

# ДИНАМИЧЕСКИЙ КОНТРОЛЬ ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ В ДВОЙНОЙ КВАНТОВОЙ ТОЧКЕ В УСЛОВИЯХ СЛАБОЙ ДИССИПАЦИИ

*В. А. Бурдов\*, Д. С. Соленов*

*Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского  
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 13 августа 2003 г.

Теоретически решена задача о временной эволюции электронного волнового пакета в симметричной двойной квантовой точке под действием сильного переменного электрического поля и медленно меняющегося напряжения смещения в условиях, когда электронная подсистема может отдавать свою энергию в одну моду резонатора. Показано, что возможность обмена энергией между электронной подсистемой и резонатором не препятствует созданию устойчивых электронных состояний, локализованных в левой или правой квантовой точке, т. е. поляризованных состояний, обладающих положительным или отрицательным дипольным моментом. При этом оказывается возможным изменение направления дипольного момента данного состояния (что соответствует переходу электрона из одной квантовой точки в другую) при адиабатическом изменении напряжения смещения.

PACS: 03.65.-w, 73.22.Dj, 73.21.La

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Существенный прогресс в области нанотехнологий делает актуальной в наши дни проблему создания новых устройств, работающих в одноэлектронном режиме. В таких устройствах необходимо уметь контролировать волновую функцию отдельного электрона, для чего могут быть использованы внешние переменные электромагнитные поля. Процесс управления зарядовой или спиновой динамикой отдельных электронов внешними переменными полями может быть назван динамическим контролем электронных состояний.

В качестве объектов, подходящих для исследований в этой области, можно использовать структуры, состоящие из нескольких туннельно-связанных квантовых точек. В частности, ранее применительно к двойным квантовым точкам [1] и ямам [2–4], а также к решеткам квантовых ям или точек [5], обсуждалась возможность создания электронных состояний, локализованных в пределах одной из квантовых точек и последующего контролируемого пере-

вода такого локализованного состояния в соседнюю квантовую точку или яму.

Вообще говоря, начало исследованиям в этой области положили работы по эффекту динамической локализации в решетках квантовых ям и в двойных квантовых ямах [6–9]. В этих работах было показано, что для того чтобы «запереть» электронную плотность в одной из квантовых ям, необходимо, как правило, сильное переменное поле с определенным соотношением между амплитудой и частотой. Поэтому в работах [1–5] в качестве управляющего воздействия на электронный волновой пакет для его перевода с одного узла на соседний предлагалось использовать сильное переменное поле с медленно меняющейся амплитудой [2, 3] или в дополнение к сильному гармоническому полю с неизменной амплитудой включать адиабатически меняющееся напряжение смещения [1, 4, 5].

Следует подчеркнуть, что результаты, полученные в цитированных выше работах, соответствовали полностью когерентному режиму эволюции волновых пакетов в сильных полях. При этом не учитывались никакие диссипативные процессы, обусловленные взаимодействием электронной подсистемы с

\*E-mail: burdov@phys.unn.ru

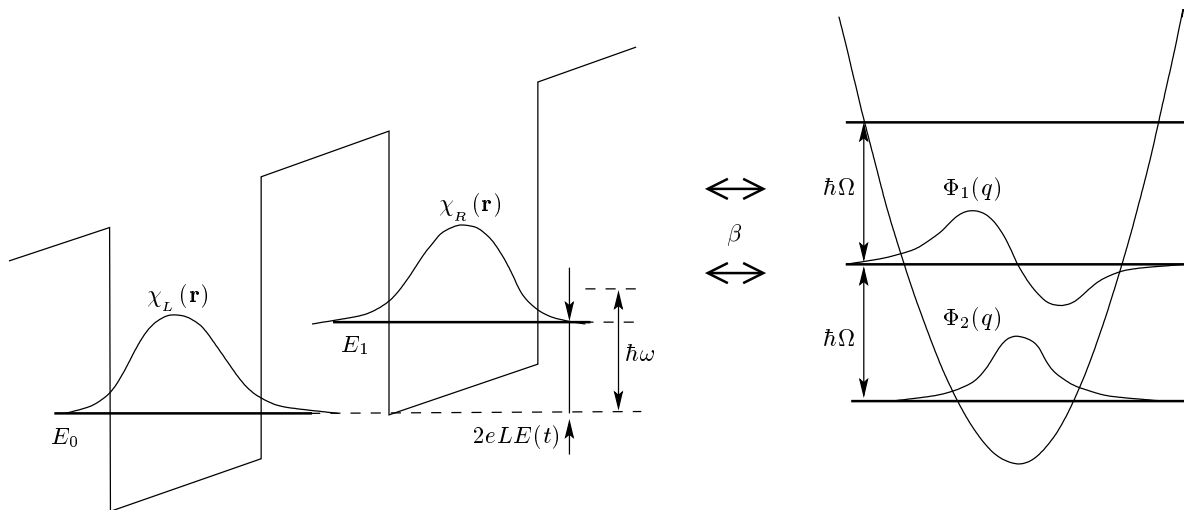


Рис. 1. Энергетическая диаграмма двухуровневой двойной квантовой точки, взаимодействующей с осциллятором частоты  $\Omega$

полями излучений. Целью данной работы является теоретическое исследование влияния слабой диссипации на возможность динамического контроля электронных состояний в двойной квантовой точке. Для этого будет рассмотрена модель, в которой электрон, находящийся в двойной квантовой точке, взаимодействует с резонатором и может излучать энергию в одну из его мод (что реально может соответствовать, например, фононной моде примесного центра в квантовой точке).

