

# САМОДИФРАКЦИЯ СВЕТОВЫХ ВОЛН НА НЕЛОКАЛЬНОЙ ФОТОРЕФРАКТИВНОЙ РЕШЕТКЕ В КРИСТАЛЛЕ СИММЕТРИИ $\bar{4}3m$

*Р. В. Литвинов* \*

*Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники  
634050, Томск, Россия*

Поступила в редакцию 5 февраля 2002 г.

В параксиальном приближении рассмотрено вырожденное по частоте стационарное двухволновое взаимодействие на фазовой динамической пропускающей решетке, сформированной в кубическом кристалле группы симметрии  $\bar{4}3m$  с нелокальным фоторефрактивным откликом. При произвольной ориентации взаимодействия относительно кристаллофизических осей и поляризации падающих световых волн найдены законы сохранения для нелинейной системы уравнений связанных волн, из которых следует, что вклад в энергообмен между взаимодействующими волнами могут давать разнонаправленные потоки. Показана возможность неоднаправленной перекачки энергии из одной волны в другую при изменении их поляризационного состояния за счет взаимодействия. При поперечной конфигурации взаимодействия и линейной поляризации падающих волн явные аналитические выражения для скалярных амплитуд ортогональных составляющих светового поля получены в линейном приближении по коэффициенту модуляции интерференционной световой картины, продемонстрирована возможность поворота плоскостей поляризации световых волн без изменения их интенсивностей. Для трех частных конфигураций выполнен анализ зависимости эффективности взаимодействия линейно поляризованных волн от приведенной длины, ориентации векторов поляризации падающих световых волн и отношения их интенсивностей.

PACS: 42.40.Pa, 42.65.Hw, 42.70.Nq

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Динамическое рассеяние света на фазовых неоднородностях, сформированных за счет локальной кубической нелинейности при достаточно большой мощности излучения, порядка  $\text{кВт}/\text{см}^2$ , реализуется во многих средах [1–4]. При небольших мощностях излучения, порядка  $\text{мВт}/\text{см}^2$ , хорошо проявляется самовоздействие света в фоторефрактивных нецентросимметричных кристаллах. Однако в общем случае фоторефрактивный отклик таких кристаллов не описывается простой кубической нелинейностью. Возмущения диэлектрических свойств среды здесь наводятся через линейный электрооптический эффект фотоиндуцированным полем пространственного заряда. Связь этого поля со световой интенсивностью описывается системой нелинейных материальных уравнений, структура которых опре-

деляется совокупностью процессов, приводящих к пространственному разделению электрического заряда [4–11]. В фоторефрактивных кристаллах, в отличие от сред с локальными механизмами нелинейности, реализация нелокального отклика возможна при строгом вырождении по частоте двух взаимодействующих световых пучков, которые в этом случае обмениваются энергией [4–6, 9–27].

В работах [1, 2, 4–6, 9–11] двухволновое взаимодействие на фазовой динамической решетке рассматривалось в приближении заданной поляризации световых волн. Для анизотропных фоторефрактивных кристаллов это справедливо, если поляризация падающих на кристалл волн совпадает с поляризацией одной из собственных оптических мод среды. При этом расстояние  $\Delta k$  между волновыми поверхностями этих мод в  $\mathbf{k}$ -пространстве должно быть достаточным, для того чтобы пренебречь межмодовым взаимодействием. Так, в сегнетоэлектрических кристаллах  $\text{LiNbO}_3$ ,  $\text{LiTaO}_3$  и  $\text{BaTiO}_3$  величина  $\Delta k$

\*E-mail: litvinov@ed.rk.tusur.ru

имеет порядок  $10^4 \text{ см}^{-1}$ , что значительно больше коэффициентов двухволнового усиления  $\Gamma \sim 10^2 \text{ см}^{-1}$ , достигаемых в этих кристаллах. Поэтому поляризация световых волн при взаимодействии в кристалле не изменяется, если падающие волны поляризованы вдоль обыкновенной или необыкновенной оси. Из теории вырожденного по частоте скалярного двухволнового взаимодействия следует однонаправленность стационарного энергообмена на нелокальной фазовой решетке и запрет стационарного энергообмена на локальной, о чем указывалось еще в работе [28].

Исследования двухволнового взаимодействия в кубических фоторефрактивных кристаллах  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ ,  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ , и  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  показали, что изменение поляризационного состояния световых волн за счет гиротропии и наведенного внешним полем линейного двулучепреломления оказывает значительное влияние на эффективность энергообмена [12–16, 18–20]. Кроме того, дополнительное преобразование поляризации структуры светового поля непосредственно за счет самодифракции может приводить к изменению направления энергообмена с увеличением длины взаимодействия или зависимости этого направления от отношения интенсивностей падающих волн [21–27]. За счет такого преобразования снимается запрет на энергообмен при двухволновом взаимодействии на локальной фоторефрактивной решетке. Причинами изменения поляризации световых волн непосредственно за счет самодифракции являются различная эффективность двух внутримодовых процессов, а также сильное межмодовое взаимодействие. Последнее обусловлено небольшой величиной  $\Delta k$ , не превышающей  $10 \text{ см}^{-1}$ . При этом уменьшение эффективности межмодового процесса с увеличением длины взаимодействия из-за брэгговской расстройки, равной  $\Delta k$ , компенсируется увеличением постоянной связи  $\gamma$ , достигающей значений порядка  $\Delta k$  и более за счет применения нестационарных механизмов формирования фоторефрактивных голограмм [29, 30].

Естественное циркулярное и наведенное внешним электрическим полем линейное двулучепреломление в значительной степени усложняют качественную картину векторного двухволнового взаимодействия в кристаллах симметрии  $\bar{2}3$ , особенно при сравнимых интенсивностях световых волн, когда нельзя использовать приближение заданного поля сильной волны. Более наглядной является самодифракция в негиротропных кубических кристаллах симметрии  $\bar{4}3m$ , таких как GaAs, InP, CdTe и др., в

отсутствие внешнего электрического поля, когда поляризационное состояние световых волн может изменяться только за счет взаимодействия. В частном случае продольной конфигурации взаимодействия в кристаллах этой группы симметрии (см. таблицу) точное решение задачи векторной самодифракции плоских монохроматических световых волн на нелокальной фоторефрактивной решетке с амплитудой, пропорциональной коэффициенту модуляции интерференционной световой картины, получено в работе [22].

В данной работе рассмотрено стационарное векторное взаимодействие двух монохроматических световых волн на пропускающей нелокальной фоторефрактивной решетке в кубическом кристалле симметрии  $\bar{4}3m$  произвольной ориентации. Основное внимание уделено анализу особенностей энергообмена между волнами, связанных с изменением их поляризации за счет самодифракции.

## 2. МОДЕЛЬ

Схема попутного симметричного взаимодействия двух световых волн, сигнальной

$$\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{S} \exp [i(\omega t - \mathbf{k}_S \cdot \mathbf{r})]$$

и референтной

$$\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{R} \exp [i(\omega t - \mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r})],$$

в кубическом немагнитном фоторефрактивном кристалле группы симметрии  $\bar{4}3m$  показана на рис. 1. Обуславливающие взаимодействие возмущения диэлектрической проницаемости  $\Delta \varepsilon_{ij}$  наводятся в кристалле полем пространственного заряда  $\mathbf{E}_{sc}$  посредством линейного электрооптического эффекта. Поле  $\mathbf{E}_{sc}$  формируется за счет пространственного разделения носителей заряда, возбужденных световым полем с интенсивностью

$$I = I_0 \left\{ 1 + \left[ \frac{m}{2} \exp(iKz) + \text{c.c.} \right] \right\} \propto |\tilde{\mathbf{S}} + \tilde{\mathbf{R}}|^2$$

в рассматриваемом случае. Оно имеет быстроосциллирующую зависимость от поперечной координаты  $z$  вдоль вектора

$$\mathbf{K} = \mathbf{k}_R - \mathbf{k}_S \quad (|\mathbf{K}| = K)$$

и медленноменяющуюся зависимость от продольной координаты  $x$  (длины взаимодействия) вдоль нормали к входной грани кристалла. Это позволяет положить  $\mathbf{E}_{sc} = E_{sc} \mathbf{z}^o$ , где  $\mathbf{z}^o = \mathbf{K}/K$ , и представить возмущения диэлектрической проницаемости в виде

$$\Delta \varepsilon_{ij} = n^4 r_{41} E_{sc} |\delta_{ijk}| z_k^o = n^4 r_{41} E_{sc} g_{ij}, \quad (1)$$

Компоненты  $H_{EE}$ ,  $H_{EM} = H_{ME}$  и  $H_{MM}$  матрицы связи, ее собственные числа  $p_{y,z}$  и угол  $\varphi$  между собственной осью  $y'$  и координатной осью  $y$  для различных конфигураций двухволнового взаимодействия в кубических кристаллах групп симметрии  $\bar{4}3m$  и  $23$

Конфигурация	$H_{EE}$	$H_{EM} = H_{ME}$	$H_{MM}$	Собственные числа	$\varphi$
продольная $x^\circ \uparrow \uparrow [110], z^\circ \uparrow \uparrow [001]$	-1	0	0	$p_y = -1, p_z = 0$	0
поперечная $x^\circ \uparrow \uparrow [110], z^\circ \uparrow \uparrow [\bar{1}\bar{1}0]$	0	-1	0	$p_{y,z} = \pm 1$	$-45^\circ$
диагональная $x^\circ \uparrow \uparrow [110], z^\circ \uparrow \uparrow [\bar{1}\bar{1}1]$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{2}{\sqrt{3}}$	$p_y = \frac{1}{\sqrt{3}}, p_z = -2p_y$	0
$x^\circ \uparrow \uparrow [110], z^\circ \uparrow \uparrow [\bar{1}1\bar{2}]$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}$	$p_{y,z} = \frac{1}{\sqrt{6}} \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$	$-62.6^\circ$

*Примечание.* Стрелки указывают на ориентацию координатного орта вдоль положительного направления соответствующей кристаллографической оси.

