

О ФИЗИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАТОРОВ NOT И CNOT В ДВУХКУБИТОВОМ КВАНТОВОМ КОМПЬЮТЕРЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СВЕРХКОРОТКИХ ОПТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ

О. Н. Гадомский^{a}, Ю. Ю. Воронов^b*

^a *Ульяновский государственный университет,
432700, Ульяновск, Россия*

^b *Институт радиотехники и электроники Российской академии наук, Ульяновское отделение
432700, Ульяновск, Россия*

Поступила в редакцию 16 октября 2001 г.

Показано, что квантовые вычисления лучше выполнять на системе двухуровневых атомов, содержащих метастабильные состояния, используя оптические дипольные переходы, происходящие под действием сверхкоротких световых импульсов. Квантовую информацию, которая передается отдельным кубитам, предлагается измерять с помощью блоховских, а не чистых квантовых состояний двухуровневых атомов. При этом мерой квантовой информации может являться инверсия атомов. Для описания логических операторов NOT и CNOT в системе взаимодействующих двухуровневых атомов (кубитов) выведены модифицированные оптические уравнения для векторов Блоха отдельных кубитов. Получено решение этих уравнений в сочетании с полевыми уравнениями без приближения медленно изменяющихся амплитуд для сосредоточенной двухкубитовой системы в поле сверхкоротких интенсивных оптических импульсов произвольной формы. Путем численного анализа полученного решения показано, что, плавно изменяя условия облучения кубитов, можно управлять записью квантовой информации на отдельных кубитах в сосредоточенной квантовой системе, размеры которой значительно меньше длины оптической волны.

PACS: 03.67.Lx

1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что квантовый компьютер может быть построен из двух логических элементов, а именно, из произвольного однокубитового унитарного преобразования и двухкубитового элемента — контролируемое NOT, т. е. CNOT [1]. Как показано в [1], при физической реализации элемента NOT необходимо воздействовать на квантовую частицу (кубит) интенсивным импульсом извне, переводящим кубит из основного состояния в возбужденное и наоборот, из возбужденного состояния в основное. Элемент CNOT исполняется путем воздействия на два взаимодействующих между собой кубита импульсом возбуждения. При этом посредством взаимодействия один кубит контролирует эволюцию другого. В [1]

операции NOT и CNOT предлагается осуществить на электронных или ядерных спинах, применяя методы магнитной резонансной спектроскопии [2]. В данной статье показано, что двухкубитовый квантовый компьютер лучше строить с помощью двухуровневых атомов, содержащих метастабильные состояния, используя оптические дипольные переходы под действием сверхкоротких световых импульсов.

К настоящему времени разработаны предложения о реализации квантовых компьютеров на ионах и молекулах в вакуумных лазерных ловушках [3], на ядерных спинах ^{31}P в кристаллическом кремнии [4], на спинах электронов в квантовых точках, созданных в двумерном электронном газе в гетероструктурах GaAs [5], на переходах Джозефсона [6]. Модельные эксперименты по квантовому компьютеру были выполнены на импульсном ядерном магнитном спектрометре [7–10] на основе двух спинов ядер ^{13}C и

* E-mail: qed_group@mail.ru

одного спина протона в молекуле трихлорэтилена. Однако в этих опытах квантовый компьютер был ансамблевым. Выходные сигналы в нем складывались из сигналов большого числа молекул в жидком растворе. В настоящей статье предложено реализовать двухкубитовый квантовый компьютер, например, на димере атомов мышьяка на чистой поверхности GaAs, используя известную технологию их получения [11, 12]. В [13] нами было показано, что наблюдаемые в [11, 12] линии 3 эВ и 4.5 эВ в спектрах анизотропного отражения (100) поверхностей GaAs, стабилизированных мышьяком, могут быть объяснены на основе теоретически предсказанных в [14] оптических размерных резонансов. При этом было отмечено, что дисперсионные свойства поверхности GaAs сильно влияют на свойства размерных резонансов. Поэтому квантовые компьютеры на основе двухуровневых атомов (одинаковых или разных) целесообразно реализовать, имплантируя эти атомы на поверхности, обладающие не зависящими от частоты оптическими свойствами.

Понятие квантовой информации основано на принципе суперпозиции квантовой механики, который применяется для двухуровневых квантовых частиц [15–17]. В данной статье предложено измерять квантовую информацию с помощью блоховских состояний, известных в резонансной спектроскопии [18, 19]. При этом нам предстоит решить несколько важных задач по записи и считыванию квантовой информации, а также по передаче квантовой информации от одного двухуровневого атома к другому. Эти задачи, с нашей точки зрения, можно решить с помощью поляризующих полей, которые появляются в системе взаимодействующих атомов в поле внешнего излучения.

Понятие поляризующего поля было введено в [20–22] на основе эффектов третьего порядка квантовой электродинамики, при этом учитывались промежуточные состояния с положительной и отрицательной энергией в спектре взаимодействующих атомов, находящихся на произвольном расстоянии друг от друга. В соответствии с типом промежуточных состояний различаются электронные и позитронные поляризующие поля. Схема квантовых переходов, соответствующих процессу наведения поляризующего поля, заключается в следующем. Пусть два водородоподобных атома находятся в основном состоянии с энергией W_0 . В результате обмена виртуальными фотонами один из атомов (атом-поляризатор) переходит в некоторое промежуточное состояние с энергией W_l , а затем возвращается в исходное состояние с энергией

W_0 , при этом другой атом (атом-наблюдатель) переходит в возбужденное состояние с энергией W_1 . Это означает, что в системе двух атомов поглотился один реальный фотон. Как показано в [20–22], такой процесс эквивалентен наведению поляризующего поля с соответствующим векторным потенциалом, который отличается от векторного потенциала свободного поля фотонов в месте расположения атома-наблюдателя. В электрическом дипольном приближении для классических полей электронное поляризующее поле представляет собой поле электрического диполя, которое создает атом-поляризатор в месте расположения атома-наблюдателя. При этом квантовое рассмотрение позволяет выяснить природу поля электрического диполя, которое рассматривается как эффект третьего порядка квантовой электродинамики. В работе [21] было проведено сравнение физической природы этого поля, рассматриваемого как поле виртуальных фотонов, и другого поля, которое также является эффектом третьего порядка квантовой электродинамики, но зависит только от реальных фотонов. В отличие от поляризующего поля, как отмечено в [21], передача энергии от одного атома к другому через поле реальных фотонов происходит с характерным временем $t_p = R/c$, где R — межатомное расстояние, c — скорость света в вакууме. Поляризующее же поле не связано с передачей энергии и поэтому наводится с другим характерным временем на одном из атомов данной системы при возбуждении второго атома внешним полем. В данной статье рассмотрен процесс наведения поляризующих полей в сильном резонансном оптическом поле, что представляет интерес, в частности, для выяснения физической сущности логического оператора CNOT.

Полномасштабный квантовый компьютер содержит примерно 10^3 кубитов [1], однако физический принцип работы такого компьютера может быть выяснен на основе двухатомного квантового компьютера, свойства которого и будут теоретически исследованы в данной статье. Можно выделить несколько основных проблем, от успешного решения которых зависит работа квантового компьютера.

1. До начала работы квантового компьютера все кубиты должны находиться в основном состоянии. Система N кубитов в основном состоянии представляет собой регистр памяти [1], приготовленный для записи входных данных и проведения квантовых вычислений. По-видимому, такое состояние легче всего реализовать для оптических переходов, когда в спектре двухуровневых атомов можно выделить два

уровня энергии W_0 и W_1 , такие что $W_1 - W_0 \ll kT$, где T — абсолютная температура, k — постоянная Больцмана.

