

# ЗАВИСИМОСТЬ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ОТ ТОЛЩИНЫ, ОБУСЛОВЛЕННАЯ ДОБАВОЧНОЙ СВЕТОВОЙ ВОЛНОЙ ПЕКАРА

*М. И. Страшникова<sup>a\*</sup>, Е. В. Моздор<sup>b\*\*</sup>*

<sup>a</sup> *Институт физики Национальной академии наук Украины  
03028, Киев, Украина*

<sup>b</sup> *Институт физики полупроводников Национальной академии наук Украины  
03028, Киев, Украина*

Поступила в редакцию 2 ноября 2002 г.

Рассчитаны спектры пропускания кристаллов CdS разной толщины в области  $A_{n=1}$ -экситона по теории Пекара с учетом добавочной световой волны. Показано, что обнаруженная ранее зависимость дисперсии показателя преломления от толщины сверхтонких кристаллов при низких температурах связана с интерференцией добавочной световой волны, для которой кристалл непрозрачен, с основной волной, проходящей через кристалл.

PACS: 78.20.Ci

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В 1957 г. появилась основополагающая работа Пекара [1], впоследствии признанная открытием в отечественной науке [2], в которой были предсказаны добавочные световые волны. Результаты многолетних исследований в этой области обобщены в книге [3]. Добавочные световые волны были предсказаны в результате учета пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(\omega, \mathbf{k})$ , т. е. зависимости  $\varepsilon$  не только от частоты, но и от волнового вектора световой волны. Они имеют ту же частоту и поляризацию, что и основные волны, но иные показатели преломления, а следовательно, другие скорости распространения. Поскольку обе волны когерентны, они интерферируют, и после прохождения света через кристаллическую пластинку или при отражении от нее должны наблюдаться сложные зависимости интенсивности и фазы прошедшей и отраженной волн от толщины кристалла  $d$  и от длины световой волны  $\lambda$ .

Поиски влияния интерференции пекаровских волн на оптические характеристики кристаллов

начались вскоре после создания теории добавочных световых волн. Однако лишь много лет спустя удалось экспериментально наблюдать это явление. Так, в цикле работ [4–6], в кристаллах CdSe и CdS при  $T = 4.2$  К и 1.8 К было обнаружено, что интерференционная картина Фабри–Перо (ИФП) в области  $A_{n=1}$ -экситона при энергиях  $\omega < \omega_L$ , где  $\omega_L$  — продольная частота, имеет обычный одномодовый характер, а при  $\omega > \omega_L$  является двухмодовой: на глубокие экстремумы основной волны с большим периодом накладывается густопериодическая слабая структура, обусловленная интерференцией с добавочной волной. Полученная спектральная зависимость очень хорошо описывалась теорией Пекара.

Тогда же в работах [7, 8] впервые прямым методом измерения фазы световой волны, прошедшей через кристалл, было показано, что дисперсия показателя преломления  $n(\omega)$  в пределах полосы поглощения  $A_{n=1}$ -экситона не имеет классического «аномального» участка, а монотонно возрастает вплоть до частоты  $\omega_L$ . Эта ветвь по терминологии Пекара называется волной «+» (см. ниже рис. 1). Начиная с частоты  $\omega_L$ , основной вклад в передачу энергии через кристалл дает волна «–», и при измерении дисперсии  $n(\omega)$  на этой частоте происходит скачко-

\*E-mail: strashnik@iop.kiev.ua

\*\*E-mail: sheka@class.semicond.ua

образный перескок с ветви «+» на ветвь «-». Ниже частоты  $\omega_L$  волна «-» не проходит через кристалл, однако оказывает сильное влияние на спектр отражения, который имеет обычную классическую форму с «аномальным» участком в пределах ширины полосы поглощения. Он даже качественно не согласуется с рассчитанным по формуле Френеля спектром отражения, если в нее подставлены значения  $n(\omega)$ , измеренные в проходящем через кристалл свете [9]. Чтобы согласовать эксперимент с теорией, надо ввести эффективный показатель преломления  $n_{eff}$ , который представляет собой сложную функцию показателей преломления волн «+» и «-» [10]. Можно сказать, что само появление  $n_{eff}$  является результатом интерференции волн «+» и «-» в отраженном свете. Кардинальные изменения вносит добавочная волна и в спектральную зависимость фазы отраженной волны [11, 12].

