ЖЭТФ, 2002, том 122, вып. 2 (8), стр. 233–240

ЭФФЕКТЫ ОРИЕНТАЦИИ ВТОРОГО ПОРЯДКА В РАССЕЯНИИ СВЕТА ПОЛЯРИЗОВАННЫМИ АТОМАМИ

М. Я. Агре *

Международный Соломонов университет
01135, Киев, Украина

Поступила в редакцию 18 февраля 2002 г.

Получено компактное выражение для пропорциональной мультиполю состояния третьего ранга части сечения рассеяния света на аксиально-симметрично поляризованных атомарных системах. Исследовано влияние ориентации второго порядка, определяемой этим мультиполем состояния, на поляризацию и угловое распределение рассеянного излучения. Поляризация падающего света может быть произвольной и задается параметрами Стокса. Показано, что ряд ориентационных эффектов в процессе рассеяния индуцируется именно ориентацией второго порядка. В частности, при рассеянии неполяризованного света ориентированным атомом интенсивность рассеяния в перпендикулярном направлении зависит только от ориентации второго порядка. Ориентация второго порядка сохраняет также эффект кругового дихроизма в степени линейной поляризации света, рассеянного вперед или назад.

PACS: 32.80.Cy

1. ВВЕДЕНИЕ

В условиях свободной ориентации магнитные подуровни атома заселены равномерно. Нарушение равномерной заселенности состояний с различными значениями проекции момента (поляризация атома) существенным образом влияет на процессы взаимодействия атома с электромагнитным излучением. Атом поляризуется при поглощении света, столкновениях и в других процессах. Для поляризации разработан специальный метод оптической накачки (см. обзоры [1, 2]), и некоторые фотопроцессы (излучение и поглощение света, фотоэффект) на поляризованных атомах хорошо изучены (см. [3] и содержащиеся там ссылки, а также [4, 5]).

Напомним, что поляризованный атом находится в смешанном квантовомеханическом состоянии. Разложение его матрицы плотности на неприводимые части, которые называются мультиполями состояния [3], позволяет выделить различные типы поляризации. Мультиполь состояния ρ_{KQ}, $K = 0, 1, 2, \ldots, 2j$ (j — квантовое число полного момента поляризованного атома), $Q = -K, -K+1, \ldots, K$, представляет собой неприводимый тензор K-го ранга. В отсутствие поляризации отличен от нуля только скаляр ρ_{00}. Если отличен от нуля хотя бы один из мультиполей состояния нечетного ранга, то атом называется ориентированным. При отличии от нуля хотя бы одного из мультиполей состояния четного ранга атом называют выстроенным. Придерживаясь здесь данной терминологии [3] [1)], мы для уточнения будем различать ориентацию и выстраивание различных порядков. Под ориентацией первого порядка понимается отличие от нуля вектора ρ_{1Q}, пропорционального среднему моменту поляризованного атома, под ориентацией второго порядка — отличие от нуля тензора ρ_{3Q} и т. д.

Общая теория рассеяния света поляризованным атомом развита в нашей работе [6]. Так, было показано, что в дифференциальное сечение дипольного рассеяния могут входить мультиполи состояния до четвертого ранга включительно, а в полное — до второго. В выражении для сечения рассеяния была выделена зависимость от геометрических параметров, однако сечение записывалось в довольно громоздком виде, содержащем неприводимые тен-

*E-mail: markag@aport2000.ru

1) В первом издании книги Блума [3] система называлась ориентированной при отличии от нуля вектора ориентации ρ_{1Q} и выстроенной при отличии от нуля тензора выстроенности ρ_{2Q}.

зоры, составленные из векторов поляризации падающего и рассеянного фотонов (см. ниже формулу (4)). При таком представлении сечения оказывался затруднительным анализ различных эффектов, которые можно наблюдать экспериментально. В последующих работах сечение рассеяния света на атомах, ориентированных в первом порядке [7, 8] и аксиально-симметрично выстроенных в первом порядке [9], удалось представить в более простой форме, выразив его через скалярные и векторные произведения векторов. При этом выделились так называемые диссипативно-индуцированные эффекты, которые должны наблюдаться, если рассеяние происходит на фоне открытых каналов диссипации световой энергии. Диссипативная система характеризуется T-нечетным (меняющим знак при обращении времени) диссипативным параметром Γ, и в выражении для сечения рассеяния света появляются дополнительные комбинации векторов.

Влияние ориентации второго порядка на процесс рассеяния света до настоящего времени детально не анализировалось ввиду более сложной структуры соответствующей части сечения (4). Между тем при поляризации атома с моментом $j \geq 3/2$ мультиполь состояния ρ_{3Q} может быть отличен от нуля и ориентация второго порядка даст вклад в процесс рассеяния.

В данной работе нам удалось представить в компактной инвариантной форме связанную с ориентацией второго порядка часть сечения рассеяния света на аксиально-симметрично поляризованных атомах. Исследовано влияние ориентации второго порядка на поляризацию и угловое распределение рассеянного света. Поляризация падающего света может быть произвольной и задается в общем случае параметрами Стокса. При получении основных результатов использованы тождества, которые выражают псевдоскаляры, составленные из семи векторов по правилу построения неприводимых тензоров, через скалярные и смешанные произведения векторов. Метод получения этих тождеств, представляющих, возможно, самостоятельный интерес, кратко рассмотрен в Приложении.

