

ДИНАМИЧЕСКАЯ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ И ТЕОРИЯ ИОННО-ЗВУКОВОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПЛАЗМЫ С ДВУМЯ СОРТАМИ ИОНОВ

И. В. Кузора, В. П. Силин, С. А. Урюпин*

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 18 апреля 2001 г.

Для неизотермической плазмы, содержащей горячие электроны и два сорта более холодных ионов, рассмотрен декремент индуцированного рассеяния быстрых ионно-звуковых волн на ионах, явный вид которого существенно зависит от вида поляризуемости плазмы на частотах биений взаимодействующих волн. В случае плазмы с подвижными легкими и медленными тяжелыми ионами установлено новое явление значительного ослабления вероятности индуцированного рассеяния. Причина такого явления обусловлена зависимостью определяющего амплитуду рассеяния вклада в диэлектрическую функцию медленных ионов не только от пространственной, но и от частотной дисперсии. Показано, как установленное нами в настоящей работе явление ослабления индуцированного рассеяния приводит к увеличению уровня турбулентных шумов и к изменению коэффициентов аномального переноса, реализующихся в пределе больших турбулентных чисел Кнудсена. Этот же эффект является причиной относительного подавления образования убегающих электронов.

PACS: 52.35.Ra

1. ВВЕДЕНИЕ

Свойства плазмы с ионно-звуковой турбулентностью (ИЗТ) привлекают внимание с начала шестидесятых годов (см., например, обзоры [1, 2]). Интерес к изучению ИЗТ обусловлен тем, что именно с ней были связаны такие яркие явления, как аномальное сопротивление и турбулентный нагрев плазмы прямых разрядов. Уже с первых работ по теории ИЗТ стало ясно, что одним из основных физических процессов, обеспечивающих формирование квазистационарного спектра турбулентности, является индуцированное рассеяние ионно-звуковых волн на ионах. Первые представления как о спектре турбулентности, так и о роли индуцированного рассеяния были сформулированы в работах Кадомцева и Петвиашвили [3, 4] и относятся к теории простейших плазм, содержащих один сорт ионов. При этом в течение длительного времени представления Кадомцева и Петвиашвили об индуцированном рассеянии ионно-звуковых волн на ионах в плазме никак

не пересматривались. Лишь в начале девяностых годов при построении теории ИЗТ для плазмы, содержащей два сорта ионов, было обнаружено весьма существенное увеличение эффективности индуцированного рассеяния ионно-звуковых волн на ионах, обусловленное разделением заряда ионов [5, 6]. В результате такого увеличения эффективности рассеяния квазистационарный уровень ИЗТ в случае плазмы с двумя сортами ионов оказался значительно меньшим по сравнению с простейшим случаем плазмы с одним сортом ионов (см., например, обзорные статьи [7, 8]). Обобщение таких новых следствий работ [5, 6] на плазмы с еще большим числом сортов ионов было дано в работе [9]. Здесь следует подчеркнуть, что в работах [5, 6, 9], подобно тому как это было впервые сделано в пионерских работах Кадомцева и Петвиашвили, описание влияния коллективных свойств плазмы на индуцированное рассеяние волн проводилось в таком приближении, когда поляризуемость плазмы считалась статической. В этом случае при использовании поляризуемости плазмы пренебрегается ее частотной (времен-

*E-mail: silin@sci.lebedev.ru

ной) дисперсией, а весь коллективный эффект влияния плазмы на индуцированное рассеяние определяется пространственной дисперсией поляризуемости, отвечающей ее зависимости от волнового вектора. В определенном смысле такое приближение схоже с приближением дебаевской экранировки заряда в плазме с тем существенным отличием, что в проблематике индуцированного рассеяния речь идет о частоте и волновом векторе биений взаимодействующих волн, приводящих к проявлению коллективных свойств плазмы в индуцированном рассеянии. С другой стороны, частотная дисперсия поляризуемости плазмы определяет спектр коллективных колебаний, а также определяет распадное взаимодействие таких колебаний [10, 11]. В то же время частотная дисперсия ионной поляризуемости, определяющая спектры ионно-звуковых волн, до сих пор оставалась вне поля зрения при изучении ее влияния на такой важный для теории ИЗТ-процесс, как индуцированное рассеяние ионно-звуковых волн на ионах. В настоящей работе впервые привлечено внимание к необходимости учета частотной дисперсии ионной поляризуемости плазмы при описании индуцированного рассеяния ионно-звуковых волн. Такая необходимость возникает для плазм с несколькими сортами ионов, имеющих существенно различающиеся тепловые скорости. При этом реализуются условия, в которых фазовые скорости биений взаимодействующих волн, во-первых, сравнимы с тепловыми скоростями легких ионов и, во-вторых, превышают тепловые скорости медленных сравнительно тяжелых ионов. Последнее обстоятельство и является главной причиной, приводящей к необходимости учета влияния динамической поляризуемости плазмы на индуцированное рассеяние ионно-звуковых волн на ионах.

В настоящем сообщении излагается теория ИЗТ для плазмы с двумя сортами ионов, в которой при определении вероятности индуцированного рассеяния ионно-звуковых волн на ионах учитывается эффект динамической поляризуемости плазмы. Во втором разделе указаны условия, в которых нет необходимости рассматривать процессы распада ионно-звуковых волн. В третьем разделе изложены необходимые основы теории индуцированного рассеяния, позволяющие включить в рассмотрение эффект динамической поляризуемости плазмы. Интегральный оператор декремента затухания ионно-звуковых волн из-за индуцированного рассеяния на ионах приведен к дифференциальному виду в четвертом разделе статьи. В пятом разделе найден новый спектр турбулентных ионно-звуковых флук-

туаций, а в шестом разделе дано обсуждение некоторых результатов теории аномального переноса. Основное внимание уделено обсуждению условий, в которых эффект поляризуемости плазмы оказывает существенное влияние как на величину уровня турбулентных шумов, так и на коэффициенты переноса. Показано, что динамическая поляризуемость плазмы на частотах биений взаимодействующих волн является причиной повышения уровня турбулентных шумов в плазме с легкими и тяжелыми ионами, что проявляется в соответствующем уменьшении фактора ограничения теплового потока электронов (6.7) и в увеличении эффективной турбулентной частоты столкновений электронов (6.11), являющейся аналогом турбулентной частоты (6.8), предложенной Сагдеевым [12] для описания аномального сопротивления в плазме с одним сортом ионов. В седьмом разделе установлена величина потока, характеризующего образование убегающих электронов в плазме с двумя сортами ионов. Показано, что из-за ослабления индуцированного рассеяния благодаря эффекту динамической поляризуемости плазмы происходит подавление образования убегающих электронов. Возможность проявления относительного ослабления вероятности индуцированного рассеяния благодаря учету динамической поляризуемости плазмы продемонстрирована в восьмом разделе на примерах углеводородной C_xH -плазмы, Pb_xO -плазмы окиси свинца, H_xXe -плазмы и Li_xAu -плазмы.

2. НИЗКОЧАСТОТНЫЕ ВОЛНЫ В ПЛАЗМЕ С ДВУМЯ СОРТАМИ ИОНОВ И ВОЗМОЖНОСТЬ РАСПАДОВ

Основная цель этого раздела — установить условия, при которых невозможны распадные процессы. Для достижения этой цели воспользуемся рассмотрением от противного. Именно, укажем те условия, которые необходимо выполнить для существования распадов. Тем самым будут установлены и те условия, в которых распадов нет.

Для существования распадов прежде всего необходимо наличие слабозатухающих волн. Поэтому сначала напомним известные сведения о спектрах ионно-звуковых волн в полностью ионизованной неизотермической плазме с относительно горячими электронами и двумя сортами сравнительно холодных ионов. В первую очередь обсудим быстрые ионно-звуковые волны, имеющие фазовую скорость меньшую тепловой скорости электронов v_T , но боль-

шую тепловых скоростей $v_{T\alpha}$ ($\alpha = 1, 2$) обоих сортов ионов:

$$v_T \gg \frac{\omega}{k} \gg v_{T\alpha}. \quad (2.1)$$

В условиях (2.1) частота быстрой ионно-звуковой волны связана с волновым вектором соотношением вида

$$\omega^2 = \frac{k^2 v_s^2}{1 + k^2 r_{De}^2} + \frac{3}{\omega_L^2} k^2 (\omega_{L1}^2 v_{T1}^2 + \omega_{L2}^2 v_{T2}^2), \quad (2.2)$$