В дальнейшем кривые дисперсии  $n(\omega)$  были экспериментально измерены на клинообразном кристалле CdS по отклонению лазерного луча [13–15]. В спектральной области ниже  $\omega_L$  при  $T = 1.8$  К была зарегистрирована только одна возрастающая с частотой ветвь волны «+», а выше  $\omega_L$  в прошедшем через кристалл свете удалось измерить обе ветви: основную «-» и добавочную «+». В отличие от плоскопараллельных пластинок при выходе из клинообразного кристалла два луча разделены в пространстве, и поэтому не интерферируют. Показатели преломления и интенсивности измеряются для каждой волны в отдельности.

Таким образом, на основании всех приведенных выше работ было достоверно установлено, что при низких температурах через кристалл CdS в области  $A_{n=1}$ -экситона, разрешенного в поляризации  $\mathbf{E} \perp \mathbf{c}$  ( $\mathbf{c}$  — оптическая ось кристалла), ниже частоты продольного экситона проходит лишь одна волна, а выше — две одинаково поляризованные волны ( $\mathbf{E} \perp \mathbf{c}$ ) с разными показателями преломления.

Поскольку все измерения оптических характеристик в проходящем через кристалл свете были выполнены с помощью классических методик и формул одноволновой кристаллооптики (см. ниже), казалось правомерным и дальнейшее их применение, в частности, ниже частоты  $\omega_L$ , когда через образец проходит лишь одна волна. Так, в работах [16, 17] были проанализированы с помощью соотношений классической кристаллооптики картины ИФП и интерференции поляризованных лучей (ИПЛ) и по ним рассчитаны «экспериментальные» кривые дисперсии  $n(\omega)$ . Оказалось, что чем тоньше кристалл, тем меньше его показатель преломления в актуаль-

ной резонансной области спектра и тем ниже проходит кривая  $n(\omega)$  по сравнению с «толстым» кристаллом. Таким образом, была обнаружена зависимость дисперсии показателя преломления в сверхтонких кристаллах CdS ( $d < 1$  мкм) от толщины. Аппроксимация «экспериментальных» кривых осуществлялась по теории Пекара с учетом эффективной массы и константы затухания экситона, силы осциллятора перехода, а также вышележащих возбужденных состояний. Теория Мясниковых, изложенная в работах [18–21], согласно которой по мере уменьшения толщины кристалла уменьшается экситон-фотонное взаимодействие, т. е. сила осциллятора перехода, качественно согласуется с этими экспериментальными данными [18–21].

В настоящее время мы рассчитали спектр прозрачности кристаллических пластинок с учетом добавочной световой волны. Выяснилось, что наблюдавшийся эффект зависимости кривых  $n(\omega)$  от толщины связан с влиянием добавочной волны на фазу прошедшего света. Оказалось, что волна «-», хотя она и не проходит через кристаллическую пластинку, влияет не только на отраженную волну, но и на результирующую фазу прошедшего света. Другими словами, оказалось, что при исследовании очень тонких кристаллов использование формул классической кристаллооптики становится неправомерным, а рассчитанный по этим формулам показатель преломления волны «+», которая единственная проходит через кристалл, оказывается заниженным по сравнению с толстым кристаллом. Далее приведены расчеты, которые обосновывают это утверждение.

## 2. ФОРМУЛЫ КЛАССИЧЕСКОЙ КРИСТАЛЛООПТИКИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА КРИВЫХ ДИСПЕРСИИ

Измерения дисперсии показателя преломления в области низших экситонных состояний кристалла CdS при низких температурах были впервые выполнены в работе [22], а затем в [7, 8] с использованием интерферометра Жамена, скрещенного со спектрографом. В этих работах экспериментальные данные обрабатывались на основании формул одноволновой классической кристаллооптики, согласно которой в кристалле, обладающем двойным лучепреломлением, в каждой поляризации распространяется одна волна с показателем преломления  $n$ , и набег фазы волны при прохождении кристалла толщиной  $d$  составляет  $\Delta\varphi = nd(2\pi/\lambda)$ . Поэтому расчетной фор-

мулой при таких измерениях является:

$$d(n-1) = \frac{\Delta y}{H} \lambda, \quad (1)$$

где  $\Delta y/H$  — отношение сдвига нулевой полосы при внесении кристалла в одно из плеч интерферометра к ширине интерференционной полосы. В связи с принципиальной важностью полученного в [7] результата, противоречащего основным положениям классической осцилляторной модели экситонного поглощения, а именно, с отсутствием аномального участка на кривой  $n_{\perp}(\lambda)$  в пределах полуширины полосы поглощения — дополнительно был привлечен метод с использованием интерференции поляризованных лучей. Расчет проводился по формуле

$$\Delta n d = m \lambda, \quad (2)$$

где  $\Delta n = n_{\perp} - n_{\parallel}$  — разность показателей преломления для света с поляризациями  $\mathbf{E} \perp \mathbf{c}$  и  $\mathbf{E} \parallel \mathbf{c}$ ,  $m$  — целое или полуцелое число, определяющее порядок интерференции. В компоненте, соответствующей поляризации  $\mathbf{E} \parallel \mathbf{c}$ , величины  $n_{\parallel}(\lambda) \approx \text{const}$  и  $n_{\perp}(\lambda) = n_{\parallel} + \Delta n(\lambda)$ . Проверка полностью подтвердила правильность полученной зависимости: обе кривые  $n_{\perp}(\lambda)$  совпали.