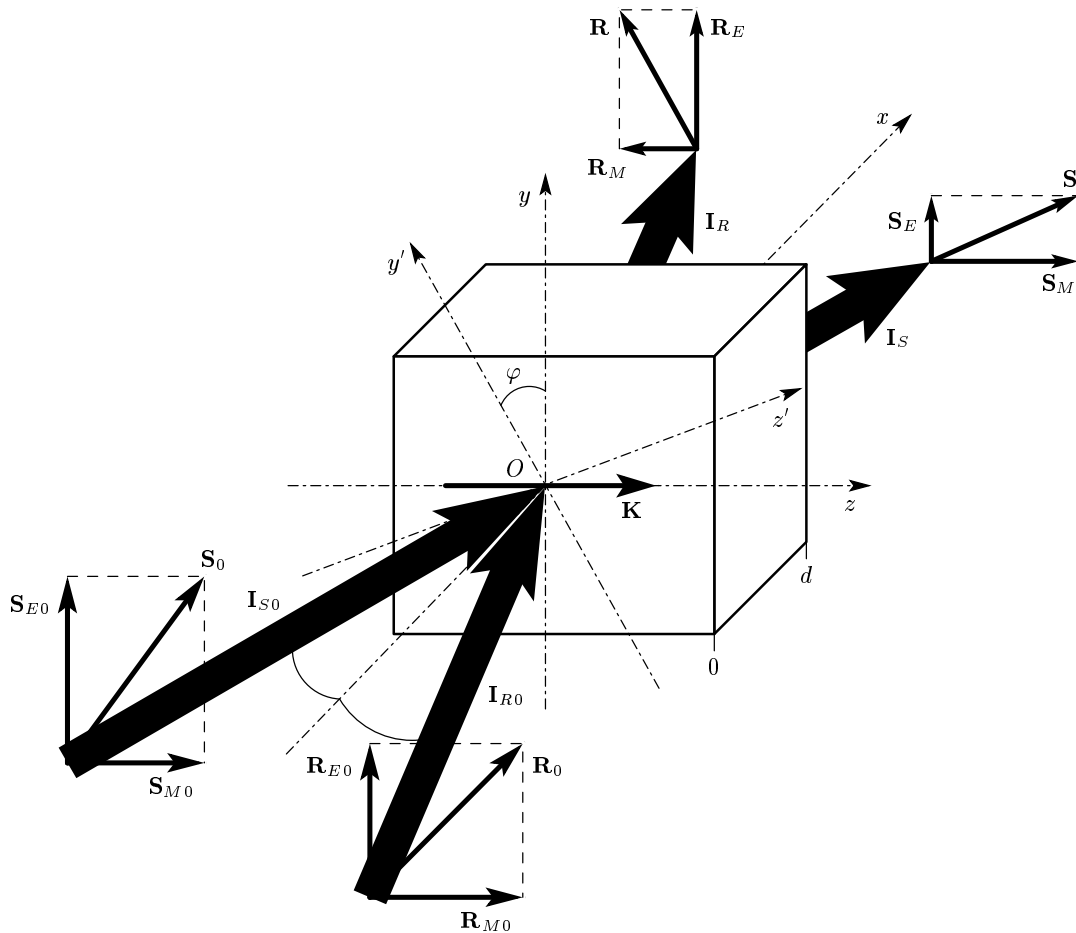


Рис. 1. Симметричное двухволновое взаимодействие в фоторефрактивном кристалле

где  $n$  — показатель преломления,  $r_{41} = r_{52} = r_{63}$  — единственный у кубических нецентросимметричных кристаллов, относящихся к группам симметрии  $\bar{4}3m$  и  $23$ , отличный от нуля независимый электрооптический коэффициент,  $\delta_{ijk}$  — символ Леви–Чивита,  $z_k^o$  — компоненты единичного вектора  $\mathbf{z}^o$  в кристаллофизической системе координат.

В рамках зонной теории твердого тела поле пространственного заряда  $E_{sc}$  связано со световой интенсивностью  $I$  системой нелинейных дифференциальных (материальных) уравнений, структура которых определяется типом и количеством фотоактивных примесей и ловушек, присутствующих в кристалле, а также механизмами переноса фотовозбужденных носителей заряда [4–11]. При больших коэффициентах модуляции  $m \approx 1$  становится заметным вклад высших гармоник в пространственную зависимость [17, 31–39]:

$$E_{sc} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{E_s}{2} \exp(isKz).$$

Однако влияние высших дифракционных порядков на эффективность взаимодействия между основными пучками в толстых кристаллах мало [1, 34, 38]. При этом нелинейность процессов, приводящих к пространственному разделению электрического заряда, сказывается на нелинейной зависимости амплитуды фундаментальной гармоники от коэффициента модуляции, которая в установившемся состоянии может быть представлена в виде

$$E_1 = E_{eff} \sum_{n=1}^{\infty} a_n m^n = E_{eff} f(m).$$

Здесь эффективная амплитуда  $E_{eff}$  и функция  $f(m)$  определяются параметрами зонной модели кристалла и внешними условиями [17, 31, 32, 35, 39]. В общем случае амплитуда  $E_1 = E_1' - iE_1''$  является комплексной величиной и фоторефрактивная решетка содержит как локальную, пропорциональную  $E_1'$ , так и нелокальную, пропорциональную  $E_1''$ , компоненты. Локальная решетка формируется при разделении заряда за счет дрейфа в сильном постоянном электрическом поле или за счет линейного фотогальванического эффекта [4–11, 31–33]. Нелокальная решетка формируется за счет диффузионного механизма разделения заряда или за счет дрейфа во внешнем периодическом электрическом поле с периодом  $T$ , удовлетворяющим условию  $\tau_R \ll T \ll \tau_{di}$ , где  $\tau_R$  и  $\tau_{di}$  — времена, соответственно, рекомбинации и диэлектрической релаксации [7, 9, 29, 35–39]. Нелокальный фоторефрактивный отклик может быть ре-

ализован также за счет циркулярного фотогальванического эффекта [10]. Амплитуды локальной и нелокальной компонент фундаментальной гармоники поля пространственного заряда при больших коэффициентах модуляции  $m \approx 1$  могут достигать нескольких десятков кВ/см. При этом в случае нелокального отклика кристалла коэффициент двухволнового усиления по интенсивности слабой световой волны составляет величину порядка  $10 \text{ см}^{-1}$  и более [4, 9, 15–25, 27, 29, 37, 38].

Ограничимся анализом стационарного двухволнового взаимодействия в случае нелокального фоторефрактивного отклика кристалла, когда эффективная амплитуда является мнимой величиной  $E_{eff} = -iE''$ , а функция  $f(m)$  при вещественном аргументе имеет вещественные значения. Тогда тензор возмущения диэлектрической проницаемости  $\Delta\epsilon$  может быть представлен в форме

$$\Delta\epsilon = \left[ -\frac{in^4 r_{41} E''}{2} f(m) \exp(iKz) + \text{с.с.} \right] \mathbf{g}, \quad (2)$$

где компоненты тензора  $\mathbf{g}$  задаются соотношением  $g_{ij} = |\delta_{ijk}| z_k^o$  (см. (1)). Используем парааксиальное приближение, справедливое при малых углах между волновыми векторами  $\mathbf{k}_{S,R}$  и осью  $x$ , считая, что векторные амплитуды световых волн имеют только  $y$ - и  $z$ -компоненты, соответственно,  $TE$  и  $TM$ :

$$\mathbf{S} = S_E \mathbf{y}^o + S_M \mathbf{z}^o, \quad \mathbf{R} = R_E \mathbf{y}^o + R_M \mathbf{z}^o$$

(рис. 1). В этих приближениях уравнения связанных волн, описывающие медленные изменения  $TE$ - и  $TM$ -компонент светового поля по длине взаимодействия, нетрудно получить из волнового уравнения для светового поля  $\tilde{\mathbf{E}} = \tilde{\mathbf{S}} + \tilde{\mathbf{R}}$  в виде

$$\frac{dS_E}{dx} = \frac{\gamma}{4} f(m) (H_{EE} R_E + H_{EM} R_M), \quad (3)$$

$$\frac{dS_M}{dx} = \frac{\gamma}{4} f(m) (H_{ME} R_E + H_{MM} R_M), \quad (4)$$

$$\frac{dR_E}{dx} = -\frac{\gamma}{4} f^*(m) (H_{EE} S_E + H_{EM} S_M), \quad (5)$$

$$\frac{dR_M}{dx} = -\frac{\gamma}{4} f^*(m) (H_{ME} S_E + H_{MM} S_M). \quad (6)$$

Здесь

$$m = 2 \frac{S_E R_E^* + S_M R_M^*}{I_0} \quad (7)$$

— коэффициент модуляции интерференционной картины, выраженный через амплитуды  $TE$ - и  $TM$ -компонент световых волн;

$$\gamma = \frac{2\pi n^3 r_{41} E''}{\lambda}$$

— постоянная связи;

$$\begin{aligned} H_{MM} &= \mathbf{z}^o \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{z}^o, \quad H_{EE} = \mathbf{y}^o \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{y}^o, \\ H_{EM} &= H_{ME} = \mathbf{y}^o \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{z}^o; \\ I_0 &= |S_E|^2 + |S_M|^2 + |R_E|^2 + |R_M|^2. \end{aligned}$$

В уравнениях (3)–(6) опущены слагаемые, пропорциональные коэффициенту линейного поглощения  $\alpha$ , что не сказывается на поляризации состоянии взаимодействующих волн. Учет поглощения приведет только к одинаковому, равному  $\exp(-\alpha x/2)$ , уменьшению  $TE$ - и  $TM$ -компонент светового поля.