где $v_s = r_{De} \omega_L$ — скорость ионного звука, $r_{De} = v_T / \omega_{Le}$ и ω_{Le} — дебаевский радиус и ленгмюровская частота электронов, $\omega_L^2 = \omega_{L1}^2 + \omega_{L2}^2$, $\omega_{L\alpha}$ — ленгмюровская частота ионов α -сорта. В области волновых чисел меньших или порядка обратного дебаевского радиуса электронов, когда $kr_{De} \lesssim 1$, обусловленная тепловым движением ионов поправка к частоте ионного звука в (2.2) сравнительно мала. Необходимость в такой поправке возникает при рассмотрении черенковского затухания волн на ионах, а при рассмотрении самой частоты волн можно использовать более простое выражение вида

$$\omega \approx kv_s / \sqrt{1 + k^2 r_{De}^2}. \quad (2.3)$$

Быстрые ионно-звуковые волны с законами дисперсии (2.2) или (2.3) слабо затухают вследствие черенковского взаимодействия с электронами и ионами. Полагая, что декремент затухания $\gamma(k)$ мал по сравнению с частотой быстрой ионно-звуковой волны, из дисперсионного уравнения находим

$$\gamma(k) = \gamma_s(k) + \gamma_1(k) + \gamma_2(k), \quad (2.4)$$

где $\gamma_s(k)$ — декремент затухания на электронах,

$$\gamma_s(k) = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \omega \frac{\omega_L}{\omega_{Le}} \left(\frac{\omega}{kv_s} \right)^3 \ll \omega, \quad (2.5)$$

а $\gamma_\alpha(k)$ — декременты затухания на ионах α -сорта. В том случае, когда распределение ионов α -сорта в области сравнительно больших скоростей, $v \geq \omega/k$, не отличается от максвелловского, для $\gamma_\alpha(k)$ имеем

$$\gamma_\alpha(k) = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \omega \frac{\omega_{L\alpha}^2}{\omega_L^2} \left(\frac{\omega}{kv_{T\alpha}} \right)^3 \times \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{kv_{T\alpha}} \right)^2 \right]. \quad (2.6)$$

Требование малости вкладов в затухание от каждого сорта ионов сводится к условию $\gamma_\alpha(k)/\omega \ll 1$. Отсюда и из (2.6) имеем

$$\left(\frac{\omega}{kv_{T\alpha}} \right)^2 \gg \ln \left[\frac{\pi}{8} \frac{\omega_{L\alpha}^4}{\omega_L^4} \left(\frac{\omega}{kv_{T\alpha}} \right)^6 \right]. \quad (2.7)$$

Для волн с $kr_{De} \lesssim 1$, используя вместо (2.3) приближенное соотношение $\omega \approx kv_s$, перепишем (2.6) в виде неравенства для $v_s/v_{T\alpha}$,

$$\left(\frac{v_s}{v_{T\alpha}} \right)^2 \gg \ln \left[\frac{\pi}{8} \frac{\omega_{L\alpha}^4}{\omega_L^4} \left(\frac{v_s}{v_{T\alpha}} \right)^6 \right]. \quad (2.8)$$

Рассмотрим неравенство (2.8) для ионов первого сорта. Если не считать первый сорт ионов примесью, то в (2.8) можно принять $\omega_L \approx \omega_{L1}$. Тогда из (2.8) приближенно имеем

$$\frac{v_s^2}{v_{T1}^2} = \left(\frac{\omega_L r_{De}}{\omega_{L1} r_{D1}} \right)^2 \approx \frac{r_{De}^2}{r_{D1}^2} \gg 3. \quad (2.9)$$

Неравенство (2.9) необходимо для малости затухания быстрой ионно-звуковой волны на ионах первого сорта.

Обсудим кратко затухание быстрых волн на ионах второго сорта. Примем, что для второго сорта ионов

$$v_{T2} < v_{T1}. \quad (2.10)$$

Если второй сорт ионов не является примесью, то в (2.8) можно принять $\omega_L \approx \omega_{L2}$. Тогда в силу соотношений (2.8) и (2.10) малость затухания на ионах первого сорта заведомо обеспечивает малость затухания на ионах второго сорта. Если же второй сорт ионов является примесью, то $\omega_{L2} \ll \omega_L$ и затухание быстрого звука на ионах второго сорта оказывается и по давню пренебрежимым. Таким образом, условие (2.9) обеспечивает малость затухания быстрого звука.

Перейдем к обсуждению центрального для этого раздела вопроса о медленном звуке, под которым понимаются плазменные колебания с фазовой скоростью, удовлетворяющей условиям

$$v_{T1} \gg \frac{\omega}{k} \gg v_{T2}. \quad (2.11)$$

Помимо (2.11) далее рассматриваются такие условия, в которых существует слабозатухающий быстрый звук (см. (2.9)). В условиях (2.11) с учетом малости отношения r_{D1}^2/r_{De}^2 для спектра медленного ионного звука имеем

$$\omega = \frac{kv_l}{\sqrt{1 + k^2 r_{D1}^2}}, \quad (2.12)$$

где $v_l = \omega_{L2} r_{D1}$ — скорость медленного звука. В обсуждаемых далее условиях $kr_{De} \lesssim 1$. Для таких волновых векторов благодаря неравенству (2.9) формула (2.12) принимает вид

$$\omega_l = kv_l. \quad (2.13)$$

При этом необходимые условия (2.11) существования медленного звука сводятся к следующим:

$$\frac{v_{T1}}{v_{T2}} \gg r \gg 1, \quad (2.14)$$

где введено используемое ниже обозначение

$$r = \frac{r_{D1}}{r_{D2}}. \quad (2.15)$$

Обсудим затухание медленных ионно-звуковых волн. Затухание на электронах мало в силу малости $r_{D1}^2 \ll r_{De}^2$ и малости $v_l \ll v_T$. В свою очередь, для декремента черенковского затухания на ионах приближенно имеем

$$\gamma_l(k) = \gamma_{l1}(k) + \gamma_{l2}(k), \quad (2.16)$$

$$\gamma_{l1}(k) = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \omega_l \frac{\omega_{L2}}{\omega_{L1}} \ll \omega_l, \quad (2.17)$$

$$\gamma_{l2}(k) = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \omega_l \left(\frac{\omega_l}{kv_{T2}} \right)^3 \times \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\omega_l}{kv_{T2}} \right)^2 \right]. \quad (2.18)$$

Малость затухания на ионах первого сорта обеспечивается левым неравенством (2.14). Затухание на ионах второго сорта рассматривается подобно рассмотренному выше затуханию быстрого звука на ионах первого сорта. Приближенное соотношение (2.13), обозначение (2.15) и формула (2.18) позволяют показать, что требование малости отношения $\gamma_{l2}/\omega_l \ll 1$ сводится к следующему неравенству:

$$3 < \ln \left[\frac{\pi}{8} r^6 \right] \ll r^2. \quad (2.19)$$

Система неравенств (2.9), (2.14), (2.19) определяет условия, в которых возможно одновременное существование слабозатухающих быстрой и медленной ионно-звуковых волн.

Для возможности распадных процессов необходимо не только существование самих волн, но и необходимо, чтобы максимальный декремент взаимодействующих волн был меньше минимальной частоты этих волн. Поэтому наряду с условиями (2.9), (2.14), (2.19) необходимо обеспечить малость декремента затухания быстрой волны $\gamma_1(k)$ (2.6) по сравнению с частотой медленной волны ω_l (2.13), что для волн с $kr_{De} \lesssim 1$ дает

$$\left(\frac{v_s}{v_{T1}} \right)^2 \gg \ln \left[\frac{\pi}{8} \frac{\omega_{L1}^2}{\omega_{L2}^2} \frac{\omega_{L1}^4}{\omega_L^4} \left(\frac{v_s}{v_{T1}} \right)^8 \right]. \quad (2.20)$$

В том случае, когда $\omega_{L2} \sim \omega_{L1}$, условие (2.20), по существу, эквивалентно условию (2.9), хотя и налагает более сильное ограничение на величину отношения $(v_s/v_{T1})^2 \gg 4$. Если же $4\omega_{L2} < \omega_{L1}$, то ограничение на величину параметра v_s/v_{T1} оказывается еще более жестким и с логарифмической точностью имеет вид

$$\left(\frac{v_s}{v_{T1}} \right)^2 \approx \frac{r_{De}^2}{r_{D1}^2} \gg \gg \ln \left\{ \frac{\pi}{8} \frac{\omega_{L1}^2}{\omega_{L2}^2} \ln^4 \left[\frac{\pi}{8} \left(\frac{\omega_{L1}}{\omega_{L2}} \right)^2 \right] \right\} > 4. \quad (2.21)$$

Таким образом, при $4\omega_{L2} < \omega_{L1}$ для возможности распадов отношение r_{De}/r_{D1} , характеризующее степень неизотермичности плазмы, должно быть тем больше, чем меньше ω_{L2}/ω_{L1} . Это свойство становится очевидным, если вспомнить, что условие (2.21) является условием немалости частоты медленного звука, пропорциональной ω_{L2} , по сравнению с декрементом затухания быстрого звука γ , который убывает с ростом отношения $v_s/v_{T1} \approx r_{De}/r_{D1}$.