2. ВКЛАД ОРИЕНТАЦИИ ВТОРОГО ПОРЯДКА В СЕЧЕНИЕ РАССЕЯНИЯ СВЕТА

При аксиально-симметричной поляризации с осью симметрии, задаваемой единичным вектором $\mathbf{n}$, матрица плотности атома диагональна по проекциям момента m на направление $\mathbf{n}$, и в системе координат с осью z, направленной вдоль $\mathbf{n}$, отличны от нуля только компоненты $\rho_{K0} = \rho_K^n$ всех мультиполей состояния [3]. Эти компоненты следующим образом выражаются через диагональные элементы матрицы плотности w_m (заселенности атомных магнитных подуровней):

$$\rho_K^n = \sum_m (-1)^{j-m}(2K+1)^{1/2} \times \times \begin{pmatrix} j & j & K \\ m & -m & 0 \end{pmatrix} w_m. \quad (1)$$

Ориентация первого порядка ρ_1^n пропорциональна среднему значению проекции момента на направление $\mathbf{n}$

$$\overline{m} = \sum_m m\overline{w}_m,$$

ориентация второго порядка ρ_3^n выражается, согласно (1), через $\overline{m}$ и $\overline{m^3}$:

$$\rho_3^n = \sqrt{7} \times \times \frac{5\overline{m^3} - \overline{m}\,[3j(j+1)-1]}{[(j-1)j(j+1)(j+2)(2j-1)(2j+1)(2j+3)]^{1/2}}.$$

Отметим, что эти величины, как и все ρ_K^n с нечетным K, являются T-нечетными псевдоскалярами (вектор $\mathbf{n}$ при пространственной инверсии меняется на $-\mathbf{n}$).

Уже из общих соображений симметрии можно установить, какие изменения в сечение рассеяния света вносят ориентационные эффекты второго порядка. Действительно, мультиполь состояния ρ_{1Q} пропорционален сферическим компонентам вектора $\mathbf{n}$, а ρ_{3Q} — неприводимому тензору третьего ранга, составленному из $\mathbf{n}$. Поэтому часть сечения, пропорциональная ρ_3^n, должна содержать помимо псевдоскалярных конструкций, определяющих ориентационные эффекты первого порядка, псевдоскаляры с тремя векторами $\mathbf{n}$. Так, например, при рассеянии неполяризованного света зависимость углового распределения рассеянного излучения от ориентации первого порядка, являясь диссипативно-индуцированной, сохраняется за счет T-четного псевдоскаляра

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{k}' \times \mathbf{k})(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{k}) \quad (2)$$

[7, 8], где $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}'$ — единичные векторы, задающие направления распространения падающего и рассеянного света. Ориентационные эффекты второго порядка будут в данном случае определяться как псевдо-

скалярной конструкцией (2), так и псевдоскаляром вида

$$\mathbf{n}\cdot(\mathbf{k}'\times\mathbf{k})(\mathbf{k}'\cdot\mathbf{n})(\mathbf{k}\cdot\mathbf{n}). \tag{3}$$

Следовательно, интенсивность рассеяния неполяризованного света в перпендикулярном направлении может зависеть только от ориентации второго порядка.

Для нахождения части сечения, связанной с ориентацией второго порядка, обратимся к общему выражению для дифференциального сечения рассеяния света поляризованным атомом [6]:

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d\Omega'} &= (4\pi)^{1/2}\omega\omega'^3\alpha^4 \times \\ &\times \sum_{K,k,k'} \rho_K^n (-1)^{j+j'+k+K} \left\{\begin{matrix} k & k' & K \\ j & j & j' \end{matrix}\right\} \times \\ &\times (2K+1)^{-1/2} T_k T_{k'}^* \sum_Q Y_{KQ}^*(\mathbf{n}) \times \\ &\times \{\{\mathbf{e}'^*\otimes\mathbf{e}\}_k \otimes \{\mathbf{e}'\otimes\mathbf{e}^*\}_{k'}\}_{KQ}. \end{aligned} \tag{4}$$

Здесь ω (ω') — частота, а $\mathbf{e}$ ($\mathbf{e}'$) — единичный вектор поляризации падающего (рассеянного) фотона, α — постоянная тонкой структуры (используется атомная система единиц), j' — квантовое число полного момента атома в конечном состоянии, T_k ($k = 0, 1, 2$) — приведенные матричные элементы неприводимых частей тензора рассеяния, которые определены в [6, 8]. В формулу (4) также входит сферическая функция $Y_{KQ}(\mathbf{n})$ и неприводимые тензоры, составленные из векторов поляризаций. Из двух неприводимых тензоров $A_{k_1q_1}$ и $B_{k_2q_2}$ рангов k_1 и k_2 неприводимый тензор K-го ранга составляется следующим образом:

$$\{A_{k_1}\otimes B_{k_2}\}_{KQ} = \sum_{q_1,q_2} C^{KQ}_{k_1q_1k_2q_2} A_{k_1q_1} B_{k_2q_2}, \tag{5}$$

где $C^{KQ}_{k_1q_1k_2q_2}$ — коэффициент Клебша–Гордана. Вектор эквивалентен неприводимому тензору первого ранга $a_{1q} = a_{(q)}$, где $a_{(q)}$ — сферические компоненты этого вектора:

$$a_{(0)} = a_z, \quad a_{(\pm1)} = \mp\frac{1}{\sqrt{2}}(a_x \pm i a_y). \tag{6}$$

В данной статье мы не будем приводить известные выражения для сечения рассеяния света неполяризованным атомом (см. [10, § 60] и [6]) и добавок к нему, обусловленных ориентацией и выстраиванием первого порядка [8, 9], а сосредоточимся на добавке, пропорциональной ориентации второго порядка ρ_3^n. Сферическая функция $Y_{3Q}(\mathbf{n})$ пропорциональна неприводимому тензору третьего ранга, составленному из вектора $\mathbf{n}$ [11]:

$$Y_{3Q}(\mathbf{n}) = \sqrt{\frac{35}{8\pi}}\ \{\{\mathbf{n}\otimes\mathbf{n}\}_2\otimes\mathbf{n}\}_{3Q}.$$