Уравнения (3)–(7) описывают изменение амплитуд  $TE$ - и  $TM$ -компонент светового поля при стационарном двухволновом взаимодействии в кубических кристаллах симметрии  $\bar{4}3m$  произвольной ориентации в отсутствие внешнего поля. В линейном по коэффициенту модуляции приближении ( $f(m) \equiv m$ ) они совпадут с уравнениями связанных волн, использованными в работах [18, 19, 22, 24] при анализе взаимодействия в гиротропных кристаллах симметрии 23, если в последних опустить члены, описывающие естественное циркулярное и наведенное внешним полем линейное двулучепреломление.

### 3. ПЕРВЫЕ ИНТЕГРАЛЫ УРАВНЕНИЙ СВЯЗАННЫХ ВОЛН

Система уравнений связанных волн (3)–(6) имеет, очевидно, интеграл

$$I_0 = |S_E|^2 + |S_M|^2 + |R_E|^2 + |R_M|^2 = \text{const},$$

соответствующий закону сохранения энергии светового поля при ее перераспределении между взаимодействующими волнами в непоглощающем фоторефрактивном кристалле.

Получим закон сохранения, который позволяет найти первые интегралы, используемые ниже для построения общего решения нелинейной системы уравнений (3)–(7). Из этой системы можно следующим образом выразить пространственную производную от коэффициента модуляции:

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dx} &= f(m) \frac{\gamma}{2I_0} [H_{EE} (|R_E|^2 - |S_E|^2) + \\ &+ H_{MM} (|R_M|^2 - |S_M|^2) + \\ &+ 2H_{EM} \text{Re} (R_E^* R_M - S_E^* S_M)]. \end{aligned} \quad (8)$$

Интерференционная световая картина, сформированная на границе  $x = 0$  падающими световыми волнами с различной эллиптической поляризацией, смещена относительно интерференционной

картины, сформированной линейно поляризованными падающими волнами ( $S_{E0,M0} = S_{E0,M0}^*$  и  $R_{E0,M0} = R_{E0,M0}^*$ ). В случае, когда начало отсчета по оси  $z$  совпадает с одним из максимумов интерференционной картины, сформированной при линейной поляризации падающих волн, величина этого смещения равна  $\Delta z = -\arg(m_0)/K$ . Считая задачу неограниченной вдоль поперечной координаты  $z$ , можно полагать, что начало отсчета по оси  $z$  всегда помещено в один из максимумов интерференционной картины на границе  $x = 0$ , и рассматривать величину  $m_0$  вещественной ( $\text{Im}(m_0) = 0$ ) при произвольной поляризации падающих световых волн. Тогда в силу вещественности функции  $f(m_0)$  и коэффициентов  $H_{MM}$ ,  $H_{EE}$  и  $H_{EM}$  из уравнения (8) следует закон сохранения

$$\text{Im } m = \text{Im} (S_E R_E^* + S_M R_M^*) = 0, \quad (9)$$

который означает отсутствие искривления линий интерференционной картины вдоль длины взаимодействия.

При произвольной ориентации взаимодействия относительно кристаллофизических осей все четыре элемента так называемой матрицы связи [18, 19, 22]

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} H_{MM} & H_{ME} \\ H_{ME} & H_{EE} \end{pmatrix} \quad (10)$$

могут быть отличны от нуля. Для четырех частных случаев они приведены в таблице. Из уравнений (3)–(6) следует, что при продольной конфигурации и  $TE$ -поляризации падающих волн ( $S_E|_{x=0} = S_{E0} \neq 0$ ,  $R_E|_{x=0} = R_{E0} \neq 0$ ,  $S_{M0} = R_{M0} = 0$ ) ориентация векторов поляризации световых волн в кристалле не изменяется. В линейном по коэффициенту модуляции приближении ( $f(m) \equiv m$ ) энергообмен между световыми волнами при этой конфигурации описывается известными соотношениями скалярной теории [1, 6, 11]. Решение уравнений (3) и (5) для этой же конфигурации, но произвольно ориентированной в плоскости  $yz$  линейной поляризации падающих волн, получено в этом же приближении авторами работы [22]. Решение полной системы уравнений волн (3)–(7) может быть получено и в случае произвольной ориентации взаимодействия относительно кристаллофизических осей. Учитывая закон сохранения (9), можно показать, что уравнения для четырех характеристик уравнения в частных производных, определяющего первые интегралы уравнений (3)–(6), совпадут по своей структуре с этими же уравнениями, после того как в них будет опущен множитель

$\gamma f(m)/4 = \gamma f(m)^*/4$ . Соотношения для характеристик линейно зависят от четырех произвольных начальных условий и могут быть решены относительно любых трех начальных условий. Обратные соотношения, выражающие начальные условия через характеристики, могут быть использованы в качестве первых трех независимых интегралов динамической системы (3)–(7) (см., например, [40]). Общий метод отыскания ее независимых интегралов не удобен из-за громоздкости аналитических вычислений. Однако предварительный анализ на его основе предсказывает интегрируемость такой динамической системы в общем случае.

Для отыскания компактной формы первых интегралов перейдем от первоначально введенных координатных осей  $y$  и  $z$  к новым, в качестве которых удобно выбрать собственные оси  $y'$  и  $z'$  матрицы  $\mathbf{H}$  (см. рис. 1). Угол  $\varphi$  между осями  $y'$  и  $y$  для частных случаев взаимодействия указан в таблице. В новой координатной системе уравнения для  $y$ - и  $z$ -компонент векторных амплитуд

$$\mathbf{S} = S_y \mathbf{y}^{o'} + S_z \mathbf{z}^{o'}, \quad \mathbf{R} = R_y \mathbf{y}^{o'} + R_z \mathbf{z}^{o'}$$

световых волн, взаимодействующих на нелокальной фоторефрактивной решетке, образуют следующую систему:

$$\frac{dS_{y,z}}{dx} = \frac{\gamma}{4} f \left( 2 \frac{S_y R_y^* + S_z R_z^*}{I_0} \right) p_{y,z} R_{y,z}, \quad (11)$$

$$\frac{dR_{y,z}}{dx} = -\frac{\gamma}{4} f \left( 2 \frac{S_y^* R_y + S_z^* R_z}{I_0} \right) p_{y,z} S_{y,z}. \quad (12)$$

Здесь учтено, что коэффициент модуляции выражается через новые неизвестные как

$$m = \frac{2(S_y R_y^* + S_z R_z^*)}{I_0}, \quad p_{y,z} = H_\Sigma \pm D$$

— собственные числа матрицы  $\mathbf{H}$ , значения которых для частных случаев взаимодействия указаны в таблице;

$$H_\Sigma = \frac{H_{MM} + H_{EE}}{2}, \quad D = (H_\Delta^2 + H_{ME}^2)^{1/2},$$

$$H_\Delta = \frac{H_{MM} - H_{EE}}{2}.$$

С учетом того, что в новой координатной системе закон сохранения (9) принимает форму

$$\text{Im } m = \text{Im}(S_y R_y^* + S_z R_z^*) = 0,$$

из уравнений (11) и (12) для  $y$ -компонент и для  $z$ -компонент можно получить следующие интегралы:

$$\begin{aligned} I'_y &= S'^2_y + R'^2_y, & I'_z &= S'^2_z + R'^2_z, \\ I''_y &= S''^2_y + R''^2_y, & I''_z &= S''^2_z + R''^2_z, \end{aligned} \quad (13)$$

где верхние индексы обозначают действительные и мнимые составляющие комплексных амплитуд  $TE$ - и  $TM$ -компонент:

$$S_{y,z} = S'_{y,z} + iS''_{y,z}, \quad R_{y,z} = R'_{y,z} + iR''_{y,z}.$$

Интегралы  $I'_y$ ,  $I'_z$  и  $I''_y$ ,  $I''_z$  описывают как сохранение общей энергии светового поля,

$$I'_y + I'_z + I''_y + I''_z = I_0,$$

при ее перераспределении между световыми волнами в процессе самодифракции, так и сохранение частей этой энергии

$$I_y = I'_y + I''_y = |S_y|^2 + |R_y|^2,$$

$$I_z = I'_z + I''_z = |S_z|^2 + |R_z|^2,$$

сосредоточенных в ортогональных, поляризационных составляющих, ориентация которых совпадает с ориентацией собственных векторов матрицы связи. Кроме того, в случае взаимодействия эллиптически поляризованных волн сохраняется также энергия составляющих, сдвинутых друг относительно друга по фазе на  $\pi/2$ :

$$I' = I'_y + I'_z, \quad I'' = I''_y + I''_z.$$

Существование законов сохранения  $I_y$ ,  $I_z$ , так же как и  $I'$ ,  $I''$ , может в значительной степени изменить качественную картину энергообмена между волнами при векторной самодифракции по сравнению со случаем скалярной самодифракции с законом сохранения

$$|S|^2 + |R|^2 = I_0$$

[1, 4–6, 9–11]. В последнем случае взаимодействие приводит только к однонаправленной перекачке энергии из одной волны в другую. В то время как при векторной самодифракции вклад в энергообмен могут давать два разнонаправленных потока. Так, энергообмен между  $z$ -составляющими светового поля, которому соответствует интеграл  $I_z$ , может усиливать сигнальную волну и ослаблять референтную, а энергообмен между  $y$ -составляющими, которому соответствует интеграл  $I_y$ , может, наоборот, ослаблять сигнальную волну и усиливать референтную.

