

ПАРНЫЙ КОНТУР ФЕРМИ И ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНАЯ СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ

В. И. Белявский^{*}

*Государственный педагогический университет
394043, Воронеж, Россия*

Ю. В. Копеев^{**}

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
117924, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 28 июня 2001 г.

С учетом квазидвумерной электронной структуры ВТСП-купратов с ярко выраженным нестингом контура Ферми, располагающегося в протяженной окрестности седловой точки электронного закона дисперсии (область импульсного пространства с гиперболической метрикой), а также возникновения пространственно-неоднородной (страйп) структуры из-за перераспределения носителей тока (дырок), восстанавливающих области с антиферромагнитным упорядочением, рассмотрено сверхпроводящее спаривание дырок с большим (порядка удвоенного фермиевского) суммарным импульсом пары и малыми импульсами относительного движения. Определены сверхпроводящая энергетическая щель и энергия конденсации и качественно исследованы их зависимости от уровня допирования. Показано, что энергетическая щель имеет место в некоторой ограниченной с обеих сторон области концентрации дырок. Сверхпроводящее состояние, в котором энергия конденсации положительна, возникает в более узком интервале допирования внутри этой области. Причиной возникновения сверхпроводящего состояния при отталкивательном экранированном кулоновском взаимодействии дырок является, в основном, связанное с особенностями гиперболической метрики перераспределение дырочных пар в импульсном пространстве, формирующее «парный» контур Ферми, и перенормировка кинетической энергии дырок при сдвиге химического потенциала из-за конденсации пар. Дырочные пары рассматриваемого типа существуют не только в конденсате, но и в виде квазистационарных состояний с весьма малым затуханием при температурах, существенно превышающих температуру сверхпроводящего перехода. С такими состояниями связана псевдощелевая область фазовой диаграммы ВТСП-купратов. Обсуждаемый здесь механизм спаривания позволяет дать качественное объяснение не только основных особенностей фазовой диаграммы, но также ключевых экспериментальных фактов, относящихся к купратным ВТСП-материалам.

PACS: 74.20.Mn

1. ВВЕДЕНИЕ

Особые свойства квазидвумерной ($2D$) электронной структуры соединений, обнаруживающих высокотемпературную сверхпроводимость, именно, наличие длинных, почти прямолинейных участков контура Ферми, располагающегося в протяженной окрестности седловой точки электронного закона дисперсии, приводят к возникновению обусловленных экранированным кулоновским отталкиванием квазистационарных состояний дырочных пар с большим сум-

марным импульсом $K \approx 2k_F$ (k_F — величина фермиевского импульса в направлении вектора \mathbf{K}) и малым импульсом относительного движения [1]. Такие квазистационарные состояния характеризуются весьма малым затуханием [1] и могут поэтому рассматриваться как особые элементарные возбуждения электронной подсистемы кристалла. Возникновение связанных состояний дырочных пар при отталкивательном взаимодействии и фактическое отсутствие их затухания (несмотря на то что уровни квазистационарных состояний располагаются в области сплошного спектра одночастичных возбужде-

^{*}E-mail: vib@vspsu.ac.ru

^{**}E-mail: kopaev@lebedev.sci.ru

ний) являются следствием того, что в окрестности седловой точки кинетическая энергия относительно движения пары характеризуется тензором эффективных масс с главными значениями разного знака (импульсное пространство в протяженной окрестности седловой точки имеет псевдоевклидову или гиперболическую метрику). Представления о квазистационарных состояниях дырочных пар положены в основу качественного описания [1] псевдощелевого состояния в недодопированных ВТСП-материалах; в частности, в [1] показано, каким образом характерная температура T^* появления псевдощели зависит от уровня допирования.

Амплитуда рассеяния в относительном движении дырочных пар, рассмотренных в [1], содержит еще один комплексный полюс [2], с которым может быть связана сверхпроводящая неустойчивость. Величина мнимой части соответствующего полюса должна быть связана с величиной сверхпроводящей щели Δ и температурой сверхпроводящего перехода T_c . Исчезновение комплексного полюса и, наоборот, монотонное возрастание энергии квазистационарных состояний при увеличении отталкивательного кулоновского взаимодействия между дырками объясняет существенное различие между T^* и T_c в сильно недодопированной области и качественно описывает наблюдаемую фазовую диаграмму ВТСП-купратов (в координатах температура — уровень допирования).

Отсутствие квазичастичного пика [3] в спектрах фотоэмиссии с угловым разрешением (ARPES) при $T_c < T < T^*$ также объясняется наличием в этой области температур квазистационарных состояний дырочных пар. Действительно, каждое состояние такой пары с заданным суммарным импульсом представляется суперпозицией блоховских одночастичных (дырочных) состояний, каждое из которых входит в состав квазистационарных состояний с малым весом $g \ll 1$ [1]. В экспериментах ARPES электрон из внутренней оболочки возбуждается в одно из блоховских состояний вблизи контура Ферми и, таким образом, имеет $g = 1$. Такое состояние сильно затухает из-за перераспределения возбуждения между квазистационарными состояниями с различными суммарными импульсами. Наблюдение квазичастичного пика при $T < T_c$ [3] в рассматриваемой здесь схеме объясняется наличием комплексного полюса в амплитуде рассеяния, бозе-конденсацией макроскопического числа дырочных пар, когда вес блоховских состояний в конденсате пар с выделенным импульсом \mathbf{K} близок к единице ($g \sim 1$).

Если при $T \rightarrow 0$ концентрация дырок p становится

меньше некоторого значения p_N , то ВТСП-соединение переходит в диэлектрическое состояние с дальним антиферромагнитным порядком. При $p > p_N$ сохраняется ближний антиферромагнитный порядок и в проводящих плоскостях ВТСП-соединения возникает пространственно-неоднородное квазиодномерное ($1D$) состояние в виде статических или динамических страйпов — обедненных дырками областей с восстановленным антиферромагнитным порядком, разделенных обогащенными дырками слоями с металлической проводимостью [3]. Таким образом, антиферромагнитное и сверхпроводящее упорядочения в ВТСП-соединениях тесно и нетривиально связаны друг с другом. В частности, ближний антиферромагнитный порядок может играть стабилизирующую роль при возникновении и сверхпроводящей конденсации рассмотренных в [1] дырочных пар с большим суммарным импульсом. Действительно, вещественная часть комплексного полюса амплитуды рассеяния положительна [2], поэтому возникающий при освобождении части дырочных состояний в области с гиперболической метрикой внутри контура Ферми проигрыш в энергии может быть скомпенсирован за счет перераспределения дырочных пар в \mathbf{r} -пространстве, приводящего к сосуществованию областей металлического и антиферромагнитного типов. Подобное фазовое расслоение [4], сопровождающееся изменением заполнения дырочных состояний в импульсном пространстве, может соответствовать минимуму энергии.

Исследуемое ниже сверхпроводящее состояние с большим ($K \approx 2k_F$) суммарным импульсом пары формально рассматривалось и ранее [5] в рамках микроскопических моделей сосуществования сверхпроводимости и антиферромагнетизма или волн зарядовой плотности (структурного фазового перехода; при этом импульс $\approx 2k_F$ превращается в вектор новой обратной решетки). Состояние с большим импульсом пары при этом возникает в результате сосуществования антиферромагнитного упорядочения и куперовских пар с нулевым суммарным импульсом. Феноменологически подобные превращения как нарушения определенных симметрий описываются в рамках, например, $SO(5)$ - или $SU(4)$ -моделей [6, 7].

Известно [8, 9], что при увеличении допирования антиферромагнитной фазы, обусловленной волной спиновой плотности, может оказаться энергетически выгодным одновременное возникновение и волн зарядовой плотности, что приводит к слабому ферромагнетизму, наблюдаемому, в частности, в ряде соединений [10]. Существование зарядового упорядочения известно также в висмутовых сверхпро-

водящих купратах [11]. Возникновение одномерной страйп-структуры естественным образом приводит к модуляции спиновой и зарядовой плотностей, следствием чего может стать возникновение слабого ферромагнетизма.

В настоящей работе показано, что для пар, формирующихся преимущественно из состояний внутри дырочного контура Ферми и из состояний вне контура Ферми, суммарные импульсы пар (соответственно \mathbf{K} и \mathbf{K}') неодинаковы (что должно приводить к фактически наблюдаемой асимметрии туннельных вольт-амперных характеристик по отношению к изменению знака напряжения смещения). Эти импульсы не равны ни антиферромагнитному вектору, ни удвоенному фермиевскому вектору, поэтому куперовские пары с нулевым суммарным импульсом могут не возникать, что и будет предполагаться в дальнейшем. Гиперболическая метрика кинетической энергии относительного движения таких пар приводит к перераспределению частиц в импульсном пространстве — возникновению парного контура Ферми, — который не совпадает с контуром Ферми, определяемым как линия нулевой энергии одночастичных возбуждений. На фоне зависящего от допирования антиферромагнитного упорядочения подобная неоднородность распределения пар частиц в импульсном пространстве соответствует неоднородной (страйп) электронной структуре проводящих плоскостей ВТСП-соединений.

