

# ДВУХВОЛНОВОЕ ВЫНУЖДЕННОЕ КОМБИНАЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ В ПОЛЕ ИНТЕНСИВНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, РЕЗОНАНСНОГО КОМБИНАЦИОННОМУ ПЕРЕХОДУ

*В. П. Кочанов\*, Ю. В. Богданова*

*Институт оптики атмосферы Сибирского отделения Российской академии наук  
634055, Томск, Россия*

Поступила в редакцию 17 апреля 2002 г.

На основе описания газа трехуровневых атомов с помощью уравнений для матрицы плотности среды теоретически рассмотрено влияние сильного резонансного комбинационному переходу поля на поведение стоксовой гармоники в насыщенном двухволновом вынужденном комбинационном рассеянии. Предсказан пороговый по интенсивности резонансного поля колебательный режим перераспределения энергии между лазерным и рассеянным излучением. Определено воздействие оптических полей на поглощение и усиление резонансного поля в комбинационной среде.

PACS: 42.65.Dr

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что в простых квантовых системах, резонансно взаимодействующих с двумя стационарными полями лазерного излучения, подключение третьего поля с частотой, равной разности частот этих двух полей, привносит во взаимодействие качественно новый фактор — соотношение фаз волн. Данный фактор может существенно влиять на распределение заселеностей уровней и нелинейные интерференционные эффекты, действующие на поглощающую способность системы и форму линий поглощения и спонтанного испускания. Так, в работе [1] показано, что при отсутствии радиационной и столкновительной релаксации распределение заселеностей и поглощение в трех- и четырехуровневых системах чувствительны к суммарной фазе полей, и на этой основе предложен способ атомной интерферометрии. Использование фазовых соотношений в условиях кольцевого сложения полей в задаче о глубоком охлаждении атомов, моделируемых  $W$ -схемой уровней, позволяет получать более значительные степени охлаждения [2, 3]. В работе [4] установлено, что распределение заселеностей трехуровневой  $\Lambda$ -системы, взаимодействующей с тремя

резонансными полями, может меняться в широких пределах в зависимости от суммарной фазы и напряженности поля на запрещенном переходе. Данный эффект реализуется при интенсивностях порядка или больших интенсивностей насыщения и приводит к зашумленности линий поглощения и спонтанного испускания вследствие флюктуаций фаз полей.

Фазовые соотношения при кольцевом сложении полей должны проявляться также в условиях перезонансного нелинейного взаимодействия оптических полей с атомами и молекулами. Одним из таких процессов является генерация стоксовой гармоники в двухволновом вынужденном комбинационном рассеянии (ВКР) в присутствии сильного поля с частотой, резонансной переходу, на котором осуществляется рассеяние. Взаимодействие поля с комбинационным переходом может быть магнитодипольным, квадрупольным, либо электродипольным, вследствие снятия запретов по четности за счет внутримолекулярных взаимодействий или присутствия внешних постоянных полей. В дальнейшем для определенности будем считать это взаимодействие магнитодипольным, так как решения задач для электро- и магнитодипольного взаимодействий одинаковы с точностью до замены исходных обозначений (магнитный дипольный момент и напряженность магнитного поля заменяются на электрические), а

---

\*E-mail: koch@iao.ru

для квадрупольного взаимодействия требуется отдельное решение. Одним из возможных и легко осуществимых на практике способов замыкания ВКР является двухфотонный резонанс на частоте комбинационного перехода.

Поскольку наиболее значимые следствия подключения резонансного поля следует ожидать в области нелинейного взаимодействия оптических полей с атомами (молекулами) [4], то в общем случае необходимо рассмотреть насыщенное ВКР в сильном резонансном поле. Под насыщением в данном случае понимается как выравнивание заселенностей уровней в процессе рассеяния на одном атоме (собственно насыщение), так и одновременно вступающие в действие различные параметрические, комбинационные и интерференционные процессы [5, 6], связанные с высшими порядками разложения макроскопической поляризации по степеням амплитуд полей.

Целью данной работы является анализ влияния сильного поля, резонансного комбинационного перехода, на генерацию стоковой компоненты насыщенного двухволнового ВКР, а также определение характера затухания и усиления резонансной волны в присутствии двух интенсивных оптических волн. Другими словами, рассматривается нелинейное смещение трех волн при их кольцевом сложении в условиях ВКР.

Последовательная теория насыщенного ВКР, насколько нам известно, в литературе отсутствует, несмотря на то что в классической монографии [5] сформулирован подход к точному расчету нелинейной восприимчивости трехуровневой системы, резонансно взаимодействующей с тремя полями. А именно, в [5] приведены стационарные уравнения для матрицы плотности среды в общем случае трех сильных полей, на их основе дана классификация типов возможных нелинейных процессов, и для частного случая только одного сильного оптического поля выписан ряд условий, регулирующих соотношения между этими типами. При этом в [5] фазовые соотношения не учитывались. Поэтому в настоящей работе проводится детальная разработка указанного подхода, в общих чертах представленного также в монографии [6], который основан на аналитическом расчете нелинейных по полю поляризации и намагниченности с помощью уравнений для матрицы плотности среды (газа трехуровневых атомов) для случая трех сильных полей. При этом в качестве наиболее простой модели ВКР принимается ситуация, в которой основным рассеянным излучением является первая стоковая гармоника, а генерация

антистоковых и высших стоковых гармоник вследствие определенных условий эксперимента подавлена, так же как и рассеяние назад. Выяснение таких условий, равно как и расчет полного спектра гармоник, является отдельной актуальной задачей, к которой неоднократно обращались теоретики и экспериментаторы (см., например, [7–9]). Кроме того, в последующем рассмотрении длительность импульсов лазерного излучения полагается много большей, чем время поперечной релаксации среды, так что в расчетах ВКР можно ограничиться только пространственным развитием процесса.

## 2. НЕЛИНЕЙНЫЙ ОТКЛИК СРЕДЫ

Согласно принятой модели ВКР, электромагнитное поле, взаимодействующее с трехуровневыми атомами, представим в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(t, z) &= E_1(z) \cos \Psi_1 + E_2(z) \cos \Psi_2, \\ \mathcal{H}(t, z) &= H(z) \cos \Psi_3, \\ \Psi_j &= \omega_j t - k_j z + \varphi_j, \quad j = 1, 2, 3, \\ \omega_3 &= \omega_1 - \omega_2 > 0, \quad k_3 = k_1 - k_2. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $E_1(z)$ ,  $\omega_1$ ,  $\varphi_1$  и  $E_2(z)$ ,  $\omega_2$ ,  $\varphi_2$  — амплитуды электрических полей, частоты и фазы лазерного (1) и стокового (2) излучений,  $H(z)$ ,  $\omega_3$ ,  $\varphi_3$  — амплитуда магнитного поля, частота и фаза излучения, резонансного комбинационному переходу,  $k_j$  — соответствующие волновые числа. Заметим, что последнее равенство в (1) при наличии волнового асинхронизма выполняется лишь приближенно, и это обстоятельство будет в необходимых случаях учтено.

Атом (молекула) представляется как трехуровневая система, состояния которой 1 (нижнее) и 2 образуют комбинационный переход, а верхний уровень 3 принадлежит возбужденному электронному состоянию, дающему основной вклад в тензор комбинационного рассеяния. Уравнения для матрицы плотности среды в модели релаксационных констант, отвечающей однородному уширению линий, имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_1 + \gamma(\rho_1 - \rho_1^0) &= 2 \operatorname{Re} \frac{i(d_1 \mathcal{E} \rho_{31} + \mu \mathcal{H} \rho_{21})}{\hbar}, \\ \dot{\rho}_2 + \gamma(\rho_2 - \rho_2^0) &= 2 \operatorname{Re} \frac{i(d_2 \mathcal{E} \rho_{32} - \mu \mathcal{H} \rho_{21})}{\hbar}, \\ \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 &= 1, \quad \rho_1^0 + \rho_2^0 = 1, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{31} + (\Gamma_1 + i\omega_{31})\rho_{31} &= \\ &= \frac{i}{\hbar} [d_1 \mathcal{E}(\rho_1 - \rho_3) + d_2 \mathcal{E} \rho_{21} - \mu \mathcal{H} \rho_{32}], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_{32} + (\Gamma_2 + i\omega_{32})\rho_{32} = \\ = \frac{i}{\hbar} [d_2 \mathcal{E}(\rho_2 - \rho_3) + d_1 \mathcal{E}\rho_{21}^* - \mu \mathcal{H}\rho_{31}],\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_{21} + (\Gamma + i\omega_{21})\rho_{21} = \\ = \frac{i}{\hbar} [\mathcal{E}(d_2\rho_{31} - d_1\rho_{32}^*) + \mu\mathcal{H}(\rho_1 - \rho_2)].\end{aligned}$$

Здесь  $\rho_j$  — заселенности уровней  $j = 1, 2, 3$ ,  $\rho_{31}$  и  $\rho_{32}$  — недиагональные элементы матрицы плотности (с точностью до множителя поляризации) разрешенных нерезонансных переходов 1–3 и 2–3,  $\rho_{21}$  — поляризация запрещенного комбинационного перехода 1–2,  $d_1$  и  $d_2$  — матричные элементы дипольного момента на переходах 1–3 и 2–3,  $\mu$  — матричный элемент магнитного дипольного момента на переходе 1–2,  $\omega_{ij}$  — собственные частоты переходов  $j-i$ ,  $\gamma$  и  $\Gamma, \Gamma_{1,2}$  — столкновительные диагональная и недиагональные константы релаксации,  $\rho_1^0, \rho_2^0$  — равновесные заселенности уровней 1, 2. Схема релаксации, принятая в (2), соответствует ситуации, в которой вблизи уровней 1 и 2 находится достаточно много уровней, и столкновительный перенос заселенности с уровнем рабочего перехода происходит преимущественно на соседние состояния. Радиационная релаксация здесь считается малой в сравнении со столкновительной и не рассматривается.

Искомым откликом среды, содержащим как линейную, так и нелинейную части без разложения последней по степеням амплитуд полей, являются поляризация  $P$  и намагниченность  $M$ :

$$P = N \text{Sp } \hat{\rho} \hat{d}, \quad M = N \text{Sp } \hat{\rho} \hat{\mu}, \quad (3)$$

где  $N$  — плотность взаимодействующих с излучением атомов.

Предполагая лазерные импульсы достаточно длинными и давление газа достаточно большим, чтобы доплеровским уширением линий можно было пренебречь, осуществим переход от (2) к стационарным уравнениям, стандартным образом [5] выделяя «быструю» зависимость поляризаций от времени и координат:

$$\rho_{31} = R_1 e^{-i\Psi_1}, \quad \rho_{32} = R_2 e^{-i\Psi_2}, \quad \rho_{21} = r e^{-i\Psi_3}. \quad (4)$$

В результате подстановки (4) в (2), введения обозначений

$$\begin{aligned}\Delta = \omega_{31} - \omega_1 \approx \omega_{32} - \omega_2 > 0, \quad \varepsilon^2 = \frac{\Gamma}{\Delta}, \\ \Phi = \varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3, \\ V_1 = \frac{d_1 E_1}{2\hbar\sqrt{\Delta\Gamma}}, \quad V_2 = \frac{d_2 E_2}{2\hbar\sqrt{\Delta\Gamma}}, \quad G = \frac{\mu H}{2\hbar\Gamma}\end{aligned}\quad (5)$$

и естественных упрощающих предположений

$$\gamma = \Gamma, \quad \omega_1 - \omega_2 = \omega_{21}, \quad \Gamma_{1,2} \ll \Delta \quad (6)$$

имеем

$$\begin{aligned}\rho_1 = \rho_1^0 - \frac{2V_1 R_1''}{\varepsilon} - 2G r'', \\ \rho_2 = \rho_2^0 - \frac{2V_2 R_2''}{\varepsilon} + 2G r'',\end{aligned}\quad (7)$$

$$\begin{aligned}R_1 + G e^{i\Phi} R_2 = \varepsilon V_1 (2\rho_1 + \rho_2 - 1) + \varepsilon V_2 e^{i\Phi} r, \\ R_2 + G e^{-i\Phi} R_1 = \varepsilon V_2 (\rho_1 + 2\rho_2 - 1) + \varepsilon V_1 e^{-i\Phi} r^*, \\ r = i e^{-i\Phi} \frac{V_2 R_1 - V_1 R_2^*}{\varepsilon} + i G (\rho_1 - \rho_2), \\ R_{1,2} = R'_{1,2} + i R''_{1,2}, \quad r = r' + i r''.\end{aligned}$$

Система стационарных уравнений (7) получена для точного однофотонного резонанса внешнего поля  $G$  с комбинационным переходом и справедлива при следующих условиях:

1) выполнении резонансного приближения «вращающейся волны»:

$$\Gamma \ll \omega_{21}, \quad \omega_{21} \gg V_{1,2}^0 = \frac{d_{1,2} E_{1,2}}{2\hbar}, \quad G^0 = \frac{\mu H}{2\hbar},$$

2) для неэквидистантных уровней:  $|2\omega_{21} - \omega_{31}| \gg V_{1,2}^0$ ,

3) отсутствии гиперкомбинационного рассеяния:  $|2\omega_1 - \omega_2 - \omega_{31}| \gg V_{1,2}^0$ ,  $|2\omega_2 - \omega_1 - \omega_{31}| \gg V_{1,2}^0$  или  $|\Delta - \omega_{21}| \gg V_{1,2}^0$ ,

4) отсутствии параметрических процессов, инициируемых магнитным полем:  $(\mu H)^2 / (2\hbar\Delta)^2 \ll 1$ ,

5) квазирезонансном ВКР:  $\Delta < \omega_{1,2}$ ,

6) отсутствии высших стоксовых и антистоксовых гармоник рассеяния.