Эта ситуация может реализоваться при ориентации взаимодействия относительно осей кристалла, которой отвечают противоположные по знаку собственные числа матрицы связи  $p_y$  и  $p_z$  (см. таблицу). Это показывают (например, при граничном условии  $S_{y0} = S_{z0}$  и  $R_{y0} = R_{z0}$ ) дополнительные интегралы  $\mathcal{J}'_{S,R}$  и  $\mathcal{J}''_{S,R}$ , получающиеся из уравнений (11) и (12), соответственно, в виде

$$\mathcal{J}'_S = p_z \operatorname{sign} R'_{y0} \arcsin \frac{S'_y}{\sqrt{I'_y}} - p_y \operatorname{sign} R'_{z0} \arcsin \frac{S'_z}{\sqrt{I'_z}}, \quad (14)$$

$$\mathcal{J}'_R = p_z \operatorname{sign} S'_{y0} \arcsin \frac{R'_y}{\sqrt{I'_y}} - p_y \operatorname{sign} S'_{z0} \arcsin \frac{R'_z}{\sqrt{I'_z}}. \quad (15)$$

Если в последних выражениях штрих заменить на два штриха, то получатся выражения для интегралов  $\mathcal{J}''_{S,R}$ .

Отметим, что последние интегралы непосредственно связаны с преобразованием поляризационного состояния световых волн при самодифракции. Другой дополнительный набор интегралов,  $\mathcal{J}_{S_y, S_z}$  и  $\mathcal{J}_{R_y, R_z}$ , также обусловленный таким преобразованием, может быть получен в форме

$$\mathcal{J}_{S_y} = \operatorname{sign} R'_{y0} \arcsin \frac{S'_y}{\sqrt{I'_y}} - \operatorname{sign} R''_{y0} \arcsin \frac{S''_y}{\sqrt{I''_y}}, \quad (16)$$

$$\mathcal{J}_{S_z} = \operatorname{sign} R'_{z0} \arcsin \frac{S'_z}{\sqrt{I'_z}} - \operatorname{sign} R''_{z0} \arcsin \frac{S''_z}{\sqrt{I''_z}}. \quad (17)$$

Если в последних выражениях сделать одновременную замену  $S \rightarrow R$  и  $R \rightarrow S$ , то получатся выражения для интегралов  $\mathcal{J}_{R_y, R_z}$ .

Вещественность коэффициентов  $H_{MM}$ ,  $H_{EE}$  и  $H_{EM}$  свидетельствует о том, что при линейной поляризации световых волн на границе  $x = 0$  их поляризация в кристалле остается линейной ( $S_{E,M} = S^*_{E,M}$ ,  $R_{E,M} = R^*_{E,M}$ ), в общем случае изменяя только свою ориентацию. Эта особенность характерна и для двухволнового взаимодействия в кубических гиротропных кристаллах симметрии 23 в отсутствие внешнего поля [24, 26]. Преобразование линейной поляризации падающих световых волн в эллиптическую

в кубических фоторефрактивных кристаллах становится возможным в присутствии внешнего электрического поля, когда в кристалле наводится линейное двулучепреломление [18–21, 23, 25, 27].

Следует отметить, что набор интегралов (13)–(17) не является независимым, однако любые семь интегралов из этого набора независимы. Это позволяет развязать уравнения (11), (12) и получить решение для вещественных и мнимых компонент каждой из скалярных амплитуд в квадратурах, которые в некоторых частных случаях могут быть сведены либо к трансцендентным уравнениям, либо к явным аналитическим выражениям для этих компонент. Так, квадратурные решения для  $y$ - и  $z$ -компонент амплитуд взаимодействующих в кристалле световых волн в линейном по коэффициенту модуляции приближении,

$$f \left[ \frac{2(S_y R_y^* + S_z R_z^*)}{I_0} \right] \equiv \frac{2(S_y R_y^* + S_z R_z^*)}{I_0},$$

для случая падения на кристалл линейно поляризованных волн ( $S''_{y,z} = R''_{y,z} = 0$ ) могут быть получены в виде

$$\int_{S'_{y0,z0}}^{S'_{y,z}} \left\{ \xi(I'_{y,z} - \xi^2) + \frac{I'_{z,y}}{2} \sqrt{I'_{y,z} - \xi^2} \times \right. \\ \left. \times \sin \left[ 2 \left( \frac{p_{z,y}}{p_{y,z}} \arcsin \frac{\xi}{\sqrt{I'_{y,z}}} \mp \mp \operatorname{sign}(R'_{y0,z0}) \frac{\mathcal{J}'_S}{p_{y,z}} \right) \right] \right\}^{-1} d\xi = \frac{p_{y,z} \gamma x}{2I_0}, \quad (18)$$

$$\int_{R'_{y0,z0}}^{R'_{y,z}} \left\{ \xi(I'_{y,z} - \xi^2) + \frac{I'_{z,y}}{2} \sqrt{I'_{y,z} - \xi^2} \times \right. \\ \left. \times \sin \left[ 2 \left( \frac{p_{z,y}}{p_{y,z}} \arcsin \frac{\xi}{\sqrt{I'_{y,z}}} \mp \mp \operatorname{sign}(S'_{y0,z0}) \frac{\mathcal{J}'_R}{p_{y,z}} \right) \right] \right\}^{-1} d\xi = -\frac{p_{y,z} \gamma x}{2I_0}. \quad (19)$$

Решение уравнений (11) и (12) для этого случая может быть записано и в другой форме, если при помощи соотношений

$$S'_{y,z} = (I'_{y,z})^{1/2} \cos \phi_{y,z}, \quad R'_{y,z} = (I'_{y,z})^{1/2} \sin \phi_{y,z}$$

ввести вспомогательные функции  $\phi_{y,z}$  [22], удовлетворяющие выражению  $\mathcal{J}_\phi = p_y \phi_z - p_z \phi_y$ .

В некоторых частных случаях двухволнового взаимодействия подынтегральные выражения в формулах (18) и (19) можно рационализировать и получить решение для скалярных амплитуд в явном виде. Простейшим из этих случаев является продольная конфигурация, когда  $p_z = 0$ ,  $p_y = -1$  [22]. Ниже будут получены выражения для амплитуд  $S'_y$ ,  $S'_z$ ,  $R'_y$  и  $R'_z$  при поперечной конфигурации. В силу соотношения  $p_z = -2p_y$  подынтегральные выражения могут быть рационализированы и при диагональной конфигурации, а их интегрирование для случая произвольной ориентации векторов поляризации падающих волн и произвольного соотношения между их интенсивностями приводит к трансцендентным относительно амплитуд  $S'_y$ ,  $S'_z$ ,  $R'_y$  и  $R'_z$  уравнениям. В общем случае, к которому можно отнести последнюю конфигурацию из таблицы, для получения распределения этих амплитуд по длине взаимодействия или их зависимостей на выходе кристалла от параметров падающих на него волн, например, от ориентации векторов поляризации или отношения их интенсивностей, приходится прибегать к численному интегрированию.

#### 4. САМОДИФРАКЦИЯ ПРИ ПОПЕРЕЧНОЙ КОНФИГУРАЦИИ И ЛИНЕЙНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ВОЛН

При этой конфигурации в силу соотношения  $p_{y,z} = \pm 1$  интеграл  $\mathcal{J}'_S$  (или  $\mathcal{J}'_R$ ) может быть преобразован к виду

$$I_3 = S'_y R'_z + S'_z R'_y.$$

Другой дополнительный интеграл, который удобно использовать либо вместо интеграла  $I'_y$ , либо вместо  $I'_z$ , имеет вид

$$I_4 = R'_y R'_z - S'_y S'_z.$$

Рационализация подынтегральных выражений в формулах (18) и (19) позволяет получить амплитуды  $S'_y$ ,  $S'_z$ ,  $R'_y$  и  $R'_z$  в форме

$$\begin{aligned} S'_{y,z} &= \text{sign}(S'_{y0,z0}) \sqrt{I'_{y,z}} \frac{1}{\sqrt{1 + \beta_{y,z}^2(x)}}, \\ R'_{y,z} &= \text{sign}(S'_{y0,z0}) \sqrt{I'_{y,z}} \frac{\beta_{y,z}(x)}{\sqrt{1 + \beta_{y,z}^2(x)}}. \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь функции  $\beta_y(x)$  и  $\beta_z(x)$  при  $I_3 I_4 \neq 0$  связаны соотношением

$$\frac{\beta_y + \beta_z}{\beta_y \beta_z - 1} = \frac{I_3}{I_4}$$

и имеют вид

$$\begin{aligned} \beta_{y,z}(x) &= \text{th} \left[ \pm \frac{\gamma x}{2} \frac{I_3 I_4}{I_0 I'_{y,z}} \sqrt{1 + \frac{b_{y,z}^2}{4}} + \right. \\ &\left. + \text{arcth} \frac{\beta_{y0,z0} + b_{y,z}/2}{\sqrt{1 + b_{y,z}^2/4}} \right] \sqrt{1 + \frac{b_{y,z}^2}{4}} - \frac{b_{y,z}}{2}, \end{aligned} \quad (21)$$