2. Необходимо иметь способ избирательного воздействия импульса на отдельные кубиты. В работе [19] был предложен такой способ воздействия, когда два взаимодействующих атома в наноструктуре с помощью интенсивного стационарного излучения, действующего на эту наноструктуру под разными углами, приобретают различные значения инверсии. В данной статье рассмотрен способ избирательного воздействия на отдельные кубиты с помощью сверхкоротких световых импульсов.

3. Операция CNOT может быть реализована в системе N кубитов за счет взаимодействия между ними. В данной статье такое преобразование рассматривается с помощью электрического диполь-дипольного взаимодействия двухуровневых атомов в поле импульсного излучения в сосредоточенных системах при селективном возбуждении одного из кубитов.

4. В ходе выполнения квантовых вычислений кубиты компьютера подвергаются воздействию релаксационных процессов, которые нарушают начатый вычислительный процесс. Этот вычислительный процесс приобретает черты случайного в течение времени декогеренизации. Для увеличения этого времени следует использовать метастабильные состояния, время жизни которых для оптических переходов может быть порядка 1 с. В течение такого интервала времени может быть проведено приблизительно 10^{14} элементарных унитарных преобразований, если использовать импульсы в несколько фемтосекунд.

5. Состояния кубитов в ходе выполнения квантовых вычислений и после их завершения должны быть измерены. В статье [23] был предложен способ такого измерения с помощью пробного импульсного излучения на основе анализа интерференционной картины, образованной кубитами в волновой зоне.

В данной статье основное внимание уделяется физической реализации операторов NOT и CNOT под действием мощных световых импульсов.

2. ИЗМЕРЕНИЕ КВАНТОВОЙ ИНФОРМАЦИИ С ПОМОЩЬЮ БЛОХОВСКИХ СОСТОЯНИЙ

Классическая теория рассматривает информацию как отрицательный вклад в энтропию [24, 25]. Такой способ определения информации, относящий-

ся к физическим системам, справедлив для макроскопических систем. Очевидно, что для квантовых систем, содержащих небольшое число кубитов, необходимо ввести другой способ измерения информации.

Классические компьютеры оперируют с бистабильными транзисторными схемами, обладающими нелинейной зависимостью между входным и выходным напряжениями [1]. Такой бистабильной транзисторной схеме в квантовом компьютере сопоставляется двухуровневый атом, описание которого можно провести с помощью понятия эффективного спина [18]. Состоянию W_0 с волновой функцией $|\Psi_0\rangle$ припишем значение логического «0» $\equiv |0\rangle$, а состоянию $|\Psi_1\rangle$ с энергией W_1 ($W_1 > W_0$) — значение логической «1» $\equiv |1\rangle$. Переходам «0» \rightarrow «1» в бистабильной транзисторной схеме будут соответствовать переходы $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$. Как отмечено в [1], квантовый бистабильный элемент (кубит) обладает новым по сравнению с классическим свойством суперпозиции состояний: он может быть в любом суперпозиционном состоянии $|\Psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$, где a, b — комплексные числа, $|a|^2 + |b|^2 = 1$.

Рассмотрим двухуровневый атом, между состояниями которого возможны электрические дипольные переходы. Оператор Гамильтона такого атома может быть представлен с помощью матриц Паули σ_1, σ_2 и σ_3 [18]. В отсутствие поля излучения имеем

$$H_A = \frac{1}{2}(W_1 + W_0)\hat{I} + \frac{1}{2}(W_1 - W_0)\sigma_3,$$

где \hat{I} — единичная двухрядная матрица. Средние значения операторов $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, вычисленные с помощью волновых функций Ψ суперпозиционных состояний, имеют вид:

$$s_1 = \langle \Psi | \sigma_1 | \Psi \rangle = ab^* e^{i\omega_0 t} + a^* b e^{-i\omega_0 t},$$

$$s_2 = \langle \Psi | \sigma_2 | \Psi \rangle = -i(ab^* e^{i\omega_0 t} - a^* b e^{-i\omega_0 t}), \quad (1)$$

$$s_3 = \langle \Psi | \sigma_3 | \Psi \rangle = |b|^2 - |a|^2,$$

где $W_1 - W_0 = \hbar\omega_0$. Легко показать, что имеет место закон сохранения:

$$s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 = 1. \quad (2)$$

Величина $s_3(W_1 - W_0)/2$, являющаяся энергией атома, отличается от средней энергии $(W_1 + W_0)/2$, при этом s_3 — инверсия двухуровневого атома [18]. Величины s_1 и s_2 определяют индуцированные дипольные моменты атома. Таким образом, квантовую информацию можно измерять, например, с помощью инверсии атома, учитывая, что соотношения (1) выполняются при наличии двух квантовых

состояний, образующих суперпозицию. Наличие у квантовой системы двух состояний и принципа суперпозиции вполне достаточно для хранения одного бита квантовой информации. Можно установить однозначное соответствие между блоховскими состояниями s_1, s_2, s_3 и состояниями этой квантовой суперпозиции.

Учитывая связь (2) между инверсией и индуцированным дипольным моментом атома, можно считать, что мера квантовой информации определена с помощью физически наблюдаемых величин. При этом вектор псевдоспина $\mathbf{s} = (s_1, s_2, s_3)$ в энергетическом пространстве вычерчивает кривые на единичной сфере при различных значениях коэффициентов суперпозиции a и b , которые изменяются под действием поля излучения. Для отдельных атомов, взаимодействующих с полем излучения на частоте ω , удобно перейти от переменных s_1, s_2 и s_3 к переменным u, v и w с помощью следующих преобразований:

$$\begin{aligned} s_1 &= u \cos(\omega t) - v \sin(\omega t), \\ s_2 &= u \sin(\omega t) + v \cos(\omega t), \quad s_3 = w. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $u^2 + v^2 + w^2 = 1$ и переменные u, v и w удовлетворяют оптическим уравнениям Блоха [18]:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= -(\omega_0 - \omega)v, \quad \dot{v} = (\omega_0 - \omega)u + \kappa E_0 v, \\ \dot{w} &= -\kappa E_0 v, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\kappa = 2d_0/\hbar$, E_0 — огибающая оптического импульса, действующего на атом, d_0 — дипольный момент перехода. Таким образом, поведение отдельного кубита в процессе вычислений можно представить с помощью наблюдаемых величин u, v и w , характеризующих локальные дипольные моменты атома и его инверсию, а следовательно, и квантовую информацию, содержащуюся в атоме.

Все известные преобразования, например, преобразование Адамара [1]

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle), \quad H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle), \quad (5)$$

содержащие переменные a и b в квантовой суперпозиции состояний, могут быть заменены соответствующими унитарными преобразованиями, изменяющими наблюдаемые переменные u, v и w . Сравнивая (1) и (3) при $\omega = \omega_0$, можно установить такое

соответствие между этими переменными:

$$\begin{aligned} u = 1, v = 0, w = 0 &\leftrightarrow a = \frac{1}{\sqrt{2}}, b = \frac{1}{\sqrt{2}}, \\ u = -1, v = 0, w = 0 &\leftrightarrow a = \frac{1}{\sqrt{2}}, b = -\frac{1}{\sqrt{2}}, \\ u = 0, v = 1, w = 0 &\leftrightarrow a = \frac{1}{\sqrt{2}}, b = -\frac{i}{\sqrt{2}}, \\ u = 0, v = -1, w = 0 &\leftrightarrow a = -\frac{i}{\sqrt{2}}, b = \frac{1}{\sqrt{2}}, \\ u = 0, v = 0, w = -1 &\leftrightarrow a = 1, b = 0, \\ u = 0, v = 0, w = 1 &\leftrightarrow a = 0, b = 1. \end{aligned} \quad (6)$$

Ниже вместо уравнений (4) мы выведем модифицированные оптические уравнения Блоха, пригодные для двухуровневых систем с учетом межатомного взаимодействия.

3. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ДЛЯ АТОМНЫХ И ПОЛЕВЫХ ПЕРЕМЕННЫХ ДВУХАТОМНОЙ СИСТЕМЫ В ПОЛЕ ИЗЛУЧЕНИЯ

Исследуем свойства однокубитного элемента NOT и двухкубитного элемента CNOT в поле оптического излучения. Для этого рассмотрим оптические свойства квантовой системы, состоящей из двух, в общем случае различных, атомов в поле интенсивной волны. Оператор Гамильтона этой системы имеет вид

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2}\hbar \sum_{j=1}^2 \omega_{0j} \sigma_{3j} - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \sigma_{+j} (\mathbf{d}'_{0j} + i\mathbf{d}''_{0j}) \cdot \mathbf{E}_j - \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \sigma_{-j} (\mathbf{d}'_{0j} - i\mathbf{d}''_{0j}) \cdot \mathbf{E}_j, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$ — напряженности электрического поля в месте расположения атомов 1 и 2; ω_{01}, ω_{02} — частоты переходов атомов, операторы дипольных моментов атомов

$$\mathbf{d}_j = \frac{1}{2}\sigma_{+j}(\mathbf{d}'_{0j} + i\mathbf{d}''_{0j}) + \frac{1}{2}\sigma_{-j}(\mathbf{d}'_{0j} - i\mathbf{d}''_{0j})$$

определяются с помощью действительных \mathbf{d}'_{0j} и мнимых \mathbf{d}''_{0j} частей дипольных моментов переходов атомов 1 и 2, $\sigma_{\pm j} = \sigma_{1j} \pm i\sigma_{2j}$, $\sigma_{\alpha j}$ — операторы эффективного спина j -го атома ($\alpha = 1, 2, 3$; $j = 1, 2$). При этом

$$\begin{aligned} [\sigma_{1j}, \sigma_{2k}] &= 2i\sigma_{3j}\delta_{jk}, \quad [\sigma_{2j}, \sigma_{3k}] = 2i\sigma_{1j}\delta_{jk}, \\ [\sigma_{3j}, \sigma_{1k}] &= 2i\sigma_{2j}\delta_{jk}, \quad [\sigma_{+j}, \sigma_{-k}] = 4\sigma_{3j}\delta_{jk}, \\ [\sigma_{+j}, \sigma_{3k}] &= -2\sigma_{+j}\delta_{jk}, \quad [\sigma_{-j}, \sigma_{3k}] = 2\sigma_{-j}\delta_{jk}, \end{aligned} \quad (8)$$

где δ_{jk} — символ Кронекера.

Выведем гейзенберговские уравнения движения с помощью перестановочных соотношений (8) и оператора Гамильтона (7) для следующих операторов:

$$\sigma_{+j} = \sigma_{+j}(\mathbf{d}'_{0j} + i\mathbf{d}''_{0j}), \quad \sigma_{-j} = \sigma_{-j}(\mathbf{d}'_{0j} - i\mathbf{d}''_{0j}).$$

После соответствующих вычислений получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{+j} &= i\sigma_{+j}\omega_{0j} + \frac{2i}{\hbar} (\mathbf{d}'_{0j} + i\mathbf{d}''_{0j}) \times \\ &\times \sigma_{3j} \left((\mathbf{d}'_{0j} - i\mathbf{d}''_{0j}) \mathbf{E}_j \right), \\ \dot{\sigma}_{-j} &= -i\sigma_{-j}\omega_{0j} - \frac{2i}{\hbar} (\mathbf{d}'_{0j} - i\mathbf{d}''_{0j}) \times \\ &\times \sigma_{3j} \left((\mathbf{d}'_{0j} + i\mathbf{d}''_{0j}) \mathbf{E}_j \right), \\ \dot{\sigma}_{3j} &= \frac{i}{\hbar} \sigma_{+j} \mathbf{E}_j - \frac{i}{\hbar} \sigma_{-j} \mathbf{E}_j. \end{aligned} \quad (9)$$

Представим поле, действующее на атомы рассматриваемой квантовой системы, следующим образом:

$$\mathbf{E}_j = \mathbf{E}_{0j} e^{-i\omega t}, \quad \mathbf{E}_{0j} = \mathbf{E}'_j - i\mathbf{E}''_j,$$

где \mathbf{E}'_j и \mathbf{E}''_j — действительные и мнимые части поля в месте расположения j -го атома. Переход к средним значениям в уравнениях (9) происходит стандартным образом, если величины \mathbf{E}_j не являются операторами. Для классических полей вид уравнений (9) не меняется после перехода к соответствующим средним значениям. Вводя преобразования

$$\sigma_{1j} = u_j \cos(\omega t) - v_j \sin(\omega t),$$

$$\sigma_{2j} = u_j \sin(\omega t) + v_j \cos(\omega t), \quad \sigma_{3j} = w_j,$$

$$\sigma_{\pm j} = (u_j \pm v_j) e^{\pm i\omega t},$$

$$\sigma_{\pm j} = (\mathbf{d}'_{0j} \pm i\mathbf{d}''_{0j})(u_j \pm iv_j) e^{\pm i\omega t}$$

и обозначения

$$\begin{aligned} (u_j + iv_j)\mathbf{d}^*_{0j} &= \mathbf{X}^*_j, & (u_j - iv_j)\mathbf{d}_{0j} &= \mathbf{X}_j, \\ \mathbf{d}_{0j} &= \mathbf{d}'_{0j} - i\mathbf{d}''_{0j}, \end{aligned} \quad (10)$$

получим следующие уравнения:

$$\dot{\mathbf{X}}_j = -i\mathbf{X}_j(\omega_{0j} - \omega) - \frac{2i}{\hbar} w_j |\mathbf{d}_{0j}|^2 \mathbf{E}_{0j},$$

$$\dot{\mathbf{X}}^*_j = i\mathbf{X}^*_j(\omega_{0j} - \omega) - \frac{2i}{\hbar} w_j |\mathbf{d}_{0j}|^2 \mathbf{E}^*_{0j}, \quad (11)$$

$$\dot{w}_j = \frac{i}{\hbar} \mathbf{X}^*_j \cdot \mathbf{E}_{0j} - \frac{i}{\hbar} \mathbf{X}_j \cdot \mathbf{E}^*_{0j},$$

где учтено, что

$$\mathbf{d}_{0j} (\mathbf{d}^*_{0j} \cdot \mathbf{E}_{0j}) = |\mathbf{d}_{0j}|^2 \mathbf{E}_{0j}.$$

Доказательство этого равенства проведено при условии $\mathbf{d}_{0j} \parallel \mathbf{E}_{0j}$.