Поэтому при $K = 3$ сумма по Q в (4) представляет собой скалярное произведение двух неприводимых тензоров третьего ранга, составленных из вектора $\mathbf{n}$ и векторов поляризации:

$$\begin{aligned}&\sum_Q (-1)^Q Y_{3-Q}(\mathbf{n})\,\{\{\mathbf{e}'^*\otimes\mathbf{e}\}_k\otimes\{\mathbf{e}'\otimes\mathbf{e}^*\}_{k'}\}_{3Q} = \\ &= \sqrt{\frac{35}{8\pi}}\,(\{\{\mathbf{n}\otimes\mathbf{n}\}_2\otimes\mathbf{n}\}_3, \\ &\qquad \{\{\mathbf{e}'^*\otimes\mathbf{e}\}_k\otimes\{\mathbf{e}'\otimes\mathbf{e}^*\}_{k'}\}_3). \end{aligned} \tag{7}$$

С помощью формул, полученных в Приложении, псевдоскаляры (7) для всех возможных наборов чисел k и k' ($k = 1$, $k' = 2$; $k = 2$, $k' = 1$ и $k = k' = 2$) можно выразить через скалярные и векторные произведения входящих в них векторов. После выделения всех комбинаций векторов выражение для интересующей нас части сечения (4) может быть записано в следующем виде:

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma^{(sor)}}{d\Omega'} &= \omega\omega'^3\alpha^4\rho_3^n\left\{\frac{1}{10}a_+\eta_2\mathbf{n}\cdot\mathbf{k} + \frac{1}{10}a_-\eta_2'\mathbf{n}\cdot\mathbf{k}' - \right.\\ &- \frac{1}{2}a_+\eta_2\mathbf{n}\cdot\mathbf{k}|\mathbf{n}\cdot\mathbf{e}'|^2 - \frac{1}{2}a_-\eta_2'\mathbf{n}\cdot\mathbf{k}'|\mathbf{n}\cdot\mathbf{e}|^2 + \\ &+ \frac{1}{5}a_+\eta_2\,\mathrm{Re}\,[(\mathbf{n}\cdot\mathbf{e}')(\mathbf{k}\cdot\mathbf{e}'^*)] + \\ &+ \frac{1}{5}a_-\eta_2'\,\mathrm{Re}\,[(\mathbf{n}\cdot\mathbf{e})(\mathbf{k}'\cdot\mathbf{e}^*)] + \\ &+ b\eta_2\eta_2'\mathbf{n}\cdot(\mathbf{k}'\times\mathbf{k}) + b\mathbf{n}\cdot\mathrm{Re}\,[(\mathbf{e}'^*\times\mathbf{e})(\mathbf{e}'\cdot\mathbf{e}^*)] - \\ &\left. - 5b\mathbf{n}\cdot\mathrm{Re}\,[(\mathbf{e}'^*\times\mathbf{e})(\mathbf{e}'\cdot\mathbf{n})(\mathbf{e}^*\cdot\mathbf{n})]\right\}. \end{aligned} \tag{8}$$

Здесь

$$\eta_2 = i\mathbf{k}\cdot(\mathbf{e}\times\mathbf{e}^*)$$

имеет смысл степени циркулярной поляризации падающего света, параметр η_2' определяется аналогичным выражением:

$$\eta_2' = i\mathbf{k}'\cdot(\mathbf{e}'\times\mathbf{e}'^*).$$

Коэффициенты $a_\pm$ и b выражаются через $6j$-символы и приведенные матричные элементы тензора рассеяния:

$$
\begin{aligned}
& a_{\pm}=\sqrt{5}\left(R_{12} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} R_{22}\right), \\
& b=\frac{(-1)^{j+j^{\prime}}}{\sqrt{5}}\left\{\begin{array}{ccc}
j^{\prime} & j & 2 \\
3 & 1 & j
\end{array}\right\} \operatorname{Im}\left(T_1 T_2^*\right), \\
& R_{k k^{\prime}}=(-1)^{j+j^{\prime}}\left\{\begin{array}{ccc}
j^{\prime} & j & k^{\prime} \\
3 & k & j
\end{array}\right\} \operatorname{Re}\left(T_k T_{k^{\prime}}^*\right) .
\end{aligned} \tag{9}
$$

Для нахождения добавки к угловому распределению рассеянного излучения, обусловленной ориентацией второго порядка, следует просуммировать (8) по двум независимым поляризациям рассеянного фотона. При суммировании параметр η_2' обращается в нуль, а суммирование скаляров, содержащих вектор $\mathbf{e}'$, легко выполняется с помощью тождества [10, § 45]

$$
\sum_\lambda (\mathbf{a}\cdot\mathbf{e}'_\lambda)(\mathbf{b}\cdot\mathbf{e}'^*_\lambda)=(\mathbf{k}'\times\mathbf{a})\cdot(\mathbf{k}'\times\mathbf{b}). \tag{10}
$$

В результате для ориентационной добавки к угловому распределению рассеянного света получим следующее выражение:

$$
\begin{aligned}
\frac{d\sigma_s^{sor}}{d\Omega'} = {} & \omega\omega'^3\alpha^4\rho_3^n \times \\
& \times\left\{\frac{1}{2}a_+\eta_2\mathbf{n}\cdot\mathbf{k}(\mathbf{n}\cdot\mathbf{k}')^2-\frac{1}{10}a_+\eta_2\mathbf{n}\cdot\mathbf{k}-\right. \\
& -\frac{1}{5}a_+\eta_2(\mathbf{n}\cdot\mathbf{k}')(\mathbf{k}\cdot\mathbf{k}')+b\mathbf{n}\cdot\operatorname{Re}\left[(\mathbf{e}^*\times\mathbf{k}')(\mathbf{e}\cdot\mathbf{k}')\right]- \\
& \left.-5b\mathbf{n}\cdot\operatorname{Re}\left[(\mathbf{e}^*\times\mathbf{k}')(\mathbf{e}\cdot\mathbf{n})\right](\mathbf{k}'\cdot\mathbf{n})\right\}.
\end{aligned} \tag{11}
$$