Полагая в условиях 1–3 соответствующие отстройки частот  $\delta$  равными частотам Раби  $V_{1,2}^0$ , для  $\delta \geq 100 \text{ см}^{-1}$  и  $d_{1,2} = 1 \text{ Д}$  получаем ограничение на интенсивности оптических полей

$$I_{1,2} \leq \frac{c(\hbar\delta/d_{1,2})^2}{2\pi} = 30 \text{ Гвт/см}^2.$$

Здесь  $c$  — скорость света,  $\hbar$  — постоянная Планка. Условие 4 в предположении величины магнитодипольного момента порядка магнетона Бора ( $\mu_B$ ) для тех же значений интенсивностей выполняется при  $\Delta \geq 1 \text{ см}^{-1}$ . Заметим, что ограничение 5 не является строгим, поскольку в случае его нарушения необходимый учет в (4) комплексно-сопряженных экспонент приводит к уравнениям, которые можно свести к (7) путем переопределения величин  $d_{1,2}$  и  $\Delta$ .

Наиболее жестким ограничением является последнее, которое ограничивает применимость (7) величинами полей ВКР порядка насыщающих. Тем не менее, несмотря на это ограничение, представляется целесообразным получить формально точное решение (7), в котором все три поля полагаются сильными, поскольку такое решение дает компактную форму представления волновых уравнений и позволяет правильно определить тенденции насыщения ВКР.

Из (5), (7) следует, что естественным образом получающиеся безразмерные амплитуды электрического и магнитного полей, или безразмерные частоты Раби  $V_{1,2}$ ,  $G$ , при равенстве их единице определяют интенсивности насыщения ВКР и насыщения поглощения магнитного поля  $G$  на комбинационном переходе:

$$I_{1,2}^E = \frac{c\Gamma\Delta(\hbar/\mu)^2}{2\pi}, \quad I^H = \frac{c(\hbar\Gamma/\mu)^2}{2\pi}.$$

Полагая  $\Delta = 10^3\text{--}10^4 \text{ см}^{-1}$ ,  $\Gamma = 0.1 \text{ см}^{-1}$ ,  $d_{1,2} = 1 \text{ Д}$ ,  $\mu = \mu_B = 0.93 \cdot 10^{-20} \text{ СГС}$ , имеем  $I_{1,2}^E = 0.3\text{--}3 \text{ ГВт/см}^2$ ,  $I^H = 50 \text{ МВт/см}^2$ . Таким образом, система уравнений (7) формально дает корректное описание рассматриваемого процесса в типичных условиях экспериментов при интенсивностях, на 1–2 порядка превышающих интенсивности насыщения. Фактически интенсивности накачки и стоковой гармоники не должны превышать  $I_{1,2}^E$ , чтобы не было генерации высших гармоник, но поле  $G$  в указанных пределах может быть произвольным.

Искомые поляризация и намагниченность (3) в принятых обозначениях имеют вид

$$\begin{aligned} P &= 2N[d_1(R'_1 \cos \Psi_1 + R''_1 \sin \Psi_1) + \\ &\quad + d_2(R'_2 \cos \Psi_2 + R''_2 \sin \Psi_2)], \quad (8) \\ M &= 2N\mu(r' \cos \Psi_3 + r'' \sin \Psi_3). \end{aligned}$$

Точные алгебраические решения (7) несколько громоздки (в [4] приведены полные решения аналогичных уравнений для заселенностей уровней при произвольных отстройках частот). Поэтому далее мы будем использовать более простые приближенные решения, выписанные с точностью до  $O(\varepsilon^3)$ , которые, как показали числовые расчеты, для безразмерных амплитуд полей  $V_{1,2}$ ,  $G < 10$ , соответствующих области применимости (7), имеют погрешность менее 1%:

$$\begin{aligned} R''_1 &= -\frac{V_2 R''_2}{V_1} = \frac{\varepsilon V_2 (\rho_1^0 - \rho_2^0)}{D} \times \\ &\times \{V_1 V_2 + G [\cos \Phi + (V_1^2 - V_2^2) \sin \Phi]\}, \\ r'' &= \frac{\rho_1^0 - \rho_2^0}{D} \{G + V_1 V_2 [\cos \Phi - (V_1^2 - V_2^2) \sin \Phi]\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R'_1 &= \frac{\varepsilon}{D} \{V_1 [V_2^2 (V_1^2 + V_2^2) + 2G^2] + \\ &+ V_2 G [(3V_1^2 + V_2^2) \cos \Phi + \sin \Phi] + \\ &+ [V_1 (1 + V_1^4 - V_2^4) + \\ &+ 2V_2 G ((V_1^2 - V_2^2) \cos \Phi - \sin \Phi)] \rho_1^0\}, \\ R'_2 &= \frac{\varepsilon}{D} \{V_2 [1 + V_2^2 (V_1^2 + V_2^2) + 2G^2] + \\ &+ V_1 G [(5V_2^2 - V_1^2) \cos \Phi + \sin \Phi] - \quad (9) \\ &- [V_2 (1 - V_1^4 + V_2^4) - \\ &- 2V_1 G ((V_1^2 - V_2^2) \cos \Phi - \sin \Phi)] \rho_1^0\}, \\ r' &= \frac{\rho_1^0 - \rho_2^0}{D} \{G (V_1^2 - V_2^2) + \\ &+ V_1 V_2 [(V_1^2 - V_2^2) \cos \Phi + \sin \Phi]\}, \\ D &= 1 + (V_1^2 + V_2^2)^2 + 4G^2 + 8V_1 V_2 \cos \Phi. \end{aligned}$$

Отметим, что в данном приближении сумма заселенностей двух нижних уровней точно равна единице при любых величинах полей, а верхний уровень остается незаселенным. Как показывает анализ точного решения, его заселение возможно лишь при значительно больших интенсивностях. Отметим также равенство, с точностью до множителя, мнимых частей поляризаций оптических переходов, ответственных за нелинейное смешение волн. В следующем разделе будет показано, что благодаря именно этому обстоятельству выполняется теорема Мэнли–Роу [10]. В общем случае для точного решения такого соотношения нет, и, таким образом, в области предельно больших интенсивностей данная теорема нарушается.

Важным обстоятельством является то, что поляризации разрешенных и запрещенного переходов (9) содержат в числителях и знаменателе  $D$  интерференционные члены в виде произведений первых степеней амплитуд полей и факторов, которые зависят от суммарной фазы  $\Phi$ . Таким образом, в схеме кольцевого сложения полей создается возможность управления нелинейными интерференционными эффектами с помощью изменения фаз полей.

Соотношения (8), (9) дают решение задачи о нелинейном отклике среды в определенной точке пространства (для одного атома). Далее используем их в задаче о комбинационном смешении волн, прослеживая пространственное развитие генерации стоковой гармоники и поглощения либо усиления резонансной волны.

### 3. ВОЛНОВЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ МЕДЛЕННЫХ АМПЛИТУД

Генерация ВКР в присутствии переменного магнитного поля описывается волновыми уравнениями

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathcal{E}(t, z) &= \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P(t, z), \\ \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathcal{H}(t, z) &= \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} M(t, z). \end{aligned} \quad (10)$$

Действуя стандартным образом, т. е. подставляя в (10) выражения (8), (9), пренебрегая малыми вторыми производными амплитуд полей по координате и приравнивая нулю суммы коэффициентов при  $\cos \Psi_j$  и  $\sin \Psi_j$ ,  $j = 1-3$ , получим соответственно алгебраические уравнения для волновых чисел  $k_j$  и систему из трех дифференциальных уравнений первого порядка для связанных амплитуд электрических и магнитного полей. Анализируя выражения (9) для действительных частей поляризаций, определяющих волновые числа, можно заметить, что величины нелинейных по полю вкладов в них ограничены сверху для произвольных интенсивностей величиной порядка линейной части поляризации. Поэтому, не интересуясь в данной статье тонкими эффектами, связанными с зависимостью показателей преломления от интенсивности, ограничимся линейным приближением для оптических поляризаций:  $R'_{1,2} \approx \epsilon V_{1,2} \rho_{1,2}^0$ , и пренебрежем дисперсией резонансной волны. Это приводит к следующим простым выражениям для волновых чисел  $k_j$  и показателей преломления  $n_j$  через введенные ранее параметры:

$$\begin{aligned} k_{1,2} &\approx \frac{\omega_{1,2} n_{1,2}}{c}, \quad n_{1,2}^2 \approx 1 + \frac{4\pi N d_{1,2}^2}{\hbar \Delta} \rho_{1,2}^0, \\ k_3 &\approx k_1 - k_2. \end{aligned} \quad (11)$$

Заметим, что выражение показателя преломления через параметры трехуровневой модели  $d$  (эффективный дипольный момент) и  $\Delta$  (эффективная отстройка частоты накачки от частоты электронного перехода) позволяет оценить величину поляризуемости (тензора комбинационного рассеяния) молекулы, в принятых терминах определяемого как  $\alpha = d^2/\hbar \Delta$ . А именно, из (11) имеем  $\alpha \approx (n-1)/2\pi N$ . Подставляя сюда значение  $N = 2.5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ , соответствующее атмосферным условиям, и  $n-1 \approx 3 \cdot 10^{-4}$  [11] (молекула азота), получаем  $\alpha \approx 1.9 \cdot 10^{-24} \text{ см}^3$ . Это значение хорошо согласуется с приведенными в работе [12] данными по комбинационному рассеянию излучения с

длиной волны 0.366 мкм на колебательной частоте  $2331 \text{ см}^{-1}$  азота:  $\alpha = 1.76 \cdot 10^{-24} \text{ см}^3$ . Последнее значение при  $d = 1 \text{ Д}$  дает величину эффективной отстройки  $\Delta = 2860 \text{ см}^{-1}$ . Интенсивность насыщения ВКР при этом оценивается как

$$I^E = \frac{c\hbar\Gamma}{2\pi\alpha} = 0.86 \text{ ГВт/см}^2$$

для  $\Gamma = 0.1 \text{ см}^{-1}$ .

Полученные обозначенным выше способом из (10) уравнения для связанных безразмерных амплитуд полей в пренебрежении диссипацией энергии имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{dV_1}{d\zeta} &= -\frac{1}{2} V_2 F_1(V_1, V_2, G), \\ \frac{dV_2}{d\zeta} &= \frac{1}{2q} V_1 F_1(V_1, V_2, G), \\ \frac{dG}{d\zeta} &= -\frac{p}{2} F_2(V_1, V_2, G), \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{1}{D} \{ V_1 V_2 + G [\cos \Phi + (V_1^2 - V_2^2) \sin \Phi] \}, \\ F_2 &= \frac{1}{D} \{ G + V_1 V_2 [\cos \Phi - (V_1^2 - V_2^2) \sin \Phi] \}, \\ \zeta &= Qz, \quad Q = \frac{4\pi N d_1^2 \omega_1}{cn_1 \hbar \Delta} (\rho_1^0 - \rho_2^0), \\ q &= \frac{d_1^2 \omega_1 n_2}{d_2^2 \omega_2 n_1}, \quad p = \frac{\mu^2 \omega_3 \Delta n_1}{d_1^2 \omega_1 \Gamma}. \end{aligned}$$

Учет волнового асинхронизма, обусловленного ненулевой волновой расстройкой  $\delta k = k_1 - k_2 - k_3 \neq 0$ , в (12), (7) осуществляется посредством замены суммарной фазы волн на входе в среду на зависящую от координаты фазу  $\Phi_1$ :

$$\Phi \rightarrow \Phi_1 = \Phi - \delta kz. \quad (13)$$

Из (12) следует, что при положительных  $Q$ ,  $F_{1,2}$  с ростом  $z$  амплитуды поля лазерного излучения,  $V_1$ , и низкочастотного поля,  $G$ , убывают, а амплитуда рассеянного излучения,  $V_2$ , растет. Обратная ситуация имеет место для инверсной среды, когда  $\rho_1^0 < \rho_2^0$  и  $Q < 0$ . Порядок величины параметров в (12) при  $\omega_1 \sim 10^4-10^5 \text{ см}^{-1}$ ,  $\omega_3 \sim 10^2-10^3 \text{ см}^{-1}$ ,  $\Delta \sim 10^2-10^4 \text{ см}^{-1}$ ,  $\Gamma = 0.1 \text{ см}^{-1}$ ,  $d_1 \approx d_2 \sim 10^{-18} \text{ СГС}$ ,  $\mu/d_1 \sim 10^{-2}$ ,  $N = 2.5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$  составляет  $Q \sim 10-10^4 \text{ см}^{-1}$ ,  $q \sim 1-1.2$ ,  $p \sim 10^{-4}-1$ . Очевидно, в случае  $p \ll 1$  поле  $G$  практически не поглощается, и его можно рассматривать как заданный параметр, влияющий на генерацию ВКР. Последняя определяется при этом только первыми двумя уравнениями (12).

Далее будут рассмотрены оба случая,  $p \ll 1$  и  $p \sim 1$ . Величина  $\delta k$  в типичных условиях экспериментов составляет  $1\text{--}5 \text{ см}^{-1}$  [13].