В работах [4–6] дисперсия  $n_{\perp}(\lambda)$  была измерена по интерференционной картине Фабри–Перо в поляризации  $\mathbf{E} \perp \mathbf{c}$ . При расшифровке картины расчеты проводились по теории Пекара, а также применялась формула

$$2dn_{\perp} = k \lambda, \quad (3)$$

где  $k$  — интерференционный порядок.

По аналогии с этими работами формулы (2) и (3) использовались и в работах [16, 17] для расчета кривых  $n_{\perp}(\lambda)$  по ИФП и ИПЛ. Для уменьшения ошибки в определении толщины и исключения различий в свойствах разных образцов измерения выполнялись на одном клинообразном кристалле. В первой серии измерений клин располагался в кювете криостата вертикально, так что его толщина изменялась в вертикальной плоскости. Изображение кристалла проектировалось микронасадкой на щель спектрографа, которая вырезала из него сечение переменной толщины. Для этого случая была сфотографирована картина интерференции поляризованных лучей и по формуле (2) вычислены спектральные зависимости  $\Delta n(\lambda)$  для кратных по толщине участков клина. В основу построения кривых было положено предположение о независимости  $n$  от толщины

кристалла, поэтому кратными по толщине выбирались сечения, которые на длине волны  $\lambda'$ , ближайшей к частоте продольного экситона, имели кратные интерференционные порядки  $m$ . Построенные для четырех участков зависимости, совмещенные в точке  $\lambda'$  по самому принципу построения, сильно расходятся в длинноволновую сторону, что показывает невыполнимость исходного предположения о независимости  $n$  от толщины.

Во второй серии измерений клин располагался горизонтально, в этом же направлении изменялась его толщина. Из-за очень малого преломляющего угла кристалла можно было считать, что щель вырезает из изображения сечение постоянной толщины. В этой геометрии были сфотографированы для разных толщин картины ИФП и ИПЛ. На основании спектральных положений экстремумов в этих картинах по формулам (2) и (3) были рассчитаны кривые  $\Delta n(\lambda)$  и  $n_{\perp}(\lambda)$ . Спектральные зависимости  $n_{\perp}(\lambda)$ , полученные с использованием этих двух формул, совпали. Как уже отмечалось выше, измеренные таким образом кривые на более тонких участках кристалла оказались смещенными в коротковолновую сторону по сравнению с измеренными на более толстом участке.

Важно сослаться в связи с полученным результатом на работу [23], в которой тоже проводились измерения зависимости  $n_{\perp}(\lambda)$  на кристаллах CdS и CdSe разной толщины. В ней авторы наблюдали коротковолновый сдвиг кривых  $n(\lambda)$  по мере уменьшения толщины кристаллов, но связали его с изменением резонансной частоты экситонного перехода  $\omega_0$ . Чтобы совместить дисперсионные кривые, измеренные на кристаллах CdS разной толщины, пришлось сдвигать их на расстояния от  $1 \text{ см}^{-1}$  до  $3 \text{ см}^{-1}$ . Приблизительно на такое же расстояние сдвигаются и полученные нами кривые. Однако, поскольку мы следили и за спектральным положением продольного экситона, а оно практически не менялось с изменением толщины, мы связали наблюдаемый эффект с уменьшением продольно-поперечного расщепления  $\Delta_{LT} = \omega_L - \omega_T$ , которое пропорционально силе осциллятора экситонного перехода.

Интересно отметить, что измеренную в [7] кривую дисперсии, которая рассчитывалась по формуле (1), удалось аппроксимировать теоретической зависимостью в работе [10] при значении  $\Delta_{LT}$  несколько меньшем, чем в толстых кристаллах.

Чтобы прояснить ситуацию, мы рассчитали по теории Пекара спектры прозрачности кристаллических пластинок CdS разной толщины и сравнили спектральные положения экстремумов в интерфе-

ренционной картине Фабри–Перо с рассчитанными по формулам одноволновой кристаллооптики.