Используя неравенства (2.9), (2.14), (2.19) и (2.21) можно указать условия, в которых, с одной стороны, существуют слабозатухающие быстрые волны, а с другой стороны, невозможно их распадное взаимодействие с медленной волной. Укажем эти условия для плазм с $\omega_{L1} \gtrsim \omega_{L2}$. Это, во-первых, условие (2.9), которое представляет собой так называемое условие неизотермичности. Во-вторых, — условие

$$\left(\frac{v_l}{v_{T2}} \right)^2 = r^2 < 3, \quad (2.22)$$

которое является обратным к условию (2.19), т.е. является условием несуществования медленного звука из-за сильного затухания. В-третьих, согласно (2.20), даже если не выполнено неравенство (2.22), декремент затухания быстрой волны окажется больше частоты медленной волны при не очень большой степени неизотермичности, когда

$$3 \ll \left(\frac{v_s}{v_{T1}} \right)^2 < \ln \left[\frac{\pi}{8} \frac{\omega_{L1}^2}{\omega_{L2}^2} \frac{\omega_{L1}^4}{\omega_L^4} \left(\frac{v_s}{v_{T1}} \right)^8 \right]. \quad (2.23)$$

Здесь левое неравенство отвечает условию (2.9). Согласно (2.23) при нарушении (2.22) запрет на распадное взаимодействие возникнет лишь в сравнитель-

но узкой области неизотермичности плазмы. Если $4\omega_{L2} < \omega_{L1}$, то вместо (2.23) имеем условие

$$3 \ll \left(\frac{v_s}{v_{T1}} \right)^2 \approx \frac{r_{De}^2}{r_{D1}^2} < \ln \left\{ \frac{\pi}{8} \frac{\omega_{L1}^2}{\omega_{L2}^2} \ln^4 \left[\frac{\pi}{8} \frac{\omega_{L1}^2}{\omega_{L2}^2} \right] \right\}. \quad (2.24)$$

Согласно (2.24), область степени неизотермичности плазмы, при которой невозможно распадное взаимодействие, логарифмически слабо расширяется с уменьшением ω_{L2} .

В том случае, когда различие v_{T1} и v_{T2} не очень велико, дисперсионное уравнение для быстрых и медленных волн исследуется численно (см., например, [13–15]). Остановимся на результатах работы [15], в которой проведено соответствующее численное исследование для полностью ионизованной СН-плазмы с одинаковыми концентрациями и температурами углерода и водорода, когда $v_{T1}^2 = 12v_{T2}^2$ и $r_{D1}^2 = 36r_{D2}^2$. Соответственно $r^2 = 36$. В [15] показано, что при $T_e/T_i \lesssim 5$ нет быстрого звука, что соответствует невыполнению нашего неравенства (2.9). Напротив, когда $T_e/T_i \gtrsim 5$ и быстрый звук существует, медленный звук согласно [15] оказывается сильнозатухающим. Этот случай в изложенном выше аналитическом рассмотрении не обсуждался. Он отвечает нарушению левого неравенства (2.11), которое для рассмотренного в [15] случая СН-плазмы явно не выполняется. Таким образом, мы видим, что проведенное нами аналитическое рассмотрение позволяет просто интерпретировать результаты численного исследования. Поскольку для рассмотренной в [15] СН-плазмы одновременное существование быстрой и медленной ионно-звуковых волн невозможно, для такой плазмы распадное взаимодействие невозможно при любой степени неизотермичности плазмы.

В связи с изложенным выше отметим работу [16], в которой изучены ионно-звуковые волны в плазме с двумя сортами ионов. Согласно [16], при $kr_{De} < 1$ для существования слабозатухающей быстрой волны необходимо выполнение условия

$$\frac{r_{De}^2}{r_{D1}^2} > \left(1 + \frac{\omega_{L2}^2}{\omega_{L1}^2} \right)^{-1}, \quad (2.25)$$

а слабозатухающая медленная волна возможна, если

$$\frac{\omega_{L1}^2}{\omega_{L2}^2} > \frac{r_{De}^2}{r_{De}^2 + r_{D1}^2} > \frac{r_{D2}^2}{r_{D1}^2}. \quad (2.26)$$

Если выполнено только одно из этих условий, то существует только одна слабозатухающая волна. Ко-

гда оба условия выполнены одновременно, тогда существуют две слабозатухающие волны. В частности, из (2.25) и (2.26) для плазм с $\omega_{L1}^2/\omega_{L2}^2 > 1$ приближенно имеем

$$\frac{r_{De}^2}{r_{D1}^2} > 1, \quad (2.27)$$

$$\frac{\omega_{L1}^2}{\omega_{L2}^2} > 1 > \frac{r_{D2}^2}{r_{D1}^2}. \quad (2.28)$$

Неравенства (2.25)–(2.28) следуют из условий (2.1), (2.11), связывающих фазовые скорости ионно-звуковых волн с тепловыми скоростями ионов. В соответствии с анализом этого раздела неравенство (2.27) следует из (2.9), а неравенство (2.28) из (2.19). Таким образом, указанные в работе [16] условия (2.25)–(2.28) следуют из приведенных выше неравенств, обеспечивающих малость черенковского затухания быстрой и медленной волн, и не налагают новых ограничений на условия существования распадных процессов помимо указанных в этом разделе.

Учитывая изложенное в данном разделе, в дальнейшем, рассматривая плазмы с сильно различающимися тепловыми скоростями ионов, будем считать возможным пренебрежение распадным взаимодействием, если, соответственно, выполнены либо условие (2.22), либо условия (2.23) или (2.24). В плазмах, подобных рассмотренной в [15] СН-плазме, распады невозможны.

3. ИНДУЦИРОВАННОЕ РАССЕЯНИЕ БЫСТРЫХ ИОННО-ЗВУКОВЫХ ВОЛН НА ИОНАХ

Итак, далее будем рассматривать плазмы, в которых возможно существование быстрых ионно-звуковых волн, а распадов по тем или иным причинам нет. В таких плазмах основным для ИЗТ нелинейным процессом является индуцированное рассеяние быстрых ионно-звуковых волн на ионах. В соответствии с общими положениями нелинейной теории плазмы декремент индуцированного рассеяния ионно-звуковых волн на ионах имеет вид [17]

$$\gamma_{nl}(\mathbf{k}) = \sum_{\alpha=1,2} \int \frac{d\mathbf{v}}{2m_{\alpha}} \times \int \frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^3} N(\mathbf{k}') W_{\alpha}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{v}) \left(\mathbf{k}'' \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \mathbf{v}} \right), \quad (3.1)$$

где m_{α} — масса ионов α -сорта, $N(\mathbf{k})$ — плотность числа ионно-звуковых волн, $\mathbf{k}'' = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$,

$\omega'' = \omega - \omega'$, $f_\alpha = f_\alpha(\mathbf{v})$ — функция распределения ионов α -сорта. В (3.1) $W_\alpha(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{v})$ — вероятность индуцированного рассеяния, которая описывается выражением

$$W_\alpha(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{v}) = \frac{4(2\pi)^9 |\Lambda_\alpha(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{v})|^2}{\omega^2 \left[\frac{\partial}{\partial \omega} \varepsilon(\omega, \mathbf{k}) \right] \left[\frac{\partial}{\partial \omega'} \varepsilon(\omega', \mathbf{k}') \right]} \times \delta(\omega'' - \mathbf{k}'' \cdot \mathbf{v}). \quad (3.2)$$

Здесь $\varepsilon(\omega, \mathbf{k})$ — продольная диэлектрическая проницаемость плазмы, $\Lambda_\alpha(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{v})$ — амплитуда вероятности рассеяния:

$$\begin{aligned} \Lambda_\alpha(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{v}) = & \frac{\omega}{(2\pi)^3} \times \\ & \times \left\{ \frac{e_\alpha^2}{m_\alpha} \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'}{kk'} \frac{1}{(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})(\omega' - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{v})} + \right. \\ & + \frac{4\pi e_\alpha}{kk'} \frac{1}{k''^2 \varepsilon(\omega'', \mathbf{k}'')} \times \\ & \times \sum_{\beta=\epsilon, 1, 2} \frac{e_\beta^3}{m_\beta^2} \int \frac{d\mathbf{v}'}{\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}'} \times \\ & \times \left[\left(\frac{\mathbf{k}'}{\partial \mathbf{v}'} \right) \frac{1}{\omega'' - \mathbf{k}'' \cdot \mathbf{v}'} \left(\frac{\mathbf{k}''}{\partial \mathbf{v}'} \right) f_\beta(\mathbf{v}') + \right. \\ & \left. + \left(\frac{\mathbf{k}''}{\partial \mathbf{v}'} \right) \frac{1}{\omega' - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{v}'} \left(\frac{\mathbf{k}'}{\partial \mathbf{v}'} \right) f_\beta(\mathbf{v}') \right] \left. \right\}, \quad (3.3) \end{aligned}$$

e_α — заряд ионов α -сорта. Тот факт, что фазовая скорость быстрой ионно-звуковой волны мала по сравнению с тепловой скоростью электронов, но больше тепловых скоростей ионов, позволяет упростить выражение для амплитуды рассеяния (3.3) (подробнее см. [6]). Далее, принимая во внимание, что в теории ионно-звуковой турбулентности наиболее существенны колебания плотности заряда с волновыми числами порядка обратного дебаевского радиуса электронов $k \sim r_{De}^{-1}$, в условиях, когда хотя бы для одного сорта ионов выполнены неравенства

$$r_{De} \gg r_{D\alpha}, \quad Z_\alpha T_e \gg T_\alpha, \quad (3.4)$$

где T_e — температура электронов, Z_α и T_α — кратность ионизации и температура ионов α -сорта, из (3.3) приближенно имеем [5, 6]

$$\Lambda_\alpha(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{v}) \approx \frac{e_\alpha^2}{(2\pi)^3 m_\alpha \omega} \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'}{kk'} \times \left[\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}}{\omega} + \frac{\mathbf{k}' \cdot \mathbf{v}}{\omega'} + L_\alpha(\omega'', \mathbf{k}'') \right]. \quad (3.5)$$