Введем безразмерные интенсивности волн накачки (индекс 1) и Стокса (2):  $W_{1,2} = V_{1,2}^2$ . Из первого и второго уравнений (12) имеем интеграл движения (соотношение Мэнли–Рой):

$$W_1 + qW_2 \equiv U = W_1(0) + qW_2(0). \quad (14)$$

Соотношение (14) выполняется, как это уже было отмечено в предыдущем разделе, в рамках принятого приближения умеренно больших интенсивностей и независимо от того, считается ли резонансное поле заданным или нет. Из него следует, что  $0 \leq W_1 \leq U$ ,  $0 \leq W_2 \leq U/q$ . Последнее соотношение задает предельную интенсивность стоксовой волны на больших расстояниях при перераспределении энергии от волны накачки к стоксовой:  $W_2(z \rightarrow \infty) = U/q$ .

Ввиду жесткой связи (14) далее достаточно будет прослеживать поведение только стоксовой волны. Принимая во внимание (14) и приведенные выше ограничения для интенсивностей  $W_1, W_2$ , введем фазовую переменную  $\Theta$ , одновременно задающую поведение волн накачки и рассеяния:

$$W_1 = \frac{1}{2}U(1 + \cos \Theta), \quad W_2 = \frac{1}{2q}U(1 - \cos \Theta). \quad (15)$$

Уравнения (12) в результате приобретают окончательный вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\Theta}{d\zeta} &= \frac{1}{2qD} \{ U \sin \Theta + 2\sqrt{q}G \times \\ &\quad \times [\cos \Phi + q_1 U (q_2 + \cos \Theta) \sin \Phi] \}, \\ \frac{dG}{d\zeta} &= -\frac{p}{4\sqrt{q}D} \{ 2\sqrt{q}G + \\ &\quad + U \sin \Theta [\cos \Phi - q_1 U (q_2 + \cos \Theta) \sin \Phi] \}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} D &= 1 + q_1^2 U^2 (1 + q_2 \cos \Theta)^2 + 4G \left( G + \frac{U \sin \Theta \cos \Phi}{\sqrt{q}} \right), \\ q_1 &= \frac{q+1}{2q}, \quad q_2 = \frac{q-1}{q+1}, \end{aligned}$$

$$\frac{W_2(\zeta = 0)}{W_1(\zeta = 0)} \equiv \eta, \quad \Theta(\zeta = 0) \equiv \Theta_0 = 2 \arctg \sqrt{q}\eta.$$

#### 4. АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ (16)

Получим простые решения (16) для ряда частных случаев в приближении заданного резонансного поля  $G(p = 0)$ , а также для связанных волн ( $p \neq 0$ ).

А)  $p = 0$ ,  $G \ll 1$ ,  $|q - 1| \ll 1$ . Представим безразмерную интенсивность стоксовой волны в виде разложения в ряд по малым параметрам  $G$ ,  $|q - 1|$  с учетом только первых степеней малости:

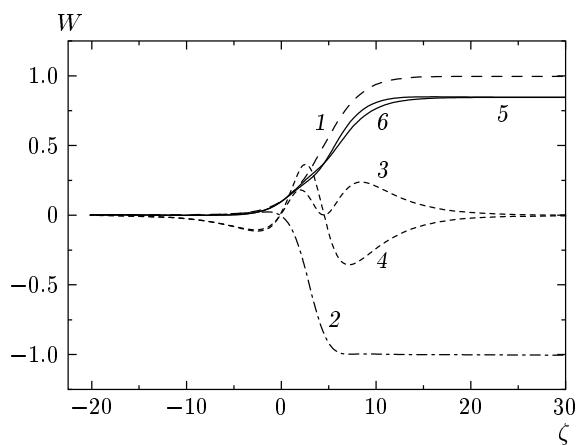
$$W_2 = W_0 + (q - 1)W_q + GW_G. \quad (17)$$

Решения (15), (16) для  $W_2$  вида (17) есть

$$\begin{aligned} W_0 &= \frac{\eta U e^{K\zeta}}{1 + \eta e^{K\zeta}}, \quad K = \frac{U}{1 + U^2}, \\ W_q &= \frac{U W_0 \Lambda}{U - 2W_0} \left( 1 - \frac{2W_0(U - W_0)}{1 + U^2} \right), \\ W_G &= \Lambda \sqrt{W_0(U - W_0)} \times \\ &\quad \times \left\{ \cos \Phi \left[ \frac{8W_0(U - W_0)}{1 + U^2} - 1 \right] - \sin \Phi \right\}, \\ \Lambda &= 1 - \exp \left( \frac{U - 2W_0}{1 + U^2} \zeta \right). \end{aligned} \quad (18)$$

Формула для  $W_0$  (18) с точностью до обозначений совпадает с приведенным в [6] выражением для стоксова излучения, которое учитывает истощение накачки в условиях ненасыщенного ВКР. Единственное различие заключается в выражении для коэффициента усиления  $K$ , который в [6] в наших обозначениях имеет вид  $K = U$ . Таким образом, как видно из (18), прямым следствием эффекта насыщения является то, что с ростом суммарной интенсивности излучения накачки и стоксовой волны  $U$  коэффициент усиления  $K$  достигает максимального значения  $K_{max} = 1/2$  при  $U_{max} = 1$  и далее убывает как  $1/U$ . На основании (7) можно показать, что уменьшение  $K$  с ростом  $U$  обусловлено сдвигом уровней комбинационного перехода вследствие динамического эффекта Штарка для оптических полей и, в результате, выходом ВКР из резонанса. Данный эффект необходимо учитывать при выборе оптимальной мощности лазерного излучения, при которой длина его максимального преобразования в первую стоксову гармонику наименьшая.

Из выражения (18) для  $W_0$  видно, что в отсутствие резонансного поля и при  $q = 1$  интенсивность стоксовой волны с возрастанием безразмерной координаты  $\zeta$  от нуля в положительную сторону монотонно увеличивается и достигает предельного значения  $U$ . В случае инверсной заселенности среды,  $Q < 0$ , с возрастанием  $z$  (изменением  $\zeta$  в область отрицательных значений)  $W_0$  монотонно убывает от начального значения при  $z = 0$  до нуля. Влияние на  $W_2$  (17) отличия  $q$  от 1 и поля  $G$  представлено на рис. 1. Роль добавки  $W_q$  сводится к уменьшению



**Рис. 1.** Зависимости интенсивности стоковой волны  $W_2$  (17) (кривые 5, 6) и ее составляющих  $W_0$  (1),  $W_q$  (2) и  $W_G$  (3, 4) от безразмерной длины  $\zeta$  для значений суммарной фазы  $\Phi = 0$  (3, 5),  $\pi/2$  (4, 6);  $U = 1$ ,  $q = 1.15$ ,  $G = 0.1$ ,  $\eta = 0.1$

пределной перекачки энергии от волны накачки к стоковой вплоть до величины  $U/q$  в области больших  $z$ , а добавка  $W_G$  знакопеременна и зависит от суммарной фазы волн  $\Phi$ . Влияние поправок максимально для сред без инверсии заселенностей.

Отметим, что представление интенсивности стоковой волны в виде (17), (18) уже достаточно для описания многих экспериментальных ситуаций, так как оно учитывает насыщение ВКР, а допустимые величины  $G < 0.1\text{--}0.2$  соответствуют достаточно большим интенсивностям резонансного поля  $\sim 5\text{--}10 \text{ МВт/см}^2$ .

Б)  $p = 0$ ,  $\cos \Phi = 0$ ,  $q = 1$ . Обозначим  $\sin \Phi \equiv \sigma = 1$  ( $\Phi = \pi/2$ ),  $-1$  ( $\Phi = -\pi/2, 3\pi/2, \dots$ ). Первое уравнение (16) при этом (и  $G = \text{const}$ ) имеет точное решение, которое с учетом (15) дает

$$W_2 = \frac{U [1 + X + s(X - 1)]^2}{2s [X^2 - 1 + s(X^2 + 1)]}, \quad (19)$$

$$X = \frac{s + 2\sigma G \sqrt{\eta} - 1}{s - 2\sigma G \sqrt{\eta} + 1} \exp \left[ \frac{s U \zeta}{2(s^2 + U^2)} \right],$$

$$s = \sqrt{1 + 4G^2}.$$

Стоксов сигнал  $W_2$  (19) есть монотонная функция координаты, в общих чертах схожая с зависимостью (17), но в отличие от последней справедливая для больших (в рамках принятого подхода) интенсивностей резонансного поля. Основные отличия от случая малых  $G$  (от функции  $W_0$  (18)) заключаются в предельных значениях интенсивности стоковой

волны на больших длинах и в эффективных коэффициентах усиления. А именно, пределы перекачки энергии в стоковую гармонику задаются соотношением

$$W_2(\zeta \rightarrow \pm\infty) = \frac{U}{2} \left( 1 \pm \frac{1}{\sqrt{1 + 4G^2}} \right). \quad (20)$$

В случае  $G \gg 1$  из (20) следует, что независимо от знака  $\zeta$  предел перекачки энергии уменьшается вдвое по сравнению со случаем, когда поле  $G$  отсутствует. Новым качественным моментом является то, что резонансное поле делает возможной перекачку энергии от лазерного излучения в рассеянное для инверсной среды. При малых  $G$  такая перекачка прямо пропорциональна интенсивности заданного поля:  $W_2 = UG^2$ .

Аналогичный (18) эффективный коэффициент усиления  $K_{eff}$  для (19) можно определить как

$$K_{eff} = \frac{U \sqrt{1 + 4G^2}}{1 + U^2 + 4G^2}. \quad (21)$$

Его максимальная величина равна  $1/2$ , как и в случае (18) малых полей  $G$ , но, в отличие от последнего, она достигается при больших значениях  $U_{max} = (1 + 4G^2)^{1/2}$ . Другими словами, резонансное поле препятствует насыщению ВКР.

Б)  $\sin \Phi = 0$ ,  $q = 1$ . Положим  $\cos \Phi \equiv \sigma = 1$  ( $\Phi = 0, \pm 2\pi, \dots$ ),  $-1$  ( $\Phi = \pm\pi, \pm 3\pi, \dots$ ). Первое уравнение (16) в случае  $p = 0$  (постоянное  $G$ ) принимает вид

$$\frac{d\Theta}{d\zeta} = \frac{\sigma}{8G} \frac{U \sin \Theta + 2\sigma G}{U \sin \Theta + (1 + U^2 + 4G^2)/4\sigma G}. \quad (22)$$

Уравнение (22) имеет аналитическое решение, но оно трансцендентно относительно искомой функции  $\Theta(\zeta)$ . Однако нетрудно заметить, что числитель и знаменатель (22) сокращаются в случае равенства

$$G = \frac{1}{2} \sqrt{1 + U^2}. \quad (23)$$

В результате решение (22) дает линейную зависимость фазы  $\Theta$  от координаты,

$$\Theta = \frac{\sigma \zeta}{4\sqrt{1 + U^2}} + \Theta_0, \quad (24)$$

и, следовательно, интенсивность стоковой волны является осциллирующей функцией координаты как для нормальной, так и для инверсной ( $\zeta < 0$ ) среды:

$$W_2 = \frac{U}{2} \left[ 1 - \cos \left( \frac{\sigma \zeta}{4\sqrt{1 + U^2}} + \Theta \right) \right]. \quad (25)$$

Данный нетривиальный эффект, заключающийся в периодическом перераспределении энергии между волнами накачки и рассеянного излучения в зависимости от длины, обусловлен нелинейной интерференцией поляризаций в атоме, проявляющейся в наибольшей степени при  $|\cos \Phi| = 1$ , и имеет место при произвольных, в том числе и малых, интенсивностях  $U$ . Соотношение (23) при этом задает границу величин напряженностей резонансного поля  $G$ , при превышении которой вступают в действие осцилляции. Таким образом, периодическая перекачка энергии между волнами накачки и Стокса является пороговым эффектом. Однако, как показывают численные расчеты, при уменьшении интенсивностей полей ВКР порог (23) плавно «размывается», так что при  $U < 0.05$  он практически отсутствует. Поведение порогового значения амплитуды резонансного поля  $G_{thr}$  в зависимости от  $U$  аппроксимируется выражением

$$G_{thr} = 10^{-1/(0.48+2.36U)}, \quad (26)$$

полученным с помощью числовых расчетов.

Из (25) следует, что наименьший период осцилляций реализуется при малых интенсивностях полей  $U \ll 1$  и равен  $8\pi$ . Для больших интенсивностей  $U \gg 1$  период осцилляций  $8\pi U$  линейно возрастает с ростом интенсивности.

В случае связанных полей,  $p \neq 0$ , в рассматриваемом приближении уравнения (16) имеют интеграл движения

$$\Theta + \frac{2\sigma G}{p} = \text{const} \equiv \Theta_1 = \Theta_0 + \frac{2\sigma G_0}{p}. \quad (27)$$

Угловая переменная  $\Theta$  в данном случае есть линейная функция амплитуды резонансного «управляющего» поля  $G$ . Подставляя следующую из (27) зависимость  $\Theta(G)$  во второе уравнение (16), для малых амплитуд  $G \ll 1$  можно получить его трансцендентное решение, из которого следует, что из-за интерференционного эффекта резонансное поле на больших расстояниях не затухает полностью, а определяется выражением

$$G(\zeta \rightarrow \infty) = -\frac{\sigma p U \sin \Theta_1}{2(p - U \cos \Theta_1)}, \quad |G| \ll 1. \quad (28)$$

Таким образом, влияние ВКР на поглощение резонансного поля в рассматриваемых условиях сводится к интерференциальному просветлению среды.