### 3. РАСЧЕТЫ ПРОЗРАЧНОСТИ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛАСТИНОК CdS ПО ТЕОРИИ ПЕКАРА

Показатели преломления двух волн, возникающих в кристалле из-за пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости, определяются, согласно [3], из соотношения

$$\tilde{n}_{\pm}^2 = \frac{1}{2}(\mu + \varepsilon_0) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(\mu - \varepsilon_0)^2 + b}, \quad (4)$$

где

$$\mu = \mu' + i\mu'', \quad \mu' = \frac{2Mc^2}{\hbar\omega_0^2}(\omega - \omega_0),$$

$$\mu'' = \frac{2Mc^2}{\hbar\omega_0^2}\Gamma, \quad b = \frac{2Mc^2}{\hbar\omega_0^2}\Delta_{LT}\varepsilon_0,$$

$\varepsilon_0$  — фоновая диэлектрическая проницаемость,  $\omega_0$  — резонансная частота поперечного экситона,  $c$  — скорость света в вакууме,  $M$  — трансляционная масса экситона,  $\Delta_{LT}$  — продольно-поперечное расщепление,  $\Gamma$  — константа затухания. В качестве параметров теории были взяты значения, полученные ранее для низшего экситона  $A_{n=1}$  при 4.2 К в работах [13,14]:  $\Delta_{LT} = 16 \text{ см}^{-1}$ ,  $\varepsilon_0 = 7.4$ ,  $\omega_0 = 20585 \text{ см}^{-1}$ ,  $\Gamma = 0.16 \text{ см}^{-1}$ ,  $M = 0.8m_e$ . При таких значениях параметров на рис. 1 изображены действительные и мнимые части комплексных показателей преломления волн «+» и «-»,  $\tilde{n}_{\pm} = n_{\pm} + i\kappa_{\pm}$ . Чтобы не загромождать рисунок, ветвь  $\kappa_+$  не нарисована, так как при столь малом значении  $\Gamma$  она практически совпадает с осью абсцисс: коэффициент поглощения волны «+» не превышает в рассматриваемом диапазоне частот значения 0.1.

На рис. 1 приведены также действительная и мнимая части эффективного показателя преломления  $\tilde{n}_{eff}$ , которые необходимо подставлять в формулы Френеля, чтобы согласовать экспериментально измеренные спектры отражения и изменения фазы при отражении от полубесконечной среды с теоретическими,

$$\tilde{n}_{eff} = \frac{\varepsilon_0 + \tilde{n}_+ \tilde{n}_-}{\tilde{n}_+ + \tilde{n}_-}. \quad (5)$$

Спектры прозрачности  $T$  и отражения  $R$  кристаллов CdS разной толщины с учетом добавочной световой волны были рассчитаны по соотношениям, приведенным в [3]:

$$T = \frac{4|G|^2}{|(1 + iF)^2 + G^2|^2}, \quad (6)$$

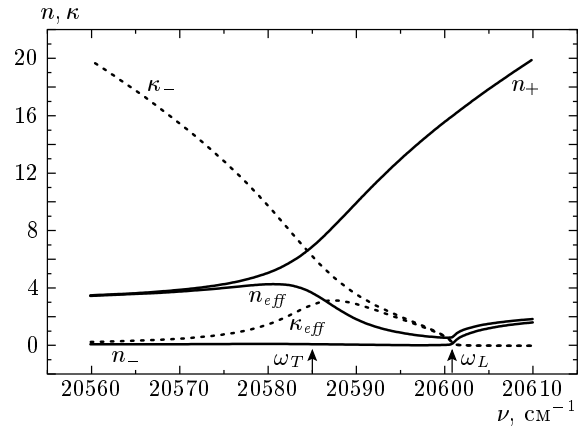


Рис. 1. Действительные (сплошные линии) и мнимые (пунктирные) части комплексных показателей преломления волн «+» и «-», а также эффективного показателя преломления для спектра отражения. На шкале абсцисс значения энергии приведены в волновых числах  $\nu = 1/\lambda$  с учетом поправки на показатель преломления воздуха по таблицам Кайзера [24];  $\omega_L$  и  $\omega_T \equiv \omega_0$  — частоты продольного и поперечного экситонов