где

$$b_{y,z} = \frac{I_{y,z}^2 + I_3^2 - I_4^2}{I_3 I_4}, \quad \beta_{y0,z0} = \frac{R'_{y0,z0}}{S'_{y0,z0}}.$$

Из формул (20) и (21) следует, что при поперечной конфигурации самодифракция световых волн на фоторефрактивной решетке с увеличением приведенной длины  $\gamma x$  достигает насыщения, когда амплитуды  $S'_y$ ,  $S'_z$ ,  $R'_y$  и  $R'_z$  перестают зависеть от  $\gamma x$ , в отличие от продольной конфигурации, для которой возможны также и осциллирующие по  $\gamma x$  распределения  $TE$ - и  $TM$ -компонент [22]. В общем случае распределения амплитуд  $S'_y$ ,  $S'_z$ , и  $R'_y$ ,  $R'_z$  и интенсивностей световых волн  $I_S = S'^2_y + S'^2_z$  и  $I_R = R'^2_y + R'^2_z$  по  $\gamma x$  немонотонны. Интенсивность и поляризация световых волн в режиме насыщения, а также характерная для него приведенная длина определяются отношением между интенсивностями  $I_{R0}$  и  $I_{S0}$  падающих волн и ориентацией их векторов поляризации.

Из сказанного в предыдущем разделе следует, что различие знаков у собственных чисел матрицы связи  $p_{y,z} = \pm 1$  указывает на возможность существования двух разнонаправленных потоков в общем энергообмене между световыми волнами. Так же как и в фоторефрактивных кристаллах симметрии 23, существование неоднаправленных потоков энергии при двухволновом взаимодействии в кристалле симметрии  $\bar{4}3m$  позволяет регулировать направление перекачки энергии не только при помощи поворота плоскости поляризации падающих на кристалл волн [4, 9, 10, 13–20], но и при помощи изменения соотношения между их интенсивностями [21–27].

Интенсивности световых волн не изменяются при самодифракции, если неоднаправленные потоки энергии компенсируют друг друга. Это условие выполняется при падении на кристалл световых волн с  $TE$ - или  $TM$ -поляризацией одинаково



вой интенсивности, когда справедливы равенства  $I'_y = I'_z = |I_3|$  и  $I_4 = 0$ , а функции

$$\beta_y = \exp\left(-\frac{\gamma x}{2}\right), \quad \beta_z = \frac{1}{\beta_y} = \exp\left(\frac{\gamma x}{2}\right)$$

есть обычные экспоненты с противоположным по знаку показателем. Поэтому интенсивности взаимодействующих световых волн не изменяются ( $I_S = I_R = I_0/2$ ) при любой величине приведенной длины  $\gamma x$ . Однако их векторы поляризации монотонно поворачиваются с ростом  $\gamma x$  так, что

$$|S'_y| = |R'_z| \rightarrow \sqrt{I_0/2}, \quad |S'_z| = |R'_y| \rightarrow 0$$

при  $\gamma x \gg 1$  ( $|S'_z|/|S'_y| = |R'_y|/|R'_z| \approx 0.08$  при  $\gamma x = 5$ ). Таким образом, в условиях насыщения векторы поляризации взаимодействующих волн ориентированы вдоль различных собственных осей матрицы  $\mathbf{H}$  (перпендикулярны друг другу), а амплитуда фоторефрактивной решетки, которая в рассматриваемых приближениях пропорциональна коэффициенту модуляции интерференционной картины, равна нулю.

При падении на кристалл световых волн с  $TE$ - или  $TM$ -поляризацией разной интенсивности разнонаправленные потоки энергии между взаимодействующими волнами компенсируют друг друга только в режиме насыщения, когда опять  $I_S = I_R = I_0/2$ . При этом поток, направленный в сторону световой волны с меньшей интенсивностью, больше противоположного. Поэтому волна с меньшей интенсивностью усиливается при увеличении  $\gamma x$ , а с большей — ослабляется. Если образец кристалла развернуть на  $180^\circ$  вокруг оси  $x$  (см. рис. 1) или поменять первоначальное отношение интенсивностей падающих волн  $\beta_{first} = I_{R0}/I_{S0}$  на обратное  $\beta_{second} = \beta_{first}^{-1}$  без вращения кристалла, все равно усиливаться будет слабая волна. Это характерно для неоднаправленного энергообмена при двухволновом взаимодействии на локальной или нелокальной фоторефрактивной решетке в кубических гиротропных кристаллах [21, 23–27]. На рис. 2 для случая  $\beta = I_{R0}/I_{S0} = 0.5$  показаны зависимости амплитуд  $S'_y, S'_z$ , и  $R'_y, R'_z$  и интенсивностей  $I_S$  и  $I_R$  световых волн от  $\gamma x$ . В отличие от предыдущего случая, ни одна из амплитуд не равна нулю в режиме насыщения, т. е. векторы поляризации световых волн не совпадают с собственными осями матрицы связи. Вектор поляризации сигнальной волны, поворачиваясь с увеличением  $\gamma x$ , не достигает положения оси  $y$ , при  $\gamma x = 15$  угол между ним и осью  $y$  равен  $\theta_S = -35.2^\circ$ . Вектор

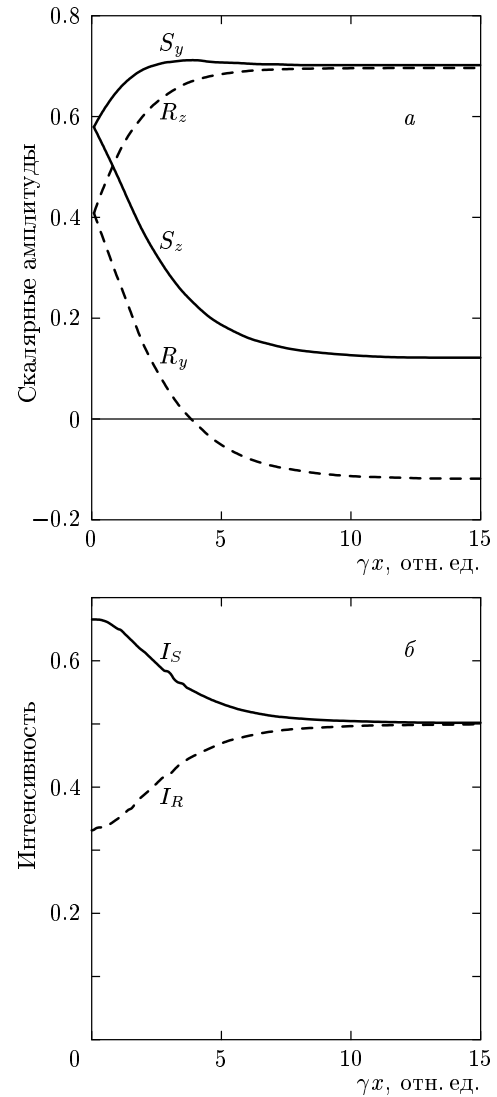


Рис. 2. Распределения скалярных амплитуд (а) и интенсивностей (б) световых волн по длине взаимодействия при поперечной конфигурации для  $TE$ - (или  $TM$ -) поляризации падающих волн

поляризации референтной волны проскакивает положение оси  $z'$ ,  $\theta_R = 54.7^\circ$  при  $\gamma x = 15$ . Однако угол между векторами поляризации  $\Delta\theta \rightarrow 90^\circ$  при  $\gamma x \gg 1$ , так же как и в предыдущем случае. При этом в режиме насыщения  $S'_y = R'_z$ , а  $S'_z = -R'_y$ . Характерно, что интенсивности световых волн монотонно приближаются к значению  $I_0/2$  с увеличением  $\gamma x$ . Зависимости амплитуд  $S'_y, S'_z$ , и  $R'_y, R'_z$  и интенсивностей  $I_S, I_R$  световых волн от  $\gamma x$  для отношения  $\beta = I_{R0}/I_{S0} = 2$ , поляризации сигнальной волны вдоль собственной оси  $z'$  матрицы связи и  $TE$ -поляризации референтной волны показаны на

рис. 3. В этом случае, так же как и в предыдущих, угол между векторами поляризации световых волн  $\Delta\theta \rightarrow 90^\circ$  при  $\gamma x \gg 1$ , однако достижение этого насыщающего значения с ростом  $\gamma x$  происходит чуть медленнее ( $\theta_S = -65.5^\circ$  и  $\theta_R = 23.9^\circ$  при  $\gamma x = 15$ ). При этом, в отличие от предыдущего случая, вектор поляризации сигнальной волны, поворачиваясь с увеличением  $\gamma x$ , наоборот, проскакивает положение оси  $y'$ , а вектор поляризации референтной волны не достигает положения оси  $z'$ . Распределение интенсивностей световых волн по длине взаимодействия не монотонно. При  $\gamma x < 3$  референтная волна усиливается, а сигнальная ослабляется, при  $\gamma x = 3$  имеем  $I_R = 0.87$ ,  $I_S = 0.13$ . При  $\gamma x > 3$  интенсивность референтной волны уменьшается, а сигнальной возрастает до насыщающих значений, соответственно,  $I_{R\infty} = 0.77$  и  $I_{S\infty} = 0.23$ .