Г)  $U \ll 1, |G|$ . Для  $p = 0$  в рассматриваемом случае малых интенсивностей лазерного и рассеянного излучений (ненасыщенного ВКР) решение (16), аналогичное приведенному в предыдущем случае, также приводит к осцилляционной зависимости волн от

расстояния, поскольку порог по полю  $G$  (23), (26) здесь заведомо преодолен:

$$\Theta = \frac{G \cos \Phi}{\sqrt{q}(1+4G^2)} \zeta + \Theta_0, \quad (29)$$

$$W_2 = \frac{U}{2q} \left[ 1 - \cos \left( \frac{G \cos \Phi}{\sqrt{q}(1+4G^2)} \zeta + \Theta_0 \right) \right]. \quad (30)$$

Осцилляции существуют при  $\cos \Phi \neq 0$ , их частота линейна по амплитуде  $G$  при малых величинах последней и обратно пропорциональна амплитуде при  $G \gg 1$ .

Влияние на пространственные осцилляции волнового асинхронизма учтем с помощью (13). В рассматриваемом приближении при  $\delta k \neq 0$  и постоянном  $G$  уравнения (16) сводятся к

$$\frac{d\Theta}{d\zeta} = \frac{1}{\sqrt{q}} \frac{G}{1+4G^2} \cos(\kappa\zeta - \Phi), \quad \kappa \equiv \frac{\delta k}{Q}. \quad (31)$$

Решение (31) есть

$$\Theta = \Theta_0 + \frac{1}{\kappa\sqrt{q}} \frac{G}{1+4G^2} [\sin \Phi - \sin(\Phi - \kappa\zeta)], \quad (32)$$

и оно определяет осцилляционное пространственное поведение стоксовой волны, обусловленное совместным влиянием начальной разности фаз  $\Phi$  и волновой расстройки  $\delta k$ . При  $\delta k \rightarrow 0$  выражение (32) переходит в (29). Как следует из (32), отношение периодов осцилляций указанных двух типов,  $\zeta_\Phi$  и  $\zeta_\kappa$ , при  $\kappa\zeta \ll 1$  задается формулой

$$R \equiv \frac{\zeta_\Phi}{\zeta_\kappa} = \frac{\kappa(1+4G^2)}{\sqrt{q}G}. \quad (33)$$

Как видно из (33), величина  $R$  может меняться в широких пределах, от  $R \ll 1$  до  $R \gg 1$ , и соотношение периодов  $\zeta_\Phi$  и  $\zeta_\kappa$  определяется конкретными условиями экспериментов.

Отметим, что формулы (29), (30), (32), дающие весьма структурированную осцилляционную зависимость интенсивности стоксовой гармоники от координаты, могут использоваться в количественных исследованиях фазовых соотношений между подаваемыми в среду волнами. Иначе говоря, на их основе можно осуществить конкретный способ предложенный в [1] атомной интерферометрии.

Рассмотрим теперь усиление поля  $G$  в инверсной среде без потерь при  $p \neq 0$ . Из первого уравнения (16) для угловой переменной  $\Theta$  видно, что при увеличении поля  $G$ , когда оно достаточно возрастает ( $G \gg 1$ ), производная  $\Theta$  по координате стремится к нулю как  $1/G$ . Таким образом, фаза  $\Theta$  становится постоянной величиной, и усиление интенсивности

$G^2$  резонансного поля определяется только вторым уравнением (16), которое в данном случае совпадает с уравнением переноса в усиливающей среде с насыщением и без потерь [14]:

$$\frac{dG^2}{d|\zeta|} = \frac{pG^2}{1 + 4G^2}. \quad (34)$$

Из (34) при  $G \gg 1$  следует линейный по координате (лентаргический) режим усиления

$$G^2 = \frac{p|\zeta|}{4}, \quad (35)$$

обусловленный эффектом насыщения для резонансного поля на комбинационном переходе. Заметим, что нелинейные интерференционные эффекты в определенных ситуациях могут приводить к еще более медленной, корневой, зависимости интенсивности от длины [15].

## 5. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ

Уравнения (16) для связанных волн содержат шесть параметров:  $\zeta$ ,  $U$ ,  $G$  (или  $p$ ),  $\Phi$ ,  $q$  и  $\eta$ . Будем прослеживать пространственное развитие генерации, определяя  $W_2(\zeta)$  и  $G(\zeta)$  на основе численного решения (16) в зависимости от основных параметров  $U$ ,  $G$  и  $\Phi$ , параметры же  $q$  и  $\eta$  во всех расчетах фиксируем, положив  $q = 1.15$  и  $\eta = 0.1$ .

Вначале рассмотрим генерацию стоковой волны в присутствии неизменного по длине резонансного поля  $G$  (случай  $p = 0$ , рис. 2–4). Расчетные зависимости  $W_2(\zeta, G)$  для двух значений суммарных фаз  $\Phi$  представлены на рис. 2. В соответствии с проведенным в предыдущем разделе рассмотрением для нулевой фазы  $\Phi$  наблюдается колебательная зависимость интенсивности стоковой гармоники от расстояния (рис. 2a). Отчетливо видны пороговый характер эффекта и увеличение периода осцилляций с ростом  $G$ , которые согласуются с формулами (23), (25). Отметим симметрию осцилляционного поведения  $W_2(\zeta)$  для безынверсной ( $\zeta > 0$ ) и инверсной ( $\zeta < 0$ ) сред. Роль резонансного излучения в случае  $\Phi = \pi/2$  (рис. 2б) сводится главным образом к тому, что в инверсной среде становится возможной перекачка энергии от лазерного излучения к рассеянному, отсутствующая для безынверсной среды. С увеличением  $G$  данный процесс усиливается (см. (20)). Рисунок 2в иллюстрирует понижение и размытие порога осцилляций при уменьшении интенсивности волн ВКР.

Зависимости  $W_2(\zeta, U)$  при фиксированном  $G$  для двух значений фаз  $\Phi = 0$  и  $\Phi = \pi/2$  приведены на

рис. 3a, б. Рисунок 3a представляет рассмотренный выше аналитически случай В, а рис. 3б соответствует случаю Б. Период осцилляций на рис. 3a для малых значений  $U$  точно равен периоду, рассчитанному исходя из (30) и значений параметров  $G = 0.794$  и  $q = 1.15$ , взятых при построении этого рисунка. Хорошее соответствие имеет место и для рассчитанной по формуле (26) границы осцилляций с определяемым из рис. 3a значением  $U \approx 1$ . Наблюдаемая симметрия графиков на рис. 3б по координате  $U$  связана с характером зависимости эффективного коэффициента усиления  $K_{eff}$  (21) от суммарной интенсивности оптических полей и является одним из проявлений насыщения ВКР.

Зависимость интенсивности стоковой гармоники от суммарной фазы волн представлена на рис. 4. Из сравнения вида зависимостей при различных  $U$  видно, что осцилляционный режим генерации наиболее выражен при малых  $U = 0.1$  (рис. 4a) и отсутствует при больших  $U = 10$  (рис. 4б). Это связано с пороговым характером возникновения осцилляций и соответствует качественному обсуждению данного эффекта в разд. 4.

Рассмотрим теперь смешение трех волн при условии сильной связи оптических и резонансного полей, выбрав  $p = 1$ . Посредством решения двух связанных уравнений (16) будем прослеживать интенсивность стоковой волны  $W_2(\zeta)$  и затухание (либо усиление в случае инверсной среды) поля  $G(\zeta)$  в зависимости от суммарной интенсивности волн  $U$  и фазы  $\Phi$  при заданном начальном значении амплитуды  $G(0) \equiv G_0 = 10^{-0.1} = 0.794$ .

На рис. 5 приведены зависимости интенсивности стоковой волны и амплитуды резонансной волны от суммарной интенсивности  $U$  для двух значений фаз  $\Phi = 0$  и  $\pi/2$ . Из рис. 5a видно, что в сравнении со случаем постоянной амплитуды  $G$  (рис. 3a), поведение стокова сигнала в области малых  $U < 1$  резко меняется: осцилляции в области  $\zeta > 0$  полностью исчезают, а для инверсной среды ( $\zeta < 0$ ) их период возрастает и становится нерегулярным. Такое поведение объясняется тем, что, как видно из рис. 5б, амплитуда  $G$  в области положительных  $\zeta$  быстро затухает и становится ниже границы возникновения осцилляций. В области же отрицательных  $\zeta$  резонансное поле усиливается, и тем самым, в соответствии с (30), уменьшается частота осцилляций. Для фазы  $\Phi = \pi/2$  изменения вида зависимостей по сравнению со случаем постоянного поля  $G$  значительно меньше (ср. рис. 5в и 3б), поскольку при этом значении фазы, как следует из (9), интерференционные эффекты, ответственные за возникнове-

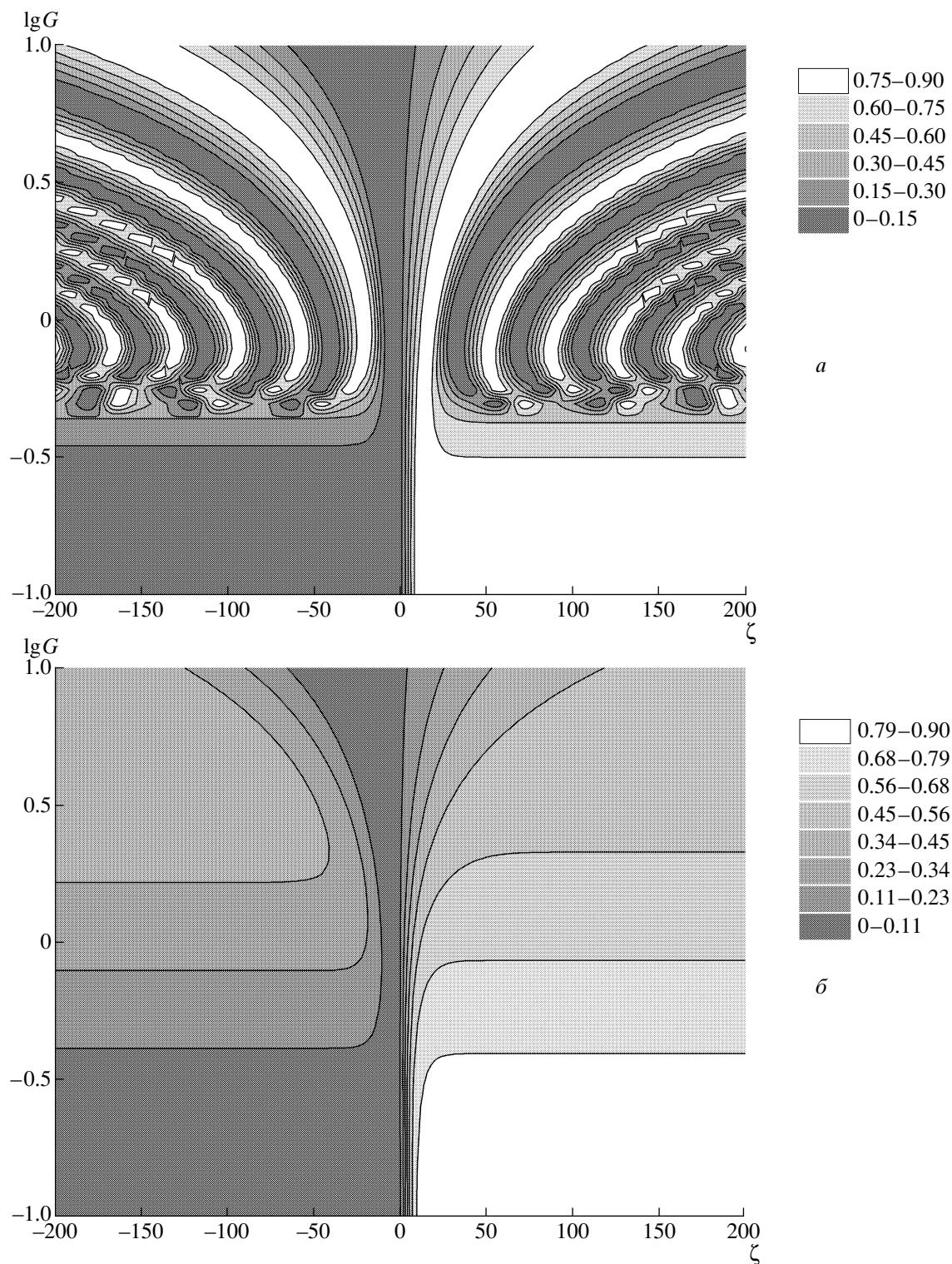


Рис. 2. Зависимость  $W_2(\zeta, G)$  в приближении заданного поля  $G$  ( $p = 0$ ) для  $\Phi = 0, U = 1$  (а);  $\Phi = \pi/2, U = 1$  (б);  $\Phi = 0, U = 0.1$  (в);  $q = 1.15, \eta = 0.1$