## 2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЗАДАЧИ

Рассмотрим симметричную двойную квантовую точку в медленно монотонно изменяющемся электрическом поле  $E(t)$  и в переменном электрическом поле  $F \cos \omega t$  с постоянной амплитудой. Будем считать, что в отсутствие поля энергия расщепления  $\hbar\Delta$  основного уровня размерного квантования в двойной квантовой точке (расщепление обусловлено слабой туннельной связью между точками) много меньше энергии размерного квантования. При этом волновые функции стационарных состояний  $\chi_{0,1}(\mathbf{r})$  двух нижних уровней с энергиями  $\pm\hbar\Delta/2$  являются соответственно симметричной и антисимметричной по отношению к смене знака координаты  $z$  (считаем, что центры квантовых точек лежат на оси  $z$  на расстоянии  $\pm L$  от начала координат).

Предположим, что электрон в квантовой точке может обмениваться энергией с резонатором. Далее, для простоты, рассмотрим излучение энергии в одну

моду резонатора, которую будем моделировать гармоническим осциллятором с массой  $m$  и частотой  $\Omega$  (см. рис. 1), подобно тому, как это было сделано в [10]. Оператор взаимодействия линеен по смещению  $q$  осциллятора из положения равновесия и пропорционален электронному дипольному моменту в двойной квантовой точке  $D(z)$ , т. е. является антисимметричной функцией координаты  $z$ .

Полный гамильтониан системы имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_e(\mathbf{r}) + \hat{H}_v(q) + ez(E(t) + F \cos \omega t) + CqD(z), \quad (1)$$

где  $\hat{H}_e(\mathbf{r})$  — электронный гамильтониан,  $\hat{H}_v(q)$  — гамильтониан гармонического осциллятора частоты  $\Omega$ ,  $C$  — константа взаимодействия электрона с полем осциллятора,  $-e$  — заряд электрона. Поля  $E(t)$  и  $F$  будем считать достаточно сильными в том смысле, что характерная величина потенциальной энергии электрона в электрическом поле значительно превышает энергию расщепления, т. е.  $eLF; eLE(t) \gg \hbar\Delta$ . Вместе с тем положим, что значения  $eLF$  и  $eLE(t)$  гораздо меньше характерной энергии размерного квантования в квантовой точке, которая по порядку величины совпадает с высотой потенциального барьера. Последнее условие позволит нам пренебречь вероятностью возбуждения системы на верхние уровни, в результате чего электронная квантовая динамика будет разыгрываться, по существу, лишь на двух нижних уровнях с энергиями  $\pm\hbar\Delta/2$ . Сделанные предположения позволяют использовать для электронного гамильтониана двухуровневое приближение.

Для определения волновой функции системы  $\Psi(q, \mathbf{r}, t)$  необходимо решить уравнение Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H} \Psi \quad (2)$$

с оператором Гамильтона (1). Волновую функцию системы будем искать в виде следующего разложения:

$$\begin{aligned} \Psi(q, \mathbf{r}, t) = & \chi_L(\mathbf{r}) \exp \left\{ i \frac{eL}{\hbar} \int E(t) dt + i \frac{eLF}{\hbar\omega} \sin \omega t \right\} \times \\ & \times \sum_{n=0}^{\infty} l_n(t) \Phi_n(q) \exp \left\{ -i\Omega \left( n + \frac{1}{2} \right) t \right\} + \\ & + \chi_R(\mathbf{r}) \exp \left\{ -i \frac{eL}{\hbar} \int E(t) dt - i \frac{eLF}{\hbar\omega} \sin \omega t \right\} \times \\ & \times \sum_{n=0}^{\infty} r_n(t) \Phi_n(q) \exp \left\{ -i\Omega \left( n + \frac{1}{2} \right) t \right\}. \quad (3) \end{aligned}$$

Здесь  $l_n(t)$  и  $r_n(t)$  — неизвестные коэффициенты разложения,  $\Phi_n(q)$  — стационарные собственные функции гамильтониана осциллятора, а  $\chi_{L,R}(\mathbf{r})$  — ортонормированные функции, связанные с  $\chi_{0,1}(\mathbf{r})$  соотношениями

$$\chi_L(\mathbf{r}) = \frac{\chi_0(\mathbf{r}) - \chi_1(\mathbf{r})}{\sqrt{2}}, \quad \chi_R(\mathbf{r}) = \frac{\chi_0(\mathbf{r}) + \chi_1(\mathbf{r})}{\sqrt{2}}.$$

Разложение по базису  $\chi_{L,R}(\mathbf{r})$  для нас более удобно, чем по базису стационарных состояний  $\chi_{0,1}(\mathbf{r})$ , поскольку функции  $\chi_{L,R}(\mathbf{r})$  почти полностью локализованы соответственно в левой и правой квантовых точках. Поэтому квадраты модулей коэффициентов  $l_n$  и  $r_n$  представляют собой совместные вероятности нахождения электрона в левой или правой квантовой точке и осциллятора — в  $n$ -м состоянии.