Переход от уравнений (9) к уравнениям (11) соответствует переходу во вращающуюся систему координат, известную в резонансной оптической спектроскопии [18]. Уравнения (11) подчиняются следующим законам сохранения:

$$\frac{d}{dt} (|\mathbf{X}_j|^2 + w_j^2 |\mathbf{d}_{0j}|^2) = 0,$$

откуда следует, что

$$u_j^2 + v_j^2 + w_j^2 = 1. \quad (12)$$

Уравнения (11) будем называть модифицированными уравнениями Блоха, где учтена комплексность полей и дипольных моментов. Это позволит нам, как будет показано ниже, описать взаимное влияние диполей в двухатомной квантовой системе.

Уравнения (11) следует в общем случае дополнить релаксационными членами, вводя феноменологически времена фазовой T'_{2j} и энергетической T_{1j} релаксаций j -х атомов системы. Тогда вместо уравнений (11) получим следующие уравнения:

$$\dot{\mathbf{X}}_j = i\mathbf{X}_j \Delta_j + \frac{2i}{\hbar} w_j |\mathbf{d}_{0j}|^2 \mathbf{E}^*_{0j} - \frac{\mathbf{X}_j}{T'_{2j}},$$

$$\dot{\mathbf{X}}^*_j = -i\mathbf{X}^*_j \Delta_j - \frac{2i}{\hbar} w_j |\mathbf{d}_{0j}|^2 \mathbf{E}_{0j} - \frac{\mathbf{X}^*_j}{T'_{2j}},$$

$$\dot{w}_j = \frac{i}{\hbar} \mathbf{X}^*_j \cdot \mathbf{E}_{0j} - \frac{i}{\hbar} \mathbf{X}_j \cdot \mathbf{E}^*_{0j} - \frac{w_j - w_{0j}}{T_{1j}},$$

где $\Delta_j = \omega_{0j} - \omega$ — отстройка от резонанса j -го атома, w_{0j} — начальное значение инверсии j -го атома. Будем рассматривать взаимодействие атомов с полем коротких световых импульсов, длительность которых значительно меньше времен релаксации T'_{2j} и T_{1j} .

Напряженность электрического поля подчиняется уравнению

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_I(\mathbf{r}, t) + \sum_{j=1}^2 \text{rot rot} \frac{\mathbf{p}_j(t - R_j/c)}{R_j}, \quad (13)$$

где \mathbf{r} — произвольная точка наблюдения, включая точки в местах расположения атомов, $\mathbf{E}_I(\mathbf{r}, t)$ — внешнее поле, действующее на систему,

$$\mathbf{p}_j = \frac{1}{2} \mathbf{X}_j e^{-i\omega t} + \text{c.c.} \quad (14)$$

— индуцированный дипольный момент j -го атома, c — скорость света в вакууме, $R_j = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_j|$. Уравнение (13) в сочетании с уравнениями (11) образует замкнутую систему уравнений, на основе которой будет проведено описание различных оптических свойств двухатомной квантовой системы.

Представим в явном виде поля \mathbf{E}_{01} и \mathbf{E}_{02} в уравнениях (11), используя (13). Выделим отрицательно-частотные части этих полей, пропорциональные $\exp(-i\omega t)$. Пусть ось двухатомной квантовой системы направлена вдоль оси y . При этом атом 1 имеет радиус-вектор $\mathbf{r}_1(0, 0, 0)$, а атом 2 — радиус-вектор $\mathbf{r}_2(0, R, 0)$. Тогда поле в месте расположения атома 2 имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_2 = & \left(\mathbf{E}'_{02} - i\mathbf{E}''_{02} \right) \exp(-i\omega t) = \\ = & \mathbf{y}_0 \left(E_{0I} \exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{R}) e_{Iy} + 2G \exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{R}) [p'_{01}] + \right. \\ & \left. + \frac{2 \exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{R})}{cR^2} [\dot{p}'_{01}] \right) \exp(-i\omega t) + \\ & + \mathbf{x}_0 \left(E_{0I} \exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{R}) e_{Ix} - F \exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{R}) [p'_{01}] - \right. \\ & \left. - \frac{\exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{R})}{cR^2} [\dot{p}'_{01}] + \right. \\ & \left. + \frac{2ik_0 \exp(\exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{R}))}{cR} [\dot{p}'_{01}] \right) \exp(-i\omega t) + \\ & + \mathbf{z}_0 \left(E_{0I} \exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{R}) e_{Iz} - F \exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{R}) [p'_{01}] - \right. \\ & \left. - \frac{\exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{R})}{cR^2} [\dot{p}'_{01}] + \right. \\ & \left. + \frac{2ik_0 \exp(\exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{R}))}{cR} [\dot{p}'_{01}] \right) \exp(-i\omega t), \quad (15) \end{aligned}$$

где $\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0$ — орты координатных осей, E_{0I} — действительная амплитуда внешней волны с вектором поляризации $\mathbf{e}_I = \mathbf{e}'_I - i\mathbf{e}''_I$ и волновым вектором \mathbf{k}_0 ,

$$G = \frac{1}{R^3} - i\frac{k_0}{R^2}, \quad F = G - \frac{k_0^2}{R}$$

— параметры диполь-дипольного взаимодействия атомов, $k_0 = \omega/c$, $\mathbf{p}_{0j} = \mathbf{X}_j/2$, символ [...] означает, что соответствующая величина определена в момент времени $t - R/c$. Аналогичное выражение может быть записано и для поля \mathbf{E}_1 в месте расположения атома 1 системы, которое в общем случае отличается от поля \mathbf{E}_2 .

3.1. Сосредоточенная двухатомная система

Выражения для \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 существенно упрощаются при $k_0 R \rightarrow 0$, т. е. когда размеры системы значительно меньше длины волны внешнего излучения.

В этом случае можно пренебречь запаздыванием в диполь-дипольном взаимодействии атомов, что дает $G = F = 1/R^3$, а также возможность отбросить слагаемые, пропорциональные $\dot{\mathbf{p}}_j$ в выражениях для \mathbf{E}_j (15). Тогда для поля в месте расположения атомов 1 и 2 имеем

$$\mathbf{E}_{01} = E_{0I} \mathbf{e}_I + \frac{1}{2} \hat{G} \mathbf{X}_2, \quad \mathbf{E}_{02} = E_{0I} \mathbf{e}_I + \frac{1}{2} \hat{G} \mathbf{X}_1, \quad (16)$$

где тензор \hat{G} имеет вид

$$\begin{bmatrix} -F & 0 & 0 \\ 0 & 2G & 0 \\ 0 & 0 & -F \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Подставляя выражения (16) в уравнения (11), получим замкнутую систему уравнений для неизвестных величин \mathbf{X}_j при заданном значении внешнего поля в форме короткого импульса. При этом уравнения (16), (11) для полевых и атомных переменных справедливы для оптических импульсов произвольной формы и длительности, включая фемтосекундные импульсы.

4. ОПЕРАТОР NOT В СИСТЕМЕ НЕЗАВИСИМЫХ АТОМОВ

Рассмотрим случай независимых атомов, когда, согласно выражениям (16), поле в месте расположения атомов (например, атома 1) равно внешнему полю. Это означает, что при определенных условиях облучения атома 2 величина $\mathbf{X}_2 = 0$.