В (3.5) использовано обозначение

$$L_\alpha(\omega'', \mathbf{k}'') = \left(1 - \frac{e_\beta m_\alpha}{m_\beta e_\alpha} \right) \times \frac{\delta \varepsilon_\beta(\omega'', \mathbf{k}'')}{\delta \varepsilon_1(\omega'', \mathbf{k}'') + \delta \varepsilon_2(\omega'', \mathbf{k}'')}, \quad \alpha \neq \beta, \quad (3.6)$$

где $\delta \varepsilon_\beta(\omega'', \mathbf{k}'')$ — парциальный вклад в продольную диэлектрическую проницаемость от ионов β -сорта. Принимая во внимание приближенное выражение для амплитуды рассеяния (3.5) из (3.1) и (3.2) находим

$$\gamma_{nl}(\mathbf{k}) = \int d\mathbf{k}' N(\mathbf{k}') K(\mathbf{k}, \mathbf{k}'), \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} K(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = & \frac{\omega \omega'}{2\omega_L^4} \left(\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'}{kk'} \right)^2 \sum_{\alpha=1, 2} \frac{e_\alpha^4}{m_\alpha^3} \times \\ & \times \int d\mathbf{v} \delta(\omega'' - \mathbf{k}'' \cdot \mathbf{v}) \left(\frac{\mathbf{k}''}{\partial \mathbf{v}} \right) \times \\ & \times \left\{ \left(\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}}{\omega} + \frac{\mathbf{k}' \cdot \mathbf{v}}{\omega'} \right)^2 + 2 \left(\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}}{\omega} + \frac{\mathbf{k}' \cdot \mathbf{v}}{\omega'} \right) \times \right. \\ & \left. \times \operatorname{Re}[L_\alpha(\omega'', \mathbf{k}'')] + |L_\alpha(\omega'', \mathbf{k}'')|^2 \right\}. \quad (3.8) \end{aligned}$$

С целью дальнейшего упрощения выражения (3.8) примем, что распределение ионов по скоростям описывается максвелловской функцией распределения. Тогда, интегрируя по скоростям ионов, ядро (3.8) можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} K(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = & -\frac{\omega \omega'}{8\pi \sqrt{2\pi} \omega_L^4} \left(\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'}{kk'} \right)^2 \times \\ & \times \sum_{\alpha=1, 2} \left(\frac{\omega''}{k'' v_{T\alpha}} \right) \left(\frac{e_\alpha}{m_\alpha r_{D\alpha}} \right)^2 \exp \left(-\frac{\omega''^2}{2k''^2 v_{T\alpha}^2} \right) \times \\ & \times [K_{\alpha 0}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') + K_{\alpha m}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') + K_{\alpha t}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')]. \quad (3.9) \end{aligned}$$

Слагаемые, содержащие ядро

$$\begin{aligned} K_{\alpha 0}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = & \\ = & 2 \left[\frac{kk' v_{T\alpha} (\omega + \omega')}{k'' \omega \omega'} \right]^2 \left(\frac{[\mathbf{k} \times \mathbf{k}']}{kk'} \right)^2, \quad (3.10) \end{aligned}$$

подобны возникающим в теории плазмы с одним сортом ионов. Слагаемые, пропорциональные ядру

$$\begin{aligned} K_{\alpha m}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = & \frac{2kk'}{\omega \omega'} \left(\frac{\omega''}{k''} \right)^2 \operatorname{Re}[L_\alpha(\omega'', \mathbf{k}'')] \times \\ & \times \left[\frac{\omega}{\omega - \omega'} \left(1 - \frac{k'}{k} \right) \left(1 + \frac{k}{k'} \right) - \frac{k}{k'} + \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'}{kk'} \right], \quad (3.11) \end{aligned}$$

возникают из-за смешения тех вкладов в вероятность индуцированного рассеяния, которые приводят к (3.10), (3.12). Наконец, слагаемые, содержащие ядро $K_{\alpha t}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$, являются следствием нетривиального отличия плазмы с двумя сортами ионов от плазмы с одним сортом ионов. Такие слагаемые (как и предыдущие) отличны от нуля лишь при условии, что ионы разных сортов имеют разное отношение заряда к массе $e_1/m_1 \neq e_2/m_2$. Вследствие этого ионы разных сортов испытывают разное воздействие со стороны потенциального поля взаимодействующих ионно-звуковых волн. Возникающий при этом эффект динамического разделения заряда ионов приводит к усилению вероятности индуцированного рассеяния по сравнению со случаем простой плазмы с одним сортом ионов. Ядро

$$K_{\alpha t}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = |L_{\alpha}(\omega'', k'')|^2 \quad (3.12)$$

определяется функцией L_{α} (3.6), которая зависит от восприимчивостей $\delta\varepsilon_1(\omega'', k'')$, $\delta\varepsilon_2(\omega'', k'')$, отвечающих максвелловскому распределению ионов. Для восприимчивости ионов с максвелловским распределением согласно [18] имеем

$$\delta\varepsilon_{\alpha}(\omega'', k'') = \frac{1}{(k'' r_{D\alpha})^2} \times \left[1 - J_{+} \left(\frac{\omega''}{k'' v_{T\alpha}} \right) \right], \quad \alpha = 1, 2. \quad (3.13)$$

Выражения (3.7)–(3.13) составляют основу дальнейшего рассмотрения индуцированного рассеяния ионно-звуковых волн с законом дисперсии (2.3) в плазме с двумя сортами ионов.

Для использования выражения (3.13) понадобится явный вид функции $J_{+}(x)$ и ее асимптотик в зависимости от действительного аргумента x . Согласно работе [18], такая зависимость имеет вид

$$J_{+}(x) = J'_{+}(x) + i J''_{+}(x), \quad (3.14)$$

$$J'_{+}(x) = x e^{-x^2/2} \int_0^x dt e^{t^2/2}, \quad (3.15)$$

$$J''_{+}(x) = -\sqrt{\frac{\pi}{2}} x e^{-x^2/2}. \quad (3.16)$$

Функция $1 - J'_{+}(x)$ изменяет знак при $x \approx 1.3$, где $-J''_{+}(x)$ порядка единицы. Мнимая часть $-J''_{+}(x)$ достигает максимума ~ 0.76 при $x = 1$. Вдали от $x \sim 1$ справедливы асимптотики: при $x \ll 1$

$$1 - J'_{+}(x) \approx 1 - x^2, \quad -J''_{+}(x) \approx x \sqrt{\pi/2} \ll 1, \quad (3.17)$$

а при $x \gg 1$, $-J''_{+}(x)$ экспоненциально мала (3.16),

$$1 - J'_{+}(x) \approx -x^{-2} - 3x^{-4}. \quad (3.18)$$

4. СВЕДЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО ДЕКРЕМЕНТА ИНДУЦИРОВАННОГО РАССЕЯНИЯ К ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМУ

Нелинейный декремент затухания ионно-звуковых волн $\gamma_{nl}(\mathbf{k})$ играет определяющую роль в нахождении спектра ИЗТ. Благодаря малости импульса волн, передаваемого ионам при индуцированном рассеянии, $\gamma_{nl}(\mathbf{k})$ обычно удается представить в виде дифференциального оператора по модулю волнового вектора ионно-звуковой волны. Это оказывается возможным и в нашем случае.