Подстановка волновой функции (3) в уравнение Шредингера (2) приводит к уравнениям вида

$$\begin{aligned} i \frac{dl_n}{dt} = & -\frac{\Delta}{2} r_n \times \\ & \times \exp \left\{ -i \frac{2eL}{\hbar} \int E(t) dt - i \frac{2eLF}{\hbar\omega} \sin \omega t \right\} - \\ & - \beta\omega (\sqrt{n} l_{n-1} \exp \{i\Omega t\} + \\ & + \sqrt{n+1} l_{n+1} \exp \{-i\Omega t\}), \\ i \frac{dr_n}{dt} = & -\frac{\Delta}{2} l_n \times \\ & \times \exp \left\{ i \frac{2eL}{\hbar} \int E(t) dt + i \frac{2eLF}{\hbar\omega} \sin \omega t \right\} + \\ & + \beta\omega (\sqrt{n} r_{n-1} \exp \{i\Omega t\} + \\ & + \sqrt{n+1} r_{n+1} \exp \{-i\Omega t\}), \quad (4) \end{aligned}$$

где введен безразмерный параметр связи

$$\beta = C \sqrt{\frac{\hbar}{2m\Omega}} \frac{\langle \chi_R | D(z) | \chi_R \rangle}{\hbar\omega}.$$

При всех последующих расчетах будем считать, что  $\beta \ll 1$ , подразумевая тем самым слабую связь электронной подсистемы с резонатором.

Пусть поле  $E(t)$  изменяется со временем по закону

$$E(t) = E_0(1 + \mu\omega t), \quad (5)$$

где безразмерный параметр  $\mu$  характеризует скорость изменения поля  $E(t)$  и является малым. Зависимость  $E(t)$  в виде (5) не является, конечно же, единственно возможной. Здесь она выбрана лишь как наиболее простая из бесконечного набора различных монотонных зависимостей.

Заметим, что в случае, когда на электрон действует только постоянное поле, т.е.  $\mu = F = 0$ , двухъямный потенциал становится несимметричным, уровни энергии в двойной квантовой точке расходятся на величину  $\sqrt{\hbar^2 \Delta^2 + 4e^2 L^2 E_0^2}$ , а волновые функции стационарных состояний локализуются в каждой из потенциальных ям в отдельности. В пределе сильного поля величина энергии квантового перехода приближается к значению  $2eLE_0$ , а волновые функции, соответствующие каждому из двух уровней энергии, становятся равными  $\chi_{L,R}(\mathbf{r})$ , как показано на рис. 1. Если теперь «включить» переменное поле частоты  $\omega$ , то в квантовой системе будет возможен резонанс при

$$2eLE_0 = \hbar\omega s, \quad (6)$$

где  $s$  — любое целое число.

При  $\mu \neq 0$  подходящим выбором начала отсчета времени можно всегда добиться того, чтобы постоянная составляющая поля  $E(t)$  в точности удовлетворяла условию резонанса, например, с  $s = 1$ . Полагая, что момент  $t = 0$  выбран именно таким образом, будем далее считать без ограничений общности, что  $E_0$  удовлетворяет условию резонанса с  $s = 1$ . Тогда перепишем уравнения (4), выделив в них явно резонансные слагаемые с разными  $s$ :

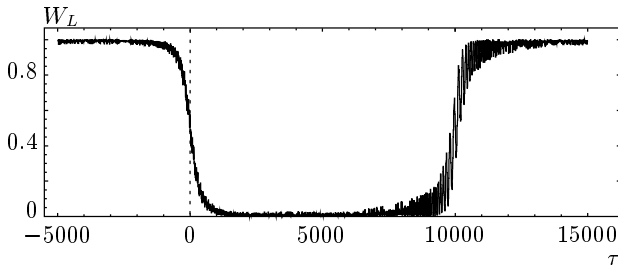


Рис. 2. Вероятность заполнения левой квантовой точки при  $\beta = 0$ ,  $\lambda = 7.7$ ,  $\mu = 10^{-4}$ ,  $\Delta/\omega = 0.2$

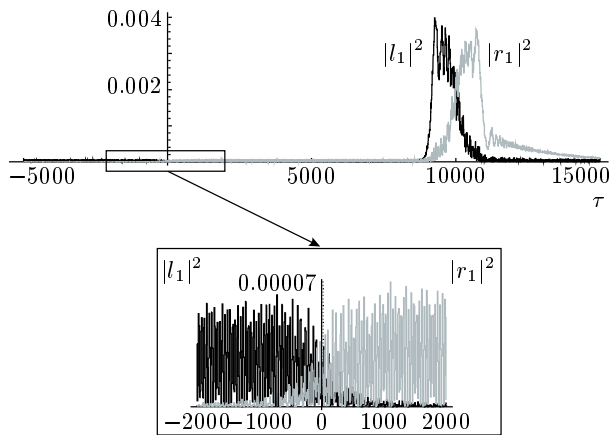


Рис. 3. Вероятность возбуждения осциллятора на первый уровень при  $\eta = 0.1$ ,  $\beta = 0.01$ ,  $\lambda = 7.7$ ,  $\mu = 10^{-4}$ ,  $\Delta/\omega = 0.2$