Если падающие на кристалл волны поляризованы вдоль оси  $y'$ , то  $I_3 = I_4 = I'_z = 0$ , а  $I'_y = I_0$ . Если же эти волны поляризованы вдоль оси  $z'$ , то  $I_3 = I_4 = I'_y = 0$ , а  $I'_z = I_0$ . В обоих случаях ориентация векторов поляризации не изменяется, а распределение интенсивностей световых волн по  $\gamma x$  описывается обычными соотношениями скалярной теории [1]:

$$I_S = \frac{I_0}{1 + \beta \exp(-\gamma x)}, \quad I_R = \frac{I_0}{1 + \beta^{-1} \exp(\gamma x)}.$$

### 5. ЭНЕРГООБМЕН ПРИ РАЗЛИЧНЫХ КОНФИГУРАЦИЯХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ОДИНАКОВОЙ ЛИНЕЙНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ ПАДАЮЩИХ ВОЛН

В качестве величины, характеризующей эффективность общего энергообмена при двухволновом взаимодействии на фоторефрактивной решетке, удобно использовать коэффициент двухволнового усиления

$$\Gamma = \frac{1}{x} \ln \frac{I_S I_{R0}}{I_{S0} I_R},$$

который в рассматриваемом случае может быть представлен в форме

$$\Gamma = \frac{1}{x} \ln \left( \frac{S_y'^2 + S_z'^2}{R_y'^2 + R_z'^2} \beta \right). \quad (22)$$

В случае скалярного взаимодействия коэффициент  $\Gamma$  не зависит от отношения интенсивностей  $\beta = I_{R0}/I_{S0}$  падающих волн и длины взаимодействия  $x$  [1, 4, 6, 9–11].

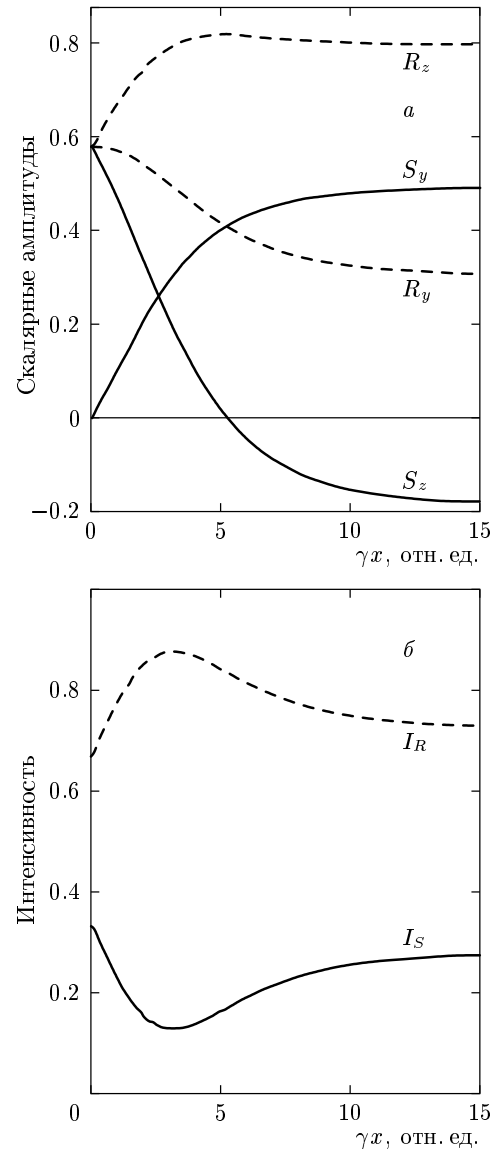


Рис. 3. Распределения скалярных амплитуд (а) и интенсивностей (б) световых волн по длине взаимодействия при поперечной конфигурации для ТЕ-поляризации падающей референтной волны и поляризации сигнальной волны вдоль собственной оси  $z'$  матрицы связи

В общем случае поляризация световых волн при их самодифракции в кристалле изменяется, что приводит к изменению направления энергообмена с увеличением приведенной длины  $\gamma x$  при неизменных отношении интенсивностей падающих волн  $\beta$  [21–27] или зависимости  $\Gamma(\beta)$  при  $\gamma x \equiv \text{const}$ . Если в интервале  $\beta \in (0, \infty)$  справедливо одно из неравенств  $\Gamma(\beta) > 0$  или  $\Gamma(\beta) < 0$ , то направление общей перекачки энергии не изменяется, и энергообмен одно-

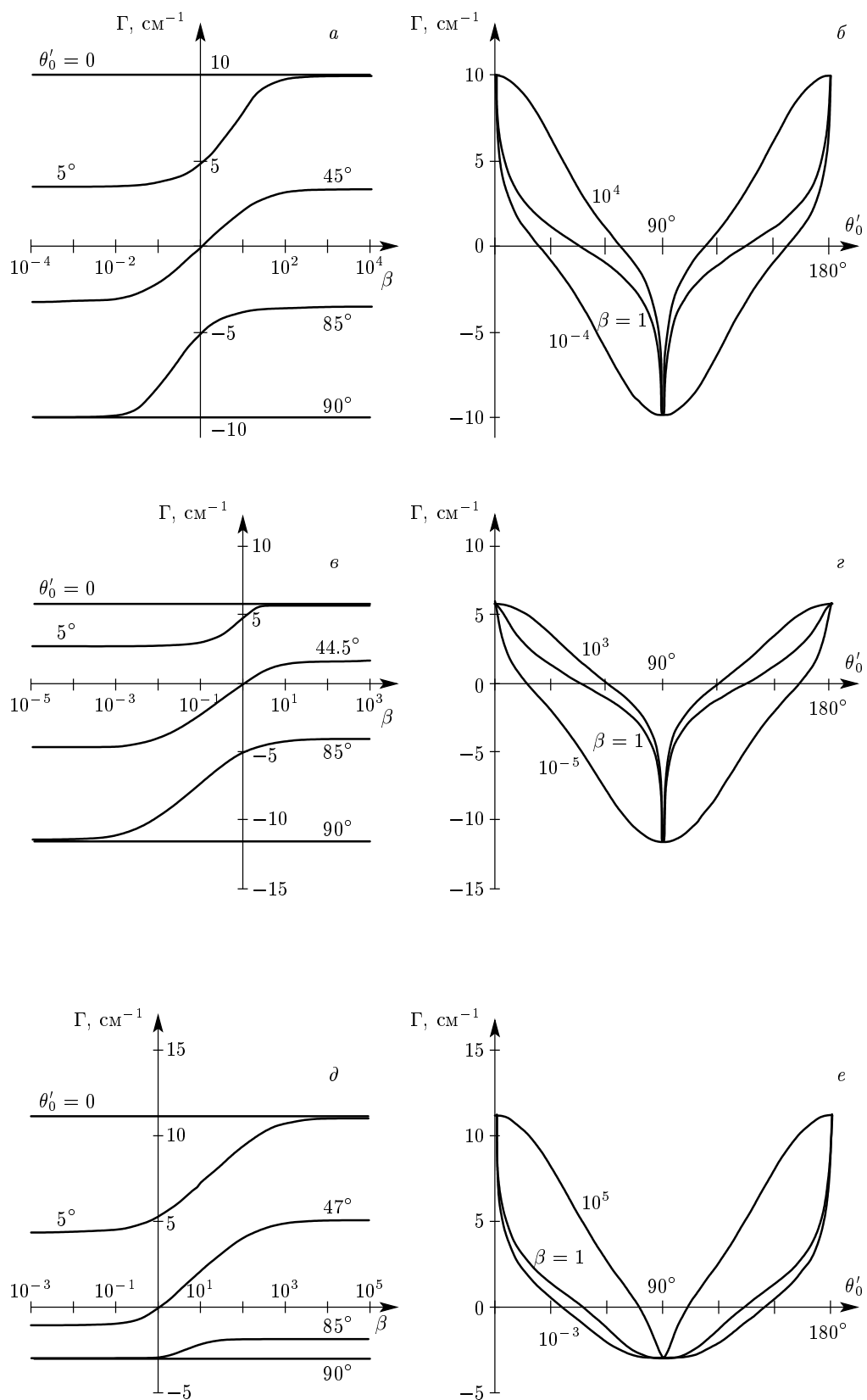


Рис. 4. Зависимости коэффициента двухволнового усиления от отношения интенсивностей падающих волн  $\beta$  и от угла их поляризации  $\theta'_0$  для поперечной (а, б), диагональной (в, з) и последней (д, е) из таблицы конфигураций

направленный. Если же значения  $\Gamma(\beta)$  меняют знак при варьировании  $\beta$  в указанном интервале, то энергообмен неоднаправленный. При одной и той же конфигурации взаимодействия и условия  $\gamma x \gg 1$  характер зависимости  $\Gamma(\beta)$  во многом определяется ориентацией векторов поляризации падающих на кристалл световых волн. Сказанное иллюстрируется зависимостями  $\Gamma(\beta)$ , приведенными на рис. 4а, в, д для поперечной, диагональной и последней из таблицы конфигураций взаимодействия, соответственно, при  $\gamma x = 10$  и различных углах  $\theta'_0$  между векторами поляризации падающих волн и собственной осью  $y'$  матрицы  $\mathbf{H}$ . В свою очередь, характер зависимости коэффициента  $\Gamma$  от ориентации векторов поляризации зависит от величины  $\beta$ . Зависимости коэффициента  $\Gamma(\theta'_0)$  для различных значений  $\beta$  в перечисленных выше случаях показаны на рис. 4б, з, е. Заметим, что при поперечной конфигурации зависимости  $\Gamma(\beta)$  для некоторого угла  $\theta'_0$  и  $\Gamma(\beta)$  для угла  $90^\circ - \theta'_0$  симметричны относительно центра координат, а зависимости  $\Gamma(\theta'_0)$  при некотором отношении интенсивностей падающих волн  $\beta_{first}$  и  $\Gamma(90^\circ - \theta'_0)$  при  $\beta_{second} = \beta_{first}^{-1}$  симметричны относительно оси абсцисс. Причиной этого является равенство нулю коэффициентов  $H_{EE} = H_{MM} = 0$  ( $H_\Sigma = 0$ ), которые определяют эффективность энергообмена между однотипными поляризационными составляющими световых волн. При других двух конфигурациях взаимодействия  $H_\Sigma \neq 0$ , поэтому зависимости  $\Gamma(\beta)$  и  $\Gamma(\theta'_0)$  не обладают указанными симметриями.