Ядро интегрального оператора в формуле (3.7) содержит в показателе экспоненты параметр

$$\frac{\omega''}{k'' v_{T\alpha}} = \frac{v_s}{v_{T\alpha}} \frac{\omega''}{k'' v_s}, \quad (4.1)$$

где в силу условия (2.1) отношение скорости звука к тепловой скорости ионов много больше единицы $v_s/v_{T\alpha} \gg 1$. График зависимости $\omega''/k'' v_s$ от k'/k приведен на рис. 1 при $kr_{De} = 1$ и $\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'/kk' = 0.3, 0.9$, а также при $\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'/kk' = 0.9$ и $kr_{De} = 0.3$. Из рис. 1 и условия $v_s/v_{T\alpha} \gg 1$ следует, что для волновых чисел $kr_{De} \lesssim 1$, представляющих наибольший интерес для теории плазмы с ИЗТ, существенны лишь значения k'/k близкие к единице, так как именно для таких k'/k нет экспоненциальной малости ядра (3.8). Отметим, что при $kr_{De} \lesssim 1$ малые значения $\omega''/k'' v_{T\alpha}$

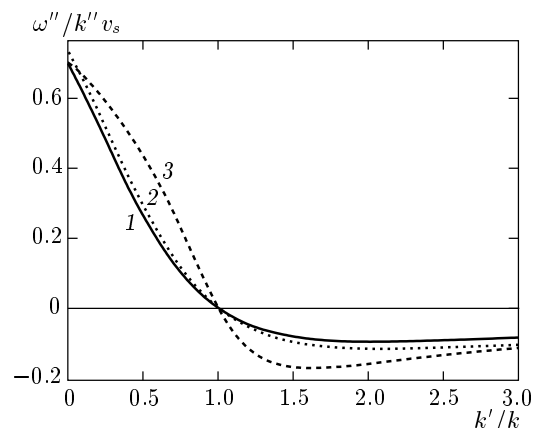


Рис. 1. Зависимость $\omega''/k'' v_s$ от k'/k . Различные кривые соответствуют различным значениям параметров kr_{De} и $\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'/kk'$: 1 — 1, 0.3; 2 — 0.3, 0.9; 3 — 1, 0.9

возможны и при $k' > \omega_L/v_{T\alpha}$. Однако при таких волновых числах нет самих волн (см. неравенство (2.1)). Поэтому далее воспользуемся близостью k'/k к единице, что отвечает малости изменения абсолютной величины импульса волн, и преобразуем выражение (3.7) к дифференциальному виду. Сначала рассмотрим $\gamma_0(\mathbf{k})$ — вклад в декремент, пропорциональный ядру $K_{\alpha 0}$ (3.10). Введем обозначение

$$\Delta = 1 - \frac{k'}{k} \approx \frac{\omega''/k''}{d\omega/dk} \sqrt{2 \left(1 - \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'}{kk'} \right)}, \quad (4.2)$$

где $|\Delta| \ll 1$ — малый параметр. Тогда имеют место следующие соотношения:

$$k''^2 \approx 2k^2 \left(1 - \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'}{kk'} \right) (1 - \Delta), \quad (4.3)$$

$$\omega'' \approx \Delta k \frac{d\omega}{dk} - \frac{1}{2} \Delta^2 k^2 \frac{d^2\omega}{dk^2}, \quad (4.4)$$

$$dx \equiv d \left(\frac{\omega''}{k'' v_{T\alpha}} \right) \approx - \frac{dk'}{k v_{T\alpha}} \frac{d\omega/dk}{\sqrt{2(1 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'/kk')}} \times \left[1 + \Delta - \Delta k \frac{d^2\omega/dk^2}{d\omega/dk} \right], \quad (4.5)$$

где переменная x связана с малым параметром Δ соотношением

$$\Delta = x \frac{v_{T\alpha} dk}{d\omega} \sqrt{2 \left(1 - \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'}{kk'} \right)}. \quad (4.6)$$

Так как $v_s \gg v_{T\alpha}$, то пределы интегрирования по x , отвечающие малым и большим значениям k' в формуле (3.7), можно заменить соответственно на $+\infty$ и $-\infty$. Далее, удерживая лишь линейные по Δ слагаемые и интегрируя по x , из (3.7)–(3.10) находим обусловленный только (3.10) вклад в декремент

$$\gamma_0(\mathbf{k}) = \frac{1}{2\pi} \left[\sum_{\alpha=1,2} \left(\frac{e_\alpha}{m_\alpha} v_{T\alpha} \frac{\omega_{L\alpha}}{\omega_L^2} \right)^2 \right] \frac{k^2 dk}{d\omega} \times \frac{\partial}{\partial k} \left\{ \frac{k^4 dk}{d\omega} \int d\omega_{k'} \left(\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'}{kk'} \right)^2 \times \left(\frac{[\mathbf{k} \times \mathbf{k}']}{kk'} \right)^2 N \left(k, \frac{\mathbf{k}'}{k'} \right) \right\}, \quad (4.7)$$

где $d\omega_{k'}$ — элемент телесного угла вектора \mathbf{k}' . Отличие этого выражения от возникающего в теории плазмы с одним сортом ионов определяется выражением в квадратных скобках формулы (4.7).

В том случае, когда плазма содержит лишь один сорт ионов, формула (4.7) переходит в известное выражение для декремента индуцированного рассеяния на тепловых ионах [8]. Соответственно этому выражение (4.7) переходит в оператор Кадомцева–Петвиашвили [3, 4] при $kr_{De} \ll 1$ или в оператор Галеева–Сагдеева [7] при $kr_{De} \gg 1$.

В области волновых чисел $k' \sim k$ для ядер (3.10), (3.11) имеют место оценки

$$K_{\alpha 0}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \sim 8 \left(\frac{v_{T\alpha}}{v_s} \right)^2 \left(\frac{[\mathbf{k} \times \mathbf{k}']}{kk'} \right)^2, \quad (4.8)$$

$$K_{\alpha m}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \sim 2x^2 \left(\frac{v_{T\alpha}}{v_s} \right)^2 \text{Re}[L_\alpha(\omega'', k'')], \quad (4.9)$$

где $x^2 \lesssim 1$. Сопоставляя эти соотношения и выражение (3.12) для $K_{\alpha t}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$, легко видеть, что $K_{\alpha m}$ всегда много меньше, чем $\max[K_{\alpha 0}, K_{\alpha t}]$. Поэтому при обсуждении индуцированного рассеяния в плазме с двумя сортами ионов вкладом смешанных слагаемых (3.11) можно пренебречь.

Аналогично выводу $\gamma_0(\mathbf{k})$ (4.7) получим дифференциальный вклад в декремент индуцированного рассеяния от слагаемых, присущих именно плазме с двумя сортами ионов. Обозначим этот вклад, обусловленный $K_{\alpha t}$ в формуле (3.9), $\gamma_t(\mathbf{k})$. Используя соотношения (4.3)–(4.6), из (3.7), (3.9), (3.12) и (3.13), находим

$$\gamma_t(\mathbf{k}) = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{e_1}{m_1} - \frac{e_2}{m_2} \right)^2 \sum_{\alpha=1,2} \frac{\omega_{L\alpha}^2}{\omega_L^4} |L_\alpha(0)|^2 \times \times D_\alpha \frac{k^2}{d \ln \omega / d \ln k} \times \times \frac{\partial}{\partial k} \left\{ \frac{k^4}{d \ln \omega / d \ln k} \int d\omega_{k'} \left(\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'}{kk'} \right)^2 \times \times \left(1 - \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'}{kk'} \right) N \left(k, \frac{\mathbf{k}'}{k'} \right) \right\}, \quad (4.10)$$

где использованы обозначения

$$D_\alpha(u, r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} |L_\alpha(0)|^2} \times \times \int_{-\infty}^{\infty} dx x^2 e^{-x^2/2} |L_\alpha(x)|^2, \quad \alpha = 1, 2, \quad (4.11)$$

$$L_1(x) = \left[1 - J_+ \left(\frac{x}{u} \right) \right] \times \times \left\{ 1 - J_+ \left(\frac{x}{u} \right) + r^{-2} [1 - J_+(x)] \right\}^{-1}, \quad (4.12)$$

$$L_2(x) = [1 - J_+(xu)] \times \\ \times \{1 - J_+(xu) + r^2[1 - J_+(x)]\}^{-1}, \quad (4.13)$$

$L_\alpha(0) = r_{D\alpha}^2 / (r_{D1}^2 + r_{D2}^2)$, $u = v_{T2}/v_{T1}$, $r = r_{D1}/r_{D2}$. В том случае, когда в формуле (4.11) можно пренебречь отличием функции $L_\alpha(x)$ от $L_\alpha(0)$, из (4.11) имеем $D_1 = D_2 = 1$. При этом декремент (4.10) совпадает с полученным в работе [5], в которой для парциального вклада ионов в продольную диэлектрическую проницаемость плазмы использовалось выражение, отвечающее статическому пределу $\delta\varepsilon_\alpha(0, k) = (kr_{D\alpha})^{-2}$. Новое, более общее выражение для вклада от слагаемых, присущих плазме с двумя сортами ионов, в декремент индуцированного рассеяния дает возможность описывать индуцированное рассеяние на ионах и в таких условиях, когда нельзя пренебрегать эффектом динамической поляризуемости плазмы.