$$\begin{aligned}
 i \frac{dl_n}{d\tau} &= -r_n \exp \left\{ -\frac{i\mu\tau^2}{2} \right\} \times \\
 &\times \sum_{s=-\infty}^{\infty} \delta_s \exp \{ -i(s+1)\tau \} - \\
 &- \beta (\sqrt{n} l_{n-1} \exp \{ i(1+\eta)\tau \} + \\
 &+ \sqrt{n+1} l_{n+1} \exp \{ -i(1+\eta)\tau \} ), \\
 i \frac{dr_n}{d\tau} &= -l_n \exp \left\{ \frac{i\mu\tau^2}{2} \right\} \times \\
 &\times \sum_{s=-\infty}^{\infty} \delta_s \exp \{ i(s+1)\tau \} + \\
 &+ \beta (\sqrt{n} r_{n-1} \exp \{ i(1+\eta)\tau \} + \\
 &+ \sqrt{n+1} r_{n+1} \exp \{ -i(1+\eta)\tau \} ).
 \end{aligned} \tag{7}$$

Здесь введено безразмерное время  $\tau = \omega t$ , параметр  $\eta = \Omega/\omega - 1$  характеризует близость частоты осциллятора к резонансному значению,  $\delta_s = J_s(\lambda)\Delta/2\omega \ll 1$ , а  $\lambda = 2eLF/\hbar\omega$ .

Везде далее при численных расчетах, результаты

которых представлены на рис. 2–6, примем  $\lambda = 7.7$ ,  $\mu = 10^{-4}$ ,  $\Delta/\omega = 0.2$ . При выборе энергии  $\hbar\Omega$  равной  $10^{-2}$  эВ (что соответствует характерным значениям фононных частот) и расстояния  $L$  равного 10 нм, а также учитывая, что частота  $\omega$  близка к частоте осциллятора  $\Omega$ , будем иметь значение амплитуды переменного поля  $F$ , равное примерно 40 кВ/см. Резонансное же значение поля  $E_0$  при этом оказывается близко к 5 кВ/см, что будет соответствовать напряжениям смещения на структуре, равным 0.1–0.01 В. Величина энергии расщепления  $\hbar\Delta$  оказывается равной 2 мэВ, т. е. является самым малым энергетическим масштабом задачи, что и предполагалось ранее. Заметим, что выбранное значение параметра  $\mu$  соответствует росту поля  $E(t)$  от первого резонансного значения ( $s = 1$ ) до второго ( $s = 2$ ) за время равное примерно  $10^{-9}$  с. Что же касается параметра связи  $\beta$ , то его величина зависит от конкретного вида взаимодействия и может варьироваться в достаточно широких пределах — практически от сколь угодно малых значений до единиц.

При  $\mu = 0$  двухуровневая электронная система будет бесконечно долго находиться в точном резонансе с переменным электрическим полем. При  $\mu \neq 0$  для каждого момента времени можно ввести понятие мгновенной энергии расщепления уровней, приблизительно равной в сильном поле  $2eLE(t)$ . При этом квантовая система эффективно находится в окрестности резонанса — когда воздействие внешнего поля наиболее сильно — в течение некоторого конечного времени, определяемого зависимостью (5) и соотношением между параметрами  $\mu$  и  $\delta$ . По истечении этого времени двухуровневая система выходит из резонанса и характер воздействия на нее переменного электрического поля меняется.

Далее мы обсудим решение системы (7). Положим, что в начальный момент времени (таковым здесь следует считать некоторое время  $\tau = -\tau_0$ , превышающее все характерные временные масштабы задачи, но не настолько большое, чтобы поле  $E(-\tau_0)$  оказалось отрицательным) осциллятор невозбужден, левая квантовая точка заселена, а правая полностью свободна, т. е.

$$\begin{aligned}
 l_0(-\tau_0) &= 1, \quad l_n(-\tau_0) = 0, \quad n \geq 1, \\
 r_n(-\tau_0) &= 0, \quad n \geq 0.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Очевидно, начальное условие (8) отвечает минимуму энергии системы «электрон + осциллятор».

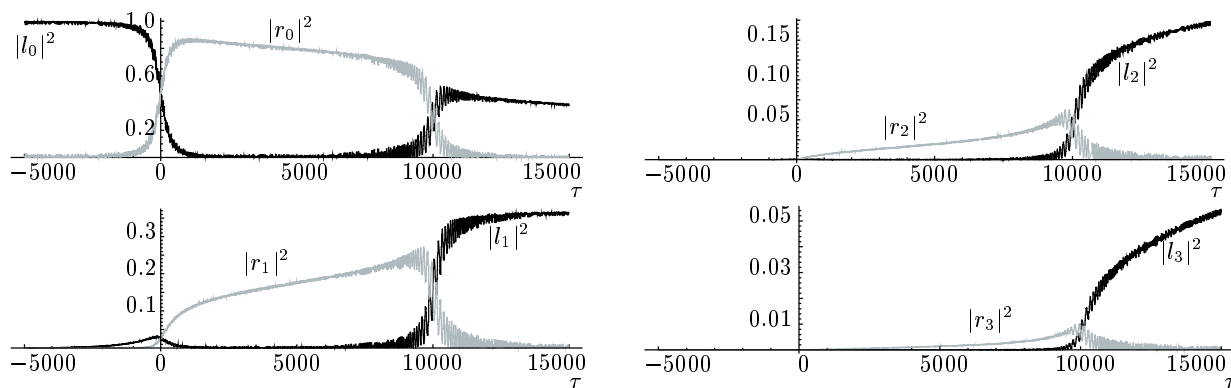


Рис. 4. Динамика возбуждения осциллятора в резонансном случае  $\eta = 0$  при  $\beta = 0.01$ ,  $\lambda = 7.7$ ,  $\mu = 10^{-4}$ ,  $\Delta/\omega = 0.2$