Коэффициент  $\Gamma$  не зависит от  $\beta$ , если векторы поляризации падающих световых волн ориентированы либо вдоль собственной оси  $y'$  матрицы  $\mathbf{H}$ , когда  $\Gamma = \gamma p_y$ , либо вдоль собственной оси  $z'$ , когда  $\Gamma = \gamma p_z$ . Так как в этом случае неоднаправленный вклад отсутствует, эффективность общего энергообмена максимальна. При продольной конфигурации  $p_{y,z} = \pm 1$ , поэтому значения коэффициента усиления при  $\theta'_0 = 0$  и  $\theta'_0 = 90^\circ$  различаются только знаком: соответственно,  $\Gamma = \gamma$  и  $\Gamma = -\gamma$ . При диагональной конфигурации собственные числа  $p_{y,z}$  различаются и по абсолютной величине, поэтому изменение угла поляризации падающих волн с  $\theta'_0 = 0$ , когда  $\Gamma = \gamma/\sqrt{3}$ , на  $\theta'_0 = 90^\circ$ , когда  $\Gamma = -2\gamma/\sqrt{3}$ , не только изменяет направление общей перекачки энергии, но и в два раза увеличивает ее эффективность. В случае последней из рассмотренных конфигураций различие между коэффициентом  $\Gamma \approx 1.1\gamma$  при  $\theta'_0 = 0^\circ$  и  $\Gamma \approx -0.3\gamma$  при  $\theta'_0 = 90^\circ$  еще более существенно. Для скалярного взаимодействия характерно то, что после поворота кристалла на  $180^\circ$  вокруг оси  $x$  значения  $\Gamma$  при  $\theta'_0 = 0$  и  $\theta'_0 = 90^\circ$  совпадают

со значениями этого коэффициента при  $\theta'_0 = 90^\circ$  и  $\theta'_0 = 0$ , соответственно, до указанного поворота.

При отклонении векторов поляризации от направления собственных осей матрицы связи коэффициент  $\Gamma$  становится монотонной функцией величины  $\beta$  с двумя параллельными оси абсцисс асимптотами, положение которых на графиках сильно зависит от угла  $\theta'_0$ . Его асимптотические значения  $\Gamma(\beta \rightarrow 0) = \Gamma_R$  и  $\Gamma(\beta \rightarrow \infty) = \Gamma_S$  для случая одинаковой линейной поляризации падающих световых волн могут быть получены при помощи соотношений (18) и (19), соответственно, в форме

$$\Gamma_{S,R} = \gamma [H_\Sigma + \cos(2\theta'_0)D] \pm \frac{1}{x} \ln \left\{ 1 + \left\{ \frac{\sin(2\theta'_0)D}{H_\Sigma + \cos(2\theta'_0)D} \times \left[ 1 - \exp \left[ \mp \frac{\gamma x}{2} (H_\Sigma + \cos(2\theta'_0)D) \right] \right]^2 \right\} \right\}. \quad (23)$$

Заметим, что коэффициент  $\Gamma$ , полученный на основе решения уравнений (11) в приближении заданного светового поля сильной референтной волны ( $R_y = R_{y0}$ ,  $R_z = R_{z0}$ ), совпадает с коэффициентом  $\Gamma_S = \ln(I_S/I_{S0})$ . В свою очередь, коэффициент двухволнового усиления, полученный на основе решения уравнений (12) в приближении заданного светового поля сильной сигнальной волны ( $S_y = S_{y0}$ ,  $S_z = S_{z0}$ ), равен взятому с обратным знаком коэффициенту  $\Gamma_R$  ( $\ln(I_R/I_{R0})/x = -\Gamma_R$ ). При условии

$$\frac{\gamma x [H_\Sigma + \cos(2\theta'_0)D]}{2} \gg 1,$$

которое удовлетворяется в случаях, отвечающих монотонным кривым на рис. 4, асимптотические значения приближенно равны

$$\Gamma_S \approx \gamma [H_\Sigma + \cos(2\theta'_0)D],$$

$$\Gamma_R \approx 2 \ln \left| \frac{H_\Sigma + \cos(2\theta'_0)D}{\sin(2\theta'_0)D} \right| \frac{1}{x}.$$

Характерно, что при выполнении указанного условия коэффициент  $\Gamma_R$  не зависит от постоянной связи  $\gamma$ .

Неравенство  $\Gamma_S \neq \Gamma_R$  говорит о невязности усиления слабой сигнальной волны при  $\beta_{first} \rightarrow \infty$  и ослабления слабой референтной волны при  $\beta_{second} = (\beta_{first})^{-1} \rightarrow 0$ . Это связано с тем, что вклад в интенсивность слабого светового поля, векторная амплитуда которого в приближении за-

данного поля сильной волны может быть получена в форме

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 \exp \left[ \pm \frac{\gamma x}{2} (H_\Sigma + \cos(2\theta'_0)D) \right] - \mathbf{A}_\perp \frac{\sin(2\theta'_0)D}{H_\Sigma + \cos(2\theta'_0)D} \times \left\{ 1 - \exp \left[ \pm \frac{\gamma x}{2} (H_\Sigma + \cos(2\theta'_0)D) \right] \right\}, \quad (24)$$

дает не только составляющая, пропорциональная векторной амплитуде падающей волны  $\mathbf{A}_0$  ( $\mathbf{A}_0 \cdot \mathbf{A}_0 = I_{A0}$ ), но и ортогональная составляющая, пропорциональная  $\mathbf{A}_\perp$  ( $\mathbf{A}_\perp \cdot \mathbf{A}_\perp = I_{A0}$ ,  $\mathbf{A}_0 \cdot \mathbf{A}_\perp = 0$ ). Знак «+» перед постоянной связи  $\gamma$  в последней формуле соответствует случаю усиления слабой сигнальной волны ( $\mathbf{A} \equiv \mathbf{S}$ ), а знак «-» — случаю ослабления слабой референтной волны ( $\mathbf{A} \equiv \mathbf{R}$ ). Отметим, что соотношение (24) аналогично по структуре соотношениям, полученным в работах [21, 23–27] для векторной амплитуды слабой волны, взаимодействующей с сильной волной накачки в гиротропном фоторефрактивном кристалле симметрии 23. Вектор поляризации сильной волны равен  $\mathbf{A}_0/|\mathbf{A}_0|$ , поэтому ортогональная составляющая слабого светового поля не влияет на интерференционную картину с коэффициентом модуляции

$$m = m_0 \exp \left[ \pm \gamma x \frac{H_\Sigma + \cos(2\theta'_0)D}{2} \right].$$

Следовательно, она не оказывает обратного влияния на фоторефрактивную решетку, амплитуда которой пропорциональна  $m$ . Эта составляющая появляется в результате дифракции сильной волны на этой решетке (сформированной составляющими светового поля, пропорциональными  $\mathbf{A}_0/|\mathbf{A}_0|$ ) с преобразованием поляризационного состояния в ортогональное. Такая дифракция всегда усиливает слабую световую волну. Взаимодействие же между составляющими светового поля, пропорциональными  $\mathbf{A}_0/|\mathbf{A}_0|$ , может приводить как к усилению этой составляющей слабой волны, так и к ее ослаблению. При усилении энергетические потоки, обусловленные дифракцией и взаимодействием, однонаправлены, а при ослаблении разнонаправлены. При выравнивании интенсивностей падающих световых волн ( $\beta \rightarrow 1$ ) ортогональные поляризационные составляющие появляются у обеих волн. В этом случае интерференционная картина формируется как за счет интерференции составляющих с исходной поляризацией, пропорциональных  $\mathbf{A}_0$ , так и за счет интерференции составляющих, пропорциональных  $\mathbf{A}_\perp$ , которые теперь так-

же оказывают обратное влияние на фоторефрактивную решетку.

При угле поляризации  $\theta'_0 \neq 0$  и  $\theta'_0 \neq 90^\circ$  два разнонаправленных потока, определяющих общую эффективность энергообмена между взаимодействующими световыми волнами, компенсируют друг друга ( $\Gamma = 0$ ) при некоторой величине  $\theta'_0$ , которая зависит от отношения интенсивностей падающих волн  $\beta$ , приведенной длины  $\gamma x$  и ориентации взаимодействия относительно осей кристалла (см. рис. 4б, г, е). При маленькой величине  $\gamma x \ll 1$  зависимости коэффициента двухволнового усиления от  $\theta'_0$  практически не изменяются при варьировании  $\beta$ :

$$\Gamma(\theta'_0) \approx \gamma [H_\Sigma + \cos(2\theta'_0)D].$$

При этом  $\Gamma = 0$  при  $\theta'_0 = 45^\circ$  и  $\theta'_0 = 135^\circ$  в случае поперечной конфигурации, при  $\theta'_0 = 35.3^\circ$  и  $\theta'_0 = 144.7^\circ$  в случае диагональной и при  $\theta'_0 = 62.6^\circ$  и  $\theta'_0 = 117.4^\circ$  в случае последней конфигурации из таблицы. В общем случае при увеличении  $\gamma x$  один из разнонаправленных потоков увеличивается, другой уменьшается. Компенсируются они уже при другом угле поляризации. Исключением является рассмотренный в предыдущем разделе случай поперечной конфигурации взаимодействия при  $\theta'_0 = \pm 45^\circ$  и  $\beta = 1$ , когда  $\Gamma = 0$  при любой величине  $\gamma x$ .