2. ГАМИЛЬТониан ДЫРОЧНЫХ ПАР

Импульс относительного движения \mathbf{k} дырочной пары с суммарным импульсом \mathbf{K} ($K \approx 2k_F$, k_F — фермиевский импульс в направлении \mathbf{K}) принадлежит некоторой зависящей от \mathbf{K} области Ξ внутри двумерной зоны Бриллюэна [1]. Следствием того, что контур Ферми располагается в протяженной окрестности седловой точки электронного закона дисперсии, является естественное разделение этой области на части, в которых энергия относительного движения пары положительна ($\Xi^{(+)}$) и отрицательна ($\Xi^{(-)}$). На рис. 1 схематически изображена область Ξ , соответствующая импульсу пары \mathbf{K} (\mathbf{K} -пара), величина которого меньше удвоенного фермиевского импульса ($K < 2k_F$) в направлении \mathbf{K} , которое в рассматриваемом на рис. 1 случае совпадает с направлением химической связи Cu-O в проводящей плоскости. Форма контура Ферми в виде квадрата со скругленными углами (на рис. 1 показана часть контура Ферми — линия, отмеченная соответствующим значением энергии дырки, равной

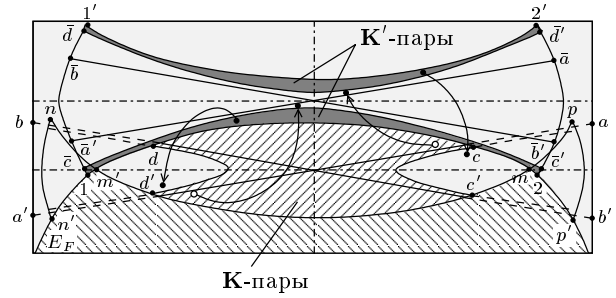


Рис. 1. Области допустимых значений импульса относительного движения \mathbf{K} -пары (область Ξ_K , ограниченная линией $m'dcm'c'd'm'$, и область Ξ_K , ограниченная линиями $nm'n'n$ и $mp'p'p'$) и \mathbf{K}' -пары (область $\Xi_{K'}$, ограниченная линией $1'2'2'1'$). Прямыми линиям aa' и bb' соответствует энергия \mathbf{K} -пары, равная энергии центра масс $2\varepsilon(K/2)$. Прямыми $\bar{a}\bar{a}'$ и $\bar{b}\bar{b}'$ соответствует энергия \mathbf{K}' -пары, равная энергии центра масс $2\varepsilon(K'/2)$. Область отрицательных значений энергии относительного движения пары лежит выше и ниже этих прямых, область положительных значений — левее и правее. Область $\Xi_K^{(-)}$, соответствующая отсчитанной от уровня химического потенциала отрицательной энергии относительного движения \mathbf{K} -пары, ограничена линией $m'dcm'c'd'm'$; область $\Xi_K^{(+)}$ положительных энергий — линиями $m'dd'm$ и $mcc'm$. То же для \mathbf{K}' -пары: $\Xi_{K'}^{(-)}$ — линии $1'2'\bar{d}'\bar{d}'1'$ и $12\bar{c}\bar{c}'1$, $\Xi_{K'}^{(+)}$ — линия $\bar{d}\bar{d}'\bar{c}\bar{c}'\bar{d}$. Линии nn' и pp' являются частью границы области импульсного пространства с гиперболической метрикой для \mathbf{K} -пары, линии $11'$ и $22'$ — для \mathbf{K}' -пары. Контур Ферми, отмеченный значением энергии Ферми E_F , — линия, проходящая через точки $n'1m'dcm2p'$. Парный контур Ферми — линии dd' и cc' (для \mathbf{K} -пары) и линии $\bar{c}\bar{c}'$ и $\bar{d}\bar{d}'$ (для \mathbf{K}' -пары)

энергии Ферми E_F) типична для ВТСП-купратов с дырочным допированием [16], поэтому область Ξ для выбранного направления \mathbf{K} состоит из двух частей: одна из них находится внутри контура Ферми, другая — за его пределами. На линиях $a-a'$ и $b-b'$, разделяющих области $\Xi_K^{(+)}$ и $\Xi_K^{(-)}$, энергия пары равна энергии центра масс $2\varepsilon(K/2)$. Нетрудно видеть, что существует множество дырочных пар с импульсом \mathbf{K} и одной и той же энергией, в которых импульсы дырок $\mathbf{k}_{\pm} = \mathbf{K}/2 \pm \mathbf{k}$, составляющих пару, принадлежат некоторой линии в области \mathbf{k} -пространства, ограниченной контуром Ферми. Кроме того, существуют и такие пары с тем же импульсом центра масс \mathbf{K} и той же энергией, в которых дырки имеют импульсы \mathbf{k}'_{\pm} , выходящие за пределы области, ограниченной контуром Ферми. Отсю-

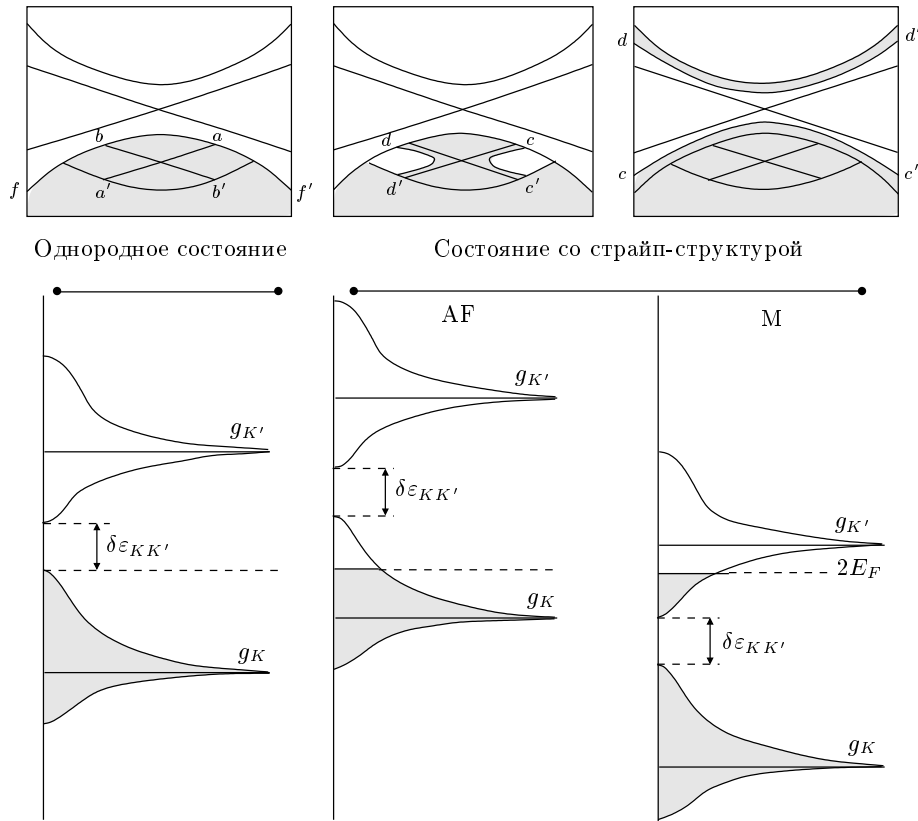


Рис. 2. В верхней части изображены области Ξ_K и $\Xi_{K'}$. На прямых линиях внутри Ξ_K и $\Xi_{K'}$ энергия относительного движения соответственно K - и K' -пар обращается в нуль. Линия ff' — часть контура Ферми, соответствующего однородному состоянию электронной системы (слева вверху). Линии cc' и dd' относятся к частям парного контура Ферми, относящимся к антиферромагнитной (AF) части страйпа (вверху посередине) и части страйпа с металлической проводимостью (справа вверху) (M). Заполненные состояния затенены. В нижней части рисунка изображены зонные схемы для энергии относительного движения в случае однородного состояния электронной системы (слева), в AF-части страйпа (посередине) и M-части страйпа (справа). Нижняя зона соответствует K -парам, верхняя — K' -парам

да следует, что благодаря гиперболической метрике \mathbf{k} -пространства удаление пары дырок с импульсами \mathbf{k}_\pm (рождение двух электронов внутри дырочного контура Ферми) и рождение дырочной пары с импульсами \mathbf{k}'_\pm вне контура Ферми могут не приводить к изменению энергии. Если величина импульса пары K' (K' -пара) больше удвоенного фермиевского импульса ($K' > 2k_F$), то соответствующая область $\Xi_{K'}$ целиком находится вне контура Ферми. Переход пары дырок из Ξ_K в $\Xi_{K'}$ определенно связан с увеличением энергии (при этом увеличивается энергия центра масс), однако следует отметить, что при таком переходе из Ξ_K могут уходить пары с положительной, а в $\Xi_{K'}$ возникать пары с отрицательной энергией относительного движения.

С переходом пар дырок из части $\Xi_K^{(+)}$ области

Ξ_K в область \mathbf{k} -пространства вне контура Ферми может быть связано возникновение пространственно-неоднородной (страйп) структуры, в которой чередуются области с пониженной и повышенной (по отношению к среднему значению) концентрациями дырок. Область, в которую могут переходить дырочные пары, может представлять собой ту часть $\tilde{\Xi}_K$ области Ξ_K , которая располагается вне контура Ферми и соответствует тому же самому импульсу пары $K < 2k_F$, или же часть $\Xi_{K'}^{(-)}$ области $\Xi_{K'}$, которая соответствует импульсу пары $K' > 2k_F$ (рис. 1). Поскольку плотность состояний относительного движения пары в $\Xi_{K'}^{(-)}$ существенно выше чем в $\tilde{\Xi}_K$, можно ограничиться рассмотрением переходов $\Xi_K^{(+)} \rightarrow \Xi_{K'}^{(-)}$. При этом из Ξ_K уходят пары с положительной энергией относительного движения, тогда

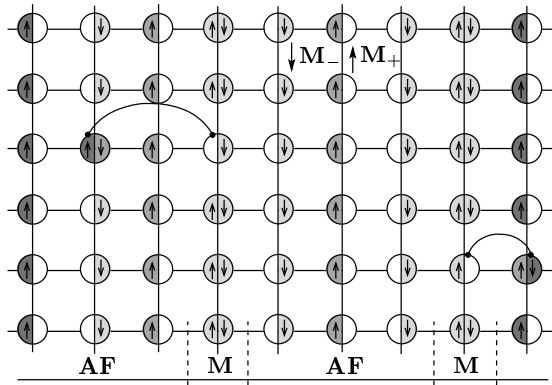


Рис. 3. Схематическая иллюстрация страйпового упорядочения. Стрелками показаны переходы дырок из M-части в AF-часть страйпа, соответствующие переходам в импульсном пространстве, показанным стрелками на рис. 1

как в $\Xi_{K'}$ энергия относительного движения пары отрицательна. На рис. 2 представлена своеобразная зонная диаграмма для пар с импульсами \mathbf{K} и \mathbf{K}' . Между наибольшим значением энергии пары $2E_F$ в $\Xi_K^{(+)}$ и наименьшим значением энергии пары в $\Xi_{K'}^{(-)}$ имеется некоторая энергетическая щель $\delta\varepsilon_{KK'}$, поэтому, как уже отмечено, переходам дырок из $\Xi_K^{(+)}$ в $\Xi_{K'}^{(-)}$ соответствует проигрыш в кинетической энергии. Чтобы оценить этот проигрыш, предположим, что некоторое количество δN пар из $\Xi_K^{(+)}$ переходит в $\Xi_{K'}^{(-)}$. В области $\Xi_K^{(+)}$ (при $T \rightarrow 0$ и в отсутствие взаимодействия между дырками) возникают свободные состояния пар в некотором интервале энергий вблизи $2E_F$, малом по сравнению с $\delta\varepsilon_{KK'}$. Такое же количество пар заполняет малый интервал энергий (определяемый из условия сохранения числа пар) у нижнего края зоны, соответствующей области $\Xi_{K'}^{(-)}$, поэтому проигрыш в энергии в результате перехода дырок из $\Xi_K^{(+)}$ в $\Xi_{K'}^{(-)}$ может быть оценен как $\delta N \cdot \delta\varepsilon_{KK'}$.