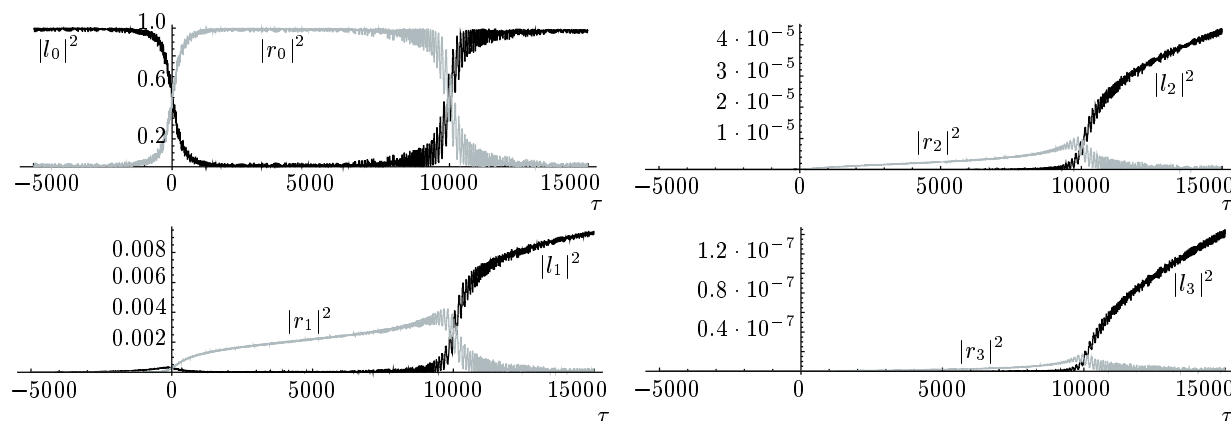


Рис. 5. Динамика возбуждения осциллятора при  $\beta = 0.001$ . Значения остальных параметров — как в подписи к рис. 3

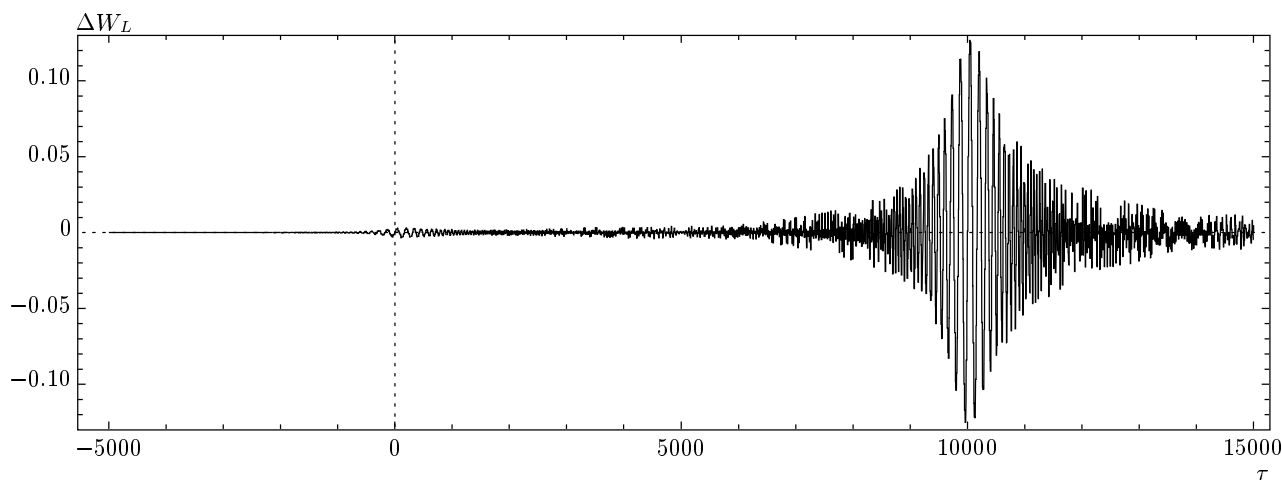


Рис. 6. Изменение вероятности заполнения левой квантовой точки, обусловленное взаимодействием между электронной подсистемой и резонатором, в резонансном случае при  $\lambda = 7.7$ ,  $\mu = 10^{-4}$ ,  $\Delta/\omega = 0.2$

### 3. ДИНАМИКА ЗАСЕЛЕННОСТИ КВАНТОВЫХ СОСТОЯНИЙ СИСТЕМЫ

В простейшем случае отсутствия связи между двойной квантовой точкой и резонатором ( $\beta = 0$ ) система (7) распадается на независимые пары уравнений для амплитуд  $l_n(\tau)$  и  $r_n(\tau)$  на каждом из уровней осциллятора. При этом для нахождения решения в окрестности резонанса в суммах по  $s$  в (7) достаточно оставить по одному слагаемому с  $s = -1$ . Все эти пары уравнений совершенно одинаковы и могут быть сведены к одному уравнению второго порядка, например, для коэффициента  $l_n(\tau)$

$$\frac{d^2 l_n}{d\tau^2} + i\mu\tau \frac{dl_n}{d\tau} + \delta^2 l_n = 0 \quad (9)$$

(здесь опущен индекс « $-1$ » у  $\delta$ ).