Ранее было показано, что ориентация второго порядка не дает вклада в полное сечение рассеяния света [6]. Следовательно, при интегрировании выражения (11) по всем направлениям рассеяния должен получиться нуль. В последнем нетрудно убедиться, если при интегрировании использовать известное тождество

$$
\int k_i'k_j'd\Omega'=\frac{4\pi}{3}\delta_{ij}.
$$

3. РАССЕЯНИЕ ЧАСТИЧНО ПОЛЯРИЗОВАННОГО СВЕТА

В предыдущем разделе предполагалось, что рассеивающийся свет полностью поляризован, так что его поляризация может быть задана вектором $\mathbf{e}$. В более общем случае частичной поляризации необходимо задавать три поляризационных параметра, например, параметры Стокса η_i, $i=1,2,3$ [3, 12]. Параметр η_2 определяет степень циркулярной поляризации, η_3 — степень линейной поляризации вдоль осей x и y (ось z предполагается направленной вдоль распространения световой волны), а η_1 — степень линейной поляризации вдоль осей p и q, повернутых в плоскости xy в положительном направлении на угол 45° относительно осей x и y. Параметры Стокса удовлетворяют соотношению

$$
\eta_1^2+\eta_2^2+\eta_3^2\le 1,
$$

причем знак равенства отвечает полной поляризации. В случае неполяризованного света

$$
\eta_1=\eta_2=\eta_3=0.
$$

Как показано в работе [8], сечение любого фотопроцесса, сопровождающегося поглощением или вынужденным излучением частично поляризованного фотона, выражается через параметры Стокса и три дихроизма данного процесса:

$$
\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{d\Omega'}= {} & \frac{d\sigma_0}{d\Omega'}+ \\
& +\frac{1}{2}\left[\eta_1\frac{d\sigma_{pq}}{d\Omega'}+\eta_2\frac{d\sigma_{+-}}{d\Omega'}+\eta_3\frac{d\sigma_{xy}}{d\Omega'}\right].
\end{aligned} \tag{12}
$$

Здесь $d\sigma_0/d\Omega'$ — сечение фотопроцесса с участием неполяризованного фотона, $d\sigma_{+-}/d\Omega'$ — разность сечений для случаев правой и левой циркулярных поляризаций, задаваемых векторами $\mathbf{e}_\pm$ (круговой дихроизм процесса), $d\sigma_{xy}/d\Omega'$ — разность сечений для случаев линейных поляризаций вдоль осей x и y (линейный xy-дихроизм). Соответствующие векторы линейных поляризаций обозначаем как $\mathbf{e}_x$ и $\mathbf{e}_y$. Наконец, $d\sigma_{pq}/d\Omega'$ — линейный pq-дихроизм процесса. Формула (12) позволяет сравнительно просто преобразовать выражения (8) и (11) таким образом, чтобы они были применимы к случаю рассеяния частично поляризованного света.

Переход к неполяризованному свету сводится к усреднению (8) и (11) со статвесом 1/2 по двум ортогональным векторам поляризации $\mathbf{e}_\lambda$. При этом слагаемые, содержащие параметр η_2, исчезают, а усреднение остальных слагаемых, в которые входит вектор $\mathbf{e}$, легко выполняется с помощью тождества, аналогичного (10). Линейный дихроизм находится подстановкой в (8) и (11) соответствующих вещественных векторов линейных поляризаций. При нахождении кругового дихроизма параметр η_2, равный ± 1

для правой (левой) циркулярной поляризации, заменится во всех слагаемых (8) и (11) на 2. Согласно (12), в окончательные выражения эти слагаемые формально войдут без изменений, но η_2 уже будет иметь смысл степени циркулярной поляризации частично поляризованного света. А при нахождении вклада в круговой дихроизм других слагаемых, зависящих от $\mathbf{e}$, удобно использовать тождество

$$(\mathbf{a}\cdot\mathbf{e}_\pm)(\mathbf{b}\cdot\mathbf{e}_\pm^*) = \frac{1}{2}\left[(\mathbf{k}\times\mathbf{a})\cdot(\mathbf{k}\times\mathbf{b}) \pm i\mathbf{k}\cdot(\mathbf{b}\times\mathbf{a})\right].$$

Приведем окончательное выражение для обусловленной ориентацией второго порядка добавки к сечению рассеяния частично поляризованного света:

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma^{(sor)}}{d\Omega'} &= \frac{1}{2}\omega\omega'^3\alpha^4\rho_3^n \times \\ &\times\left\{\frac{1}{2}a_-\eta_2'\mathbf{n}\cdot\mathbf{k}'(\mathbf{n}\cdot\mathbf{k})^2 - \frac{1}{10}a_-\eta_2'\mathbf{n}\cdot\mathbf{k}' -\right. \\ &- \frac{1}{5}a_-\eta_2'(\mathbf{k}'\cdot\mathbf{k})(\mathbf{n}\cdot\mathbf{k}) + b\mathbf{n}\cdot\mathrm{Re}\left[(\mathbf{k}\times\mathbf{e}'^*)(\mathbf{k}\cdot\mathbf{e}')\right] - \\ &- 5b\mathbf{n}\cdot\mathrm{Re}\left[(\mathbf{k}\times\mathbf{e}'^*)(\mathbf{e}'\cdot\mathbf{n})\right](\mathbf{k}\cdot\mathbf{n}) + \eta_2 a_+ \times \\ &\times\left[\frac{1}{5}\mathbf{n}\cdot\mathbf{k} - \mathbf{n}\cdot\mathbf{k}|\mathbf{n}\cdot\mathbf{e}'|^2 + \frac{2}{5}\mathrm{Re}\left[(\mathbf{n}\cdot\mathbf{e}')(\mathbf{k}\cdot\mathbf{e}'^*)\right]\right] + \\ &\left. + \eta_1\Delta_{pq} + \eta_3\Delta_{xy}\right\}, \qquad (13)\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\Delta_{\beta\gamma} &= \frac{1}{5}a_-\eta_2'\mathbf{n}\cdot\left[\mathbf{e}_\beta(\mathbf{k}'\cdot\mathbf{e}_\beta) - \mathbf{e}_\gamma(\mathbf{k}'\cdot\mathbf{e}_\gamma)\right] + \\ &+ \frac{1}{2}a_-\eta_2'\mathbf{n}\cdot\mathbf{k}'\left[(\mathbf{n}\cdot\mathbf{e}_\gamma)^2 - (\mathbf{n}\cdot\mathbf{e}_\beta)^2\right] + \\ &+ b\mathbf{n}\cdot\mathrm{Re}\left[(\mathbf{e}'^*\times\mathbf{e}_\beta)(\mathbf{e}'\cdot\mathbf{e}_\beta) - (\mathbf{e}'^*\times\mathbf{e}_\gamma)(\mathbf{e}'\cdot\mathbf{e}_\gamma)\right] - \\ &- 5b\mathbf{n}\cdot\mathrm{Re}\left\{\left[(\mathbf{e}'^*\times\mathbf{e}_\beta)(\mathbf{e}_\beta\cdot\mathbf{n}) - (\mathbf{e}'^*\times\mathbf{e}_\gamma)(\mathbf{e}_\gamma\cdot\mathbf{n})\right]\mathbf{e}'\cdot\mathbf{n}\right\}.\end{aligned}$$

Ориентационная добавка к угловому распределению записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma_s^{(sor)}}{d\Omega'} &= \frac{1}{2}\omega\omega'^3\alpha^4\rho_3^n\left\{b\mathbf{n}\cdot(\mathbf{k}'\times\mathbf{k})(\mathbf{k}'\cdot\mathbf{k}) -\right. \\ &- 5b\mathbf{n}\cdot(\mathbf{k}'\times\mathbf{k})(\mathbf{k}'\cdot\mathbf{n})(\mathbf{k}\cdot\mathbf{n}) + \eta_2 a_+ \times \\ &\times\left[\mathbf{n}\cdot\mathbf{k}(\mathbf{n}\cdot\mathbf{k}')^2 - \frac{1}{5}\mathbf{n}\cdot\mathbf{k} - \frac{2}{5}(\mathbf{n}\cdot\mathbf{k}')(\mathbf{k}'\cdot\mathbf{k})\right] + \\ &\left. + \eta_1\delta_{pq} + \eta_3\delta_{xy}\right\}, \qquad (14)\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\delta_{\beta\gamma} &= b\mathbf{n}\cdot\left[(\mathbf{e}_\beta\times\mathbf{k}')(\mathbf{e}_\beta\cdot\mathbf{k}') - (\mathbf{e}_\gamma\times\mathbf{k}')(\mathbf{e}_\gamma\cdot\mathbf{k}')\right] - \\ &- 5b\mathbf{n}\cdot\left[(\mathbf{e}_\beta\times\mathbf{k}')(\mathbf{e}_\beta\cdot\mathbf{n}) - (\mathbf{e}_\gamma\times\mathbf{k}')(\mathbf{e}_\gamma\cdot\mathbf{n})\right](\mathbf{k}'\cdot\mathbf{n}).\end{aligned}$$

Формулу (14) можно также получить, суммируя (13) по двум ортогональным поляризациям рассеянного света.

4. ВЛИЯНИЕ ОРИЕНТАЦИИ АТОМА И ДИССИПАЦИИ СВЕТОВОЙ ЭНЕРГИИ НА ПРОЦЕСС РАССЕЯНИЯ СВЕТА

Прежде чем обсуждать, к каким наблюдаемым в процессе рассеяния света эффектам приводит ориентация второго порядка, заметим, что при ее учете в сечении рассеяния появляются слагаемые двух типов. Слагаемые первого типа, содержащие один вектор $\mathbf{n}$, входят также в часть сечения, связанную с ориентацией первого порядка [8], слагаемые второго типа, содержащие три вектора $\mathbf{n}$, являются существенно новыми. Далее, в силу T-нечетности ρ_3^n все слагаемые в фигурных скобках (8), (11), (13) и (14) должны быть T-нечетными. Легко заметить, что при обращении времени, когда каждый вектор поляризации заменяется на комплексно-сопряженный, а векторы $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}'$ меняют свои направления на противоположные, псевдоскалярные конструкции, которые умножаются на коэффициент b, остаются неизменными. Следовательно, коэффициент b, определяемый в (9), должен быть T-нечетным. Физической природой данной T-нечетности является диссипация световой энергии в процессе рассеяния света. Отсылая за подробностями к работам [7, 8], отметим, что пропорциональный T-нечетному диссипативному параметру Γ коэффициент b оказывается отличным от нуля только при открытом в процессе рассеяния канале диссипации световой энергии: фотоионизационном канале при надпороговом рассеянии, излучательном или столкновительном канале при резонансном рассеянии. В первом случае параметром Γ, который определяет скорость диссипации световой энергии, является вероятность фотоионизации, а во втором — ширина резонансного уровня (резонансный уровень обязательно должен иметь мультиплетную структуру [7]).