Переход $\Xi_K^{(+)} \rightarrow \Xi_{K'}^{(-)}$ в \mathbf{k} -пространстве соответствует переходу дырок из антиферромагнитной части в часть страйпа с металлической проводимостью в \mathbf{r} -пространстве (рис. 3). Возникающее при этом усиление антиферромагнитных корреляций в $\Xi_K^{(+)}$ приводит к некоторому понижению энергии, которое должно компенсировать проигрыш в энергии, связанный с возбуждением дырочной пары из $\Xi_K^{(+)}$ в $\Xi_{K'}^{(-)}$. Выигрыш в энергии при удалении дырочной пары из $\Xi_K^{(+)}$ (т. е. из антиферромагнитной части страйпа) можно учесть феноменологически, введя зависящий от разности $p-p_N \equiv x$ параметр $I = I(x)$.

Положим, что каждая дырочная пара, удаленная из области $\Xi_K^{(+)}$, приносит выигрыш в энергии равный I . Тогда выигрыш в энергии дырок при удалении δN пар может быть оценен как $-\delta N \cdot I$. Таким образом, страйп-структура становится энергетически выгодной при условии

$$I > \delta\varepsilon_{KK'}. \quad (2.1)$$

Следует отметить, что возникновение страйп-структуры в рамках принятого здесь подхода вообще не связано с возможным переходом электронной подсистемы в сверхпроводящее состояние.

Отметим также, что вместо рассматриваемого в настоящей работе перетекания дырок из области $\Xi_K^{(+)}$ в область $\Xi_{K'}^{(-)}$, поддерживаемого восстановлением антиферромагнитного порядка при образовании страйпов, в [12] неявно предполагалось перераспределение дырок между областью Ξ_K и неким акцепторным уровнем в области резервуара; степень перетекания (и положение химического потенциала в отсутствие сверхпроводящего спаривания) в этом случае определяется энергетическим положением акцепторного уровня. Так, если акцепторный уровень с энергией E_A (обусловленный, например, наличием соответствующих легирующих примесей в слоях-резервуарах) располагается ниже уровня Ферми, то при $T = 0$ должно происходить освобождение дырочных состояний в энергетическом слое шириной $\delta E = E_F - E_A$ вблизи контура Ферми. Если предположить, что дырочный закон дисперсии является изотропным, а импульсное пространство имеет обычную евклидову метрику, то контур Ферми конгруэнтно «съезжается» как раз на величину δE . Дырки, покинувшие исходную область заполнения, связываются с примесными атомами, равномерно распределенными в \mathbf{r} -пространстве. В случае же сильной анизотропии контура Ферми, имеющего длинные почти прямолинейные участки, и благодаря гиперболической метрике импульсного пространства в окрестности контура Ферми, как следует из сказанного выше, изменение заполнения состояний вблизи контура Ферми оказывается неоднородным, что должно приводить [3] к пространственно-неоднородному заполнению акцепторных состояний.

Наличие в $\Xi_K = \Xi_K^{(-)} + \Xi_K^{(+)}$ заполненной дырками части области (для которой будем использовать введенное выше обозначение $\Xi_K^{(-)}$), где отсчитываемая от уровня химического потенциала энергия относительного движения дырочной пары, по определению, отрицательна, и незаполненной части

области (обозначаемой $\Xi_K^{(+)}$) с положительной энергией относительного движения (и аналогичное распределение дырок в \mathbf{k} -пространстве в области $\Xi_{K'}$) делает возможным спаривание дырок вблизи линий, разделяющих заполненные и освобожденные в результате возникновения страйпов части областей Ξ_K и $\Xi_{K'}$. Таким образом, эти линии (рис. 1) играют роль своеобразного парного контура Ферми, на котором может возникать сверхпроводящая щель. Если величина вектора $\mathbf{K}' - \mathbf{K}$, определяющая масштаб страйп-структуры, существенно превышает (что будет предполагаться в дальнейшем) характерный размер $\delta k_c \sim \Delta$ области \mathbf{k} -пространства вблизи парного контура Ферми, в которой отличен от нуля сверхпроводящий параметр порядка, то задачи о спаривании в Ξ_K и $\Xi_{K'}$ в первом приближении можно рассматривать независимо друг от друга.

При записи гамильтониана дырочных пар с импульсом \mathbf{K} следует учесть то обстоятельство, что каждая дырка, при сверхпроводящем спаривании виртуально переходящая из $\Xi_K^{(-)}$ в $\Xi_K^{(+)}$ в \mathbf{k} -пространстве, как это показано стрелками на рис. 1, в \mathbf{r} -пространстве попадает в антиферромагнитную часть страйпа, в которой, как уже отмечалось выше, может возникать слабое ферромагнитное упорядочение, обусловленное одновременным существованием волн спиновой и зарядовой плотностей. Естественно предположить, что возникающая при этом средняя намагниченность пропорциональна введенному выше феноменологическому параметру $I(x)$, что позволяет записать энергию дырки как

$$\varepsilon_\sigma(\mathbf{k}) = \varepsilon(\mathbf{k}) + \chi I(x) \sigma \theta_k, \quad (2.2)$$

где $\varepsilon(\mathbf{k})$ — закон дисперсии дырки с импульсом \mathbf{k} , σ — проекция спина дырки; характеристическая функция $\theta_k = 1$, если импульс относительного движения дырки $\mathbf{k} \in \Xi_K$ и $\theta_k = 0$, если $\mathbf{k} \in \Xi_{K'}$. Коэффициент пропорциональности между слабой намагниченностью, возникающей в антиферромагнитной части страйпа, и величиной антиферромагнитного поля Вейсса $I(x)$ достаточно мал, $\chi \ll 1$; полагая в (2.2), в частности, $\chi \rightarrow 0$, можно рассмотреть сверхпроводящее спаривание в отсутствие слабого ферромагнетизма. Таким образом, гамильтониан дырочных пар имеет вид

$$\begin{aligned} \hat{H}_K = \sum_k \left\{ [\varepsilon_\uparrow(\mathbf{k}_+) - \mu] \hat{a}_{k_+ \uparrow}^+ \hat{a}_{k_+ \uparrow} + \right. \\ \left. + [\varepsilon_\downarrow(\mathbf{k}_-) - \mu] \hat{a}_{k_- \downarrow}^+ \hat{a}_{k_- \downarrow} \right\} + \\ + \sum_{k, k'} \tilde{U}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \hat{a}_{k_+ \uparrow}^+ \hat{a}_{k_- \downarrow}^+ \hat{a}_{k'_- \downarrow} \hat{a}_{k'_+ \uparrow}, \quad (2.3) \end{aligned}$$

где $\mathbf{k}'_\pm = \mathbf{K}/2 \pm \mathbf{k}'$, $\hat{a}_{k_\pm \sigma}^\pm$ ($\hat{a}_{k_\pm \sigma}$) — операторы рождения (уничтожения) дырки с импульсом \mathbf{k}_\pm и проекцией спина σ , символ \uparrow (\downarrow) соответствует $\sigma = 1/2$ ($-1/2$), μ — химический потенциал дырок, суммирование по \mathbf{k}, \mathbf{k}' проводится по всей области определения импульса относительного движения \mathbf{K} - и \mathbf{K}' -пар.

Фурье-образ энергии экранированного кулоновского отталкивания дырок $\tilde{U}(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ зависит от того, внутри какой области \mathbf{k} -пространства оказывается разрешенным рассеяние при взаимодействии дырок [1]. Из-за ограничений, связанных с принципом Паули, для компонент \mathbf{K} -пары (импульсов \mathbf{k}_+ и \mathbf{k}_-) всей областью, доступной для рассеяния, является Ξ_K . Однако, если рассматриваются \mathbf{K} -пары с отрицательной энергией относительного движения, т.е. если $\mathbf{k}, \mathbf{k}' \in \Xi_K^{(-)}$, то очевидно, что $\tilde{U}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = U_0 \Xi_K^{(-)}$. Аналогично, если $\mathbf{k}, \mathbf{k}' \in \Xi_K^{(+)}$, т.е. рассматриваются \mathbf{K} -пары, имеющие положительную энергию относительного движения, то $\tilde{U}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = U_0 \Xi_K^{(+)}$. Если же рассеяние происходит с переходами пары из $\Xi_K^{(-)}$ в $\Xi_K^{(+)}$, т.е. если $\mathbf{k} \in \Xi_K^{(-)}$, $\mathbf{k}' \in \Xi_K^{(+)}$ (и наоборот), то областью, доступной для рассеяния, оказывается вся область Ξ_K , и в этом случае следует положить $\tilde{U}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = U_0 \Xi_K$. В случае, когда импульсы \mathbf{k} и \mathbf{k}' относятся к областям Ξ_K и $\Xi_{K'}$, соответствующим различным полным импульсам пар \mathbf{K} и \mathbf{K}' , энергия $\tilde{U}(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ определяется аналогичным образом. Здесь [1] $U_0 = 4\pi e^2 r_0^2 a^2 / cS$, r_0 — радиус экранирования, a и c — межатомные расстояния соответственно в проводящей плоскости и между соседними плоскостями; S — нормировочная площадь. Величина площади области Ξ_K или связанная с ней безразмерная величина $\Xi_K a^2 / (2\pi)^2$ — отношение этой площади к площади двумерной зоны Бриллюэна, — определяющая статистический вес \mathbf{K} -пары [1], играет роль фактора ослабления корреляций [17] с учетом статистических корреляций в системе дырок.

3. ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ЩЕЛЬ

Приближенная диагонализация гамильтониана (2.3), как обычно [18], может быть проведена с помощью преобразования Боголюбова, вводящего новые одночастичные операторы рождения и уничтожения,

$$\begin{aligned} \hat{a}_{k_+ \uparrow} &= u_k \hat{b}_{k, +1} + v_k \hat{b}_{k, -1}^+, \\ \hat{a}_{k_- \downarrow} &= u_k \hat{b}_{k, -1} - v_k \hat{b}_{k, +1}^+, \end{aligned} \quad (3.1)$$

Индексы K и K' , указывающие на принадлежность операторов рождения и уничтожения частиц, в операторах и амплитудах u_k и ν_k в преобразовании (3.1) далее опускаются. Гамильтониан (3.1) с точностью до \hat{b}^2 записывается [18] как $\hat{H} = E_0 + \hat{H}^{(0)} + \hat{H}^{(1)}$, где энергия основного состояния

$$E_0 = -2 \sum_k \xi_k \nu_k^2 + \sum_k \Delta_k u_k \nu_k, \quad (3.2)$$

$2\xi_k \equiv \varepsilon(k_+) + \varepsilon(k_-) - 2\mu$ — энергия дырочной пары, отсчитанная от уровня химического потенциала; $\hat{H}^{(0)}$ — диагональная и $\hat{H}^{(1)}$ — недиагональная по новым операторам части преобразованного гамильтониана, имеющие соответственно вид

$$\hat{H}^{(0)} = \sum_{k;\beta=\pm 1} \eta_\beta(k) \hat{b}_{k\beta}^+ \hat{b}_{k\beta}, \quad (3.3)$$

$$\hat{H}^{(1)} = \sum_k \{ 2\xi_k u_k \nu_k - (\nu_k^2 - u_k^2) \Delta_k \} \times \\ \times (\hat{b}_{k,+1}^+ \hat{b}_{k,-1}^+ + \hat{b}_{k,-1} \hat{b}_{k,+1}). \quad (3.4)$$

Определим параметр порядка как

$$\Delta_k = \sum_{k'} \tilde{U}(k-k') u_{k'} \nu_{k'} (1 - n_{k',1} - n_{k',-1}), \quad (3.5)$$

где $n_{k,\beta} \equiv \langle \hat{b}_{k\beta}^+ \hat{b}_{k\beta} \rangle = [\exp(\eta_\beta(k)/T) + 1]^{-1}$ — средние числа заполнения, определяемые энергиями

$$\eta_\beta(k) = \sqrt{\xi_k^2 + \Delta_k^2} + \frac{\beta}{2} \chi I \theta_k, \quad (3.6)$$

соответствующими двум ветвям $\beta = \pm 1$ спектра одночастичных возбуждений. Заполнение области, где энергия дырочной пары $2\xi_k < 0$, и условие обращения в нуль недиагональной части гамильтониана $\hat{H}^{(1)}$ определяют выбор амплитуд в преобразовании Боголюбова:

$$\nu_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\xi_k}{\sqrt{\xi_k^2 + \Delta_k^2}} \right), \quad (3.7) \\ u_k \nu_k = -\frac{1}{2} \frac{\Delta_k}{\sqrt{\xi_k^2 + \Delta_k^2}}.$$

Уравнение для параметра порядка принимает вид

$$\Delta_k = -\frac{1}{2} \sum_{k'} \frac{\tilde{U}(k-k') \Delta_{k'}}{\sqrt{\xi_{k'}^2 + \Delta_{k'}^2}} (1 - n_{k',1} - n_{k',-1}). \quad (3.8)$$

Из (3.8) следует, что при $\tilde{U}(k-k') > 0$ знакопостоянное решение в Ξ_K отсутствует. Поэтому для определения приближенного решения предположим, что

зависимость параметра порядка от импульса относительного движения определяется разрывной функцией, скачком меняющей знак при переходе через контур Ферми. Ограничимся рассмотрением простейшего случая, когда параметр порядка принимает постоянные (не зависящие от k) значения по обе стороны от контура Ферми. Именно, положим $\Delta_k \equiv \Delta_- > 0$ в $\Xi_{K'}^{(-)}$ и $\Delta_k \equiv -\Delta_+ < 0$ в $\Xi_K^{(+)}$. Такой выбор решения (как, впрочем, и простейшее решение в теории БКШ [19, 20]), скорее всего, не соответствует точному минимуму энергии основного состояния, но приводит, однако, как будет показано ниже, к выигрышу в энергии при сверхпроводящей конденсации пар. Следует отметить, что рассмотрение сверхпроводящего спаривания на парном контуре Ферми в каждой из областей Ξ_k и $\Xi_{K'}$ независимо друг от друга может привести лишь к тривиальному решению $\Delta_+ = \Delta_- = 0$, поскольку, как уже отмечалось выше, нетривиальное знакопостоянное решение уравнения (3.8) отсутствует. Таким образом, переходы частиц между состояниями вблизи частей парного контура Ферми внутри (область Ξ_K) и вне (область $\Xi_{K'}$) контура Ферми дают основной вклад в сверхпроводящее спаривание. В \mathbf{r} -пространстве такие переходы соответствуют переходам между металлической и антиферромагнитной частями страйпа, поэтому приближение среднего поля, использованное при записи (2.2), справедливо, строго говоря, лишь в том случае, когда пространственный масштаб страйп-структуры не превышает длины когерентности.

Уравнение (3.8) можно переписать как

$$(1 - \alpha) \Delta_- + \Delta_+ = \frac{1}{2} U_0 \Xi_K (1 - \alpha + \alpha^2) \Delta_- \times \\ \times \sum_{k \in \Xi_{K'}^{(-)}} \frac{1 - n_{k,1} - n_{k,-1}}{\sqrt{\xi_k^2 + \Delta_-^2}}, \quad (3.9) \\ \Delta_- + \alpha \Delta_+ = \frac{1}{2} U_0 \Xi_K (1 - \alpha + \alpha^2) \Delta_+ \times \\ \times \sum_{k \in \Xi_K^{(+)}} \frac{1 - n_{k,1} - n_{k,-1}}{\sqrt{\xi_k^2 + \Delta_+^2}}.$$

Здесь использовано обозначение $\alpha = \Xi_{K'}^{(-)} / [\Xi_K^{(+)} + \Xi_{K'}^{(-)}]$. Следует заметить, что множитель $(1 - \alpha + \alpha^2) > 0$ при $0 < \alpha < 1$. Этот множитель, пропорциональный $\Xi_K^2 - \Xi_K^{(-)} \Xi_K^{(+)}$, возникает как разность между квадратом «недиагонального» по индексам (\pm) и произведения «диагональных» по этим индексам матричных элементов энергии взаимодействия между дырками и отражает учет заполнения состояний внутри парного контура Ферми, т. е. статистических

(обусловленных принципом Паули) корреляций в электронной системе. Указанное неравенство выполняется вне зависимости от сделанного выше предположения о том, что матричный элемент экранированного кулоновского взаимодействия $U_0 = \text{const}$ во всей области Ξ_K .

Поскольку во всей области $\Xi_{K'}^{(-)}$ энергия возбуждения (3.6) по определению положительна, $\eta_{\pm 1}(k) = \sqrt{\xi_k^2 + \Delta_k^2} > 0$, то в этой области энергия пары $2\xi_k$ заключена в пределах $-2\varepsilon_{K-} \leq 2\xi_k \leq 0$, где ε_{K-} — энергетическая ширина области $\Xi_{K'}^{(-)}$ (рис. 2). В области $\Xi_K^{(+)}$ согласно (3.6) имеем $\eta_{\pm 1}(k) = \sqrt{\xi_k^2 + \Delta_k^2} \pm \chi I/2$. Очевидно, что всегда $\eta_{+1}(k) > 0$, тогда как условие $\eta_{-1}(k) > 0$, необходимое для того чтобы (при $T \rightarrow 0$) множитель, содержащий числа заполнения, в правой части второго из уравнений (3.9) был равен единице, выполняется, если $\chi I \sqrt{1 - (2\Delta_k/\chi I)^2} \leq 2\xi_k \leq 2\varepsilon_{K+}$, где ε_{K+} — энергетическая ширина области $\Xi_K^{(+)}$ (рис. 2). Действительно, если $0 \leq 2\xi_k \leq \chi I \sqrt{1 - (2\Delta_k/\chi I)^2}$, то в этой области изменения энергии пары (и соответствующей ей части импульсного пространства внутри $\Xi_K^{(+)}$) при $T \rightarrow 0$ имеем $n_{k,1} = 0$, $n_{k,-1} = 1$, так что множитель $(1 - n_{k,1} - n_{k,-1})$ исключает из суммы во втором из уравнений (3.9) некоторую часть области $\Xi_K^{(+)}$.

Переходя от суммирования к интегрированию и полагая, что $\Delta_+ \ll \chi I < 2\varepsilon_{K+}$ (при этом можно отсчитывать энергию дырочной пары от уровня химического потенциала, установившегося в результате пространственного расслоения дырок при возникновении страйп-структуры, так что пока при вычислении параметра порядка Δ_{\pm} нет необходимости учитывать сдвиг химического потенциала в результате возникновения конденсата пар, поскольку этот сдвиг мал в меру Δ_{\pm}),

$$\begin{aligned} \sum_{k \in \Xi_{K'}^{(-)}} 1 &\rightarrow Sg^{(-)} \int_{-\varepsilon_{K-}}^0 d\xi, \\ \sum_{k \in \Xi_K^{(+)}} 1 &\rightarrow Sg^{(+)} \int_{\chi I/2}^{\varepsilon_{K+}} d\xi, \end{aligned} \quad (3.10)$$

где $g^{(+)} (g^{(-)})$ — средняя плотность состояний в $\Xi_K^{(+)} (\Xi_{K'}^{(-)})$, перепишем (3.9) при $T \rightarrow 0$ как

$$\begin{aligned} (1 - \alpha)\Delta_- + \Delta_+ &= \alpha w_-(\alpha)\Delta_- \ln \frac{2\varepsilon_-}{\Delta_-}, \\ \Delta_- + \alpha\Delta_+ &= (1 - \alpha)w_+(\alpha)\Delta_+ \ln \frac{2\varepsilon_+}{\chi I}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

где использовано обозначение $w_{\pm}(\alpha) = (e^2 r_0^2 a^2 / 2\pi \varepsilon_{\pm}) \Xi_K^2 (1 - \alpha + \alpha^2)$. Второе из уравнений (3.11) является линейным, откуда немедленно следует, что $\Delta_+ = \gamma \Delta_-$, где коэффициент, связывающий значения параметра порядка в областях $\Xi_{K'}^{(-)}$ и $\Xi_K^{(+)}$, имеет вид

$$\gamma = [(1 - \alpha)w_+(\alpha) \ln(2\varepsilon_+/\chi I) - \alpha]^{-1}. \quad (3.12)$$

Поскольку по определению должно быть $\gamma > 0$, то с учетом (2.1) решение уравнения (3.8) имеет место при

$$\delta\varepsilon_{KK'} < I < \frac{2\varepsilon_+}{\chi} \exp\left(-\frac{\alpha}{(1 - \alpha)w_+(\alpha)}\right). \quad (3.13)$$

Поскольку величина антиферромагнитной энергии $I = I(x)$ зависит от уровня допирования, неравенствами (3.13) фактически определяется область допирования, в которой абсолютная величина параметра порядка отлична от нуля.