Приближенное решение уравнения (9) методом ВКБ было получено ранее в [4], поэтому здесь приведем только конечное выражение для полной вероятности заполнения левой квантовой точки:

$$W_L(\tau) = \frac{\sqrt{4\delta^2 + \mu^2\tau^2} - \mu\tau}{2\sqrt{4\delta^2 + \mu^2\tau^2}}. \quad (10)$$

При выводе формулы (10) значение  $\tau_0$  было выбрано равным бесконечности, поскольку уравнение (9) получено уже в однорезонансном приближении. Выражение (10) описывает перевод электронной плотности из левой квантовой точки в правую при адиабатическом переходе двухуровневой электронной системы через резонанс.

Так, при  $\tau < 0$  расстояние между двумя нижними уровнями в двойной квантовой точке, мгновенное значение которого составляет  $2eLE(t)$ , оказывается меньше величины энергии кванта переменного поля  $\hbar\omega$ . При этом, чем больше  $|\tau|$ , тем дальше двухуровневая система от резонанса и тем больше вероятность (10) заполнения левой квантовой точки. С течением времени уровни в двойной квантовой точке расходятся на большее расстояние, и при  $\tau = 0$  это расстояние совпадает с  $\hbar\omega$  — двухуровневая система оказывается в строгом резонансе (6). Вероятность  $W_L$  при этом равна  $1/2$ . Последующий рост  $\tau$  ведет к дальнейшему расхождению уровней и к постепенному выходу двухуровневой системы из области резонанса. Этот процесс сопровождается уменьшением вероятности  $W_L$  до нуля и практически полной передислокацией электронной плотности в правую квантовую точку. Характерное время перехода определяется отношением  $\delta/\mu$ , что составляет в размерных единицах величину порядка  $10^{-10}$  с.

Заметим, что точное решение уравнения (9), представленное на рис. 2, несколько отличается от приближенного решения, описываемого выражением (10). Вызвано это двумя причинами. Во-первых, численный расчет был выполнен в более широкой области изменения времени  $\tau$ , охватывающей два соседних резонанса с  $s = 1$  и  $s = 2$ , в то время как решение (10) справедливо лишь в окрестности одного резонанса. Во-вторых, как видно на рис. 2, вероятность  $W_L(\tau)$  быстро осциллирует, хотя амплитуда этих осцилляций и невелика. Очевидно, выражение (10), описывающее плавную убывающую функцию, представляет собой результат усреднения точного решения по этим быстрым осцилляциям в области первого резонанса.

Осцилляции, имеющие место в точном решении, являются фактически аналогом осцилляций Раби, которые теперь происходят в сильном переменном поле. Если бы поле  $E(t)$  было строго постоянным, то решение уравнения (9) имело бы вид  $l_0(\tau) = \cos \delta\tau$ . В соответствии с этим решением электронный волновой пакет осциллировал бы между двумя квантовыми точками с постоянной частотой  $\delta$ , которая имеет смысл частоты Раби в сильном поле (из-за того, что поле сильное, частота  $\delta$  не линейна по его амплитуде  $F$ ). Однако в силу непостоянства поля  $E(t)$  косинусоидальная зависимость оказывается справедливой лишь при временах  $|\tau| \lesssim \delta^2/\mu$ , что при выбранных значениях  $\delta$  и  $\mu$  (см. подпись к рис. 2) составляет единицы. При  $\tau > \delta^2/\mu$  в уравнении (9) доминирует второе слагаемое, которое «гасит» амплитуду осцилляций. Поскольку величина  $\delta^2/\mu$  оказывается много меньше периода осцилляций Раби  $2\pi/\delta$ , ни одной осцилляции с полным переходом заряда из левой квантовой точки в правую не наблюдается.

Теперь рассмотрим наиболее интересную ситуацию, когда электронная подсистема взаимодействует с полем резонатора, т. е.  $\beta \neq 0$ . Очевидно, что взаимодействие с резонатором может нарушить процесс динамического контроля в системе, поскольку у электрона, находящегося, например, в правой квантовой точке в энергетически невыгодном состоянии, появляется возможность отдать лишнюю энергию резонатору. При этом резонатор возбуждается и выходит из своего основного состояния, а электронное состояние, обладавшее до этого определенной поляризацией, может разрушиться.

Для выяснения вопроса о возможности сохранения динамического контроля за электронным распределением в двойной квантовой точке в условиях обмена энергией с резонатором необходимо решить систему (7) при  $\beta \neq 0$ . Теперь система (7),

по-видимому, не может быть представлена в какой-либо замкнутой форме, и ее решение возможно лишь численно. При этом необходимо на каком-то шаге оборвать уравнения (7), что соответствует замене осциллятора  $N$ -уровневой системой с эквидистантным спектром.