Представим уравнения (11) в матричном виде. Для атома 1 получим следующее уравнение:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} X_{1y} \\ X_{1y}^* \\ w_1 |\mathbf{d}_{01}| \end{bmatrix} = \hat{M}_{1y} \begin{bmatrix} X_{1y} \\ X_{1y}^* \\ w_1 |\mathbf{d}_{01}| \end{bmatrix}, \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{M}_{1y} = & \\ = & \begin{bmatrix} -i\Delta_1 & 0 & -\frac{2i}{\hbar} |\mathbf{d}_{01}| E_{01y} \\ 0 & i\Delta_1 & \frac{2i}{\hbar} |\mathbf{d}_{01}| E_{01y}^* \\ -\frac{i}{\hbar} |\mathbf{d}_{01}| E_{01y}^* & \frac{i}{\hbar} |\mathbf{d}_{01}| E_{01y} & 0 \end{bmatrix}. \quad (19) \end{aligned}$$

Аналогичные уравнения можно получить и для остальных компонент индуцированных дипольных

моментов атома 1. В случае независимых атомов имеем в (19) $\mathbf{E}_{01} = \mathbf{E}_O$.

Рассмотрим случай прямоугольного импульса, действующего на атом 1. Тогда решение уравнения (18) можно записать в виде

$$\begin{bmatrix} X_{1y} \\ X_{1y}^* \\ w_1 |\mathbf{d}_{01}| \end{bmatrix} = \exp(\hat{M}_{1y}t) \begin{bmatrix} X_{1y} \\ X_{1y}^* \\ w_1 |\mathbf{d}_{01}| \end{bmatrix}_{t_0}, \quad (20)$$

где t_0 — начальный момент времени. Унитарный оператор $\exp(\hat{M}_{1y}t)$ для прямоугольного импульса можно представить следующим образом:

$$\exp(\hat{M}_{1y}t) = \hat{M}_{1y}^2 \frac{1}{\Omega_{1y}^2} (1 - \cos(\Omega_{1y}t)) + \hat{M}_{1y} \frac{1}{\Omega_{1y}} \sin(\Omega_{1y}t) + \hat{I}, \quad (21)$$

где

$$\Omega_{1y} = \sqrt{\Delta_1^2 + \frac{4}{\hbar^2} |\mathbf{d}_{01}|^2 |E_{01y}|^2}.$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 2 \sin^2 \varphi \sin^2 \left(\frac{\Omega}{2} t \right) & - \sin 2\varphi \sin^2 \left(\frac{\Omega}{2} t \right) & \sin \varphi \sin(\Omega t) \\ - \sin 2\varphi \sin^2 \left(\frac{\Omega}{2} t \right) & 1 - 2 \cos^2 \varphi \sin^2 \left(\frac{\Omega}{2} t \right) & \cos \varphi \sin(\Omega t) \\ - \sin \varphi \sin(\Omega t) & - \cos \varphi \sin(\Omega t) & \cos(\Omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{bmatrix}, \quad (23)$$

где

$$\Omega = \frac{2|\mathbf{d}_{01}||E_{01}|}{\hbar}, \quad e^{i\varphi} = \frac{E_{01}}{|E_{01}|},$$

u_0, v_0, w_0 — значения соответствующих величин в момент времени $t = 0$. Для удобства мы не стали писать индексы у переменных u, v и w . При $\varphi = 0$ решение (23) уравнения (20) перейдет в решение Раби [18] оптических уравнений Блоха для одиночного прямоугольного импульса в случае точного резонанса.

Пусть первоначально атом находится в состоянии $u = v = 0, w = w_0$, где $w_0 = \pm 1$. После воздействия на атом прямоугольным импульсом длительностью $\tau = \pi/\Omega$ он, как следует из (23), перейдет в состояние $u = 0, v = 0, w = -w_0$. Это значит, что, используя так называемый 180° -импульс, можно изменить состояние атома на противоположное или, другими словами, выполнить логический оператор NOT.

Учитывая (20), (21), определим изменение инверсии атома с течением времени. При $t_0 = 0$ получим

$$\begin{aligned} w_1(t) = & \frac{1}{\Omega_{1y}^2} (1 - \cos(\Omega_{1y}t)) \left[-\Delta_1 \frac{1}{\hbar} E_{01y}^* X_{1y}(0) - \right. \\ & \left. - \Delta_1 \frac{1}{\hbar} E_{01y} X_{1y}^*(0) - \frac{4}{\hbar^2} |\mathbf{d}_{01}|^2 |E_{01y}|^2 w_1(0) \right] + \\ & + \frac{1}{\Omega_{1y}} \sin(\Omega_{1y}t) \left[-\frac{i}{\hbar} E_{01y}^* X_{1y}(0) + \frac{i}{\hbar} E_{01y} X_{1y}^*(0) \right] + \\ & + w_1(0). \quad (22) \end{aligned}$$

Выделим некоторые свойства полученного решения (22). Если величины d''_{0j} и E''_{0j} равны 0, то это решение совпадает с решением Раби [18]. Изменение поляризации внешнего поля не влияет на инверсию атома при условии $|E_{01y}| = |E_{01\beta}|$, где $\beta = x, z$. При точном резонансе инверсия двухуровневого атома меняется от -1 до 1 при соответствующих значениях поля.

Для полного определения блоховского состояния атома необходимо кроме инверсии w знать еще величины u и v , которые определяют вектор псевдоспина или вектор Блоха. Положив $\omega = \omega_{01}$, найдем из решения (20), что

В общем случае (23) соответствует повороту вектора Блоха начального состояния на угол Ωt вокруг некоторой оси, лежащей в плоскости uv и определяемой фазой φ прямоугольного импульса. Если в начальном состоянии $w = \pm 1$, то при выполнении поворота на 180° не имеет значения, вокруг какой оси он выполняется, так как результат будет один и тот же. Иначе обстоит дело, если проводить поворот на 90° , т. е. использовать прямоугольные импульсы длительностью $\tau = \pi/2\Omega$.

Как и в моделях квантовых компьютеров, основанных на ЯМР [1], весьма полезным в нашем случае является однокубитовый оператор Адамара (5). Этот оператор можно реализовать с помощью поворотов на 90° вокруг осей u и v . Для таких поворотов нужно использовать импульсы, фаза которых равна соответственно 0 и $\pi/2$.

Пусть атом находится в состоянии $u = v = 0$, $w = -1$ или $|0\rangle$. Подействуем на него последовательно из двух импульсов. Первый выполняет поворот на 180° вокруг оси u , второй — на 90° вокруг оси v . В результате атом перейдет в состояние $u = 1$, $v = 0$, $w = 0$. Согласно (6), этому состоянию соответствует волновая функция

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle.$$

Если теперь предположить, что атом вначале находился в состоянии $|1\rangle$, то та же последовательность импульсов переведет его в состояние

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle.$$

5. ОПЕРАТОР CNOT В СИСТЕМЕ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ АТОМОВ

Рассмотрим случай сосредоточенной квантовой системы, в которой поле в месте расположения атомов 1 и 2 определяется с помощью соотношений (16). Решение уравнений (11) в этом случае представим в следующем виде:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} X_{j\gamma}(t) \\ X_{j\gamma}^*(t) \\ |\mathbf{d}_{0j}\rangle w_j(t) \end{bmatrix} &= \\ &= \exp\left(\int_{t_0}^t \hat{M}_{j\gamma}(t') dt'\right) \begin{bmatrix} X_{j\gamma}(t_0) \\ X_{j\gamma}^*(t_0) \\ |\mathbf{d}_{0j}\rangle w_j(t_0) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (24)$$

где $\gamma = x, y, z$. В зависимости от индекса γ в (24) следует выбирать соответствующие компоненты тензора (17) при определении поля, действующего на j -й атом квантовой системы.