Первое из уравнений (3.11) дает величину параметра порядка, также зависящую от уровня допирования,

$$\Delta_- = 2\varepsilon_- \left(\frac{\chi I}{2\varepsilon_+}\right)^{\nu} \exp\left(-\frac{\gamma}{\alpha w_+}\right). \quad (3.14)$$

Здесь $w_{\pm}(\alpha) = w_{\pm}(1 - \alpha + \alpha^2)$, $\nu = \gamma(1 - \alpha)^2 w_+ / \alpha w_-$. Несмотря на формальное сходство полученного выражения с энергетической щелью в теории БКШ [19,20], выражение (3.14) обнаруживает существенно более сложную и отличную от БКШ зависимость от эффективной константы связи U_0 , поскольку эта константа входит в определение параметров γ и ν . Предэкспоненциальный множитель определяется кинетической энергией пары в области $\Xi_{K'}^{(-)}$; с другой стороны, сама эта энергия зависит от того, насколько велика опустошенная дырками в результате образования страйп-структуры область $\Xi_K^{(+)}$, определяемая величиной антиферромагнитной энергии I . Параметр (3.14), разумеется, зависит также и от импульса пары \mathbf{K} . Величина этого импульса должна, в принципе, определяться при сравнении энергии основного состояния системы в сверхпроводящей и нормальной фазах.

При вычислении сверхпроводящего параметра порядка (3.14) мы ограничились рассмотрением случая, когда парный контур Ферми открывается в результате перераспределения дырок между областями Ξ_K и $\Xi_{K'}$, пренебрегая возможным влиянием на сверхпроводящее спаривание области $\tilde{\Xi}_K$, соответствующей тому же суммарному импульсу пары, что и Ξ_K . В последнем случае ограничение $I > \delta\varepsilon_{KK'}$

на антиферромагнитную энергию не имеет места, и минимальная энергия перехода дырки из Ξ_K в $\tilde{\Xi}_K$ равна нулю (точки m и m' на рис. 1; в эти точки в данном случае вырождается парный контур Ферми). Образование такого контура конечной длины требует затраты энергии, связанной с перераспределением дырок между Ξ_K и $\tilde{\Xi}_K$. Поскольку страйп-структура в этом случае, по-видимому, не возникает, компенсация такого проигрыша в энергии может быть связана с частичным восстановлением антиферромагнитного порядка при таком перераспределении дырок по энергиям. Как отмечалось выше, плотность состояний в точках m и m' обращается в нуль, поэтому в этом случае едва ли могут быть достигнуты сколько-нибудь высокие значения температуры сверхпроводящего перехода.

Следствием кристаллической симметрии является то, что все волновые функции пары, соответствующие совокупности векторов, образующих звезду вектора \mathbf{K} , оказываются эквивалентными. Поэтому отражающая симметрию кристалла волновая функция пары должна быть представлена в виде некоторой линейной комбинации, в которой выбор коэффициентов определяется соответствующим неприводимым представлением группы симметрии кристалла. В случае тетрагональной симметрии этой линейной комбинации соответствует область импульсного пространства, состоящая из четырех, вообще говоря, неперекрывающихся в окрестности направлений узлов областей Ξ_K , показанных на рис. 1. Поэтому в этой окрестности, соответствующей некоторому конечному отрезку контура Ферми, сверхпроводящий параметр порядка должен обращаться в нуль независимо от того, по какому из одномерных неприводимых представлений (A_{1g} или B_{1g}) преобразуется волновая функция пары. Первый случай (A_{1g}) формально соответствует анизотропной s -волновой симметрии параметра порядка (которая имеет место и в том случае, когда области Ξ_K попарно неперекрываются); во втором (B_{1g}) случае, независимо от того, перекрываются или не перекрываются области Ξ_K , имеет место d -волновая симметрия; при этом поворот на $\pi/4$ соответствует преобразованию $\Delta_- \leftrightarrow \Delta_+$.

4. СДВИГ ХИМИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

В пространственно-однородной системе значение $2E_F$ химического потенциала дырочных пар означает, что вся область Ξ_K заполнена, тогда как состояния в области $\Xi_{K'}$ вакантны. Возникновение неод-

нородной страйп-структуры приводит к перераспределению дырок между Ξ_K и $\Xi_{K'}$ и формированию парного контура Ферми — линии, разделяющей (при $T = 0$) заполненные и вакантные состояния в Ξ_K и $\Xi_{K'}$. Именно в результате такого перераспределения, поддерживаемого частичным восстановлением антиферромагнитного упорядочения, и возникает сама возможность спаривания дырок, результатом которого может стать возникновение энергетической щели на парном контуре Ферми. Степень опустошения области Ξ_K и соответствующего заполнения области $\Xi_{K'}$ определяется величиной антиферромагнитной энергии I , которая и задает положение химического потенциала дырочных пар 2μ относительно краев энергетических зон с плотностями состояний $g_K(\varepsilon)$ и $g_{K'}(\varepsilon)$, отвечающих областям Ξ_K и $\Xi_{K'}$, как это показано на рис. 2.

Чтобы найти сдвиг химического потенциала μ' , обусловленный непосредственно конденсацией дырочных пар, необходимо учесть то обстоятельство, что в формальном определении среднего числа дырок в Ξ_K ,

$$\langle N_K \rangle = 2 \sum_{k \in \Xi_K} \nu_k^2 + \sum_{k \in \Xi_K} (u_k^2 - \nu_k^2)(n_{k,1} + n_{k,-1}), \quad (4.1)$$

учитываются дырки, переходящие из $\Xi_K^{(+)}$ в $\Xi_{K'}^{(-)}$; в равновесии такой переход компенсируется дырками, поставляемыми в $\Xi_K^{(+)}$ из $\Xi_{K'}^{(-)}$. Поэтому сохраняющейся величиной является сумма $\langle N_K \rangle + \langle N_{K'} \rangle$, где второе слагаемое есть среднее число дырок в области $\Xi_{K'}$. При возникновении конденсата пар с импульсами \mathbf{K} и \mathbf{K}' потоки дырок между областями Ξ_K и $\Xi_{K'}$ изменяются. Однако, если, как это принято выше, $|\mathbf{K}' - \mathbf{K}| \gg \delta k_c$, то конденсацию в областях Ξ_K и $\Xi_{K'}$ можно рассматривать независимо друг от друга. Поскольку вклад в $\langle N_K \rangle$ переходов из Ξ_K в $\Xi_{K'}$ отличен от нуля, то чтобы учесть только переходы, связанные с конденсацией \mathbf{K} -пар, можно задать определяемое феноменологическим параметром I положение парного контура Ферми и рассматривать переходы дырочных пар, обусловленные взаимодействием в (2.3), через заданную линию парного контура Ферми. С этими переходами и будет связан сдвиг парного контура Ферми в результате спаривающего взаимодействия дырок в гамильтониане дырочных пар (2.3). Строго говоря, включение спаривающего взаимодействия (когда $\Delta_- \equiv \Delta \neq 0$) приводит также к малому (в меру Δ) изменению потоков дырочных пар между Ξ_K и $\Xi_{K'}$. Однако, поскольку сам обусловленный конденсацией сдвиг химического потенциала μ' также мал в меру Δ , учет изменения потоков между Ξ_K и $\Xi_{K'}$ может лишь

несколько изменить величины вводимых ниже коэффициентов λ и τ , не приводя к качественно новым результатам. Таким образом, $\langle N_K \rangle$ имеет смысл (приближенно сохраняющегося) числа дырок в области $\Xi_K^{(-)}$, определяемого значением параметра I . Как и в [12], при $T = 0$ выражение (4.1) можно переписать как

$$\sum_{k \in \Xi_K^{(+)}} 1 - \sum_{k \in \Xi_K^{(-)}} 1 = \sum_{k \in \Xi_K} \frac{\xi_k}{\sqrt{\xi_k^2 + \Delta_k^2}}. \quad (4.2)$$

После перехода от суммирования к интегрированию получаем

$$\delta \Xi = g_- \left\{ \sqrt{\mu'^2 + \Delta^2} - \sqrt{(\varepsilon_- + \mu')^2 + \Delta^2} \right\} + g_+ \left\{ \sqrt{(\varepsilon_+ - \mu')^2 + \gamma^2 \Delta^2} - \sqrt{\mu'^2 + \gamma^2 \Delta^2} \right\}. \quad (4.3)$$

Здесь $\delta \Xi \equiv \Xi_K^{(+)} - \Xi_K^{(-)}$; индекс, указывающий на принадлежность к \mathbf{K} -парам, а также общий множитель $(2\pi)^{-2}$ в определении средней плотности состояний $g_{\pm} = \Xi_K^{(\pm)} / \varepsilon_{\pm}$ в областях $\Xi_K^{(\pm)}$ опущены. Учитывая, что отсчитанный от определенного при $\Delta \rightarrow 0$ положения парного контура Ферми сдвиг химического потенциала μ' мал по параметру Δ , положим $\mu' = \lambda |\Delta| + \tau \Delta^2$ (далее при сделанном здесь выборе знака $\Delta > 0$ символ модуля будем опускать; отметим также, что сдвиг химического потенциала одинаков для всех кристаллографически эквивалентных направлений суммарного импульса пары). Тогда, принимая, что $\varepsilon_{\pm} \gg \Delta$, (4.3) можно переписать с точностью до членов порядка Δ^2 включительно. Равенство, соответствующее (4.3), должно выполняться при любых $\Delta \neq 0$, поэтому значения λ и τ можно найти, приравняв нулю коэффициенты разложения при Δ и Δ^2 . Уравнение для λ имеет вид

$$g_- \sqrt{\lambda^2 + 1} - g_+ \sqrt{\lambda^2 + \gamma^2} - (g_- + g_+) \lambda = 0, \quad (4.4)$$