Отметим, что эффекты, обусловленные ориентацией, можно отделить от эффектов, связанных с выстраиванием атомов, так как разность сечений для двух противоположных направлений вектора $\mathbf{n}$ зависит только от ориентации. В то же время при отличии от нуля ρ_1^n и ρ_3^n эффекты, связанные с ориентацией первого и второго порядков, должны наблюдаться совместно.

Влияние ориентации первого порядка на процесс рассеяния света подробно обсуждалось в работе [8]. Все качественно новые эффекты в рассеянии света, связанные с ориентацией первого порядка, должны наблюдаться и при ориентации второго порядка. Поэтому мы только кратко перечислим основные ориентационные эффекты, остановившись далее более подробно на тех отличиях, к которым приводит ориентация второго порядка. Так, за счет ориентации индуцируется ненулевая степень циркулярной поляризации рассеянного света даже при $\eta_2 = 0$, а в угловом распределении и степени линейной поляризации рассеянного света сохраняется зависимость от степени циркулярной поляризации падающего излучения η_2, что ведет к эффектам кругового дихроизма. Интересно отметить, что выстраивание атома может приводить к подобным эффектам только при открытом диссипативном канале [9, 13]. Далее, при $\eta_2 = 0$ зависимости степени линейной поляризации и углового распределения рассеянного света от ориентации ρ_1^n и ρ_3^n индуцируются диссипацией световой энергии, т. е. эти зависимости сохраняются только при надпороговом или резонансном рассеянии.

Рассмотрим теперь некоторые поляризационные особенности рассеянного света, связанные с ориентацией второго порядка. Формула (13) позволяет установить эти особенности. Так, индуцируемая ориентацией второго порядка степень циркулярной поляризации рассеянного света пропорциональна разности выражений (13) для $\eta_2' = \pm 1$. Отсутствие в (13) слагаемого, пропорционального $\eta_2 \eta_2'$, означает, что эта степень циркулярной поляризации не зависит от параметра Стокса η_2. Напротив, степень циркулярной поляризации, индуцируемая ориентацией первого порядка, зависит от η_2 при открытом диссипативном канале [8], что приводит к эффекту кругового дихроизма. Круговой дихроизм в степени линейной поляризации рассеянного света сохраняется при ориентации второго порядка (см. слагаемые, содержание вектор $\mathbf{e}'$ и пропорциональные параметру Стокса η_2 в (13)), причем в отличие от случая ориентации первого порядка этот эффект не исчезает и при рассеянии вперед или назад, когда вектор линейной поляризации $\mathbf{e}'$ и вектор $\mathbf{k}$ взаимно перпендикулярны. Интересно также отметить, что если падающий свет неполяризован и при рассеянии регистрируется только линейно поляризованный свет с вектором поляризации, перпендикулярным $\mathbf{k}$, то интенсивность рассеяния сохраняет зависимость от ориентации второго порядка (см. пятое слагаемое в (13)), тогда как зависимость от ориентации первого порядка исчезает. В случае рассеяния неполяризованного света это же слагаемое обеспечивает сохранение зависимости степени линейной поляризации рассеянного света от ориентации второго порядка при рассеянии вперед и рассеянии назад.

Ориентация второго порядка приводит также к ряду наблюдаемых эффектов в угловом распределении рассеянного излучения. Так, например, при рассеянии неполяризованного света, когда вклад ориентации второго порядка в угловое распределение определяется в (14) только двумя первыми слагаемыми вида (2) и (3), зависимость интенсивности рассеянного в перпендикулярном направлении излучения от ориентации второго порядка сохраняется, а от ориентации первого порядка исчезает. При линейной поляризации падающего излучения интенсивность рассеяния в направлении, перпендикулярном его поляризации, также зависит только от ориентации второго порядка (см. (11)). Кроме того, при рассеянии вперед и рассеянии назад именно за счет ориентации второго порядка сохраняется ориентационная зависимость интенсивности рассеяния от параметров Стокса η_1 и η_3 (второе слагаемое, определяющее величину $\delta_{\beta\gamma}$ в (14) остается в этом случае отличным от нуля).

Наконец, напомним, что в полном сечении рассеяния света ориентация второго порядка никак не проявляется.

Подчеркнем в заключение, что полученные здесь формулы (8), (11), (13) и (14) вместе с результатами работы [8] полностью определяют влияние ориентации на процесс рассеяния света поляризованной атомарной системой. Эффекты выстраивания первого порядка были рассмотрены в работах [9, 13]. Изучение эффектов выстраивания второго порядка, которые определяются пропорциональной ρ_4^n частью сечения рассеяния (4), требует отдельного рассмотрения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

При выражении псевдоскаляров (7) через скалярные и смешанные произведения входящих в них векторов использованы два следующих тождества:

$$\begin{aligned}(\{\{\mathbf{n}\otimes\mathbf{n}\}_2\otimes\mathbf{n}\}_3\,,\{\{\mathbf{d}\otimes\mathbf{e}\}_1\otimes\{\mathbf{f}\otimes\mathbf{g}\}_2\}_3) &= \\ = \frac{i}{\sqrt{2}}\Big\{\mathbf{d}\cdot(\mathbf{e}\times\mathbf{n})(\mathbf{f}\cdot\mathbf{n})(\mathbf{g}\cdot\mathbf{n}) &- \\ - \frac{1}{5}\left[\mathbf{d}\cdot(\mathbf{e}\times\mathbf{f})(\mathbf{g}\cdot\mathbf{n}) + \mathbf{d}\cdot(\mathbf{e}\times\mathbf{g})(\mathbf{f}\cdot\mathbf{n}) \right.&+ \\ \left. + \ \mathbf{d}\cdot(\mathbf{e}\times\mathbf{n})(\mathbf{f}\cdot\mathbf{g})\right]\Big\}, \quad (\text{П}.1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\{\{\mathbf{n}\otimes\mathbf{n}\}_2\otimes\mathbf{n}\}_3\,,\{\{\mathbf{d}\otimes\mathbf{e}\}_2\otimes\{\mathbf{f}\otimes\mathbf{g}\}_2\}_3) &= \\ = \frac{i}{4}\Big\{\mathbf{n}\cdot(\mathbf{e}\times\mathbf{f})(\mathbf{d}\cdot\mathbf{n})(\mathbf{g}\cdot\mathbf{n}) + \mathbf{n}\cdot(\mathbf{e}\times\mathbf{g})(\mathbf{d}\cdot\mathbf{n})(\mathbf{f}\cdot\mathbf{n}) &+ \\ + \mathbf{n}\cdot(\mathbf{d}\times\mathbf{f})(\mathbf{e}\cdot\mathbf{n})(\mathbf{g}\cdot\mathbf{n}) + \mathbf{n}\cdot(\mathbf{d}\times\mathbf{g})(\mathbf{e}\cdot\mathbf{n})(\mathbf{f}\cdot\mathbf{n}) &-\end{aligned}$$