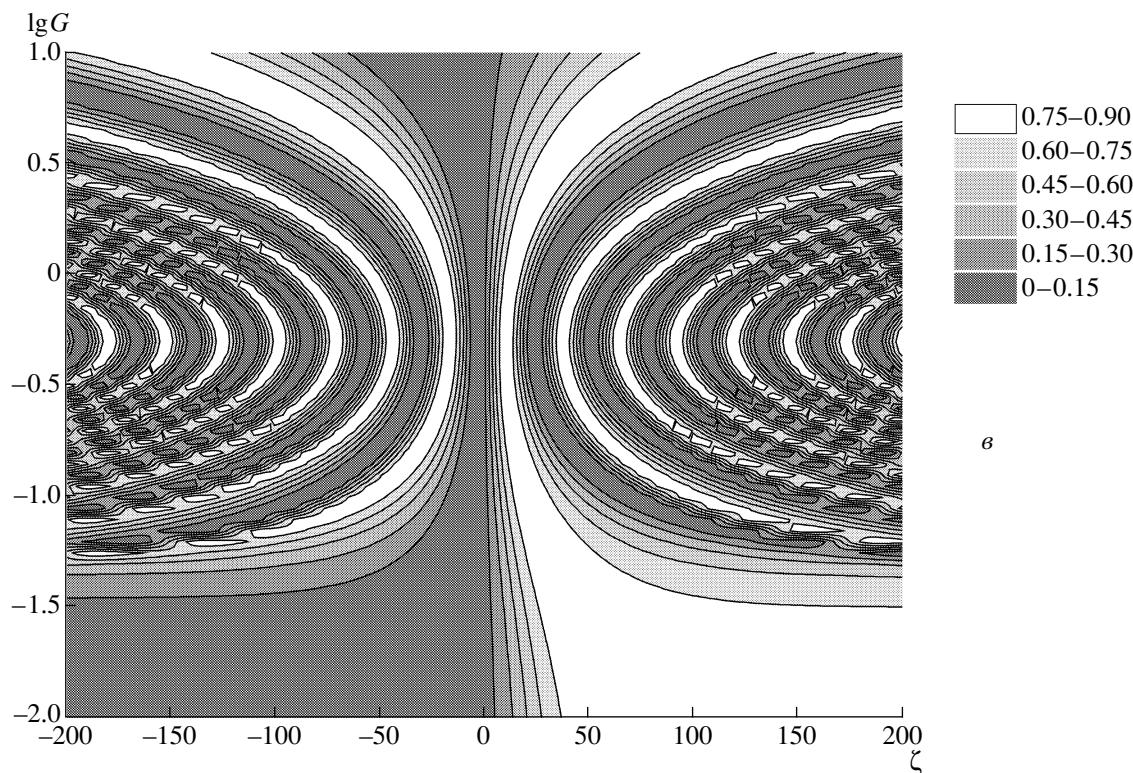


Рис. 2. Продолжение

ние осцилляций, подавлены. Определенное отличие в поведении  $W_2(\zeta)$  наблюдается для инверсной среды при  $U \approx 1$ , что связано с резким изменением поведения  $G(\zeta)$  (рис. 5 $\varepsilon$ ), которое является следствием эффекта насыщения.

Фазовая картина, одновременно характеризующая действие нелинейной интерференции поляризаций, представлена на рис. 6 для оптимальной величины  $U = 1$ . Как видно из рис. 6 $a$ , особенностью генерации стоксовой гармоники в области  $\zeta > 0$  является отсутствие полной перекачки энергии от лазерного излучения в рассеянное для фазы  $\Phi = \pi$ . Для инверсной среды при изменении фазы осцилляционный режим чередуется с режимом монотонного поведения интенсивности стоксова излучения. Весьма интересно поглощение поля  $G$  при  $\zeta > 0$  (рис. 6 $b$ ). А именно, как следует из расчетов, при значениях  $\Phi = 0, \pi, 2\pi$ , для которых нелинейные интерференционные эффекты наиболее выражены, амплитуда поля  $G$  на больших расстояниях  $\zeta > 0$  становится отрицательной и не затухает в пределе больших длин. Таким образом, в соответствии с (28) для данных фаз имеет место интерференционное просветление среды на частоте комбинационного перехода.

Числовые расчеты показывают, что усиление интенсивности  $G^2$  резонансного поля в инверсной среде слабо зависит от фазы и практически линейно по координате для небольших интенсивностей  $U < 1$ . Зависимость усредненной по фазе и значениям  $U < 1$  безразмерной интенсивности  $G^2$  от координаты аппроксимируется выражением  $G^2 = -(0.247 \pm 0.001)\zeta$ , что хорошо совпадает с (31) при выполнении равенства  $p = 1$ .

В заключение проанализируем экспериментальную ситуацию, когда фазы связанных волн подвержены сильным флуктуациям. Будем считать, что случайная фаза  $\Phi$  равномерно распределена на интервале  $[0, 2\pi]$ . Расчеты усредненных по фазе зависимостей интенсивностей стоксовой и резонансной волн от суммарной интенсивности оптических волн и координаты показывают, что для безынверсной среды рассматриваемый случай с флуктуациями фаз близок к случаю  $\Phi = \pi/2$  (рис. 5 $\varepsilon$ ), т. е. нелинейные интерференционные эффекты в результате усреднения по фазе подавляются. Однако для среды, обладающей инверсией заселенности, полного подавления интерференции не происходит: поведение усредненной по фазам стоксовой волны ближе

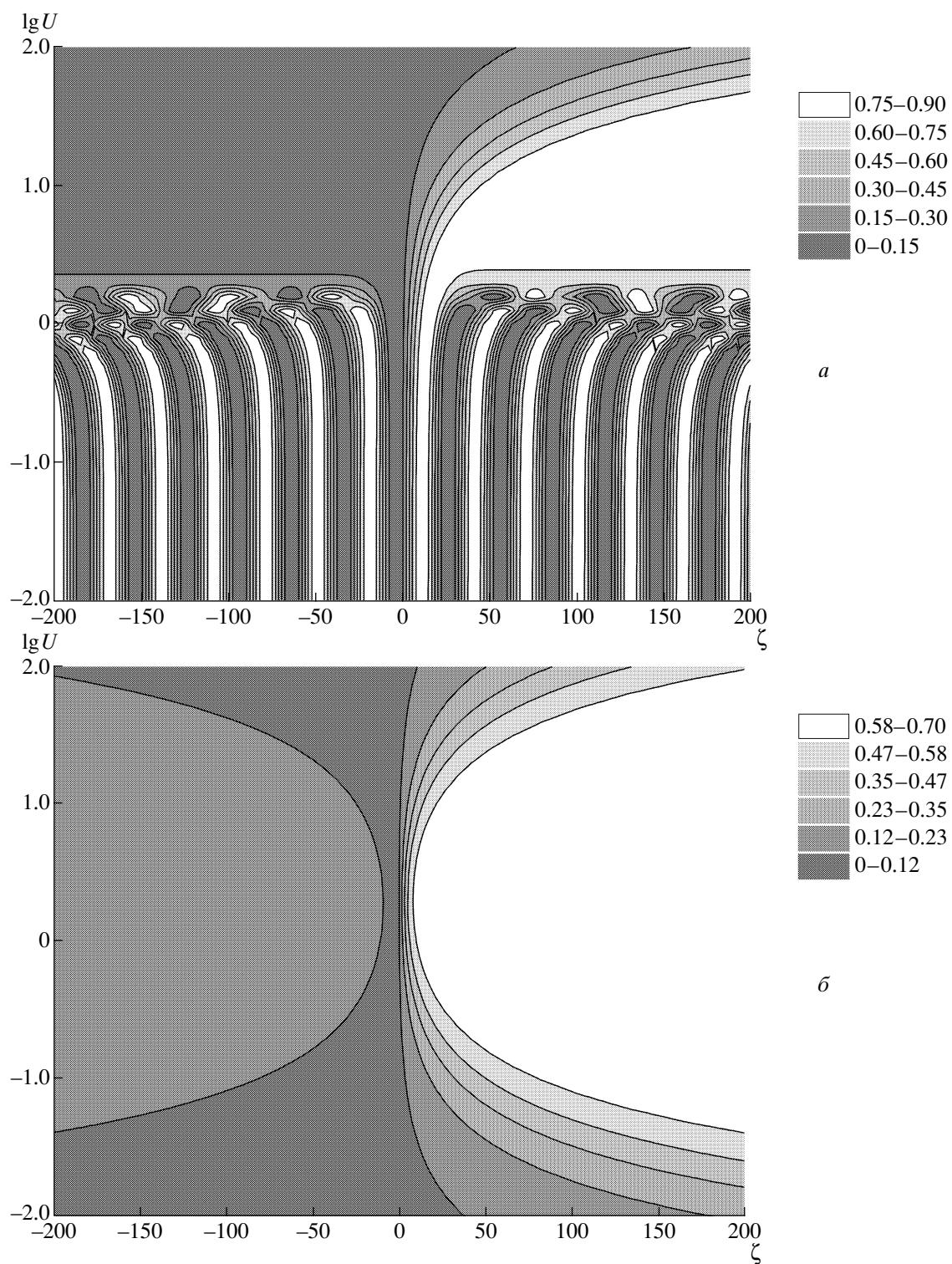


Рис. 3. Функция  $W_2(\zeta, U)/U$  для  $\Phi = 0$  (*a*),  $\pi/2$  (*b*) и  $p = 0$ ,  $G = 10^{-0.1}$ ,  $q = 1.15$ ,  $\eta = 0.1$

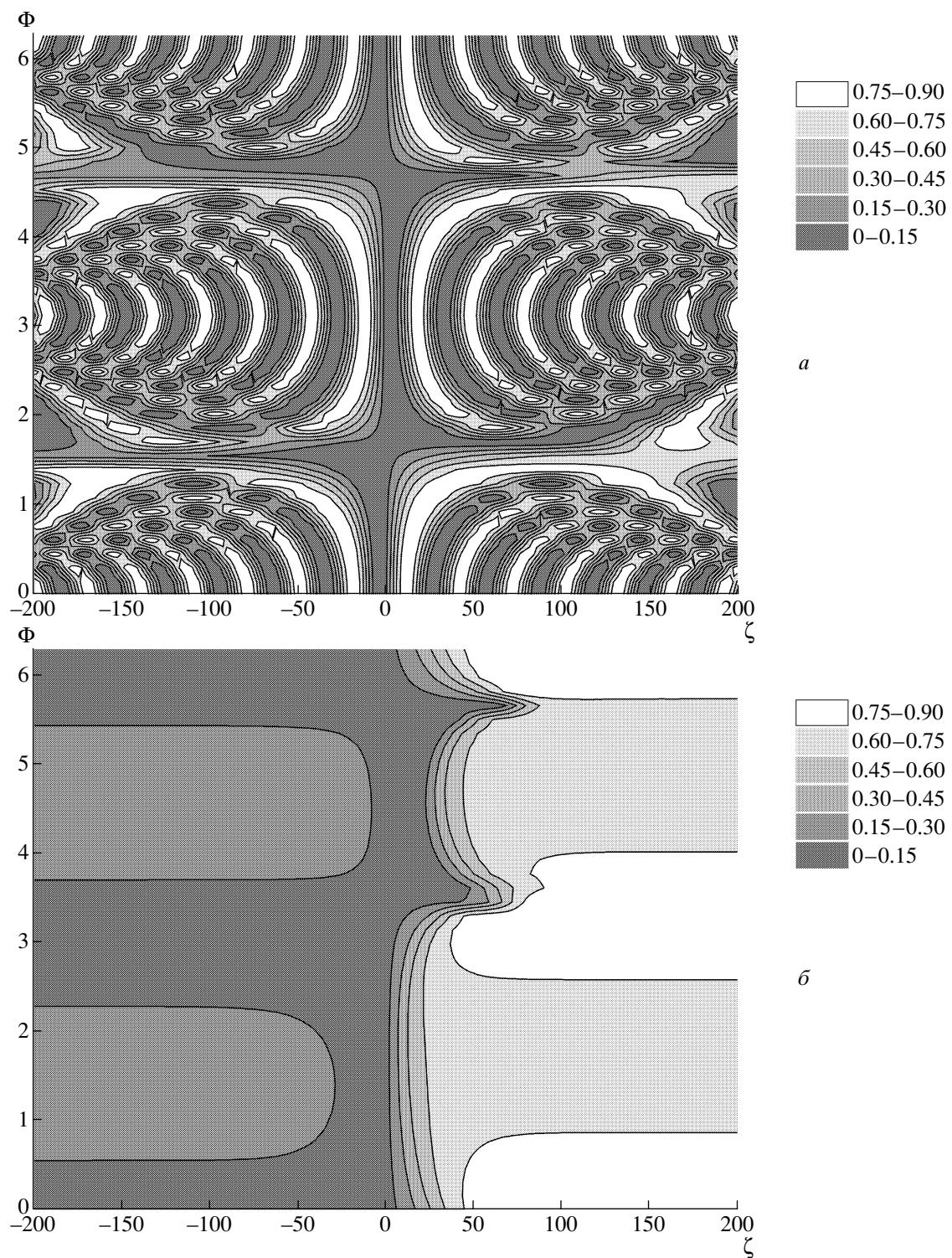
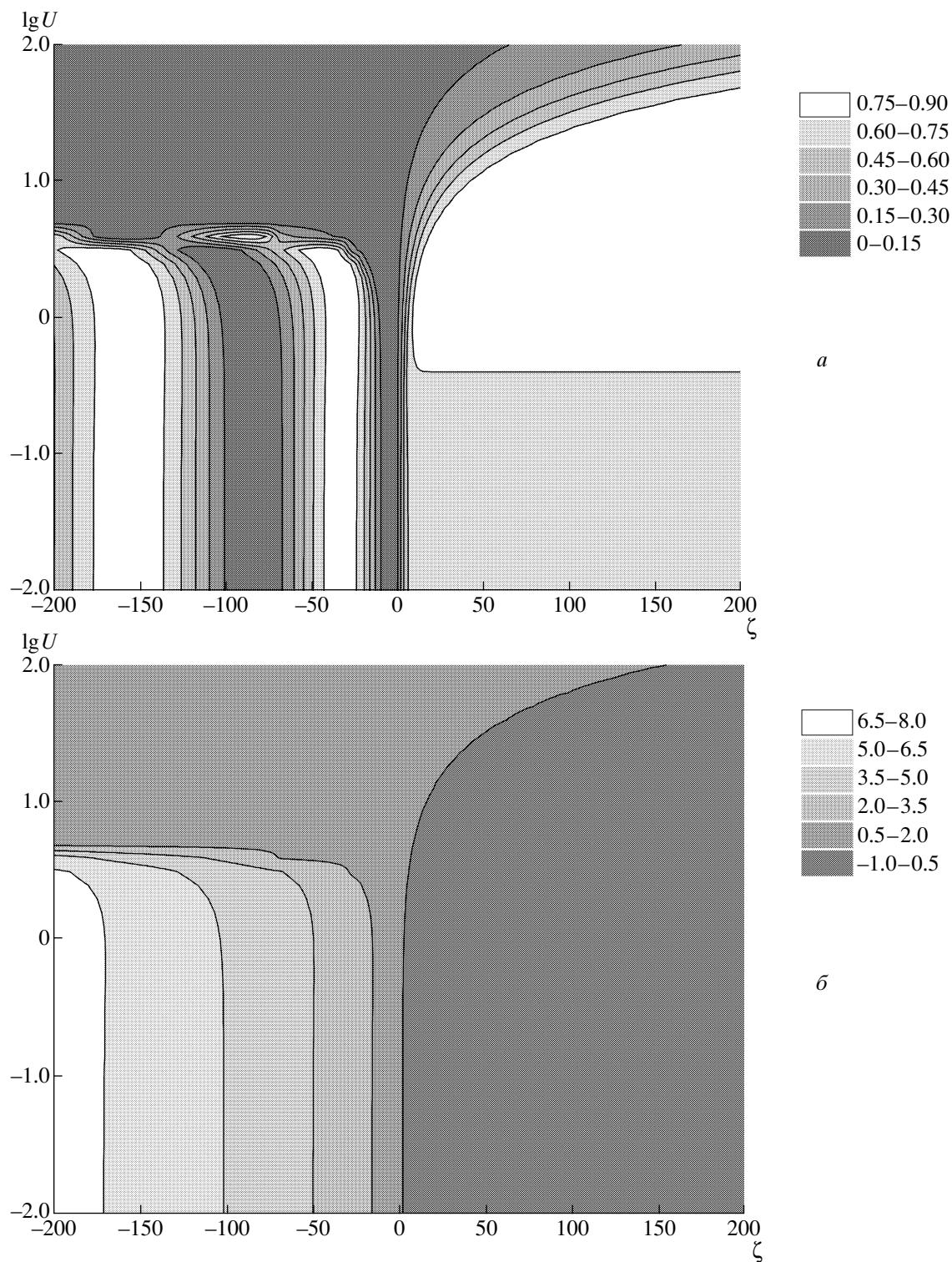