Представим унитарный оператор в (24) следующим образом:

$$\begin{aligned} \exp\left(\int_{t_0}^t \hat{M}_{j\gamma}(t') dt'\right) &= \\ &= \prod_{k=1}^{N_t} \exp\left\{\hat{M}_{j\gamma}^{(k)}(t_k - t_{k-1})\right\}, \end{aligned} \quad (25)$$

где N_t — число малых временных интервалов между моментом t_0 включения внешнего поля и текущим моментом времени t . Будем полагать, что на каждом k -м интервале поле, действующее на атомы 1 и

2, является прямоугольным импульсом. Поскольку эти интервалы малы, имеем

$$\begin{aligned} \exp\left(\hat{M}_{j\gamma}^{(k)} \Delta t_k\right) &= \left(\hat{M}_{j\gamma}^{(k)}\right)^2 \times \\ &\times \frac{1}{2} (\Delta t_k)^2 + \hat{M}_{j\gamma}^{(k)} \Delta t_k + \hat{1}, \end{aligned} \quad (26)$$

где матрицы $\hat{M}_{j\gamma}^{(k)}$ имеют вид (19) с соответствующими численными значениями величин для k -х временных интервалов. Выбирая число интервалов разбиения достаточно большим, можно найти решение уравнений (11) с любой заданной точностью. Далее, следуя описанному алгоритму получения решения, мы изучим влияние различных факторов на взаимодействие между атомами в поле излучения и на эволюцию состояния квантовой системы во времени, что позволит нам получить полное представление о том, как можно реализовать логический оператор CNOT в данном случае.

5.1. Некоторые факторы, определяющие характер взаимодействия атомов

Предположим, что атомы-кубиты рассматриваемой сосредоточенной системы одинаковы, т.е. $|\mathbf{d}_{01}\rangle = |\mathbf{d}_{02}\rangle$, $\omega_{01} = \omega_{02}$, и частота внешнего поля такова, что выполняется условие резонанса, т.е. $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$ в уравнениях (11) и матрицах $\hat{M}_{j\gamma}$. При этом инверсии атомов могут отличаться друг от друга.

Поле, действующее на атомы 1 и 2 системы, согласно (16), складывается из внешнего и внутреннего полей. При этом внутреннее поле является самосогласованным. Это означает, что поле в месте расположения атома 1 зависит от поля в месте расположения атома 2 и наоборот, что описывается нелинейными членами в уравнениях для инверсии в (11) и в операторах эволюции (25), (26).

Введем два временных периода, описывающих поведение двухатомной квантовой системы. Это период $T_{act} = 2\pi/\Omega$, где $\Omega = 2|\mathbf{d}_{01}\langle E_{0I}|\hbar$, соответствующий воздействию внешнего поля, а также период $T_{int} = 2\pi/\Omega_b$, соответствующий взаимодействию атомов в сосредоточенной квантовой системе. При этом T_{act} , T_{int} должны быть значительно меньше времен фазовой и энергетической релаксации $T_{11} = T_{12} = T_1$, $T'_{21} = T'_{22} = T'_2$ атомов рассматриваемой системы.

Пусть \mathbf{d}_{01} и \mathbf{d}_{02} направлены вдоль прямой, проходящей через каждый из атомов, и имеют один и тот же модуль, равный d . В этом случае максимальное значение внутреннего поля $E_b = d/R^3$. Действие

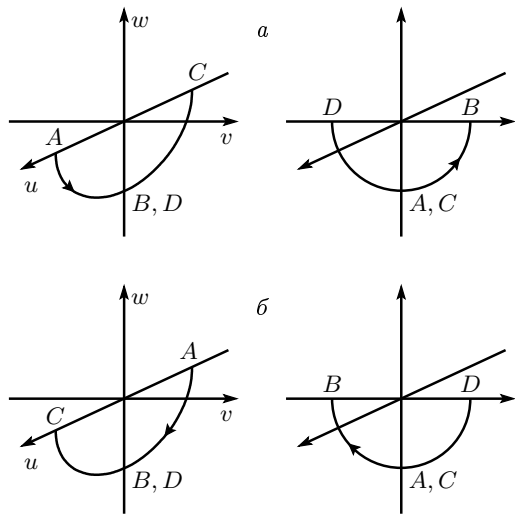


Рис. 1. Эволюция квантового состояния системы при отсутствии внешнего поля в случае, когда второй атом-кубит первоначально находится в основном состоянии, а первый — в состояниях $H|0\rangle$ (а) и $H|1\rangle$ (б)

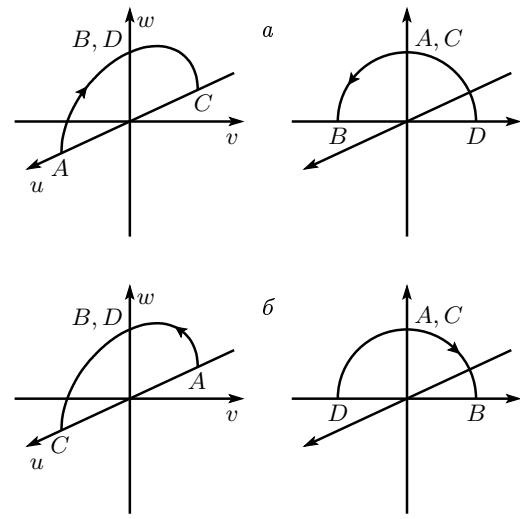


Рис. 2. Эволюция квантового состояния системы при отсутствии внешнего поля в случае, когда второй атом-кубит первоначально находится в возбужденном состоянии, а первый — в состояниях $H|0\rangle$ (а) и $H|1\rangle$ (б)

любого поля на атом, как было показано, приводит к изменению его состояния с частотой Раби. В данном случае эта частота равна $\Omega_b = 2dE_b/\hbar$.

Для квантовых вычислений важно, чтобы период взаимодействия был намного меньше времен релаксации. Поэтому нужно так подобрать атомы и расстояние между ними, чтобы $T_{int} = 2\pi/\Omega_b \ll T_{1j}, T_{2j}'$. Например, если взять атомы, для которых $d = 10^{-18}$ СГСЕ и расположить их на расстоянии $R = 10$ нм, то период взаимодействия $T_{int} \sim 10^{-9}$ с. Для случая $R = 1$ нм имеем $T_{int} \sim 10^{-12}$ с.

Если \mathbf{d}_{01} и \mathbf{d}_{02} направлены нормально к прямой, соединяющей атомы, то $E_b = d/2R^3$. В этом случае Ω_b будет в два раза меньше, а период взаимодействия в два раза больше.

Отметим, что период взаимодействия T_{int} и период действия внешнего поля T_{act} могут существенно различаться. Действительно,

$$\frac{T_{int}}{T_{act}} = \frac{E_{0I}R^3}{d},$$

поэтому, если внешнее поле $E_{0I} > d/R^3$, то период действия внешнего поля будет меньше периода взаимодействия.

5.2. Обмен информацией между кубитами при различных начальных условиях

Для того чтобы определить реакцию двухатомной квантовой системы на некоторое воздействие, достаточно знать реакцию на это воздействие четырех базисных состояний: $|00\rangle$, $|10\rangle$, $|01\rangle$ и $|11\rangle$. В первом состоянии инверсия обоих атомов равна -1 , во втором состоянии инверсия первого атома равна 1 , а второго -1 и т. д. В соответствии с этим, оператор CNOT следующим образом действует на систему:

$$\begin{aligned} |00\rangle &\rightarrow |10\rangle, & |10\rangle &\rightarrow |00\rangle, \\ |01\rangle &\rightarrow |01\rangle, & |11\rangle &\rightarrow |11\rangle. \end{aligned} \quad (27)$$

Хотя оператор CNOT является одной из базисных логических операций, он может быть реализован некоторой совокупностью элементарных унитарных преобразований, в каждом из которых задействован либо один атом-кубит, либо оба. Далее мы изучим преобразования второго типа, полагая при этом, что расстояние $R = 10$ нм и дипольный момент $d = 10^{-18}$ СГСЕ.