$$- \frac{1}{5} [\mathbf{n} \cdot (\mathbf{e} \times \mathbf{g})(\mathbf{d} \cdot \mathbf{f}) + \mathbf{n} \cdot (\mathbf{e} \times \mathbf{f})(\mathbf{d} \cdot \mathbf{g}) + \\ + \mathbf{n} \cdot (\mathbf{d} \times \mathbf{g})(\mathbf{e} \cdot \mathbf{f}) + \mathbf{n} \cdot (\mathbf{d} \times \mathbf{f})(\mathbf{e} \cdot \mathbf{g})] \Bigg\}, \quad (\text{П.2})$$

где $\mathbf{n}$ — единичный вещественный вектор, так что $\mathbf{n} \cdot \mathbf{n} = 1$, а неприводимые тензоры в левых частях (П.1) и (П.2) построены по правилу (5). Еще один псевдоскаляр вида (7) находится с помощью тождества (П.1), так как из свойства симметрии коэффициентов Клебша–Гордана следует, что

$$(\{\{\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}\}_2 \otimes \mathbf{n}\}_3, \{\{\mathbf{d} \otimes \mathbf{e}\}_2 \otimes \{\mathbf{f} \otimes \mathbf{g}\}_1\}_3) = \\ = (\{\{\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}\}_2 \otimes \mathbf{n}\}_3, \{\{\mathbf{f} \otimes \mathbf{g}\}_1 \otimes \{\mathbf{d} \otimes \mathbf{e}\}_2\}_3).$$

Покажем, как могут быть получены тождества (П.1), (П.2) и другие тождества подобного рода.

Прежде всего заметим, что из компонент декартова тензора A_{ik} можно построить неприводимые тензоры нулевого, первого и второго рангов K:

$$A_{KQ} = \sum_{q_1, q_2} C^{KQ}_{1q_1 1q_2} A_{(q_1 q_2)}, \quad (\text{П.3})$$

где $A_{(q_1 q_2)}$ — сферические компоненты тензора, которые по каждому из индексов выражаются через декартовы компоненты аналогично сферическим компонентам вектора (6). Здесь и ниже декартовы компоненты тензоров обозначаются малыми латинскими буквами i, j, k, m, n. Если A_{ik} представляет собой построенный из двух векторов симметричный тензор с нулевым следом,

$$A_{ik} = \frac{1}{2}(a_i b_k + a_k b_i) - \frac{1}{3} \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \delta_{ik}, \quad (\text{П.4})$$

то отличен от нуля только неприводимый тензор второго ранга

$$A_{2Q} = \{\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}\}_{2Q}.$$

Если же B_{ik} — антисимметричный тензор, построенный из двух векторов,

$$B_{ik} = \frac{1}{2}(d_i e_k - d_k e_i), \quad (\text{П.5})$$

то отличен от нуля только неприводимый тензор первого ранга

$$B_{1Q} = \{\mathbf{d} \otimes \mathbf{e}\}_{1Q}.$$

Нам понадобятся также неприводимые тензоры, составленные из антисимметричного псевдотензора третьего ранга ε_{ijk} ($\varepsilon_{123} = 1$). Неприводимые компоненты этого псевдотензора должны определяться как

$$\varepsilon^k_{KQ} = \sum_{q_1, q_2, q_3, q} C^{KQ}_{1q_1 kq} C^{kq}_{1q_2 1q_3} \varepsilon_{(q_1 q_2 q_3)}. \quad (\text{П.6})$$

Псевдотензор ε_{ijk} не меняется при поворотах системы координат, поэтому отличным от нуля может быть только неприводимый тензор нулевого ранга (псевдоскаляр) ε^1_{00}. Сравнив выражение, определяющее этот псевдоскаляр, с псевдоскаляром

$$\{\mathbf{a} \otimes \{\mathbf{b} \otimes \mathbf{c}\}_1\}_0 = -\frac{i}{\sqrt{6}} \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \\ = -\frac{i}{\sqrt{6}} a_j \varepsilon_{jkm} b_k c_m$$

(см. формулы из справочника [11]), легко находим, что

$$\varepsilon^1_{00} = -\frac{i}{\sqrt{6}} \varepsilon^2_{jkm} = -i\sqrt{6}.$$

Введем в рассмотрение псевдоскаляры

$$X_{J;k} = (\{\{\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}\}_2 \otimes \mathbf{c}\}_J, \\ \{\{\mathbf{d} \otimes \mathbf{e}\}_k \otimes \{\mathbf{f} \otimes \mathbf{g}\}_2\}_J), \quad (\text{П.7})$$

где $k = 1, 2$, $J = 1, 2, 3$. Псевдоскаляры $X_{1;k}$ представляют собой скалярные произведения двух неприводимых тензоров первого ранга (векторов) и могут быть легко выражены через скалярные и смешанные произведения входящих в них векторов с помощью формул из справочника [11].