откуда находим

$$\lambda = \frac{g_-^2 - g_+^2 \gamma^2}{2\sqrt{g_- g_+ (g_- + g_+) (g_- + g_+ \gamma^2)}}. \quad (4.5)$$

Определив λ , можно найти коэффициент τ :

$$\tau = - \left[\frac{1}{2} \left(\frac{g_-}{\varepsilon_-} - \gamma^2 \frac{g_+}{\varepsilon_+} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{g_-}{\varepsilon_-} - \frac{g_+}{\varepsilon_+} \right) \lambda^2 \right] \times \left[(g_- + g_+) - \left(\frac{g_- \lambda}{\sqrt{\lambda^2 + 1}} - \frac{g_+ \lambda}{\sqrt{\lambda^2 + \gamma^2}} \right) \right]^{-1}. \quad (4.6)$$

Коэффициенты (4.5) и (4.6), определяющие сдвиг химического потенциала при конденсации, зависят

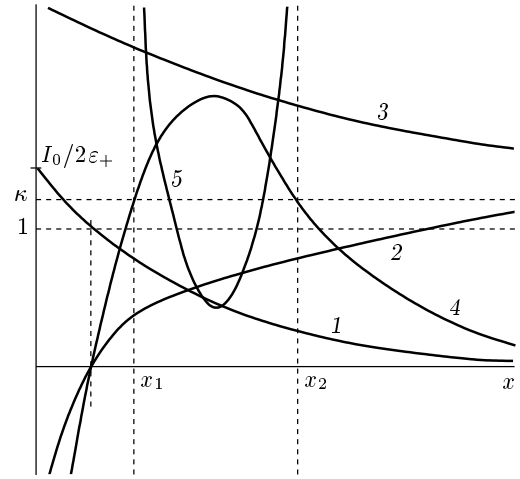


Рис. 4. Зависимости (схематически, без соблюдения масштаба) от допирования функций $I(x)$ — кривая 1, $\ln[2\varepsilon_+/\chi I(x)]$ — кривая 2, $w(x)$ — кривая 3, $w(x) \ln[2\varepsilon_+/\chi I(x)]$ — кривая 4 и $\gamma(x)$ — кривая 5

от заданного выражением (3.12) параметра γ , связывающего между собой постоянные в пределах областей $\Xi_K^{(-)}$ и $\Xi_K^{(+)}$ значения сверхпроводящего параметра порядка соответственно Δ_- и Δ_+ . Согласно (3.12) параметр γ зависит от формы и размеров областей $\Xi_K^{(-)}$ и $\Xi_K^{(+)}$ (которыми определяются величины α , ε_{\pm} и w_{\pm}), а также от антиферромагнитной энергии I . Последняя, как и эффективные константы связи w_{\pm} , зависит от уровня допирования x , причем, как уже отмечалось выше, $I(x)$ есть монотонно убывающая функция своего аргумента (рис. 4). Если предположить вначале, что $\chi I_0 \equiv \chi I(0) > 2\varepsilon_+$, то $\ln[2\varepsilon_+/\chi I(x)]$ в определении параметра γ есть медленно возрастающая функция x , проходящая через нуль в некоторой точке $x_a > 0$, как это также показано на рис. 4. Напротив, $w_{\pm}(x) \sim r_0^2$ есть убывающая функция x (далее для простоты будем полагать $w_+ = w_- = w$); график функции $w(x)$ схематически представлен на том же рис. 4. Поэтому произведение $w(x) \ln[2\varepsilon_+/\chi I(x)]$ представляет собой проходящую через x_a функцию с максимумом, что также показано на рис. 4. Условие $\gamma \geq 0$ можно представить как

$$w(x) \ln \frac{2\varepsilon_+}{\chi I(x)} \geq \frac{\alpha}{(1-\alpha)(1-\alpha+\alpha^2)} \equiv \kappa. \quad (4.7)$$

Из этого условия можно найти интервал уровня допирования, $x_1 \leq x \leq x_2$, в котором имеет место решение уравнений (3.11) для сверхпроводящего параметра порядка (рис. 4). В точках $x = x_{1,2}$ знамена-

тель выражения (3.12) обращается в нуль, поэтому $\gamma \rightarrow +\infty$, если $x \rightarrow x_1 + 0$ или $x \rightarrow x_2 - 0$. Точки $x = x_{1,2}$ представляют собой простые полюсы функции $\gamma = \gamma(x)$; график этой функции схематически представлен на рис. 4.

Считается [3], что антиферромагнитные корреляции оказываются существенно подавленными при уровне допирования, который приблизительно соответствует оптимальному, $x = x_c$ (при $x = x_c$ температура сверхпроводящего перехода достигает максимального значения; очевидно, $x_1 < x_c < x_2$). Положим $I(x) = I_0 \exp(-x/x_c)$, а также ограничимся линейным приближением в разложении $w(x)$ по степеням x : $w(x) = w(1 - x/x_b)$, где $x_b > x_c$. Тогда левая часть (4.7) может быть представлена в виде

$$w(x) \ln \frac{2\varepsilon_+}{\chi I(x)} \approx \frac{w}{x_b x_c} (x - x_a)(x_b - x) \quad (4.8)$$

(правая часть (4.7) определяется особенностями электронного спектра при $x_1 < x < x_2$, и в этом интервале уровня допирования ее приближенно можно считать не зависящей от x). График функции (4.8) представляет собой параболу, проходящую через точки x_b и $x_a \equiv x_c \ln(\chi I_0 / 2\varepsilon_+)$. Максимальное значение этой функции, $(w/4x_b x_c)(x_b - x_a)^2$, достигается в точке $\bar{x} = (x_b + x_a)/2$ и может превышать κ в (4.7) лишь при условии, что константа связи w достаточно велика. Таким образом, неравенством (4.7) устанавливается ограничение на минимальное значение константы связи. Поскольку $w \sim \Xi_K^2$, условие (4.7) может быть выполнено лишь в случаях, когда область Ξ_K превышает некоторое определенное значение. Область Ξ_K может быть велика при соответствующей величине антиферромагнитной энергии, обеспечивающей достаточно большую протяженность парного контура Ферми, что имеет место (благодаря нестингу контура Ферми), когда векторы \mathbf{K} и \mathbf{K}' ориентированы в направлении вектора нестинга. Напротив, для направлений \mathbf{K} и \mathbf{K}' , повернутых на угол $\pi/4$ относительно вектора нестинга, область Ξ_K оказывается весьма малой, поэтому (4.7) фактически устанавливает то направление импульса пар, при котором имеет место их конденсация.

По определению, $x_a > 0$ при $\chi I_0 > 2\varepsilon_+$. В этом случае, как это видно на рис. 4, $x_1 > 0$, так что область дальнего антиферромагнитного порядка отделена от области $x_1 < x < x_2$, в которой отличен от нуля сверхпроводящий параметр порядка, конечным интервалом уровня допирования, как это имеет место, например, в системе $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ [21]. При $x_a < 0$, т. е. когда $\chi I_0 < 2\varepsilon_+$, возможны ситуации, в которых $x_1 \leq 0$, т. е. при увеличении уровня до-

пирования область с не равным нулю сверхпроводящим параметром порядка (при $T \rightarrow 0$) примыкает к антиферромагнитной фазе, как, например, в случае $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ [21].

5. ЭНЕРГИЯ КОНДЕНСАЦИИ

Существование решения (3.14) для сверхпроводящего параметра порядка в интервале допирования $x_1 < x < x_2$ еще не означает, что во всем этом интервале (или хотя бы в некоторой его части) возникнет сверхпроводящее состояние, т. е. электронная система при понижении температуры перейдет из несверхтекучей нормальной фазы в сверхтекучую сверхпроводящую фазу. Для того чтобы это произошло, необходимо, чтобы энергия конденсации, определяемая как разность энергий основного состояния системы в нормальной и сверхпроводящей фазах, была положительной.

Энергию основного состояния $T = 0$ в соответствии с (3.2), можно записать как

$$E_{0S} = \sum_k \xi_k - \sum_k \left\{ \frac{\xi_k^2}{\sqrt{\xi_k^2 + \Delta_k^2}} + \frac{1}{2} \frac{\Delta_k^2}{\sqrt{\xi_k^2 + \Delta_k^2}} \right\}. \quad (5.1)$$

Найденный выше сдвиг химического потенциала при конденсации, $\mu' = \lambda\Delta + \tau\Delta^2$, позволяет представить (5.1) в виде

$$E_{0S} = E_{0N} - 4g_- \varepsilon_-^2 S \delta (\lambda + c\delta), \quad (5.2)$$

где введен безразмерный параметр порядка $\delta \equiv \Delta/2\varepsilon_-$ и определена энергия основного состояния нормальной фазы

$$E_{0N} = -Sg_- \varepsilon_-^2 \quad (5.3)$$

как предел, к которому стремится выражение (5.1) при $\delta \rightarrow 0$. Параметр c , определенный в (5.2), связан с коэффициентом τ (4.6) соотношением

$$c = 2\tau\varepsilon_- + \frac{g_- + g_+ \gamma^2}{4g_-}. \quad (5.4)$$

Второе слагаемое в (5.4), не связанное со сдвигом химического потенциала при конденсации, формально возникает от непосредственного вклада потенциальной энергии спаривающего взаимодействия в гамильтониане (2.3) в энергию конденсации, тогда как вклады, связанные с коэффициентами λ и τ , могут быть отнесены к перенормировке кинетической энергии относительного движения пар при их

конденсации. Хотя подобное искусственное разделение [15, 16] энергии конденсации на вклады от кинетической и потенциальной энергий (оба эти вклада, естественно, исчезают, когда константа связи в (2.3) стремится к нулю) является весьма условным, примененное к выражению (5.2), оно позволяет получить более ясное представление о роли гиперболической метрики импульсного пространства и возникающего в связи с ней пространственно-неоднородного распределения спиновой и зарядовой плотностей в формировании основного состояния системы.

Как следует из (5.2), выигрыш в энергии из-за конденсации пар возможен, если

$$\lambda + c\delta > 0. \quad (5.5)$$

Этот выигрыш обусловлен, в основном, перенормировкой кинетической энергии пары. Действительно, сдвиг химического потенциала при возникновении конденсата дырочных пар приводит к изменению положения парного контура Ферми. При выполнении условия (5.5) парный контур Ферми смещается так, что часть области Ξ_K , в которой энергия относительного движения пары отрицательна, расширяется. Заполнение этой области при конденсации приводит к понижению энергии основного состояния.