$$R = \frac{|1 + F^2 - G^2|^2}{|(1 + iF)^2 + G^2|^2}, \quad (7)$$

где

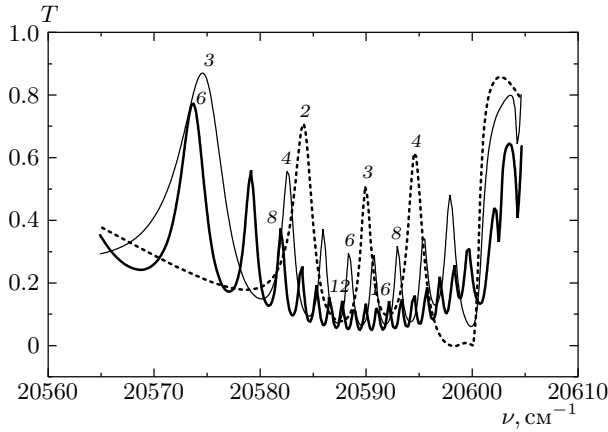
$$F = \frac{\tilde{n}_+}{1 - q} \text{ctg}(k_+d) + \frac{\tilde{n}_-}{1 - 1/q} \text{ctg}(k_-d),$$

$$G = \frac{\tilde{n}_+}{(1 - q) \sin(k_+d)} + \frac{\tilde{n}_-}{(1 - 1/q) \sin(k_-d)},$$

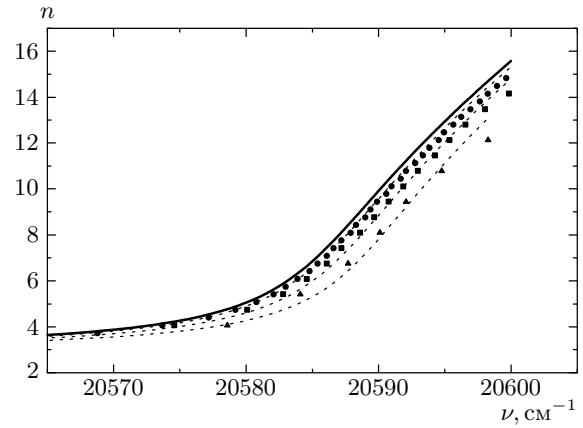
$$k_{\pm} = \frac{\omega}{c} \tilde{n}_{\pm}, \quad q = \frac{\tilde{n}_+^2 - \varepsilon_0}{\tilde{n}_-^2 - \varepsilon_0}.$$

Так же как и формула для эффективного показателя преломления, соотношения (6) и (7) были получены с использованием добавочного граничного условия Пекара, а именно, экситонная часть поляризуемости равна нулю на поверхности кристалла:  $|P_{ex}| = 0$ .

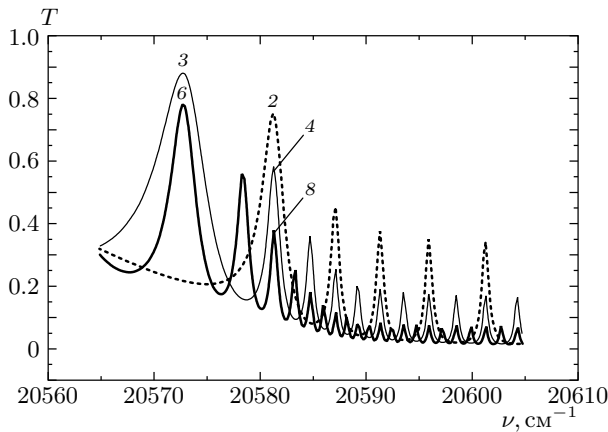
Спектры прозрачности кристаллических пластинок разной толщины приведены на рис. 2. Как видно на рисунке, несмотря на то что были выбраны кратные толщины, спектральные положения интерференционных экстремумов, имеющих кратные порядки, не совпадают. Чем тоньше кристалл, тем дальше соответствующие экстремумы сдвинуты в коротковолновую область. Для сравнения на рис. 3 приведены аналогичные спектры, рассчитанные по одноволновой теории, т. е. соответствующие формуле



**Рис. 2.** Спектры прозрачности трех кристаллов CdS, рассчитанные по теории Пекара. Толщины кристаллических пластинок: 0.09 мкм (пунктирная линия), 0.18 мкм (тонкая сплошная), 0.36 мкм (толстая сплошная). Цифры возле максимумов указывают интерференционные порядки



**Рис. 4.** Результаты расчета кривых дисперсии  $n(\omega)$  по интерференционным экстремумам, приведенным на рис. 2, по формуле (3):  $d = 0.36$  (●),  $0.18$  (■),  $0.09$  (▲) мкм. Сплошная линия —  $n_+(\omega)$ , пунктирные — аппроксимация