Пусть внешнее поле на каждом из атомов отсутствует. В этом случае имеется группа начальных условий, при которых эволюция квантовой системы не наблюдается. Пусть, например, $|w_1| = |w_2| = 1$, тогда, во-первых, согласно (12), имеем $u_1 + iv_1 = 0$, $u_2 + iv_2 = 0$, во-вторых, из (16) следует, что $E_1 = E_2 = 0$. Учитывая это, из (11) получаем $\dot{\mathbf{X}}_j = 0$

и значение \dot{w}_j . Видно, что состояние системы со временем не изменяется. Эта ситуация будет иметь место всегда, когда у одного из атомов значение u_1, v_1 или w_1 равно ± 1 , а у другого $u_2 = \pm u_1, v_2 = \pm v_1, w_2 = \pm w_1$.

Таким образом, чтобы использовать этот вид взаимодействия между атомами для реализации оператора CNOT, необходимо предварительно один из атомов перевести в суперпозиционное состояние. На рис. 1 и 2 показана временная эволюция базисных состояний, после того как на первый атом-кубит подействовали оператором Адамара. Точка, определяющая блоховское состояние атома, совершает периодическое движение по дуге единичной окружности, проходя последовательно через состояния A, B, C, D, A . Время, необходимое для поворота вокруг некоторой оси на 90° , равно $T_{int}/4 = 7.5 \cdot 10^{-10}$ с. Легко видеть, что в каждом случае эволюция происходит по-разному, в частности, эволюция состояния первого атома-кубита зависит от того, в каком состоянии находился второй атом-кубит в начальный момент времени.

Пусть теперь известно, что второй атом находится в основном состоянии и на него действует внешнее поле, примерно в 1000 раз меньшее внутреннего поля. На рис. 3 показана эволюция блоховского состояния системы в двух случаях, когда первый атом находится в основном и возбужденном состояниях. Если оба атома вначале находились в основном состоянии (рис. 3б), то и спустя некоторое время они будут находиться в этом же состоянии, если не принимать во внимание осцилляции малой амплитуды. Если же первый атом находился в возбужденном состоянии, то спустя некоторое время он перейдет в основное, а второй — в возбужденное состояние, при этом имеются достаточно большие временные интервалы (задержки), в пределах которых ничего не происходит. Эти задержки будут тем больше, чем меньше величина внешнего поля.

5.3. Переключение между операторами NOT и CNOT

Как отмечено выше, для работы квантового компьютера необходимо иметь возможность избирательного воздействия на отдельные кубиты. Предположение о локализации внешнего поля в области одного из кубитов не говорит об избирательности воздействия, поскольку существует взаимодействие между кубитами. Покажем, что при определенных условиях возбуждения системы можно добиться преобразования оператора CNOT в NOT.

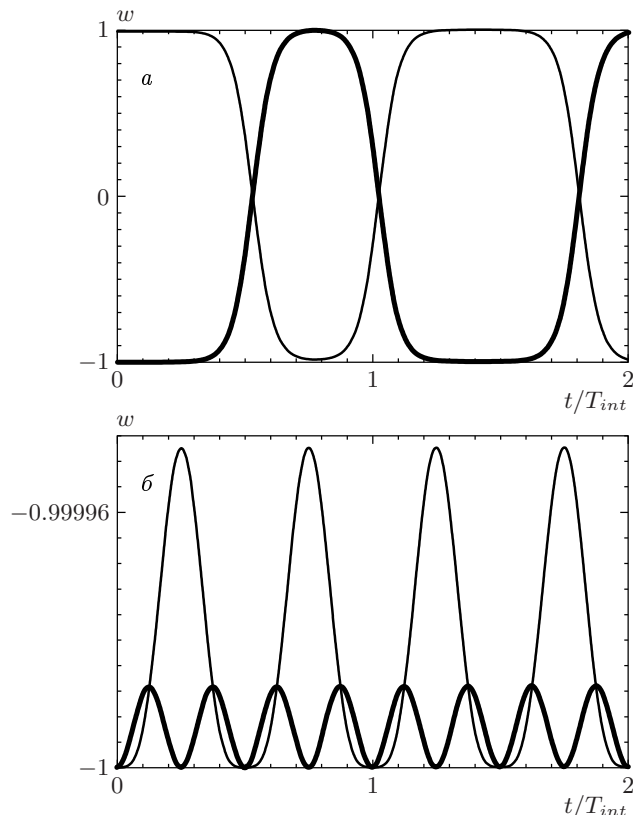


Рис. 3. Зависимость инверсии от времени в случае, когда внешнее поле на втором атоме-кубите $E_{0I} = 0.005$ СГСЕ. Жирная линия — инверсия второго атома-кубита, тонкая — первого атома-кубита; *a* — в начальный момент времени атом 1 находится в возбужденном состоянии, атом 2 — в основном; *б* — в начальный момент времени оба атома находятся в основном состоянии

Пусть имеются два одинаковых атома и на первый действует внешнее поле, напряженность которого больше напряженности внутреннего поля, действующего как на первый атом, так и на второй. На рис. 4 показана эволюция блоховского состояния системы при различных значениях внешнего поля. В случае *a* с системой практически ничего не происходит, при этом величина внутреннего поля $E_b = 1$ СГСЕ в 10 раз больше величины внешнего. В случаях *б* и *в* состояния обоих атомов существенно изменяются. Наконец, в случае *г*, когда внешнее поле превосходит внутреннее в 5 раз, состояние второго атома сильно меняется, а на первом атоме происходят лишь незначительные изменения.