Из поляризационных зависимостей  $\Gamma(\theta'_0)$  следует, что при  $\beta \gg 1$  во всех рассмотренных случаях ослабление слабой световой волны при самодифракции обладает сильной селективностью по углам  $\theta'_0$  в окрестности  $\theta'_0 = 0$ . Для поперечной и диагональной конфигураций подобная селективность существует и при  $\beta \ll 1$  в окрестности  $\theta'_0 = 90^\circ$ . Этот эффект связан с существованием неоднаправленного потока энергии, который всегда усиливает слабую волну и увеличивается при отклонении поляризации падающих волн от направления собственных осей матрицы  $\mathbf{H}$ . При  $\beta \rightarrow 1$  этот поток нарастает при указанном отклонении медленнее и селективность ухудшается. Однако при  $\beta = 1$ , в отличие от случаев  $\beta \ll 1$  и  $\beta \gg 1$ , зависимость эффективности энергообмена от угла  $\theta'_0$  может иметь две селективные области. При  $\gamma x \ll 1$ , когда вклад неоднаправленного энергообмена несуществен, селективные области в поляризационной зависимости коэффициента  $\Gamma$  отсутствуют.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе выполнен анализ энергообмена и изменения поляризационного состояния

световых волн, взаимодействующих на пропускающей нелокальной фоторефрактивной решетке в кристалле симметрии  $\bar{4}3m$  произвольной ориентации. Показано, что вклад в энергообмен могут давать разнонаправленные потоки, существование которых связано с преобразованием поляризационного состояния световых волн. Точные аналитические решения и результаты численного анализа получены в линейном по коэффициенту модуляции  $m$  приближении для амплитуды решетки в случае, когда на кристалл падают линейно поляризованные световые волны. Следует отметить, что найденные первые интегралы уравнений связанных волн не зависят от нелинейных по  $m$  поправок. Поэтому основные качественные особенности взаимодействия, связанные с взаимовлиянием энергообмена между световыми волнами и изменением их поляризационного состояния, останутся прежними и при учете указанных поправок.

В частных случаях взаимодействия, когда поляризация падающих волн совпадает с собственными осями матрицы связи, поляризация световых волн в кристалле не изменяется и энергообмен между волнами является однонаправленным. В общем случае световое поле в кристалле содержит поляризационные составляющие, ортогональные поляризации падающих световых волн. Эти составляющие дают неоднаправленный вклад в общий энергообмен, который всегда усиливает слабую световую волну. Характерно, что при большой разнице между интенсивностями падающих волн, когда световое поле сильной волны можно считать заданным, ортогональная поляризационная составляющая слабой волны появляется за счет анизотропной дифракции на неоднородной фоторефрактивной решетке и не оказывает на нее обратного влияния.

В зависимости от ориентации векторов поляризации падающих световых волн и от отношения между их интенсивностями возможна реализация как однонаправленного энергообмена без изменения ориентации векторов поляризации взаимодействующих волн, так и неоднаправленного энергообмена с поворотом векторов поляризации. В частном случае поперечной конфигурации двухволнового взаимодействия при одинаковой интенсивности падающих волн с поляризацией  $TE$ - или  $TM$ -типа разнонаправленные потоки энергии полностью компенсируют друг друга и интенсивности волн в кристалле не изменяются. Тем не менее их векторы поляризации изменяют свою ориентацию с увеличением приведенной длины взаимодействия  $\gamma x$  так, что при условии  $\gamma x \gg 1$  они становятся

ортогональными, ориентированными вдоль различных собственных осей матрицы связи. При этом условия для всех рассмотренных конфигураций взаимодействия с изменением поляризационного состояния световых волн их векторы поляризации ортогональны при произвольном отношении интенсивностей падающих на кристалл волн. Однако в общем случае ориентация векторов поляризации при  $\gamma x \gg 1$  не совпадает с ориентацией собственных осей матрицы связи.

Автор благодарен С. М. Шандарову и Б. Н. Пойзнеру за полезные обсуждения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Винецкий, Н. В. Кухтарев, С. Г. Одулов и др., УФН **129**, 113 (1979).
2. Б. Я. Зельдович, Н. Ф. Пилипецкий, В. В. Шкунов, *Обращение волнового фронта*, Наука, Москва (1985).
3. И. Р. Шен, *Принципы нелинейной оптики*, Мир, Москва (1989).
4. С. Г. Одулов, М. С. Соскин, А. И. Хижняк, *Лазеры на динамических решетках*, Наука, Москва (1990).
5. N. Kukhtarev, V. Markov, and S. Odulov, Opt. Comm. **23**, 338 (1977).
6. N. V. Kukhtarev, V. B. Markov, S. G. Odulov et al., Ferroelectrics **22**, 949, 961 (1979).
7. С. И. Степанов, Г. С. Трофимов, ЖТФ **55**, 559 (1985).
8. P. Tayebati and D. Mahgerefteh, J. Opt. Soc. Amer. B **8**, 1053 (1991).
9. М. П. Петров, С. И. Степанов, А. В. Хоменко, *Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике*, Наука, Санкт-Петербург (1992).
10. Б. И. Стурман, В. М. Фридкин, *Фотогальванический эффект в средах без центра симметрии и родственные явления*, Наука, Москва (1992).
11. Б. И. Стурман, ЖТФ **48**, 1010 (1978).
12. М. Р. Petrov, S. V. Miridonov, S. I. Stepanov et al., Opt. Comm. **31**, 301 (1979).
13. Н. В. Кухтарев, Б. Д. Павлик, В. В. Сорокин и др., КЭ **13**, 326 (1986).
14. Н. В. Кухтарев, М. С. Бродин, В. И. Волков, ФТТ **30**, 2757 (1988).

15. G. Pauliat, C. Besson, and G. Roosen, *IEEE J. Quantum Electr.* **23**, 1736 (1989).
16. C. Stace, A. K. Powell, K. Walsh et al., *Opt. Comm.* **70**, 509 (1989).
17. G. A. Brost, *J. Opt. Soc. Amer. B* **9**, 3383 (1992).
18. H. C. Pedersen and P. M. Johansen, *J. Opt. Soc. Amer. B* **12**, 592 (1996).
19. H. Tuovinen, A. A. Kamshilin, and T. Jaaskelainen, *J. Opt. Soc. Amer. B* **14**, 3383 (1997).
20. B. I. Sturman, E. V. Podivilov, K. H. Ringhofer et al., *Phys. Rev. E* **60**, 3332 (1999).
21. Р. В. Литвинов, С. М. Шандаров, *Опт. и спектр.* **83**, 334 (1997).
22. Yi Hu, K. H. Ringhofer, and B. I. Sturman, *J. Appl. Phys. B* **68**, 931 (1999).
23. В. Ю. Красноперов, Р. В. Литвинов, С. М. Шандаров, *ФТТ* **41**, 632 (1999).
24. Р. В. Литвинов, С. М. Шандаров, С. Г. Чистяков, *ФТТ* **42**, 1397 (2000).
25. Р. В. Литвинов, С. М. Шандаров, *КЭ* **31**, 973 (2001).
26. А. Г. Мартьянов, С. М. Шандаров, Р. В. Литвинов, *ФТТ* **44**, 1006 (2002).
27. Р. В. Литвинов, *КЭ* **32**, 535 (2002).
28. А. А. Чабан, *ЖЭТФ* **57**, 1387 (1969).
29. S. I. Stepanov and M. P. Petrov, *Opt. Comm.* **53**, 292 (1985).
30. Ph. Refregier, L. Solymar, H. Rajbenbach et al., *J. Appl. Phys. B* **58**, 45 (1985).
31. K. Blotekjaer, *J. Appl. Phys. B* **48**, 2495 (1977).
32. M. G. Moharam, T. K. Gaylord, R. Magnusson et al., *J. Appl. Phys. B* **50**, 5642 (1979).
33. R. Saxena and T. Y. Chang, *J. Opt. Soc. Amer. B* **9**, 1467 (1992).
34. А. В. Дугин, Б. Я. Зельдович, П. Н. Ильиных и др., *КЭ* **19**, 1129 (1992).
35. S. M. Shandarov, N. I. Nazhestkina, O. V. Kobozev et al., *J. Appl. Phys. B* **68**, 1007 (1999).
36. G. V. Calvo, B. Sturman, F. Agulló-Lopez et al., *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3839 (2000).
37. О. В. Кобозев, А. Е. Мандель, С. М. Шандаров и др., *КЭ* **30**, 514 (2000).
38. С. М. Шандаров, В. Ю. Красноперов, В. А. Карташов и др., *Неорганические материалы* **37**, 728 (2001).
39. Р. В. Литвинов, *Изв. ВУЗов, физика* **10**, 20 (2001).
40. А. П. Карташов, Б. Л. Рождественский, *Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления*, Наука, Москва (1986).