметра $\Delta k = \pi/\lambda_M$, которым можно управлять посредством изменения угла β между векторами \mathbf{k}_{j1} , \mathbf{k}_{j2} , величина $T_M = T_M(\Delta k)$ имеет максимум, значение T'_M которого можно представить в следующем виде, удобном для проведения оценок:

$$\max_{\Delta k} T_M = T'_M \approx \frac{T_0}{3.2} \left[\frac{\hbar\omega_0 Rg}{2\pi T_0 c} \right]^{2/3} \left[\frac{I\Lambda^2}{I_s} \right]^{1/3}, \quad (3.15)$$

где $T_0 = m\gamma^2/2k^2$.

Максимум достигается при

$$\Delta k/k = \sqrt{T_0/2T'_M} < 1$$

и соответствует строго определенному соотношению между шириной скоростного профиля ВГС и ее величиной:

$$\Pi_0 = 4T_c.$$

При этом посредством численного моделирования движения атомов на основе уравнения (3.10) удастся довольно просто установить приближенное отношение

$$T_k/T'_M = \eta \approx 2.07.$$

Обратим внимание, что в рассмотренном оптимальном режиме величина T_k приблизительно в два раза меньше $\max \Pi(r_i) = 2\Pi_0$.

Таким образом, из сказанного следует, что при оптимальном выборе геометрии полей использование ВГС позволяет осуществить трехмерный конфаймент (в ячейках размерами меньше Λ) частиц с эффективной температурой

$$T_{eff} < T = 2\eta T'_M/k_B,$$

где k_B — постоянная Больцмана, T'_M определяется выражением (3.15), а коэффициент $\eta \sim 2$.

Существенно, что величина T растет с ростом интенсивности когерентных полей даже при фиксированных значениях параметров насыщения g и

R/γ . Рассмотрим в качестве примера атом итербия с синглетным переходом $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ ($\lambda = 398.8$ нм, $\gamma = 1.8 \cdot 10^8$ с $^{-1}$). Полагая для оценок $R/\gamma \approx 0.2$, $g^2 \approx 0.05$, получаем из (3.15) простую формулу для предельной температуры (в градусах Кельвина) атомов локализованных ВГС (I , I_s — в Вт/см 2 , Λ — в см):

$$T \approx 2 \left[\frac{I\Lambda^2}{I_s} \right]^{1/3}.$$

В частности, при $\Lambda \approx 0.5$ см, $I/I_s = 10^3$, $\Lambda^2 I \approx 25$ Вт величина $T \approx 12$ К. При этом $\Delta k/k \sim 0.38$, $\Delta_j \gtrsim 2 \cdot 10^{10}$ с $^{-1}$ и все исходные условия задачи удовлетворяются, если интенсивность случайного поля $I' \approx 5I_s$, а ширина его спектра $\Gamma \approx 5 \cdot 10^9$ с $^{-1}$. Заметим для сравнения, что в приведенном примере $T_0 \approx 1.5$ К, а нижний предел температуры локализованных атомов, обусловленный квантовыми флуктуациями радиационных сил, не превышает величины

$$T_1 \approx \hbar|V_{i1}|^2/\Delta_i \approx 0.01 \text{ К.}$$

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследованная схема пондеромоторного воздействия сильных частично когерентных полей на атомы с квантовым переходом $J = 0 \rightarrow J = 1$ замечательна в двух отношениях. Во-первых, выпрямленная градиентная сила и сила трения возникают во втором порядке по интенсивности полей. Во-вторых, светоиндуцированные движения частиц (на макроскопических масштабах) представляют собой суперпозицию полностью независимых одномерных движений вдоль трех взаимно ортогональных направлений. При этом за каждое из них ответственны только те компоненты поля, которые имеют определенную линейную поляризацию в плоскости, перпендикулярной направлению движения³⁾. Данное обстоятельство может чрезвычайно упростить оптическое управление трехмерным движением частиц посредством независимых вариаций параметров и геометрии компонент поля с различными (взаимно ортогональными) направлениями поляризации.