Рис. 4. Зависимость  $W_2(\zeta, \Phi)/U$  для  $U = 0.1$  (*a*),  $10$  (*б*) и  $p = 0$ ,  $G = 10^{-0.1}$ ,  $q = 1.15$ ,  $\eta = 0.1$



**Рис. 5.** Относительная интенсивность стоковой волны  $W_2(\zeta, U)/U$  (*a*, *δ*) и согласованное поглощение (усиление) поля  $G(\zeta, U)$  (*β*, *ε*) в зависимости от суммарной интенсивности  $U$  для фаз  $\Phi = 0$  (*a*, *δ*),  $\pi/2$  (*β*, *ε*) и  $p = 1$ ,  $G_0 = 10^{-0.1}$ ,  $q = 1.15$ ,  $\eta = 0.1$

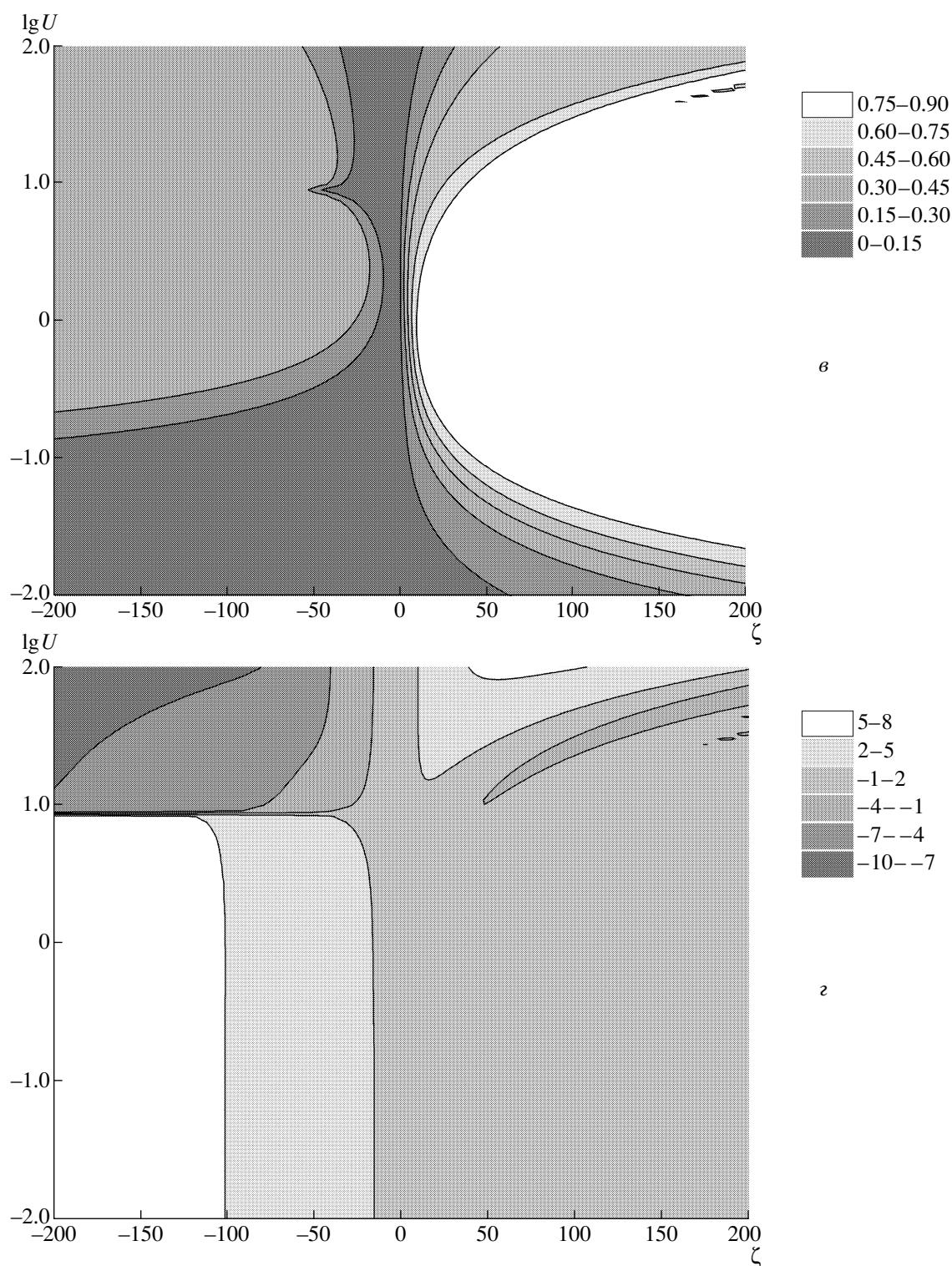
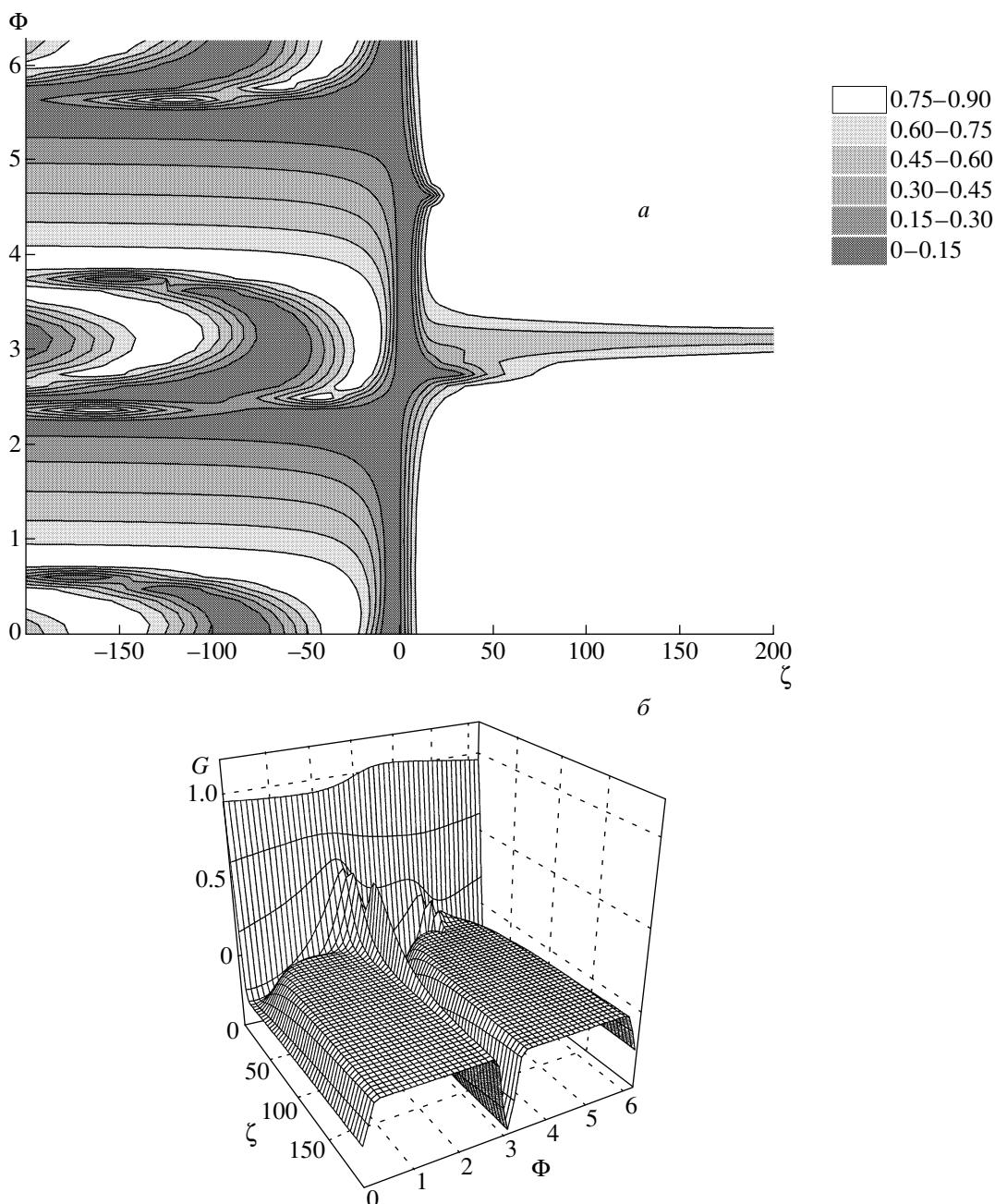


Рис. 5. Продолжение



**Рис. 6.** Влияние суммарной фазы волн и связанных с ней нелинейных интерференционных эффектов на интенсивность стоксова сигнала  $W_2(\zeta, \Phi)$  (а) и амплитуду резонансного поля  $G(\zeta, \Phi)$  в среде без инверсии заселеностей (б) при  $p = 1$ ,  $G_0 = 10^{-0.1}$ ,  $U = 1$ ,  $q = 1.15$ ,  $\eta = 0.1$

к случаю  $\Phi = 0$  (рис. 5а). Как уже было отмечено выше, зависимость усредненной интенсивности резонансного поля от координаты линейна для инверсной среды при  $U < 1$ , а нелинейность вступает в действие лишь при больших интенсивностях оптических полей. При этом эффект интерференционного просветления безынверсной среды в результате силь-

ных флуктуаций фаз исчезает. Средние квадратичные отклонения, характеризующие зашумленность стоксовой и резонансной волн, минимальны в узкой области  $\zeta$  вблизи нуля, где перекачка энергии наиболее интенсивна, и достигают величин порядка 30 % в области малых  $U < 1$  для стоксовой волны и больших  $U > 1$  для резонансного поля.

## 6. ДВУХФОТОННОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ

Рассмотренное в разд. 2–5 кольцевое взаимодействие полей может быть реализовано в схеме ВКР на колебательно-вращательных переходах молекул или на возбужденных запрещенных переходах атомов в видимой и инфракрасной областях спектра. В ряде случаев, в частности, для паров щелочных металлов, более удобна постановка экспериментов с организацией кольцевого сложения полей посредством двухфотонного поглощения на переходе из основного в первое возбужденное  $S$ -состояние. Проведем соответствующее обобщение результатов, исходя из (2) и представления поля в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(t, z) &= \sum_{j=1}^3 E_j(z) \cos \Psi_j, \\ \Psi_j &= \omega_j t - k_j z + \varphi_j, \quad j = 1, 2, 3, \\ 2\omega_3 &= \omega_1 - \omega_2, \quad 2k_3 = k_1 - k_2. \end{aligned} \quad (36)$$

Индекс  $j = 3$  здесь относится к полю, действующему на комбинационном переходе, а прочие обозначения сохранены.