5. СПЕКТР ИОННО-ЗВУКОВОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Полученные выше выражения для аддитивных вкладов в декремент индуцированного рассеяния в случае плазмы с двумя сортами ионов позволяют указать условия, в которых главным является вклад $\gamma_t(\mathbf{k})$. Сравнивая выражения (4.7) и (4.10) видим, что при $kr_{De} \lesssim 1$ вклад (4.10) для плазмы с двумя сортами ионов является главным, если

$$\frac{r_{De}^2}{r_{D1}^2} \gg D^{-1} \left(\frac{e_1}{m_1} - \frac{e_2}{m_2} \right)^{-2} \frac{(r^2 + 1)^2}{r^2(r^2 + u^2)} \times \\ \times \left[\left(\frac{e_1\omega L_1}{m_1\omega L} \right)^2 + \left(\frac{e_2\omega L_2}{m_2\omega L} \right)^2 \right], \quad (5.1)$$

где

$$D = \frac{D_2 u^2 + D_1 r^2}{u^2 + r^2}. \quad (5.2)$$

В условиях выполнения неравенства (5.1) из (4.10) для декремента индуцированного рассеяния имеем

$$\gamma_{nl}(\mathbf{k}) = D \gamma_{stat}(\mathbf{k}), \quad (5.3)$$

где $\gamma_{stat}(\mathbf{k})$ описывает индуцированное рассеяние в плазме с двумя сортами ионов в том случае, когда

можно заменить $\delta\varepsilon_\alpha(\omega, k)$ на $\delta\varepsilon_\alpha(0, k)$ в выражении для амплитуды вероятности рассеяния [6],

$$\gamma_{stat}(\mathbf{k}) = \frac{1}{4\pi\omega_L^4} \left(\frac{e_1}{m_1} - \frac{e_2}{m_2} \right)^2 (r_{D1}^2 + r_{D2}^2)^{-2} \times \\ \times \left(\sum_{\alpha=1,2} v_{T\alpha}^2 r_{D\alpha}^2 \right) \frac{k^2}{d \ln \omega / d \ln k} \times \\ \times \frac{\partial}{\partial k} \left\{ \frac{k^4}{d \ln \omega / d \ln k} \int d\omega' \left(\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'}{kk'} \right)^2 \times \right. \\ \left. \times \left(1 - \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'}{kk'} \right) N \left(k, \frac{\mathbf{k}'}{k'} \right) \right\}. \quad (5.4)$$

Величина D в (5.3) характеризует обусловленное влиянием динамической поляризуемости плазмы отличие $\gamma_{nl}(\mathbf{k})$ от $\gamma_{stat}(\mathbf{k})$.

Функция D описывается соотношениями (5.2), (4.11)–(4.13) и зависит от двух параметров $r = r_{D1}/r_{D2}$ и $u = v_{T2}/v_{T1}$. Как уже отмечалось в конце четвертого раздела, если в (4.12) и (4.13) положить равными нулю аргументы функций J_+ , что отвечает пренебрежению отличием ионной поляризуемости плазмы от статической, то $D = 1$ и $\gamma_{nl}(\mathbf{k})$ совпадает с $\gamma_{stat}(\mathbf{k})$. Однако, как видно из соотношений (4.11)–(4.13), нельзя считать, что функции J_+ много меньше единицы. Это означает, что при последовательном рассмотрении индуцированного рассеяния необходимо учитывать отличие ионной поляризуемости плазмы от статической. Вместе с тем, согласно (5.2), (4.11)–(4.13), существуют условия, при выполнении которых можно говорить о численной близости коэффициента D к единице, а тем самым, и о возможности рассматривать индуцированное рассеяние в статическом приближении. В частности, такие условия реализуются в плазмах с одинаковыми тепловыми скоростями ионов, когда вклады от ионов разных сортов в диэлектрическую проницаемость пропорциональны функции одного и того же аргумента $1 - J_+(x)$, и тогда $D = 1$. Если тепловые скорости ионов различаются слабо, $v_{T1} - v_{T2} \ll v_{T2} < v_{T1}$, то для D приближенно имеем (см. (П.4), (П.5))

$$D \approx 1 - 4(1 - u)^2 r^2 (1 + r^2)^{-2}. \quad (5.5)$$

Отметим, что (5.5) симметрично относительно замены r на $1/r$. Приближенное выражение (5.5) имеет минимум при $r = 1$, когда $D \approx 1 - (1 - u)^2$. При $r = 1$ о близости D к единице можно говорить, когда $1 - u \ll 1$. Из (5.5) видна тенденция, согласно которой по мере удаления r от $r = 1$ расширяется область скоростей, в которой функция D близка к единице. Эта же тенденция прослеживается и

в точных формулах (5.2), (4.11)–(4.13). Например, при $r \rightarrow 0$ в формуле (5.2) достаточно удержать коэффициент D_2 , который согласно (4.11), (4.13) сам оказывается близким к единице при любом конечном значении u . Если же $r \rightarrow \infty$, то главным в формуле (5.2) является D_1 , близость которого к единице очевидна из соотношений (4.11), (4.12). Это означает, что для плазм с сильно различающимися дебаевскими радиусами ионов область применимости статического приближения при рассмотрении индуцированного рассеяния значительно шире, чем в плазме с $r_{D1} \approx r_{D2}$. Последнее положение следует и из приближенных выражений (П.6), (П.8) для функции D , полученных в Приложении. В отличие от соотношения (5.5), которое реализуется при $(1-u)^2 \ll 1$, при $u^2 \ll 1$ из (П.6), (П.8) приближенно имеем

$$\begin{aligned} D &\approx 1 - r^2/u^2, & r^2 < u^2 \ll 1, \\ D &\approx 1 - (ru)^{-2}, & r^2 u^2 > 1, \quad u^2 \ll 1. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Отсюда следует, что при $r < u$, либо при $r > 1/u$ функция D близка к единице. В связи с неравенством $r > 1/u$ напомним, что возможность не рассматривать распадное взаимодействие волн в плазме с $u \ll 1$ реализуется при $r^2 < 3$ (см. неравенство (2.22)). Тем самым соотношения (5.6) показывают, что в плазмах с далекими от единицы значениями r даже при заметно различающихся тепловых скоростях легких и тяжелых ионов функция D может быть близкой к единице. Из соотношений (5.6) также видно, что по мере приближения величины u к r либо к $1/r$ функция D становится малой по сравнению с единицей. Это указывает на то, что при r , лежащих в интервале

$$u < r < 1/u, \quad (5.7)$$

реализуются наибольшие отличия D от единицы. Иными словами, неравенства (5.7) определяют ту связь между параметрами плазмы, при которой наиболее сильно уменьшается вероятность индуцированного рассеяния благодаря учету отличия ионной поляризуемости от статической.

При произвольных значениях параметров r и u степень близости функции D к единице (или отличия) можно видеть из рис. 2. На этом рисунке приведен график функции D в зависимости от отношения скоростей ионов v_{T2}/v_{T1} . Различные кривые на рис. 2 соответствуют различным значениям параметра $r = r_{D1}/r_{D2}$. Согласно рис. 2, чем ближе отношение скоростей ионов к единице, тем ближе функция D к единице. При этом область, в кото-

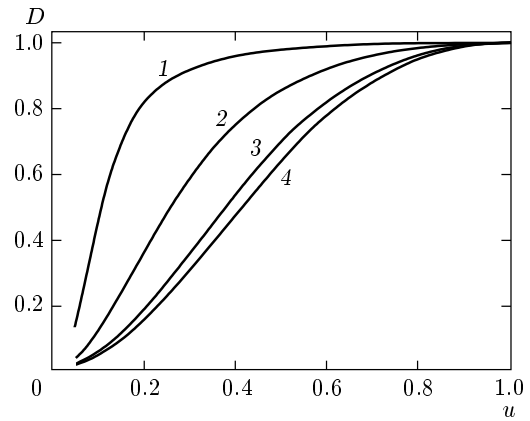


Рис. 2. Зависимость коэффициента D от отношения тепловых скоростей ионов $u = v_{T2}/v_{T1}$. Кривые 1–4 соответствуют различным значениям параметра $r = r_{D1}/r_{D2}$: 1 – $r = 0.1$, 2 – $r = 0.3$ и $10/3$, 3 – $r = 0.6$ и $10/6$, 4 – $r = 1$

рой D близка к единице, расширяется с увеличением отличия отношения r_{D1}/r_{D2} от единицы. При D близких к единице $\gamma_{nl}(\mathbf{k})$ близко к $\gamma_{stat}(\mathbf{k})$ и отличие восприимчивости ионов от статической не проявляется в величине индуцированного рассеяния. Напротив, при $v_{T2}/v_{T1} \ll 1$, как это следует из формул (5.6), (5.7) и рис. 2, ситуация качественно изменяется. В соответствии с этим в плазме с сильно различающимися тепловыми скоростями ионов последовательный учет динамической поляризуемости плазмы приводит к уменьшению декремента индуцированного рассеяния ионно-звуковых волн на ионах по сравнению с декрементом в плазме с незначительно различающимися тепловыми скоростями ионов. Чем меньше отношение v_{T2}/v_{T1} , тем меньше величина D . Вместе с тем D не может быть слишком малым. Область применимости соотношения (5.3), а тем самым и область изменения D , ограничена неравенством (5.1). Если это неравенство нарушено, то $\gamma_{nl}(\mathbf{k})$ определяется присущим плазме с одним сортом ионов вкладом в декремент, $\gamma_0(\mathbf{k})$ (4.7). Из проведенного обсуждения видно, что эффект динамической поляризуемости плазмы существен для плазм с сильно различающимися скоростями ионов и может приводить к значительному подавлению аномально большого декремента $\gamma_{stat}(\mathbf{k})$ в плазме с двумя сортами ионов, понижая его величину вплоть до значения $\gamma_0(\mathbf{k})$. Уменьшение $\gamma_{nl}(\mathbf{k})$ (5.3) с уменьшением D продолжается до тех пор, пока выполняется неравенство (5.1). Как только неравенство (5.1) нарушается, $\gamma_{nl}(\mathbf{k})$ определяется $\gamma_0(\mathbf{k})$.