Нас интересуют $X_{3;k}$, так как псевдоскаляры подобного вида входят в левые части тождеств (П.1) и (П.2). Для их нахождения рассмотрим псевдоскаляр

$$S_1 = A_{ik} c_j \varepsilon_{inm} B_{kn} D_{mj} = \\ = \sum_{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5} (-1)^{q_1+q_2+q_3+q_4+q_5} \times \\ \times A_{(q_1 q_2)} c_{(q_3)} \varepsilon_{(-q_1 q_4 q_5)} B_{(-q_2 - q_4)} D_{(-q_5 - q_3)}, \quad (\text{П.8})$$

составленный из декартовых тензоров. Обратив соотношения типа (П.3) и соотношение (П.6), псевдоскаляр S_1 можно выразить через сумму произведений неприводимых компонент всех входящих в (П.8) тензоров и пяти коэффициентов Клебша–Гордана. Сумма по проекциям моментов произведения пяти коэффициентов Клебша–Гордана преобразуется с помощью графических методов, изложенных в книге [14], после чего S_1 записывается через псевдоскаляры, составленные из неприводимых тензоров:

$$S_1 = i\sqrt{6} \sum_{K, K_1, K_2, J} (-1)^{K_1+1} \times \\ \times [(2K+1)(2K_1+1)(2K_2+1)]^{1/2} \times \\ \times \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & K & K_1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & K_2 \\ J & K_1 & K \end{Bmatrix} \times \\ \times (\{A_K \otimes \mathbf{c}\}_J, \{B_{K_1} \otimes D_{K_2}\}_J). \quad (\text{П.9})$$

Аналогичным образом можно получить выражение для псевдоскаляра

$$S_2 = A_{ik}c_j\varepsilon_{ijn}B_{nm}D_{km} = \\ = i\sqrt{6}\sum_{K,K_1,K_2,J}(-1)^{K_1+K_2+1}\times \\ \times\left[(2K+1)(2K_1+1)(2K_2+1)\right]^{1/2}\times \\ \times\left\{\begin{array}{ccc}1 & 1 & K_2\\ J & K_1 & 1\end{array}\right\}\left\{\begin{array}{ccc}1 & 1 & K\\ J & 1 & 1\end{array}\right\}\times \\ \times\left(\{A_K\otimes\mathbf{c}\}_J,\{B_{K_1}\otimes D_{K_2}\}_J\right). \qquad (\Pi.10)$$

Если в качестве тензоров A_{ik}, B_{ik} и D_{ik} в (П.8) взять симметричные тензоры с нулевым следом, построенные по правилу (П.4) из векторов $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$, $\mathbf{d}$ и $\mathbf{e}$, $\mathbf{f}$ и $\mathbf{g}$ соответственно, то S_1 выразится, согласно (П.9), через псевдоскаляры $X_{J;2}$ (П.7) с $J = 1, 2$ и 3, причем $K = K_1 = K_2 = 2$. При замене B_{ik} на антисимметричный тензор (П.5) S_1 выразится через $X_{J;1}$ с $J = 1, 2, 3$, причем $K = K_2 = 2$, а $K_1 = 1$ в правой части (П.9). Скаляры S_2 при указанных выборах тензоров A_{ik}, B_{ik} и D_{ik} выражаются через $X_{J;k}$ с $J = 1$ и 2, так как параметр J в сумме (П.10) удовлетворяет условиям треугольника $\Delta(1, 1, J)$, $\Delta(1, K, J)$, а $K = 2$.

Тождество (П.10) позволяет выразить $X_{2;k}$ через S_2 и $X_{1;k}$. После этого с помощью (П.9) искомые псевдоскаляры $X_{3;k}$ выражаются через $X_{2;k}$, $X_{1;k}$ и S_1. Псевдоскаляры S_1 (П.8) и S_2 (П.10) очевидным образом записываются через скалярные и смешанные произведения векторов, из которых они построены. В результате $X_{3;k}$ (П.7) оказываются выраженными через скалярные и смешанные произведения входящих в них векторов. В интересующем нас случае $\mathbf{a} = \mathbf{b} = \mathbf{c} = \mathbf{n}$, $\mathbf{n}\cdot\mathbf{n} = 1$ формулы упрощаются, так как часть смешанных произведений обращается в нуль, а скалярных — в единицу. Описанным здесь способом были получены тождества (П.1) и (П.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. В. Скроцкий, Т. Г. Изюмова, УФН **73**, 423 (1961).
2. W. Happer, Rev. Mod. Phys. **44**, 169 (1972).
3. K. Blum, *Density Matrix Theory and Applications*, Second Edition, Plenum Press, New York and London (1996).
4. H. Klar and H. Kleinpoppen, J. Phys. B **15**, 933 (1982).
5. N. A. Cherepkov and V. V. Kuznetsov, J. Phys. B **22**, L405 (1989).
6. М. Я. Агре, Л. П. Рапопорт, ЖЭТФ **104**, 2975 (1993).
7. M. Ya. Agre and N. L. Manakov, J. Phys. B **29**, L7 (1996).
8. М. Я. Агре, ЖЭТФ **120**, 562 (2001).
9. М. Я. Агре, ЖЭТФ **110**, 2018 (1996).
10. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1980).
11. Д. В. Варшалович, А. Н. Москалев, В. К. Херсонский, *Квантовая теория углового момента*, Наука, Ленинград (1975).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, Москва (1973), § 50.
13. М. Я. Агре, Опт. и спектр. **92**, 550 (2002).
14. Э. Эль-Баз, Е. Кастель, *Графические методы алгебры спинов*, Мир, Москва (1974).