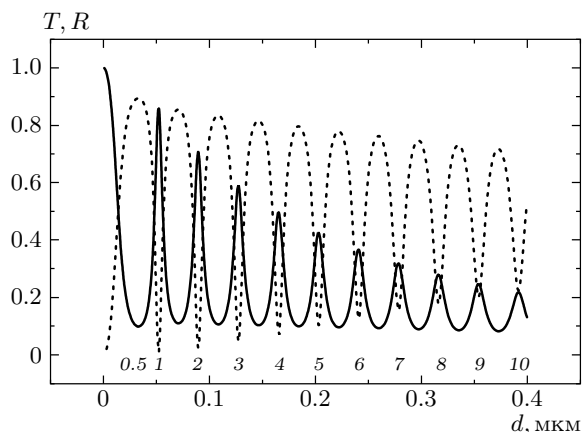
**Рис. 3.** Спектры прозрачности тех же кристаллов, что на рис. 2, рассчитанные по одноволновой классической теории

(3), с помощью которой происходила обработка экспериментальных зависимостей. Расчет был выполнен по программе, предложенной в работе [25], в которой учитываются многократные отражения внутри кристаллической пластинки. В качестве оптических характеристик среды использовались значения  $n_+(\omega)$  и  $\kappa_+(\omega)$ , поскольку только волна «+» проходит через кристалл при  $\omega < \omega_L$ . Как и следовало ожидать, положения экстремумов, имеющих кратные порядки, точно совпадают друг с другом.

Приведенные рисунки свидетельствуют о том, что положения интерференционных экстремумов в

присутствии добавочной волны определяются не только значениями  $n_+$  и  $\kappa_+$  основной волны, которая прошла через кристалл, но подвержены также влиянию добавочной волны. Показатель преломления волны «-» ниже продольной частоты практически является чисто мнимым:  $\kappa_- \neq 0$ ,  $n_- \approx 0$  (не превышает 0.2). Среда с такими оптическими характеристиками, согласно классической кристаллооптике, полностью отражает свет. Как уже отмечалось выше, кристалл действительно непрозрачен для волны «-» ниже  $\omega_L$ . Согласно измерениям по отклонению лазерного луча клинообразным кристаллом, выполненным в [15] при различных температурах, волна «-» может пройти через кристалл, когда ее показатель преломления из-за роста  $\Gamma$  достигает значения  $n_- \approx 1$  при  $T = 7.7$  К, причем скачкообразно просветляется вся область  $\Delta_{LT}$ . Таким образом, несмотря на то что кристалл непрозрачен для волны «-» при  $T = 4.2$  К, она влияет на фазу прошедшего света. Поэтому расчеты показателя преломления по формуле (3) дают значения некоторой усредненной величины, своего рода «эффективного» показателя для прошедшего света, который, однако, как видно из сравнения рис. 4 с рис. 1, не совпадает с величиной  $n_{eff}$  для случая отражения от полубесконечного кристалла.

Далее мы попробовали применить к рассчитанным с учетом добавочной световой волны спектрам прозрачности (рис. 2) процедуру вычисления показателя преломления, по которой обрабатывались экспериментальные данные в работах [16, 17], т. е. со-

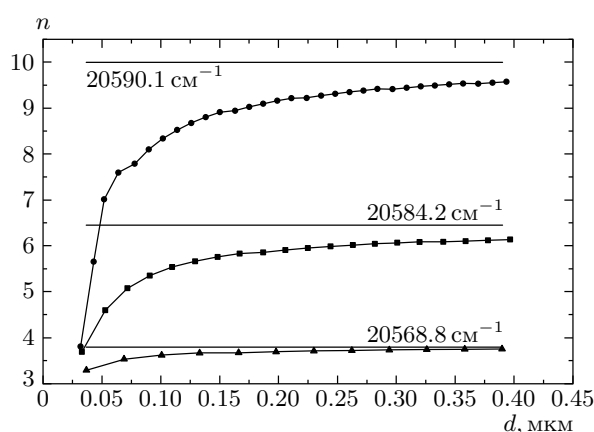


**Рис. 5.** Зависимости прозрачности  $T$  (сплошная линия) и отражения  $R$  (пунктирная), рассчитанные по теории Пекара для  $\omega = 20584.2 \text{ см}^{-1}$ , от толщины кристалла. Цифрами обозначены интерференционные порядки