При переходе от (2) к стационарным уравнениям вместо (4) полагаем

$$\begin{aligned} \rho_{31} &= R_1 e^{-i\Psi_1} + R_{13} e^{-i\Psi_3}, \\ \rho_{32} &= R_2 e^{-i\Psi_2} + R_{23} e^{i\Psi_3}, \\ \rho_{21} &= r e^{-2i\Psi_3}. \end{aligned} \quad (37)$$

В результате подстановки (37) в (2) и исключения из системы уравнений  $R_{13}$  и  $R_{23}$  получим аналогичные (7) стационарные уравнения для матрицы плотности:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \rho_1^0 - \frac{2V_1 R_1''}{\varepsilon} - 2G r'', \\ \rho_2 &= \rho_2^0 - \frac{2V_2 R_2''}{r''} + 2G r'', \\ R_1 &= \sigma \varepsilon [V_1(2\rho_1 + \rho_2 - 1) + V_2 e^{i\Phi} r], \\ R_2 &= \sigma \varepsilon [V_2(\rho_1 + 2\rho_2 - 1) + V_1 e^{-i\Phi} r^*], \\ (1 + i\beta G)r &= ie^{-i\Phi} \frac{V_2 R_1 - V_1 R_2^*}{\varepsilon} + iG(\rho_1 - \rho_2), \end{aligned} \quad (38)$$

где все обозначения прежние, за исключением

$$\begin{aligned} G &= \frac{d_1 d_2 E_3^2}{4\hbar^2 \Gamma \Delta}, \quad V_{1,2} = \frac{d_{1,2} E_{1,2}}{2\hbar \sqrt{\Gamma |\Delta|}}, \\ \beta &= \frac{d_1^2 - d_2^2}{d_1 d_2}, \\ \Delta_1 &= \omega_{31} - \omega_3, \quad \Phi = \varphi_1 - \varphi_2 - 2\varphi_3. \end{aligned} \quad (39)$$

Кроме того, в (38) явно введен знак  $\sigma = \text{sign } \Delta$  эффективной отстройки  $\Delta = \omega_{31} - \omega_1$ , поскольку основным возмущающим состоянием 3 у щелочных элементов является нижний  $p$ -уровень, расположенный ниже первого возбужденного  $s$ -уровня. Как и прежде, учет волновой расстройки в (38) и в волновых уравнениях осуществляется с помощью переопределения фазы  $\Phi$  (13), где  $\delta k = k_1 - k_2 - 2k_3$ .

Отличия (38) от (7) заключаются в следующем. Изменен смысл параметра  $G$ , который для двухфотонного поглощения пропорционален не амплитуде, а интенсивности поля  $E_3$ . Отсутствует вызванная непосредственно резонансным полем интерференция поляризаций  $R_1$  и  $R_2$  (в (38) соответствующие уравнения связаны только через  $r$ ). Появилось фазовое слагаемое  $i\beta G$  у множителя в левой части уравнения для поляризации  $r$  на запрещенном переходе, которое описывает полевой сдвиг линии, обусловленный различием дипольных моментов  $d_1$  и  $d_2$ .

Нелинейные части поляризации  $P$  (3) для полей 1–3, выраженные через поляризацию запрещенного перехода, есть

$$\begin{aligned} P_{1,2}^{NL} &= \\ &= \pm 2\sigma \varepsilon N d_{1,2} V_{1,2} (r' \sin \Phi + r'' \cos \Phi) \sin \Psi_{1,2}, \\ P_3^{NL} &= \frac{2N d_1 d_2 E_3}{\hbar \Delta_1} r'' \sin \Psi_3. \end{aligned} \quad (40)$$

Точное решение (38) относительно  $r$  имеет вид

$$\begin{aligned} r' &= \frac{n_0}{D} \{ \beta G^2 + \sigma G (V_1^2 - V_2^2) + \\ &+ V_1 V_2 [(\sigma \beta G + V_1^2 - V_2^2) \cos \Phi - \sigma \sin \Phi] \}, \\ r'' &= \frac{n_0}{D} \{ G + V_1 V_2 \times \\ &\times [\sigma \cos \Phi - (\sigma \beta G + V_1^2 - V_2^2) \sin \Phi] \}, \\ D &= 1 + (V_1^2 + V_2^2)^2 + (4 + \beta^2) G^2 + \\ &+ 2\sigma G [\beta (V_1^2 - V_2^2) + 4V_1 V_2 \cos \Phi], \\ n_0 &= \rho_1^0 - \rho_2^0. \end{aligned} \quad (41)$$

Используя (40), (41) и введенные в разд. 3 обозначения (12), (13), (15), получим аналогичные (16) уравнения, определяющие интенсивности трех связанных волн:

$$\begin{aligned} \frac{d\Theta}{d\zeta} &= \frac{1}{2qD} \{ \sigma U \sin \Theta + 2\sqrt{q} G \times \\ &\times [\cos \Phi + (\beta G + \sigma q_1 U (q_2 + \cos \Theta)) \sin \Phi] \}, \\ \frac{dG}{d\zeta} &= -\frac{pG}{2\sqrt{q} D} \times \\ &\times \{ 2\sqrt{q} G + \sigma U \sin \Theta \times \\ &\times [\cos \Phi - (\beta G + \sigma q_1 U (q_2 + \cos \Theta)) \sin \Phi] \}, \end{aligned} \quad (42)$$

$$D = 1 + q_1^2 U^2 (1 + q_2 \cos \Theta)^2 + (4 + \beta^2) G^2 + \\ + 2\sigma GU \left[ \frac{2 \sin \Theta \cos \Phi}{\sqrt{q}} + \beta q_1 (q_2 + \cos \Theta) \right],$$

$$p = \frac{2d_2\omega_3|\Delta|n_1}{d_1\omega_1\Delta_1n_3}, \quad Q = \frac{4\pi n_0 d_1^2 \omega_1}{\hbar c |\Delta| n_1}, \\ G(0) \equiv G_0, \quad \Theta(0) \equiv \Theta_0.$$

Поскольку для атомов  $\omega_3 \sim \omega_1$ ,  $|\Delta| \geq |\Delta_1|$  и  $d_1 \sim d_2$ , параметр  $p \geq 1$ , и вследствие этого осуществляется сильная связь волн.

Рассмотрим аналитически случай малых интенсивностей полей комбинационного рассеяния:  $U \ll 1$ ,  $G$ , с учетом  $p \geq 1$ . Уравнения (42) в этом приближении сводятся к следующим:

$$\frac{dG}{d\zeta} = \frac{pG^2}{1 + (4 + \beta^2)G^2}, \quad (43)$$

$$\frac{d\Theta}{d\zeta} = \frac{G}{\sqrt{q}} \frac{\cos \Phi + \beta G \sin \Phi}{1 + (4 + \beta^2)G^2}. \quad (44)$$

Уравнение (43) не зависит от полей, участвующих в ВКР, и является законом Бугера–Ламберта для двухфотонного поглощения с учетом его насыщения (проводимым, по-видимому, впервые). В отличие от однофотонного поглощения, когда интенсивность излучения в режиме насыщения выражается через трансцендентное уравнение, для двухфотонного поглощения решение (43) является простой алгебраической функцией координат:

$$G = \frac{2(\sqrt{x^2 + B^2} - x)}{B^2} = \frac{2}{\sqrt{x^2 + B^2} + x}, \\ x \equiv p\zeta + c_1, \quad c_1 = \frac{1}{G_0} - (4 + \beta^2)G_0, \quad (45) \\ B^2 = 4(4 + \beta^2).$$

Для среды без инверсии заселенностей ( $\zeta > 0$ ) при  $x^2 \gg B^2$  из (45) следует гиперболическое ослабление интенсивности при возрастании длины:

$$G = \frac{1}{p\zeta + c_1}, \quad (46)$$

что совпадает с формулой (12.8) из [6], полученной для ненасыщенного поглощения. При сильном насыщении двухфотонного поглощения, когда  $G^2 \gg 1/(4 + \beta^2)$ , интенсивность  $G$  уменьшается с увеличением расстояния линейно:

$$G = G_0 - \frac{p\zeta}{4 + \beta^2}. \quad (47)$$

Интересно отметить, что насыщение двухфотонного поглощения дает тот же закон ослабления

(47), который определяет ненасыщенное поглощение (или поглощение на малых длинах) (ср. с формулой (12.9) [6]). Формально данное обстоятельство объясняется тем, что величина  $c_1$  в (45) становится большой как при  $G_0 \gg 1$ , так и при  $G_0 \ll 1$ . При этом переход от одного из этих предельных случаев к другому сопровождается изменением знака  $c_1$ , что определяет преобразование (45) от (46) к (47). Физический механизм отмеченной особенности насыщения двухфотонного поглощения, так же как и для ВКР, связан с выходом излучения из резонанса с переходом вследствие динамического штарковского сдвига уровней.

В случае среды с усилением ( $\zeta < 0$ ) аналогично (35) интенсивность  $G$  растет линейно с ростом длины:

$$G = \frac{p|\zeta|}{4 + \beta^2}. \quad (48)$$

Решение (44) с использованием (45) есть

$$\Theta(x) = \Theta_0 + f(x) - f(c_1), \\ p\sqrt{q}f(x) = \frac{2}{B^2} \left( x + B - \sqrt{x^2 + B^2} \right) \sin \Phi + \\ + \ln \left( \frac{x + \sqrt{x^2 + B^2}}{B} \right) \cos \Phi. \quad (49)$$

Подстановка  $\Theta$ , определяемой (49), в (15) для волновой расстройки  $\delta k = 0$  дает функцию  $W_2(\zeta, G_0, \Phi, p, q, \beta, \eta)$ , особенностями которой, как следует из (48), (49) и числовых расчетов, являются пространственные осцилляции для инверсной среды, подобные приведенным на рис. 5a, но, в отличие от них, регулярные, и структурированное немонотонное поведение в зависимости от  $\zeta$ ,  $\Phi$  и  $G_0$  при  $\zeta > 0$ . В частности, в точке экстремума  $\zeta = \zeta_{ext}$ , где

$$p\zeta_{ext} = \frac{4 + \beta^2}{\beta} \operatorname{ctg} \Phi - \beta \operatorname{tg} \Phi - \frac{1}{G_0} + (4 + \beta^2)G_0, \quad (50)$$

в зависимости от величин  $\Phi$ ,  $\beta$  и  $G_0$  может быть пик, провал или место наибольшего изменения  $W_2(\zeta)$ . Подобная трансформация создает возможности решения обратной задачи по количественному определению входящих в  $W_2$  параметров. Например, зная величины  $\beta$  и  $G_0$ , по экспериментальным зависимостям  $W_2(\zeta)$  можно измерять разность фаз волн  $\Phi$  и тем самым осуществлять атомную интерферометрию [1]. Определяемыми величинами могут быть также относительная разность дипольных моментов  $\beta$  (39) и безразмерная интенсивность  $G_0$  на входе в среду, зависящая от эффективных внутриатомных параметров  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $\Delta_1$ .

## 7. ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Описание ВКР, замкнутого резонансным излучением, посредством простой трехуровневой модели атома и полной системы кинетических уравнений для матрицы плотности позволило проследить действие насыщения и нелинейной интерференции поляризаций, индуцированных тремя взаимодействующими полями. Отличительной особенностью интерференции в схеме кольцевого сложения полей является то, что она регулируется соотношением фаз волн на входе в среду.

Рассмотренные эффекты можно наблюдать, регистрируя интенсивность стоксовой волны или волны накачки в зависимости от длины комбинационного взаимодействия (или от давления газа в поглощающей ячейке) либо измеряя пропускание излучения, резонансного комбинационному переходу. Первый вариант соответствует постановке экспериментов по ВКР (стоксова волна при этом может генерироваться в процессе рассеяния) и в активной спектроскопии комбинационного рассеяния, когда на входе присутствуют три коллинеарных волны, а интенсивность накачки может быть небольшой.

Наиболее значимыми проявлениями интерференции являются периодическое по длине перераспределение энергии между волнами накачки и стоксова излучения, т. е. пространственные осцилляции, регулируемые разностью фаз волн, и просветление среды на частоте комбинационного перехода. В силу того что ВКР изначально является нелинейным по полю процессом, осцилляции оптических волн возникают при их малых интенсивностях. Соответственно, оптимальными условиями для реализации пространственных осцилляций являются слабые поля комбинационного рассеяния ( $U \ll 1, G$ ) и сравнимая с насыщающей интенсивность резонансного поля,  $G \sim 1$ . Это отвечает обычной постановке экспериментов по активной спектроскопии комбинационного рассеяния. Отметим, что осцилляции могут наблюдаться и при слабых полях  $G \ll 1$  при условии  $G \gg U$ . Ограничение на величину  $G$  со стороны малых значений, как следует из (30), задается периодом осцилляций пропорциональным  $1/G$ , который не должен превышать доступных для наблюдений величин равных приблизительно 30 см. Как будет показано далее в конкретных численных оценках, именно такой случай реализуется в молекулярных газах.

Увеличение интенсивности поля накачки подавляет осцилляции и качественно меняет ситуацию вследствие последовательной генерации высших

стоксовых и антистоксовых гармоник, эффективно происходящей при  $U \geq 1$ . Уравнения (7), (16), (38), (42) при этом требуют модификации, заключающейся в учете высших гармоник рассеяния в представлении полей (1), (36). В частности, подключение второй стоксовой и первой антистоксовой гармоник приводит к усложнению фазовых зависимостей. А именно, кроме фазы  $\Phi$  (5), в стационарных уравнениях (7) появляются несколько других комбинаций фаз исходных полей. Таким образом, при насыщении ВКР ( $U \geq 1$ ) развитая теория применима только для небольших длин комбинационного взаимодействия:  $\zeta < U + 1/U$ , когда еще не появились высшие гармоники рассеяния. В то же время при  $U \ll 1$  ограничений на величину поля  $G$  нет, поскольку оно не приводит к генерации высших гармоник, и его роль заключается в инициировании интерференционных явлений, зависящих от суммарной фазы волн  $\Phi$ .