В связи с этим необходимо отметить важный экспериментальный результат [24]. В обычных сверхпроводниках достаточно хорошо выполняется правило сумм, заключающееся в приблизительном равенстве плотности бозе-конденсата интегралу по частоте от нуля до $\sim \Delta$ от разности $\sigma_{1N} - \sigma_{1S}$ проводимостей в нормальной и сверхпроводящей фазах. В [24] обнаружено, что плотность бозе-конденсата в исследованных ВТСП-соединениях в несколько раз превышает указанный интеграл. Измерения показали [24], что разность $\sigma_{1N} - \sigma_{1S}$ отлична от нуля в частотном интервале, существенно превышающем величину Δ . В обычных сверхпроводниках, как это следует из теории БКШ, при конденсации каждая куперовская пара приводит к выигрышу в энергии порядка Δ , сама же область конденсации в импульсном пространстве в окрестности поверхности Ферми имеет энергетическую ширину также порядка Δ , что и приводит к энергии конденсации порядка Δ^2 . Наличие линейного по Δ члена в энергии основного состояния (5.2) свидетельствует о том, что каждая **K**-пара также дает выигрыш в энергии порядка Δ , но область конденсации в импульсном пространстве (связанная уже не с контуром Ферми, а с парным контуром Ферми, и определяемая как раз кинетической энергией дырок порядка ϵ_-) оказывается су-

щественно более широкой, что подтверждает вывод, сделанный в [24].

Определим энергию конденсации (на единицу площади) как

$$\epsilon_c \equiv \frac{E_{0N} - E_{0S}}{S} = 4g_- \epsilon_-^2 \delta(\lambda + c\delta) \quad (5.6)$$

и качественно исследуем ее зависимость от уровня допирования. Отметим, что (5.6) определяет вклад в энергию конденсации только одной области Ξ_K , соответствующей суммарному импульсу пары **K**, поэтому (5.6) следует умножить на число векторов в звезде вектора **K**. Функцией $\gamma(x)$ определяются зависимости от уровня допирования как параметра порядка (3.14), так и коэффициентов (4.5) и (4.6), задающих сдвиг химического потенциала в результате конденсации пар. В соответствии с (3.14) безразмерный параметр порядка имеет вид

$$\delta(x) = \left(\frac{\chi I(x)}{2\epsilon_+} \right)^\nu \exp\left(-\frac{\gamma}{\alpha w(x)} \right). \quad (5.7)$$

Учитывая, что $\nu \sim \gamma$, а $\chi I(x) < 2\epsilon_+$ в области допирования $x_1 \leq x \leq x_2$, нетрудно убедиться в том, что $\delta(x)$ экспоненциально стремится к нулю как при $x \rightarrow x_1 + 0$, так и при $x \rightarrow x_2 - 0$. Функция (5.7) имеет максимум при $x_1 < x < x_2$ и резко асимметрична (рис. 5), поскольку $I(x)$ и $w(x)$ — убывающие функции x . Условие (5.5) позволяет найти тот интервал ($x_* < x < x^*$) уровня допирования, в котором конденсация дырочных пар приводит к выигрышу в энергии.

Выражение (5.7) с учетом найденных коэффициентов λ и τ , определяющих сдвиг химического потенциала при конденсации, представляет собой весьма сложную функцию уровня допирования, зависящую также от нескольких параметров, отражающих индивидуальность данного ВТСП-соединения. Так, параметр α непосредственно определяется структурой изоэнергетических линий в окрестности контура Ферми, параметры ϵ_\pm характеризуют энергетическую ширину области импульсного пространства, в которой определены **K**-пары, w_\pm и I_0 — кулоновское и антиферромагнитное взаимодействия в системе дырок. В зависимости от соотношений между этими параметрами можно ожидать сложное и разнообразное поведение энергии конденсации как функции допирования. Ниже это поведение рассматривается лишь в общих чертах.

На рис. 4 схематически представлен график функции $\gamma(x)$, фактически определяющей коэффициенты $\lambda(x)$ и $c(x)$ в выражении (5.6) для энергии

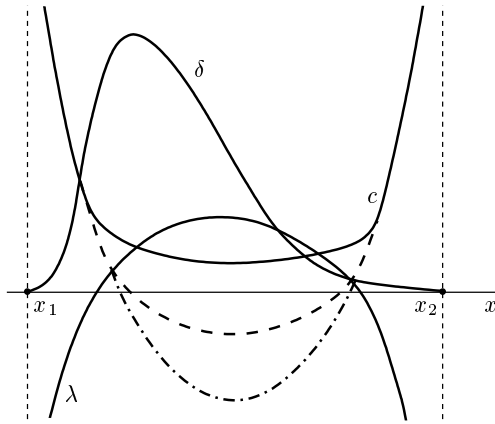


Рис. 5. Зависимости (схематически, без соблюдения масштаба) от допирования безразмерного параметра порядка $\delta(x)$ и параметров $\lambda(x)$ и $c(x)$, определяющих энергию конденсации. Штриховой и штрихпунктирной линиями показаны варианты поведения функции $c(x)$, отмеченные в тексте

конденсации, которые также зависят от уровня допирования. Функция $\lambda(x)$, как это видно непосредственно из (4.5), определено дважды меняет знак внутри интервала $x_1 < x < x_2$, как показано на рис. 5, и при условии (3.13) характер этой зависимости не меняется. Другая функция, $c(x)$, обнаруживает более разнообразное поведение при изменении параметров ε_{\pm} . Так, она может быть либо положительной всюду в области $x_1 < x < x_2$, либо (при подходящем выборе параметров) дважды изменять знак внутри этого интервала; кроме того, она может быть и отрицательной во всем интервале области $x_1 < x < x_2$. Первые две из указанных возможностей также представлены на рис. 5.

Комбинация функций, представленных на рис. 5, и определяет зависимость энергии конденсации от допирования (рис. 6). В некотором интервале $x_* < x < x^*$ внутри области $x_1 < x < x_2$ энергия конденсации, при условии что $c(x) > 0$ всюду в области $x_1 < x < x_2$, положительна, тогда как при $x_1 < x < x_*$ и $x^* < x < x_2$ она отрицательна. Отмеченное выше возможное изменение характера зависимости $c(x)$, т.е. возникновение областей концентраций, где $c(x) < 0$, может привести к тому, что вместо одного максимума на графике $\varepsilon_c(x)$ появляются два четко различимых максимума (штриховая линия на рис. 6). Более того, в принципе, возможен такой подбор параметров К-пары, когда возникают две отделенных друг от друга области, в которых $\varepsilon_c(x) > 0$, что также

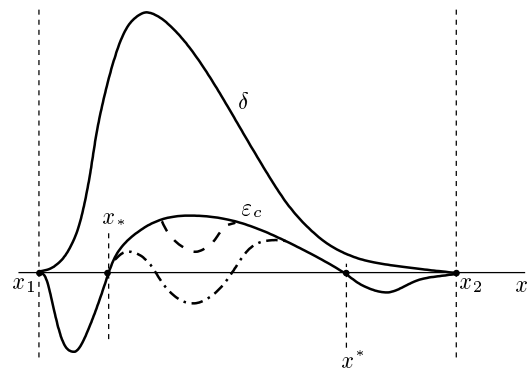


Рис. 6. Зависимости (схематически, без соблюдения масштаба) от допирования энергии конденсации $\varepsilon_c(x)$ и представленного также на рис. 5 безразмерного параметра порядка $\delta(x)$. Штриховой и штрихпунктирной линиями на зависимости $\varepsilon_c(x)$ указаны варианты поведения функции $c(x)$, отмеченные в тексте и показанные на рис. 5

показано на рис. 6 штриховой и штрихпунктирной линиями. Подобная немонотонная зависимость от допирования температуры сверхпроводящего перехода, очевидно, непосредственно связанной с энергией конденсации, хорошо известна для многих ВТСП-купратов [21].

Рисунок 6, на котором сохранена показанная на рис. 5 зависимость параметра порядка от допирования, $\delta(x)$, позволяет сделать определенные качественные выводы, касающиеся отношения $2\Delta/T_c$, которое в теории БКШ является универсальной величиной: $(2\Delta/T_c)_{BCS} \approx 3.5$. В ВТСП-соединениях это определено не так, и в особенности сильные отклонения этого отношения в сторону увеличения наблюдаются в предельно недодопированных купратах. На рис. 6 видно, что в сверхпроводящей области (где $\varepsilon_c(x) > 0$) вблизи ее левого края $x = x_*$ энергия конденсации (и, соответственно, T_c) весьма мала, тогда как параметр порядка равен примерно $\delta(x_*)$, наоборот, достаточно велик. Поэтому естественно ожидать, что в этой области допирования может оказаться, что $2\Delta/T_c \gg 3.5$, что нередко и обнаруживается экспериментально. Как видно на том же рис. 6, в передопированной области кривые $\delta(x)$ и $\varepsilon_c(x)$ сближаются, что должно соответствовать меньшим значениям отношения $2\Delta/T_c$.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Особенности кристаллохимического строения ВТСП-соединений приводят к специфической

квазидвумерной электронной структуре, обеспечивающей существование протяженной области импульсного пространства с гиперболической метрикой. При концентрации носителей, близкой к половинному заполнению, дырочный контур Ферми с ярко выраженным нестингом вдоль сторон квадратной двумерной зоны Бриллюэна располагается именно в этой области \mathbf{k} -пространства. Это делает возможным возникновение дырочных пар с большим (порядка удвоенного фермиевского) суммарным импульсом и сравнительно малыми импульсами относительного движения [1]. При этом нет необходимости рассматривать какое-либо взаимодействие притяжения между дырками, образующими пару, поскольку, благодаря гиперболической метрике, связанные состояния в виде дырочных пар возникают при экранированном кулоновском отталкивании [1, 2]. Более того, именно в случае отталкивательного взаимодействия зависимость амплитуды рассеяния от энергии относительного движения двух дырок позволяет сделать определенные выводы [2], качественно согласующиеся с известной фазовой диаграммой для ВТСП-купратов, в особенности в недодопированной области. В области энергий, соответствующих отталкиванию, амплитуда рассеяния имеет два полюса: один из них, с большей положительной энергией и весьма малым затуханием, связан с квазистационарным состоянием дырочной пары [1]. При этом плотность одночастичных возбуждений существенно уменьшается, что может быть связано с псевдощелевым состоянием на фазовой диаграмме. Второй полюс амплитуды рассеяния [2] связан с развитием сверхпроводящей неустойчивости (мнимая часть этого полюса соответствует сверхпроводящей щели).