отношение (3). Результаты такого расчета представлены на рис. 4. Как видно на рисунке, чем тоньше кристалл, тем ниже и правее расположены вычисленные значения  $n(\omega)$  по сравнению с величиной  $n_+(\omega)$ , которая первоначально была заложена в формулу (6) и с помощью которой рассчитывался спектр прозрачности. На основании смещенных кривых  $n(\omega)$  можно подобрать новые параметры теории и посмотреть, насколько изменяется  $\Delta_{LT}$  при совпадении новой аппроксимирующей кривой с полученной дисперсионной зависимостью. Эта процедура соответствует нашим действиям в работах [16, 17] при определении теоретических параметров для экспериментально измеренных кривых. На рис. 4 пунктирные линии аппроксимируют «экспериментальные» зависимости (для толщины 0.36 мкм  $\Delta_{LT} = 15.5 \text{ см}^{-1}$ , для 0.18 мкм  $\Delta_{LT} = 14.5 \text{ см}^{-1}$ , для 0.09 мкм  $\Delta_{LT} = 13.1 \text{ см}^{-1}$ ). Их можно также аппроксимировать, изменяя только  $\omega_0$ , как это сделано в работе [23].

Таким образом, обнаруженный в работах [16, 17, 23] сдвиг дисперсионной кривой связан не с уменьшением  $\Delta_{LT}$  и не со сдвигом  $\omega_0$ , а с применением при обработке экспериментальных результатов соотношений одноволновой кристаллооптики. Но других, реально доступных экспериментатору, к сожалению, нет.

Заметим попутно, что в поглощающей среде при значительном  $k$  положения экстремумов в проходящем и отраженном свете, в принципе, не совпадают из-за дополнительного скачка фазы при отражении



**Рис. 6.** Зависимость «эффективного» показателя преломления для прошедшего через кристалл света от его толщины для разных частот из резонансной экситонной области спектра. Сплошные линии, параллельные горизонтальной оси, показывают значения  $n_+$  для этих же частот

от поглощающей среды. Однако при низких температурах константа затухания  $A_{n=1}$ -экситона очень мала, и расчет спектров  $T(\omega)$  и  $R(\omega)$ , как по классической программе, так и по программе с учетом добавочной световой волны, показал, что максимумы  $T(\omega)$  практически совпадают с минимумами  $R(\omega)$ . Такое же совпадение экстремумов видно и на рис. 5. Это также является свидетельством того, что причина сдвига кривых  $n(\omega)$  заключается не в поглощении кристаллов.

Мы провели еще одну серию расчетов: для разных длин волн из области  $\Delta_{LT}$  были рассчитаны зависимости прозрачности и отражения от толщины кристаллов. Одна из них представлена на рис. 5. Оказалось, что интерференционные экстремумы расположены не на равных расстояниях друг от друга. Чем тоньше кристалл, тем больше период осцилляций; иначе говоря, для того чтобы сформировался следующий интерференционный максимум, в тонком кристалле свет должен пройти большее расстояние, чем в толстом. Так, интерференционный порядок  $k = 1$  приходится на  $d \geq 0.05$  мкм, а  $k = 10$  — на  $d \leq 0.4$  мкм. Если обработать полученные зависимости, пользуясь соотношением (3), приписав каждому экстремуму свой интерференционный порядок, то получатся кривые, изображенные на рис. 6. На них четко проявляется зависимость от толщины кристалла «эффективного» показателя преломления для прошедшей волны.

Следует отметить, что приведенные расчеты не

претендуют на точное количественное согласие с экспериментом, хотя полученные сдвиги дисперсионных кривых близки к экспериментально измеренным. Во-первых, как уже отмечалось выше, формулы (6), (7) выведены при добавочном граничном условии Пекара:  $|P_{ex}| = 0$  на поверхности кристалла. На самом деле, как показано во многих работах, начиная с [26] (в том числе по измерению изменения фазы отраженной волны [11, 12]), на поверхности кристалла имеется «мертвый» слой, в который экситон не проникает. Но формулы для расчета  $T$  и  $R$  кристаллической пластинки с учетом «мертвого» слоя, эффективно уменьшающего толщину, нам не известны. Во-вторых, расчет выполнен при постоянном значении  $\Gamma$ , что не является точным приближением. Величина  $\Gamma$ , обратная времени жизни экситона, которое в совершенных очень тонких кристаллах сравнимо с временем свободного пробега между поверхностями кристалла, может зависеть от толщины образца и частоты. Поэтому очень трудно получить количественное согласие между экспериментально измеренным и теоретически рассчитанным спектрами прозрачности кристаллов [10, 14].