Рассмотренная схема эффекта выпрямления градиентной силы позволяет в принципе осуществлять трехмерное пленение относительно «горячих» частиц с температурами, превышающими несколько градусов Кельвина, если надлежащим образом выбраны параметры и геометрия оптических полей.

³⁾ Подобное свойство, вообще говоря, не обнаруживается в случае когерентных бихроматических полей [18, 19].

Такие глубокие ловушки могут быть полезны, в частности, для решения интересной проблемы оптической локализации ультрахолодной электрон-ионной плазмы с ионами, резонансными лазерному излучению, так как ее электронная компонента (даже при малых концентрациях) может иметь относительно высокую температуру: 1–10 К [27].

Работа выполнена при финансовой поддержке Красноярского краевого фонда науки (грант № 11F0036С).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. П. Казанцев, И. В. Краснов, Письма в ЖЭТФ **46**, 264 (1987).
2. А. П. Казанцев, И. В. Краснов, ЖЭТФ **95**, 103 (1989).
3. А. Р. Kazantsev and I. V. Krasnov, J. Opt. Soc. Amer. B **6**, 2140 (1989).
4. А. П. Казанцев, Г. И. Сурдутович, В. П. Яковлев, *Механическое действие света на атомы*, Наука, Москва (1991).
5. R. Grimm, Yu. B. Ovchinnikov, A. I. Sidorov, and V. S. Letokchov, Phys. Rev. Lett. **65**, 1415 (1990).
6. В. С. Войцехович, М. В. Данилейко, А. М. Негрийко и др., ЖЭТФ **99**, 393 (1990).
7. V. S. Letokchov, M. A. Ol'shanii, and Yu. B. Ovchinnikov, Quant. Semiclass. Opt. **7**, 5 (1995).
8. R. Grimm, J. Soding, and Yu. B. Ovchinnikov, Письма в ЖЭТФ **61**, 362 (1995).
9. И. В. Краснов, ЖЭТФ **107**, 1135 (1995).
10. R. Grimm, G. Wasik, J. Soding, and Yu. B. Ovchinnikov, *Proc. Int. School of Physics «Enrico Fermi» Course CXXXI*, IOS Press, Amsterdam, 481 (1996).
11. A. Gorlitz, T. Kinoshita, T. W. Hansh, and A. Hemmerich, Phys. Rev. A **64**, 011401(R) (2001).
12. А. Р. Kazantsev and I. V. Krasnov, Phys. Lett. A **127**, 33 (1988).
13. K. Honda, Y. Takahasi, T. Kuwamoto et al., Phys. Rev. A **59**, R934 (1999).
14. T. Kuwamoto, K. Honda et al., Phys. Rev. A **60**, R745 (1999).
15. J. Grunert and A. Hemmerich, Phys. Rev. A **65**, 041401(R) (2002).
16. E. A. Curtis, C. W. Oates, and L. Holberg, Phys. Rev. A **64**, 031403(R) (2001).
17. A. I. Sidorov, R. Grimm, and V. S. Letochov, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **24**, 3733 (1991).
18. И. В. Краснов, С. П. Полютов, Письма в ЖЭТФ **76**, 328 (2002).
19. С. А. Гаврилюк, И. В. Краснов, С. П. Полютов, ЖЭТФ **120**, 1135 (2001).
20. В. Г. Миногин, В. С. Летохов, *Давление лазерного излучения на атомы*, Наука, Москва (1986).
21. А. Р. Kazantsev, V. S. Smirnov, G. I. Surdutovich et al., J. Opt. Soc. Amer. **2**, 1731 (1985).
22. I. V. Krasnov, Laser Phys. **4**, 906 (1994).
23. R. G. Cook, Phys. Rev. A **21**, 268 (1980).
24. В. Г. Миногин, Опт. и спектр. **53**, 125 (1982).
25. Н. Г. Ван Кампен, *Стохастические процессы в физике и химии*, Высшая школа, Москва (1990).
26. С. Стенхольм, *Основы лазерной спектроскопии*, Мир, Москва (1987).
27. А. П. Гаврилюк, И. В. Краснов, Н. Я. Шапарев, Письма в ЖЭТФ **76**, 497 (2002).