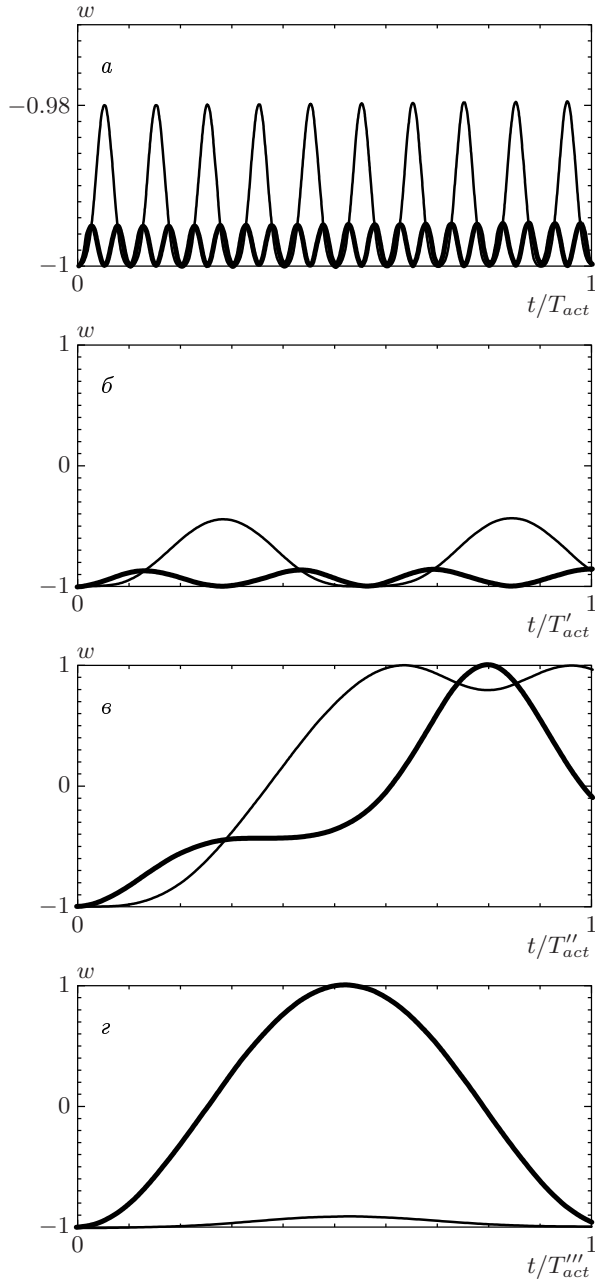


Рис. 4. Зависимость инверсии от времени для различных значений внешнего поля на втором атоме: $E_{0I} = 0.1$ (а), 0.5 (б), 1 (в), 5 (г) СГСЕ. Жирная линия — инверсия второго атома-кубита, тонкая — первого атома-кубита. Масштаб времени в каждом из случаев свой, при этом $3 \cdot 10^{-8} \text{ с} = T_{act} > T'_{act} > T''_{act} > T'''_{act} = 6 \cdot 10^{-10} \text{ с}$; $T_{act} = 2\pi/\Omega$, где $\Omega = 2|\mathbf{d}_{01}||\mathbf{E}_{0I}|/\hbar$. Интервалы T'_{act} , T''_{act} , T'''_{act} отличаются от T_{act} значением напряженности внешнего поля E_{0I}

Итак, в данной статье предложен принцип действия квантового компьютера на сосредоточенной системе двухуровневых атомов с использованием оптических квантовых переходов и диполь-дипольного взаимодействия атомов в поле излучения. Выделяя основные проблемы, которые необходимо решить при построении квантового компьютера, мы показали, что этот принцип действия имеет ряд преимуществ перед другими типами квантовых компьютеров.

В теории квантовой информации и квантовых вычислений используются отдельные квантовые состояния кубитов и перепутанные состояния. В данной статье предлагается использовать вместо этих состояний блоховские состояния, которые связаны с наблюдаемыми величинами такими величинами, как индуцированные дипольные моменты и инверсии атомов-кубитов. Нами показано, что все применяемые в квантовой теории информации операторы могут быть реализованы с помощью блоховских состояний, а перепутанные состояния реализуются при учете диполь-дипольного взаимодействия атомов.

Для описания принципа действия квантового компьютера выведены модифицированные оптические уравнения Блоха для векторных операторов эффективного спина двухуровневых атомов и инверсии атомов с учетом амплитудных и фазовых свойств всех физических величин, определяющих взаимное влияние атомов-кубитов в процессе выполнения логических операторов NOT и CNOT.

Получено решение модифицированных оптических уравнений Блоха для сверхкоротких оптических импульсов, длительность которых значительно меньше времен фазовой и энергетической релаксаций атомов, включая фемтосекундные импульсы.

Проведен численный анализ полученного решения совместной системы уравнений для атомных и полевых переменных для сосредоточенной двухатомной квантовой системы, состоящей из двух одинаковых атомов в случае точного резонанса. При этом предполагается, что имеется возможность селективного воздействия внешним полем на отдельные атомы-кубиты, чтобы можно было проследить за эволюцией блоховских состояний отдельных кубитов и внутренних поляризующих полей.

В данной статье предлагается управлять эволюцией атомов с помощью коротких и ультракоротких световых импульсов, длительности которых значительно меньше времен фазовой и энергетической ре-

лаксации. При этом внешнее поле рассматривается как классическое поле, что соответствует мощным импульсам, способным заметно изменить инверсию и локальные дипольные моменты кубитов.

Исследованы свойства логических операторов NOT и CNOT при различных условиях возбуждения и различных начальных инверсиях атомов. Показано, что при возбуждении одного из атомов сверхкоротким световым внешним импульсом в месте расположения другого атома с определенной временной задержкой формируется поляризующее поле. При этом временная задержка определяется напряженностью внутреннего и внешнего полей, а не временем пролета фотоном межатомного расстояния. Показана возможность переключения логических операторов NOT и CNOT при плавном изменении напряженности внешнего поля излучения.

Таким образом, проведенный анализ решения уравнений движения рассматриваемой задачи показывает важность полученных в данной статье результатов для физической реализации квантового компьютера. Дальнейший анализ этого решения требует отдельного рассмотрения.

Работа поддержана Министерством образования РФ (грант Е00-3.2-136), ФЦП «Интеграция» (грант А-0066) и грантом научной программы «Университеты России».

ЛИТЕРАТУРА

1. К. А. Валиев, УФН **169**, 691 (1999).
2. А. Абрагам, *Ядерный магнетизм*, Изд-во иностр. лит., Москва (1963).
3. J. I. Cirac and P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **74**, 4091 (1995).
4. В. Е. Кане, Nature (London) **393**, 133 (1998).
5. D. Loss and D. P. DiVincenzo, Phys. Rev. A **57**, 120 (1998).
6. A. Shnirman, G. Schoen, and Z. Hermon, Phys. Rev. Lett. **79**, 2371 (1997).
7. I. L. Chuang, Lieven M. K. Vandersypen, D. W. Leung et al., Nature (London) **393**, 143 (1998).
8. I. L. Chuang, N. Gershenfeld, M. G. Kubinec, and D. W. Leung, Proc. R. Soc. London Ser. A **454**, 447 (1998).
9. D. G. Cory, A. F. Farchy, and T. F. Havel, Proc. Nat. Acad. Sci. USA **94**, 1634 (1997).
10. J. A. Jones, M. Mosca, and R. H. Hansen, Nature (London) **393**, 344 (1998).
11. V. L. Berkovits and D. Paget, Thin Solid Films **233**, 9 (1993).
12. V. L. Berkovits and D. Paget, Appl. Phys. Lett. **61**, 1835 (1992).
13. О. Н. Гадомский, К. Ю. Моисеев, Опт. и спектр. **92**, 600 (2002).
14. О. Н. Гадомский, А. С. Куницын, Ж. прикл. спектр. **67**, 777 (2000).
15. R. P. Feynman, Int. J. Theor. Phys. **21**, 467 (1982).
16. R. P. Feynman, Opt. News **11** (1985).
17. R. P. Feynman, Found. Phys. **16** (6), 507 (1986).
18. Л. Аллен, Дж. Эберли, *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*, Мир, Москва (1978).
19. О. Н. Гадомский, Ю. Ю. Воронов, Письма в ЖЭТФ **69**, 750 (1999).
20. O. N. Gadamsky and K. V. Krutitsky, J. Europ. Opt. Soc. Part B **9**, 343 (1997).
21. О. Н. Гадомский, К. К. Алтунин, ЖЭТФ **114**, 1555 (1998).
22. О. Н. Гадомский, УФН **170**, 1145 (2000).
23. О. Н. Гадомский, Ю. В. Абрамов, Опт. и спектр. **90**, 727 (2001).
24. Л. Бриллюэн, *Наука и теория информации*, Физматгиз, Москва (1960).
25. Л. Бриллюэн, *Научная неопределенность и информация*, Мир, Москва (1966), с. 28.