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведены расчеты спектральной зависимости прозрачности кристаллических пластинок CdS разной толщины по формулам теории Пекара [3] с учетом добавочной световой волны. Они показали, что фаза прошедшей волны сложным образом зависит от показателей преломления обеих волн: и прошедшей через кристалл волны «+» и отраженной от него волны «-». Поскольку все формулы, по которым экспериментаторы обрабатывают спектрограммы, выведены в предположении, что через кристалл проходит одна волна, полученные результаты являются усредненными характеристиками среды, относенными к единице толщины. При таких расчетах и такой интерпретации показатель преломления действительно становится зависящим от толщины образца. Однако на самом деле эффект является проявлением интерференции волн «+» и «-», показатели преломления которых остаются неизменными. Оказывается, что влияние волны «-» тем больше, чем тоньше кристалл.

Таким образом, обнаруженная при низких температурах в работах [16, 17] зависимость дисперсии показателя преломления в области  $A_{n=1}$ -экситона кристалла CdS от толщины связана с влиянием до-

бавочной пекаровской волны на фазу прошедшего света.

В заключение хотим добавить, что мы не отрицаем правильность теории, развитой в работах [18–21]. Однако для ее проверки необходимо пользоваться экспериментальными данными, которые получены с учетом добавочной пекаровской волны, а не на основании использования формул одноволновой теории.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. И. Пекар, ЖЭТФ **33**, 1022 (1957).
2. С. И. Пекар, Диплом на открытие 323, ОТ-11003, заявл. 27.09.84, опубл. 30.08.87, Открытия. Изобрет. № 32, 3 (1987).
3. С. И. Пекар, *Кристаллооптика и добавочные световые волны*, Киев, Наукова думка (1982).
4. В. А. Киселев, Б. С. Разбирин, И. Н. Уральцев, Письма в ЖЭТФ **18**, 504 (1973).
5. V. A. Kiselev, B. S. Razbirin, and I. N. Uraltsev, Phys. Stat. Sol. (b) **72**, 161 (1975).
6. I. V. Makarenko, I. N. Uraltsev, and V. A. Kiselev, Phys. Stat. Sol. (b) **98**, 773 (1980).
7. М. С. Бродин, Н. А. Давыдова, М. И. Страшникова, Письма в ЖЭТФ **19**, 567 (1974).
8. M. S. Brodin, N. A. Davydova, and M. I. Strashnikova, Phys. Stat. Sol. (b) **70**, 365 (1975).
9. М. И. Страшникова, ФТТ **17**, 729 (1975).
10. С. И. Пекар, М. И. Страшникова, ЖЭТФ **68**, 2047 (1975).
11. Л. Е. Соловьев, А. В. Бабинский, Письма в ЖЭТФ **23**, 291 (1976).
12. А. В. Комаров, С. М. Рябченко, М. И. Страшникова, ЖЭТФ **74**, 251 (1978).
13. М. В. Лебедев, М. И. Страшникова, В. В. Тимофеев, В. В. Черный, Письма в ЖЭТФ **39**, 366 (1984).
14. А. А. Демиденко, М. В. Лебедев, С. И. Пекар, М. И. Страшникова, В. В. Тимофеев, Б. Е. Цеквава, ЖЭТФ **89**, 330 (1985).
15. М. В. Лебедев, М. И. Страшникова, В. В. Тимофеев, В. В. Черный, ФТТ **29**, 1948 (1987).
16. В. Я. Резниченко, М. И. Страшникова, В. В. Черный, Украин. физ. ж. **33**, 535 (1988).
17. V. Ya. Reznichenko, M. I. Strashnikova, and V. V. Cherny, Phys. Stat. Sol. (b) **152**, 675 (1989).

18. V. N. Myasnikov, S. V. Marisova, and A. N. Lipovchenko, *Phys. Stat. Sol. (b)* **117**, 109 (1983).
19. M. I. Strashnikova, V. Ya. Reznichenko, V. V. Cherny, and V. N. Myasnikov, *Sol. Stat. Comm.* **47**, 375 (1983).
20. В. Н. Мясников, В. Я. Резниченко, М. И. Страшникова, В. В. Черный, *ДАН УССР, сер. А, № 2*, 61 (1984).
21. Н. М. Иванов, Э. Н. Мясников, *Украин. физ. ж.* **31**, 1648 (1986).
22. М. С. Бродин, М. И. Страшникова, *ФТТ* **4**, 2454 (1962).
23. V. A. Kiselev, I. N. Uraltsev, and I. V. Makarenko, *Sol. St. Comm.* **53**, 591 (1985).
24. H. Kayzer, *Tabelle der Schwingungszahlen*, Verlag von S. Hirzelin, Leipzig (1925).
25. A. Penzkofer, E. Drotleft, and W. Holzer, *Opt. Comm.* **158**, 221 (1998).
26. J. J. Hopfield and D. G. Thomas, *Phys. Rev.* **132**, 563 (1963).