Положительный знак вещественной части второго полюса, очевидно, соответствует некоторому проигрышу в энергии, который обусловлен тем обстоятельством, что для возникновения пар необходимо, чтобы хотя бы некоторая часть области определения импульса относительного движения пары с заданным суммарным импульсом была свободна от дырок. Таким образом, чтобы освободить эту часть области, нужно некоторое количество дырочных пар перевести в состояния за пределами контура Ферми. Возникающая неоднородность в заполнении состояний в импульсном пространстве должна приводить к неоднородному распределению дырок и в обычном пространстве, что, вообще говоря, энергетически невыгодно. Однако, если, как это, по-видимому, имеет место в ВТСП-соединениях, в обедненных

дырками областях реального пространства происходит частичное восстановление утраченного в результате допирования антиферромагнитного упорядочения, свойственного недодопированному соединению, возникает некоторый выигрыш в энергии, который может компенсировать проигрыш из-за выхода дырочных пар за пределы контура Ферми. Такой выход отражает особенности гиперболической метрики импульсного пространства вблизи контура Ферми: за его пределы выходят дырочные пары, имеющие внутри контура Ферми положительную энергию относительного движения, попадая при этом в области \mathbf{k} -пространства вне контура Ферми, где энергия их относительного движения отрицательна. Так формируются области внутри и вне контура Ферми, в которых может изменяться импульс относительного движения пар с заданными суммарными импульсами. Заполненные и свободные части этих областей разделены линиями, которые представляют собой своеобразный контур Ферми для относительного движения пар — парный контур Ферми.

Наличие длинных почти прямолинейных участков контура Ферми находит свое отражение в структуре парного контура Ферми для импульса пары, направленного вдоль границы двумерной зоны Бриллюэна, — распределение заполненных и освобожденных областей имеет квазиодномерный характер. Следствием этого может быть квазиодномерное пространственно-неоднородное распределение спиновой и зарядовой плотностей в виде страйп-структуры, характерный период которой должен определяться величиной $|\mathbf{K}' - \mathbf{K}|$. Для возникновения сверхпроводящего параметра порядка необходимо, чтобы величина антиферромагнитной энергии, определяющая страйп-структуру, была ограничена, как это следует из неравенств (3.13). При увеличении допирования $I(x)$ уменьшается, уменьшая при этом размер освобожденной от дырок части области Ξ_K (соответственно уменьшается длина парного контура Ферми). С ростом допирования уменьшается и $w(x)$, что приводит к росту экспоненциального множителя в (3.13). Когда Ξ_K оказывается полностью заполненной, сверхпроводящий параметр порядка обращается в нуль при некотором значении $x = x_2$. Большим значениям $I(x)$ в недодопированной области соответствует практически опустошенная область Ξ_K с малой длиной парного контура Ферми. Правое из неравенств (3.13), таким образом, приводит к тому, что существует некоторое значение I , соответствующее уровню допирования $x = x_1$, при котором сверхпроводящий параметр порядка обращается в нуль. Следовательно, в некоторой точке внутри интервала

ла $x_1 < x < x_2$ параметр порядка проходит через максимум.

Рассматриваемая здесь статическая картина страйпового упорядочения сохраняется и в том случае, когда характерное время τ_{AF} существования антиферромагнитной флуктуации превышает характерное время τ_{SC} установления сверхпроводящего состояния: $\tau_{AF} > \tau_{SC}$. Элементарные оценки, основанные на соотношении неопределенностей, приводят к тому, что $\tau_{AF} \sim I^{-1}$, а τ_{SC} , как это видно из (3.14), обратно пропорционально выражению в правой части (3.13). Таким образом, картина квазистатической страйп-структуры (динамические страйпы) согласуется с условием (3.13), определяющим существование сверхпроводящего параметра порядка.

При переходе через уровень оптимального допирования от недодопированного к передопированному режиму амплитуда страйпов (либо динамических, либо статических) может быть недостаточно большой и, возможно, поэтому пока нет экспериментальных доказательств их существования в передопированной области. Увеличение амплитуды страйпов, как следует из (3.13), в конце концов приводит к подавлению сверхпроводящего упорядочения. До тех пор, пока сохраняется возможность удовлетворить неравенствам (3.13), сохраняется и возможность существования нетривиального решения для сверхпроводящего параметра порядка.

С представлениями о парном контуре Ферми нетрудно согласовать яркий экспериментальный результат [26], приводящий при традиционной (основанной на картине независимых одночастичных возбуждений) интерпретации к неожиданному выводу [26]. При исследовании электронного спектра некоторых ВТСП-купратов с помощью методики ARPES в случае, когда энергия возбуждаемого из внутренних атомных оболочек электрона отличается от положения уровня Ферми не более чем на 100 мэВ, данные ARPES совершенно недвусмысленно указывают [26] на двумерный характер состояний вблизи уровня Ферми и приводят к хорошо известной форме контура Ферми в виде квадрата со скругленными углами [16]. Если же энергетическое «окно» в методике ARPES расширяется (т. е. электрон возбуждается в состояние, отстоящее по энергии от уровня Ферми приблизительно на 500 мэВ), результаты оказываются такими, что электронную структуру следует считать, скорее, одномерной, чем двумерной. Стоит заметить, однако, что простая крестообразная форма контура Ферми, представленная в [26], получена не непосредственно из эксперимен-

та, а из неких правдоподобных рассуждений, в основе которых лежат представления об идеальных квазиодномерных страйпах.

Вывод о $2D \rightarrow 1D$ -«трансформации» электронного спектра, сделанный в [26], вполне согласуется с концепцией парного контура Ферми. Действительно, чтобы парный контур Ферми, находящийся внутри контура Ферми, как это изображено на верхнем среднем рис. 2, проявился в экспериментах ARPES, необходимо возбуждать электроны так, чтобы их энергия существенно отличалась от энергии Ферми (например, была существенно меньше E_F).

Как еще одно свидетельство в пользу парного контура Ферми можно рассматривать наблюдаемую в экспериментах ARPES так называемую dip-hump структуру спектра: максимум, проявляющийся как раз в рассматриваемом здесь случае, когда площадь области Ξ_K имеет максимальную величину, обнаруживает себя при энергиях, существенно больших энергии квазичастичного пика, и может быть связан с возбуждениями в виде пар вблизи парного контура Ферми.

Феноменологический подход, использованный здесь для учета влияния антиферромагнитных флуктуаций на спаривание дырок, позволяет качественно и непротиворечиво интерпретировать ключевые экспериментальные данные, относящиеся к ВТСП-купратам. Отметим, что основные выводы относительно гиперболической метрики и возникновения парного контура Ферми сохраняются и при альтернативных зонному описанию подходах, основанных, например, на t - J -модели [27] с учетом взаимодействия ближайших соседей (t - t' - J -модель [28]).

Авторы благодарны Ю. М. Кагану, Л. В. Келдышу и Ю. Е. Лозовику за полезные обсуждения работы, которая выполнена при частичной финансовой поддержке Российской научно-образовательной программы «Интеграция» (проекты АО133 и АО155).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Белявский, В. В. Капаев, Ю. В. Копаев, ЖЭТФ **118**, 941 (2000).
2. В. И. Белявский, Ю. В. Копаев, Письма в ЖЭТФ **72**, 734 (2000).
3. J. Orenstein and A. J. Millis, Science **288**, 468 (2000).
4. А. А. Горбацевич, Ю. В. Копаев, И. В. Токачлы, ЖЭТФ **101**, 971 (1992).

5. Ю. В. Копаев, *Проблема высокотемпературной сверхпроводимости*, под ред. В. Л. Гинзбурга и Д. А. Киржница, Наука, Москва (1977), с. 205–239.
6. S.-C. Zhang, *Science* **275**, 1089 (1997).
7. M. Guidry, L.-A. Wu, Y. Sun, and C.-L. Wu, *Phys. Rev. B* **63**, 134516 (2001).
8. Б. А. Волков, Ю. В. Копаев, А. И. Русинов, *ЖЭТФ* **68**, 1899 (1975).
9. V. Barzykin and L. P. Gor'kov, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2207 (2000).
10. D. P. Young, D. Hall, M. E. Tarelli et al., *Nature (London)* **397**, 412 (1999).
11. G. Seibold and M. Grilli, *Phys. Rev. B* **63**, 224505 (2001).
12. В. И. Белявский, Ю. В. Копаев, *Письма в ЖЭТФ* **73**, 87 (2001).
13. Б. А. Волков, А. А. Горбацевич, Ю. В. Копаев, В. В. Тугушев, *ЖЭТФ* **81**, 726 (1981).
14. V. L. Ginzburg, A. A. Gorbatsевич, Yu. V. Kopaev, and B. A. Volkov, *Sol. St. Comm.* **50**, 339 (1984).
15. S. Chakravarty, R. B. Laughlin, D. K. Morr, and C. Nayak, *Phys. Rev. B* **62**, 094503 (2001).
16. Z.-X. Shen, W. E. Spicer, D. M. King, D. S. Dessau, and B. O. Wells, *Science* **267**, 343 (1995).
17. M. Schafroth, S. Butler, and J. Blatt, *Helv. Phys. Acta* **30**, 93 (1957).
18. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика*, ч. 2, Наука, Москва (1978).
19. J. Bardeen, L. Cooper, and J. Schrieffer, *Phys. Rev.* **108**, 1175 (1957).
20. Дж. Шриффер, *Теория сверхпроводимости*, Наука, Москва (1970).
21. E. Dagotto, *Rev. Mod. Phys.* **66**, 763 (1994).
22. M. R. Norman, M. Randeria, B. Janko, and J. C. Campuzano, *Phys. Rev. B* **61**, 14742 (2000).
23. J. E. Hirsch, *Phys. Rev. B* **62**, 14487 (2000).
24. D. N. Basov, S. I. Woods, A. S. Katz et al., *Science* **283**, 49 (1999).
25. M. Oda, T. Matsuzaki, N. Momono, and M. Ido, *Physica C* **341–348**, 847 (2000).
26. X. J. Zhou, P. Bogdanov, S. A. Kellar et al., *Science* **286**, 268 (1999).
27. F. C. Zhang and T. M. Rice, *Phys. Rev. B* **37**, 3759 (1988).
28. T. Tohyama and S. Maekawa, *Phys. Rev. B* **49**, 3596 (1994).