Обсуждение возможной постановки экспериментов по наблюдению пространственных осцилляций и просветления среды проведем, ориентируясь на условия имеющегося эксперимента по генерации инфракрасного излучения на дипольно-запрещенном колебательном переходе  $\nu = 0 \rightarrow \nu = 1$  молекулы водорода при бигармонической накачке в постоянном электрическом поле [16]. Далее сделаем оценки применительно к указанным в [17] экспериментальным условиям для схемы двухфотонного поглощения в парах калия.

В работе [16] использовался КАРС-спектрометр, в котором накачкой с частотой  $\omega_1$  ( $\lambda_1 = 532$  нм) служила вторая гармоника неодимового лазера с энергией в импульсе 12 мДж и длительностью импульса 10 нс. Лазер на красителе генерировал излучение  $\omega_2$  ( $\lambda_2 = 683$  нм) с энергией в импульсе 1 мДж, которое обеспечивало комбинационный резонанс  $\omega_1 - \omega_2 = \omega_{21}$ . На выходе из кюветы, в которую подавались сфокусированные коллинеарные пучки  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , регистрировалось когерентное излучение с частотой  $\omega_3$  ( $\lambda_3 = 2.4$  мкм). На обкладки конденсатора в кювете с давлением водорода до 10 атм подавалось напряжение, создававшее напряженность постоянного электрического поля  $E_c$  от 0 до 45 кВ/см.

Возьмем для определенности давление  $H_2 = 8$  атм,  $E_c = 40$  кВ/см и диаметр сфокусированных пучков 2 мм. Величина индуцированного постоянным полем дипольного момента  $d_3$  на переходе  $\omega_{21}$  может быть оценена на основании результатов работы [18] и составляет  $d_3 \equiv \mu \approx 10^{-22}$  СГС. Столкновительная ширина в этих условиях  $\Gamma = 0.014$  см<sup>-1</sup> [18]. Так как мощ-

нность инфракрасного излучения в [16] не указана, то будем считать, что на вход в кювету подается излучение мощностью 25 кВт, получаемое в результате ВКР в парах цезия [19]. Положим также в соответствии с проделанными выше оценками  $\Delta = 3 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$  и  $d_{1,2} = 1 \text{ Д}$ .

Из принятых значений параметров и формул (5), (12) следуют оценки:  $p = 0.5 \cdot 10^{-3}$ ,  $q = 1.3$ ,  $Q = 240 \text{ см}^{-1}$ ,  $W_1 = 0.05$ ,  $W_2 = 0.004$ ,  $G = 1.5 \cdot 10^{-3}$ . Поскольку  $p \ll 1$ , поле  $G$  можно считать неизменным по длине ( $G = G_0$ ). Уменьшив  $W_1$ ,  $W_2$  так, чтобы выполнялось условие  $U \ll G$ , имеем случай Г разд. 4. Из (28) получаем оценку периода пространственных осцилляций  $z_0 \approx 2\pi q^{1/2}/GQ = 20 \text{ см}$ , т. е. величину, удобную для наблюдений.

Оценим теперь период осцилляций, связанных с волновой расстройкой  $\delta k$  (13). Величина  $\delta k$  при давлении водорода 8 атм составляет  $0.6 \text{ см}^{-1}$  [13] и период  $z_1 = 2\pi/\delta k = 10 \text{ см}$ . Таким образом, оценки показывают, что в приведенных условиях можно одновременно наблюдать пространственные осцилляции, обусловленные как интерференцией волн, задаваемой их начальными фазами, так и волновым асинхронизмом. Отметим, что немонотонное поведение интенсивности стоксовой гармоники в зависимости от длины комбинационного взаимодействия и осцилляции, связанные с волновой расстройкой, предсказаны ранее на основании теории [17], развитой для ненасыщающих полей.

Из формулы (28) и принятых выше значений  $W_1$ ,  $p$ ,  $G_0$  следует, что относительная величина просветления  $G(z \rightarrow \infty)/G_0$  составляет 10 %, что является вполне измеримым значением. При этом длина установления эффекта  $z_\infty$  может быть оценена как  $z_\infty \sim (20-50)/Q \sim 0.1-0.2 \text{ см}$ , т. е. режим просветления устанавливается практически сразу при входе волн в среду.

Как отмечено авторами [16], исследуемыми молекулами в данной схеме экспериментов могут быть также  $\text{N}_2$ ,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{CO}$  и др.

Рассмотренная в [17] экспериментальная ситуация в парах калия предполагает двухфотонное поглощение излучения с длиной волны  $\lambda_3 = 951 \text{ нм}$  на переходе  $4s-5s$  и ВКР с  $\lambda_1 = 455 \text{ нм}$ ,  $\lambda_2 = 10.6 \text{ мкм}$  и частотой  $\omega_1$ , близкой к резонансу с переходом  $4s-5p$ . В качестве источников излучения можно использовать лазеры на красителях,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{Ti}^{3+}: \text{Al}_2\text{O}_3$ , ПГС на  $\text{LiNbO}_3$  [20]. Приводимые в [17] значения параметров равны:  $I_1 = 2.5 \cdot 10^7 \text{ Вт/см}^2$ ,  $I_3 = 2.5 \cdot 10^8 \text{ Вт/см}^2$ ,  $I_2 = 10^{-6} I_1$ , где  $I_j$ ,  $j = 1, 2, 3$ , — интенсивности излучения на переходах 1–3,  $\delta k = 1.25 \text{ см}^{-1}$  при дав-

лении паров калия 15 Торр, достигаемом при температуре 772 К [21].

Расчет эффективных дипольных моментов  $d_1$ ,  $d_2$  и отстроек частот  $\Delta$ ,  $\Delta_1$  проведем, считая, что возмущающими являются *pr*-уровни калия с  $n = 2-8$ . Обобщение (2) на случай многих возмущающих состояний дает

$$\begin{aligned} d_1 &= \sum_j d_{1j}, \quad d_2 = \sum_j d_{2j}, \\ \Delta &= \frac{d_1 d_2}{\sum_j d_{1j} d_{2j} / \Delta_j}, \\ \Delta_1 &= \frac{d_1 d_2}{\sum_j d_{1j} d_{2j} / (\Delta_j + \omega_1 - \omega_3)}, \\ \Delta_j &= \omega_{j1} - \omega_1, \end{aligned} \quad (51)$$

где индекс  $j$  обозначает *pr*-уровни, а индексы 1 и 2 относятся соответственно к состояниям  $4s$  и  $5s$ .

Величины  $d_{1j}$ ,  $d_{2j}$  в (51) вычислялись, исходя из известных сил осцилляторов [22, 23] и формул, определяющих их связь с дипольными моментами с учетом вырождения уровней [24]. Положения уровней находились из диаграмм Гротриана [25]. Рассчитанные значения составляют  $d_1 = 13 \text{ Д}$ ,  $d_2 = 23 \text{ Д}$ ,  $\Delta = -35510 \text{ см}^{-1}$ ,  $\Delta_1 = 7102 \text{ см}^{-1}$ .

Отсюда, принимая значение  $\Gamma = 2.8 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ , отвечающее давлению 15 Торр и коэффициенту уширения 30 МГц/Торр, имеем оценки для всех существенных параметров модели:  $\beta = -1.3$ ,  $p = 8.8$ ,  $q = 6.8$ ,  $Q = 7.4 \text{ см}^{-1}$ ,  $W_1 = 0.4$ ,  $G = 36$ . Таким образом, в парах калия может быть реализован рассмотренный в разд. 6 случай сильной связи волн ( $p > 1$ ) и сильного насыщения двухфотонного поглощения. Координата экстремума (50) при этом существенно зависит от фазы  $\Phi$  и меняется от долей до десятков сантиметров.

Проделанные оценки показывают возможность экспериментальных исследований предсказанных в данной статье эффектов в молекулярных газах и парах металлов. Такие исследования, как вариант активной спектроскопии комбинационного рассеяния на основе кольцевого сложения полей и их фаз, представляются перспективными для количественного определения величин дипольных моментов запрещенного и разрешенных переходов и других параметров атомов и молекул, а также для изучения фазовых характеристик излучения. Сравнение результатов экспериментов с вариантами теории, в которых поле взаимодействует с комбинационным переходом посредством магнитодипольного и электрического квадрупольного механизмов позволит сделать

заключения об относительных вкладах этих типов взаимодействия и измерять редко приводимые в литературе величины магнитного дипольного и электрического квадрупольного моментов. Эти взаимодействия во многом определяют богатые спектры линий на слаборазрешенных микроволновых и инфракрасных переходах молекул, но, как правило, в обратных задачах молекулярной спектроскопии они не учитываются [26].

Многообещающим вариантом постановки задачи с кольцевым сложением полей является использование ВКР на дипольно-разрешенном переходе, возможность которого экспериментально доказана в работе [27] на примере атомов калия. Достаточно интенсивное квазирезонансное ВКР при этом осуществляется за счет магнитодипольного и электрического квадрупольного взаимодействий (преимущественно квадрупольного). Поскольку комбинационный переход разрешен, его легко насытить внешним резонансным излучением, что позволит в полной мере проследить действие нелинейной интерференции поляризаций и насыщения. Но основной интерес здесь связан с выяснением физики взаимодействия (поглощения и рассеяния) мощного нерезонансного излучения в условиях, когда в этих процессах одновременно участвуют напряженности электрического и магнитного полей одной световой волны. Описание таких процессов проводится на основе вектор-потенциала поля. Однако в случае нерезонансных полей, взаимодействующих с квантовыми системами, моделируемыми ограниченным числом состояний, имеются неразрешенные в полной мере противоречия [28–30]. Последние заключаются в сильном (при значительном выходе из резонанса) различии сечений процессов, вычисляемых в двух вариантах представления гамильтонiana взаимодействия атомов с полем: с помощью вектор-потенциала и с использованием амплитуд полей и мультипольного разложения. Данный фундаментальный вопрос к настоящему времени окончательно не решен, и проведение соответствующих экспериментальных исследований наряду с апробацией различных вариантов теории должно здесь внести известную определенность.

## ЛИТЕРАТУРА

1. S. J. Buckle, S. M. Barnett, P. L. Knight et al., *Optica Acta* **33**, 1129 (1986).
2. Д. В. Косачев, Б. Г. Матисов, Ю. В. Рождественский, ЖЭТФ **102**, 8 (1992).
3. Д. В. Косачев, Ю. В. Рождественский, ЖЭТФ **109**, 1169 (1996).
4. В. П. Кочанов, Ю. В. Мальцева, *Оптика атмосферы и океана* **13**, 461 (2000).
5. Н. Бломберген, *Нелинейная оптика*, Наука, Москва (1966); [N. Bloembergen, *Nonlinear Optics*, W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam (1965)].
6. И. Р. Шен, *Принципы нелинейной оптики*, Наука, Москва (1989); [Y. R. Shen, *The Principles of Nonlinear Optics*, John Wiley & Sons, New York (1984)].
7. Л. Л. Лосев, А. П. Луценко, КЭ **20**, 1054 (1993).
8. D. Eimerl and R. S. Hargrove, Phys. Rev. Lett. **46**, 651 (1981).
9. T. Imasaka, S. Kavasaki, and N. Ishibashi, Appl. Phys. B **49**, 389 (1989).
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Либштадт, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
11. *Физические величины. Справочник*, под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова, Энергоатомиздат, Москва (1991).
12. Дж. Гиршфельдер, Ч. Кертисс, Р. Берд, *Молекулярная теория газов и жидкостей*, Изд-во иностр. лит., Москва (1961).
13. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, Москва (1971).
14. Н. В. Карлов, *Лекции по квантовой электронике*, Наука, Москва (1983).
15. В. П. Кочанов, М. С. Зубова, ЖЭТФ **105**, 499 (1994).
16. В. П. Гавриленко, Е. Б. Куприянова, Д. П. Околокулак, В. Н. Очкун, С. Ю. Савинов, С. Н. Щай, А. Н. Ярашев, Письма в ЖЭТФ **56**, 3 (1992).
17. Г. В. Венкин, Г. М. Крочик, Л. Л. Кулюк, Д. И. Малеев, Ю. Г. Хронопуло, ЖЭТФ **70**, 1674 (1976).
18. J. V. Foltz, D. H. Rank, and T. A. Wiggins, J. Molec. Spectr. **21**, 203 (1966).
19. D. Cotter, D. C. Hanna, and R. Wyatt, Opt. Comm. **16**, 256 (1976).
20. *Справочник по лазерам*, под ред. А. М. Прохорова, Советское радио, Москва (1978), т. 1, 2.
21. *Таблицы физических величин. Справочник*, под ред. И. К. Кикоина, Атомиздат, Москва (1976).

22. Г. А. Касабов, В. В. Елисеев, *Спектроскопические таблицы для низкотемпературной плазмы. Справочник*, Атомиздат, Москва (1973).
23. M. Outred, J. Phys. Chem. Ref. Data **7**, 80 (1978).
24. И. И. Собельман, *Введение в теорию атомных спектров*, ГИФМЛ, Москва (1963).
25. А. С. Яценко, *Диаграммы Громкиана нейтральных атомов*, Наука, Новосибирск (1993).
26. В. М. Михайлов, частное сообщение; T. Oka, *Molecular Spectroscopy: Modern Research*, ed. by K. N. Rao, Academ. Press, New York (1976), Vol. 2.
27. D. Cotter and M. A. Yuratich, Opt. Comm. **29**, 307 (1979).
28. Н. Б. Делоне, В. П. Крайнов, *Атом в сильном поле*, Энергоатомиздат, Москва (1984).
29. С. Г. Раутиан, ЖЭТФ **112**, 836 (1997).
30. В. П. Быков, УФН **143**, 657 (1984).