Как показывают вычисления, количество оставляемых уровней осциллятора и сами решения уравнений (7) существенно различаются для разных значений параметров  $\eta$  и  $\beta$ . Далее рассмотрим два принципиально различных случая — нерезонансный (когда частота осциллятора существенно отличается от частоты внешнего переменного поля, т. е.  $\eta \neq 0$ ) и резонансный, когда  $\eta = 0$ .

Основная задача будет состоять в вычислении полной (т. е. просуммированной по всем состояниям осциллятора) вероятности заселения какой-то из квантовых точек (например левой) в зависимости от времени, которая теперь определяется как

$$W_L(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} |l_n(\tau)|^2. \quad (11)$$

Рассчитаем далее и обсудим поведение отдельных вероятностей  $|l_n(\tau)|^2$  и  $|r_n(\tau)|^2$ , необходимых для нахождения суммы (11).

Начнем с нерезонансного случая. На рис. 3 показана вероятность возбуждения осциллятора на первый уровень при  $\eta = 0.1$ . Как видно на рисунке, на всей оси  $\tau$  вероятности  $|l_1(\tau)|^2$  и  $|r_1(\tau)|^2$  как бы сменяют друг друга: когда одна уменьшается, вторая начинает расти и наоборот. Что же касается осциллятора, то он возбуждается наиболее сильно, когда двухуровневая электронная система оказывается в окрестности второго резонанса при  $\tau \sim 10^4$ . Вне этой окрестности вероятности  $|l_1(\tau)|^2$  и  $|r_1(\tau)|^2$  уменьшаются на один-два порядка. Однако и в окрестности резонанса вероятность возбуждения не превышает нескольких тысячных. Вычисления показывают, что вероятности возбуждения осциллятора на еще более высокие уровни имеют значения, резко убывающие с ростом номера уровня. Так, вероятности возбуждения осциллятора на второй уровень оказываются меньше представленных на рис. 3 на три-четыре порядка. Следовательно, осциллятор всегда остается практически невозбужденным и, тем самым, почти не оказывает влияния на электронное распределение в квантовых точках.

При расчетах вероятностей в нерезонансном случае ( $\eta = 0.1$ ) осциллятор был заменен четырехуровневой системой, т. е.  $0 \leq n \leq 3$ . Добавление пятого уровня приводило к поправкам для значений вероят-

ностей порядка  $10^{-10}$ , что уже выходит за пределы требуемой точности.

Была также рассчитана полная вероятность заполнения электроном левой квантовой точки (11), которая в нерезонансном случае с точностью до нескольких долей процента (как следует из рис. 3) совпадает с  $|l_0(\tau)|^2$ . Как показали выполненные расчеты, разность вероятностей

$$\Delta W_L(\tau) = W_L(\tau, \beta = 0.01) - W_L(\tau, \beta = 0)$$

остается все время малой и составляет порядка  $10^{-4}$ . Можно показать аналитически, что в нерезонансном случае эта разность должна определяться второй степенью параметра связи  $\beta$ , что и подтверждается вычислениями.

Следовательно, динамика электронной плотности остается такой же, как и в отсутствие связи с резонатором. При очередном переводе электронной двухуровневой системы через резонанс двойная квантовая точка меняет направление поляризации — электронная плотность переходит из одной квантовой точки в другую.

Теперь обсудим резонансную ситуацию, когда  $\eta = 0$ . На рис. 4 показаны совместные вероятности заселения электроном одной из квантовых точек и нахождения осциллятора в одном из своих состояний в случае  $\beta = 0.01$ ,  $\lambda = 7.7$ . Как видно из рис. 4, вероятности  $|l_n(\tau)|^2$  после перехода через первый резонанс  $s = 1$  убывают до значений, близких к нулю, до тех пор, пока электронная двухуровневая система не окажется в окрестности следующего резонанса с  $s = 2$ . Вероятности  $|r_n(\tau)|^2$ , напротив, в этой области изменения  $\tau$  возрастают практически от нулевых значений до нескольких десятых для нескольких первых уровней осциллятора.

После перехода через второй резонанс вероятности заполнения правой квантовой точки убывают до нуля для всех уровней осциллятора, в то время как вероятности  $|l_n(\tau)|^2$  растут. По-видимому, при переходе через каждый последующий резонанс возрастание или убывание вероятностей будет сменяться соответственно их убыванием или ростом. При этом очевидна следующая тенденция: чем дольше электронная подсистема взаимодействует с резонатором, тем более высокой оказывается степень его возбуждения, т. е. все более высокие уровни осциллятора оказываются вовлеченными в процесс обмена энергией между резонатором и внешним переменным полем. Очевидно, в связи с этим количество уровней осциллятора  $N$ , которым следует ограничиться при расчетах, зависит от того промежутка времени, в течение которого мы хотим наблюдать за системой.

Так, для временного интервала  $-5000 < \tau < 15000$ , в котором велись расчеты (рис. 4), количество уровней осциллятора составляло  $N = 8$ .

Случай более слабой связи ( $\beta = 10^{-3}$  при  $\lambda = 7.7$ ) представлен на рис. 5. Видно, что общий характер зависимости вероятностей  $|l_n|^2$  и  $|r_n|^2$  от времени  $\tau$  не меняется по сравнению со случаем  $\beta = 0.01$ . Так же как и прежде, осциллятор постепенно возбуждается с течением времени на более высокие свои уровни, однако процесс его возбуждения протекает существенно медленнее, ввиду более слабой связи с электронной подсистемой. По этой причине в том интервале изменения времени, который показан на рис. 5, главными остаются коэффициенты  $l_0(\tau)$  и  $r_0(\tau)$ , а все остальные амплитуды еще не успевают существенно возрасти. В области  $-5000 < \tau < 15000$  значения вероятностей  $|l_n(\tau)|^2$  и  $|r_n(\tau)|^2$  при  $\beta = 0.001$  мало отличаются от их же значений в случае полного отсутствия связи. Однако с ростом  $\tau$  эти отличия будут постепенно накапливаться и поведение вероятностей при  $\beta = 0.001$  качественно повторит зависимости, показанные на рис. 4 для  $\beta = 0.01$ .

Вновь, как и в нерезонансном случае, рассчитаем полную вероятность  $W_L(\tau)$  по формуле (11). Результаты расчета для  $\beta = 0.01$  представлены на рис. 6. Здесь приведена разница вероятностей  $\Delta W_L(\tau)$ . Как видно, в области  $\tau < 0$  (до резонансной окрестности) разность является крайне незначительной, составляя малые доли процента от самой вероятности  $W_L(\tau)$ , показанной на рис. 2. В окрестности резонанса разность заметно растет и ее значение доходит до нескольких процентов. Далее в области  $\tau > 0$  при удалении от резонанса значение  $W_L(\tau)$  уже само по себе является незначительным, и разность  $\Delta W_L(\tau)$  здесь, хотя и несколько убывает по абсолютной величине, становится, тем не менее, порядка самой вероятности  $W_L(\tau)$ .

В области второго резонанса происходит заметный «всплеск» величины  $\Delta W_L(\tau)$  (однако и сама вероятность  $W_L(\tau)$  здесь резко возрастает), после чего разность снова уменьшается. В целом, как показано на рис. 6, величина отклонения вероятности  $W_L(\tau)$  от своего значения, вычисленного при  $\beta = 0$ , в абсолютном выражении не превышает 0.1. Заметим, что в отличие от нерезонансного случая, теперь величина разности больше на два порядка и определяется, по-видимому, уже первой степенью параметра связи  $\beta$ .

Заметим, что в случае  $\beta = 0.001$  значение разности  $\Delta W_L(\tau)$  оказывается примерно на один-два порядка меньше, чем при  $\beta = 0.01$ . Поэтому зависи-

мость  $W_L(\tau)$  повторяет показанную на рис. 2 с еще большей точностью.

Таким образом, вероятность заполнения левой квантовой точки  $W_L(\tau)$  как в нерезонансном ( $\eta = 0$ ), так и в резонансном ( $\eta = 0.1$ ) случае при разных значениях параметра  $\beta$  остается практически такой же, как и в отсутствие связи. Такое поведение свидетельствует о том, что электронная плотность по-прежнему (как и при  $\beta = 0$ ) переходит из одной квантовой точки в другую при адиабатическом переводе электронной двухуровневой системы через резонанс. При этом даже в том случае, когда электронный волновой пакет локализуется в правой квантовой точке, такое энергетически «невыгодное» электронное состояние, поляризованное против внешнего поля  $E(t)$ , оказывается устойчивым. Его устойчивость обусловлена «запирающим» действием сильного переменного поля, которое удерживает электронную плотность в правой квантовой точке, несмотря на возможность обмена энергией между электронной подсистемой и резонатором.

В целом, можно сделать вывод о том, что взаимодействие электронной подсистемы с резонатором не нарушает процесса динамического контроля электронных состояний. Происходит это, главным образом, потому, что в нашей модели внешнее переменное поле обладает бесконечной энергией, конечная часть которой передается через электронную двухуровневую систему в резонатор. Состояние самого «передатчика» при этом не меняется, поскольку любые энергетические потери в нем компенсируются сильным переменным полем.

Авторы выражают благодарность Ю. А. Романову и А. М. Сатанину за проявленный интерес к работе. Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования РФ (гранты Е02-3.1-336, УР.01.01.057) и РФФИ (грант № 02-02-17495).

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Бурдов, Письма в ЖЭТФ **76**, 25 (2002).
2. R. Bavli and H. Metiu, Phys. Rev. A **47**, 3299 (1993).
3. А. А. Горбацевич, В. В. Капаев, Ю. В. Копаев, ЖЭТФ **107**, 1320 (1995).
4. В. А. Бурдов, ЖЭТФ **116**, 217 (1999).



5. V. A. Burdov and D. S. Solenov, Phys. Lett. A **305**, 427 (2002).
6. D. H. Dunlap and V. M. Kenkre, Phys. Rev. B **34**, 3625 (1986).
7. S. Raghavan, V. M. Kenkre, D. H. Dunlap, A. R. Bishop, and M. I. Salkola, Phys. Rev. A **54**, R1781 (1996).
8. F. Grossmann, T. Dittrich, P. Jung, and P. Hanggi, Phys. Rev. Lett. **67**, 516 (1991); F. Grossmann and P. Hanggi, Europhys. Lett. **18**, 571 (1992).
9. Y. Dakhnovskii and R. Bavli, Phys. Rev. B **48**, 11010 (1993).
10. А. Пиппард, *Физика колебаний. Квантово-механические системы*, Высшая школа, Москва (1989).