Теперь, когда установлен дифференциальный

вид нелинейного декремента, перейдем к рассмотрению распределения ионно-звуковых волн в плазме с двумя сортами ионов. Для того чтобы наиболее наглядно установить новые закономерности, ограничимся рассмотрением плазмы, в которой квазистационарное электрическое поле $\mathbf{E} = (0, 0, E)$ и градиенты давления $p = n_e \kappa T_e$ и температуры T_e электронов направлены вдоль оси z , где n_e — плотность электронов, κ — постоянная Больцмана. В этом случае электронный инкремент ионно-звуковой неустойчивости $\gamma_e(\mathbf{k})$ определяется эффективной плотностью силы $\mathbf{R} = (0, 0, R)$:

$$R = en_e E - \partial p / \partial z > 0, \quad (5.8)$$

где e — заряд электрона. Квазистационарное распределение плотности числа ионно-звуковых волн $N(\mathbf{k})$ устанавливается вследствие конкуренции черенковской генерации волн электронами и их затухания из-за обсуждавшегося выше индуцированного рассеяния, а также черенковского взаимодействия с горячими резонансными ионами. Резонансными называются ионы, имеющие скорости больше фазовой скорости ионно-звуковых волн, $v > \omega/k \sim v_s$. В неизотермической плазме $v_s \gg v_{T\alpha}$. Вследствие этого резонансными оказываются ионы на хвосте функции распределения. Относительная доля таких ионов невелика. Поэтому их плотность $n_{h\alpha}$ много меньше плотности основной массы ионов n_α . В то же время благодаря черенковскому взаимодействию эта малая группа ионов эффективно греется ионно-звуковыми волнами. Черенковское поглощение приводит к быстрому нагреву резонансных ионов. В итоге оказывается, что распределение резонансных ионов по скоростям характеризуется эффективной тепловой скоростью $v_{h\alpha}$, которая превышает скорость звука v_s . Именно поэтому обычно говорят о горячих резонансных ионах (подробнее см. [8]). В этих условиях уравнение для $N(\mathbf{k})$ имеет вид

$$\gamma_e(\mathbf{k}) + \gamma_1(\mathbf{k}) + \gamma_2(\mathbf{k}) + \gamma_{nl}(\mathbf{k}) = 0, \quad (5.9)$$

где $\gamma_\alpha(\mathbf{k}) = \delta_\alpha \gamma_s(k)$, $\gamma_s(k)$ — декремент черенковского затухания на электронах (2.5). δ_α — отношение декремента затухания волн на горячих резонансных ионах к $\gamma_s(k)$, $\delta_\alpha = (n_{h\alpha} v_T^3 / n_e v_{h\alpha}^3) (e_\alpha^2 m / e^2 m_\alpha)$, $n_{h\alpha}$ и $v_{h\alpha}$ — соответственно плотность и тепловая скорость горячих ионов сорта α , m — масса электрона. Уравнение (5.9) отличается от изученного в работе [6] появлением в $\gamma_{nl}(\mathbf{k})$ дополнительного множителя D (5.3), что позволяет непосредственно использовать результаты работ [5, 6].

Поэтому, следуя [5, 6], из (5.9) находим

$$N(k, \cos \theta) = \Phi(\cos \theta) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega_L^6 r_{De}}{\omega_{Le}} \frac{(r_{D1}^2 + r_{D2}^2)^2}{v_{T1}^2 r_{D1}^2 + v_{T2}^2 r_{D2}^2} \times \\ \times D^{-1} \left(\frac{e_1}{m_1} - \frac{e_2}{m_2} \right)^{-2} \frac{1}{k^4 (1 + k^2 r_{De}^2)} \times \\ \times \left[\ln \frac{1 + \sqrt{1 + k^2 r_{De}^2}}{k r_{De}} - \frac{1}{\sqrt{1 + k^2 r_{De}^2}} - \frac{1}{3(1 + k^2 r_{De}^2)^{3/2}} \right], \quad (5.10)$$

$$\cos \theta \geq 0,$$

где θ — угол между векторами \mathbf{k} и \mathbf{R} . В (5.10) явный вид функции $\Phi(\cos \theta)$ зависит от величины турбулентного числа Кнудсена, которое пропорционально параметру D (5.2), и определяется теперь следующей формулой:

$$\text{Kn} = DK_{stat} \equiv \frac{6\pi^2}{\lambda} \frac{R \omega_{Le}^2}{v_s \omega_L^7} \frac{(v_{T1}^2 r_{D1}^2 + v_{T2}^2 r_{D2}^2)}{(r_{D1}^2 + r_{D2}^2)^2} \times \\ \times D \left(\frac{e_1}{m_1} - \frac{e_2}{m_2} \right)^2, \quad (5.11)$$

$\lambda \approx 0.55$. В пределе малых чисел Кнудсена, когда $\text{Kn} < (1 + \delta)^2$, где $\delta = \delta_1 + \delta_2$, имеем

$$\Phi(\cos \theta) = \frac{4\text{Kn}}{3\pi(1 + \delta) \cos \theta} \times \\ \times \frac{d}{d(\cos \theta)} [\cos^4 \theta (1 + \epsilon - \cos \theta)^{\alpha_\epsilon - 1}], \quad (5.12)$$

где ϵ и α_ϵ — малые параметры: $\alpha_\epsilon \approx \ln 2 / \ln[(1 + \delta)^2 / \text{Kn}] \ll 1$, $\epsilon \approx 2\text{Kn} / 3\pi(1 + \delta)^2 \alpha_\epsilon \ll 1$.

В противоположном пределе $\text{Kn} \gg (1 + \delta)^2$ угловое распределение имеет следующий вид:

$$\Phi(\cos \theta) = \frac{2}{\pi \cos^2 \theta} \sqrt{\text{Kn}} \frac{d}{d(\cos \theta)} \int_0^{\cos \theta} \frac{t^5 dt}{\sqrt{\cos^2 \theta - t^2}} \times \\ \times \left[0.51 + 0.08t^2 - 0.33t^4 - 0.92t^2 \sqrt{1 - t^2} \times \right. \\ \left. \times \ln \left(\frac{1 + \sqrt{1 - t^2}}{t} \right) \right]^{-1}. \quad (5.13)$$

Соотношения (5.10)–(5.13) полностью определяют распределение плотности числа ионно-звуковых волн по волновым векторам \mathbf{k} . При этом форма распределения по модулю волнового числа, а тем са-

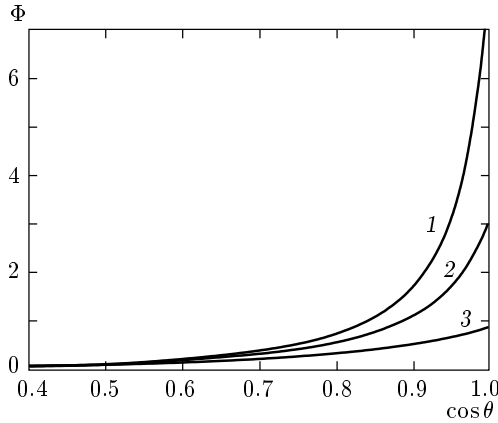


Рис. 3. Распределение плотности числа ионно-звуковых волн по θ — углам волнового вектора в пределе малых турбулентных чисел Кнудсена, при $K_{stat} = 5$, $\delta = 5$ и для трех значений параметра D : 1 — 0.3, 2 — 0.5, 3 — 1.0

мым и по частотам, не зависит от величины параметра D . Напротив, вид распределения по углам волнового вектора весьма чувствителен к величине параметра D , поскольку различным значениям D отвечают разные значения турбулентного числа Кнудсена. Вследствие этого с уменьшением D имеет место относительное уменьшение области больших турбулентных чисел Кнудсена, в которой реализуется распределение вида (5.13). Отвечающая асимптотическому пределу больших значений турбулентного числа Кнудсена форма распределения (5.13) не зависит от величины D . Иначе обстоит дело в пределе малых турбулентных чисел Кнудсена, когда с уменьшением D из-за уменьшения Kn и малых параметров ϵ и α_ϵ происходит обострение распределения ионно-звуковых волн вдоль направления плотности силы \mathbf{R} , порождающей саму неустойчивость. Иллюстрация углового распределения $\Phi(\cos \theta)$ (5.12) при $K_{stat} = 5$, $\delta = 5$ для значений $D = 1, 0.5, 0.3$ дается рис. 3.

6. АНОМАЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС

Описанные выше изменения спектра ИЗТ позволяют обсуждать соответствующие изменения величин, характеризующих ряд электромагнитных и кинетических явлений в неизотермической плазме с заметно различающимися тепловыми скоростями ионов. Эти изменения спектра турбулентности наиболее сильно проявляются, как показано ниже в этом разделе, в величинах коэффициентов переноса,

реализующихся в пределе больших чисел Кнудсена. Как обычно, основу описания процессов переноса в плазме с развитой ИЗТ составляет кинетическое уравнение для функции распределения электронов f . В том случае, когда квазистационарное электрическое поле \mathbf{E} в плазме и градиент функции распределения электронов направлены вдоль одной оси z , в пределе больших чисел Кнудсена для f имеет уравнение

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial z} \cos \theta_v + \frac{e}{m} E \left(\frac{\partial f}{\partial v} \cos \theta_v - \frac{\sin \theta_v}{v} \frac{\partial f}{\partial \theta_v} \right) = \\ = \frac{\partial}{\sin \theta_v \partial \theta_v} \left[\frac{D_{\theta\theta}}{v^2} \frac{\partial f}{\partial \theta_v} \sin \theta_v \right], \end{aligned} \quad (6.1)$$

где $f = f(v, \theta_v, z, t)$, θ_v — угол между вектором скорости \mathbf{v} и осью z , $D_{\theta\theta}$ — компонента тензора квазилинейной диффузии, описывающая релаксацию импульса электронов при рассеянии на ионно-звуковых колебаниях плотности заряда. Когда спектр ИЗТ описывается выражениями (5.10), (5.13), компонента тензора $D_{\theta\theta}$ имеет вид

$$\begin{aligned} D_{\theta\theta} \approx \frac{e^2}{\pi v m^2 \omega_L^2} \int_0^\infty dk \omega^3 k \int_0^{\sin \theta_v} d(\cos \theta) \left(\frac{\cos \theta}{\sin \theta_v} \right)^2 \times \\ \times \frac{N(k, \cos \theta)}{\sqrt{\sin^2 \theta_v - \cos^2 \theta}} = \frac{\nu}{\text{Kn}} \frac{v_T^3}{v} \int_0^{\sin \theta_v} d(\cos \theta) \left(\frac{\cos \theta}{\sin \theta_v} \right)^2 \times \\ \times \frac{\Phi(\cos \theta)}{\sqrt{\sin^2 \theta_v - \cos^2 \theta}}, \end{aligned} \quad (6.2)$$

где частота ν характеризует время релаксации импульса тепловых электронов в турбулентной плазме,

$$\nu = \sqrt{\frac{9\pi}{8}} \frac{R}{n_e m v_s}. \quad (6.3)$$

При выводе выражения (6.2) учтена малость фазовой скорости ионно-звуковых волн по сравнению со скоростью электронов. Кроме того, пределы интегрирования по модулю волнового числа приняты равными нулю и бесконечности. Последнее приближение оправдано тем, что основной вклад в интеграл по k возникает от $k \sim 1/r_{De}$. Примем, что поле \mathbf{E} и неоднородность распределения электронов приводят к малому отклонению $\delta f = f - f_0$ функции распределения электронов от изотропной $f_0 = f_0(v, z, t)$ в пространстве скоростей. Тогда на

временах больших времени релаксации импульса основной массы электронов из (6.1) находим

$$-\frac{\partial \delta f}{\partial (\cos \theta_v)} = \frac{v^2}{2D_{\theta\theta}} \left(\frac{e}{m} E \frac{\partial f_0}{\partial v} + v \frac{\partial f_0}{\partial z} \right). \quad (6.4)$$

Соотношение (6.4) позволяет вычислить электронные потоки вдоль оси z . Примем, что для основной массы электронов функция f_0 слабо отличается от максвелловской f_m . Тогда, используя соотношение (5.13), (6.2)–(6.4), для плотности тока имеем

$$\begin{aligned} j &= e \int dv f v \cos \theta_v = \\ &= -e\pi \int_0^\infty dv v^3 \int_0^\pi d\theta_v \frac{\partial \delta f}{\partial \theta_v} \sin^2 \theta_v = \\ &= \frac{8}{\pi} \beta e n_e v_s \sqrt{Kn} \left(1 - \frac{3p}{2R} \frac{\partial}{\partial z} \ln T_e \right), \end{aligned} \quad (6.5)$$

где $\beta \approx 0.45$. Аналогично вычисляется электронный тепловой поток

$$\begin{aligned} q &= \frac{m}{2} \int dv f v^3 \cos \theta_v = \\ &= -\frac{\pi}{2} m \int_0^\infty dv v^5 \int_0^\pi d\theta_v \frac{\partial \delta f}{\partial \theta_v} \sin^2 \theta_v = \\ &= \frac{32}{\pi} \beta p v_s \sqrt{Kn} \left(1 - \frac{5p}{2R} \frac{\partial}{\partial z} \ln T_e \right). \end{aligned} \quad (6.6)$$

В лазерной плазме часто встречаются такие условия, при которых плотность тока равна нулю, $j = 0$. Для бестоковой плазмы представляет интерес фактор ограничения теплового потока $f_q = -q/pv_s$. Используя условие $j = 0$, из (6.5) и (6.6) находим

$$\begin{aligned} f_q &= \frac{64}{3\pi} \beta \frac{\omega_L}{\omega_{Le}} \sqrt{Kn} \approx \\ &\approx 3 \frac{\omega_L}{\omega_{Le}} \sqrt{DK_{stat}} < 3 \frac{\omega_L}{\omega_{Le}} \sqrt{K_{stat}}. \end{aligned} \quad (6.7)$$

Согласно (6.7) фактор ограничения теплового потока в \sqrt{D} раз меньше того, который возникает в теории, не учитывающей частотную дисперсию поляризуемости плазмы в амплитуде вероятности индуцированного рассеяния ионно-звуковых волн на ионах.

В случае плазмы с однородной температурой электронов соотношение (6.5) позволяет определить эффективную частоту столкновений электронов $\nu_{eff} = R/n_e m u$, где $u = j/en_e$ — дрейфовая скорость электронов.

Первая оценка для ν_{eff} предложена в работе Сагдеева [12]. Такая оценка относится к турбулентной

плазме, содержащей один сорт ионов, и описывается выражением

$$\nu_{eff}^{(s)} = \rho_s \omega_{Li} \frac{u}{v_s} \frac{Z T_e}{T_i}, \quad (6.8)$$

где Z и ω_{Li} — кратность ионизации и ленгмюровская частота ионов, $v_s = \omega_{Li} r_{De}$, а $\rho_s \approx 10^{-2}$ [12]. Выражение вида (6.8) возникает и в теории ИЗТ плазмы с ионами одного сорта, но с небольшим отличием значения численного коэффициента $\rho_s \approx 2.5 \cdot 10^{-2}$ (подробнее см. [8]). В случае, когда плазма содержит два сорта ионов, а эффектом динамического разделения зарядов ионов можно пренебречь, т. е. выполняется неравенство обратное (5.1), теория ИЗТ дает

$$\nu_{eff} = \rho_s u v_s \frac{\omega_L^7}{\omega_{Le}^4} \left[\sum_{\alpha=1,2} \left(\frac{e_\alpha m}{m_\alpha e} v_{T\alpha} \omega_{L\alpha} \right)^2 \right]^{-1}, \quad (6.9)$$

$\rho_s = \lambda \pi / 786 \beta_1^2 = 0.025$, $\beta_1 = 0.28$. Выражение (6.9) является обобщением формулы Сагдеева на случай плазмы, содержащей два сорта ионов. Такое обобщение возникает в условиях, когда при вычислении γ_{nl} — декремента индуцированного рассеяния на ионах — достаточно сложить вклады в γ_{nl} от ионов разных сортов, подобные возникающим в теории плазмы с одним сортом ионов.

В плазме с двумя сортами ионов известно иное, отличающееся от (6.8), (6.9), обобщение формулы Сагдеева, описываемое выражением для ν_{stat} , которое возникает из нашего рассмотрения. Тогда $D = 1$, что отвечает случаю не отличающейся от статической поляризуемости ионов на частотах биевней взаимодействующих волн, и, считая выполненным неравенство (5.1), имеем результат работы [6], где получено выражение

$$\begin{aligned} \nu_{stat} &= \rho \frac{u}{v_s} \frac{\omega_L^7}{\omega_{Le}^4} \frac{(r_{D1}^2 + r_{D2}^2)^2}{(\omega_{L1}^2 r_{D1}^4 + \omega_{L2}^2 r_{D2}^4)} \times \\ &\times \frac{e^2}{m^2} \left(\frac{e_1}{m_1} - \frac{e_2}{m_2} \right)^{-2}, \end{aligned} \quad (6.10)$$

где $\rho = \pi \lambda / 96 \beta^2 \approx 0.1$. В условиях неравенства (5.1), в котором $D = 1$, эффективная частота ν_{stat} (6.10) меньше частоты (6.9), содержащей сравнительно большой параметр отношения квадрата скорости звука v_s^2 к квадратам тепловых скоростей ионов $v_{T\alpha}^2$, и частота (6.10) имеет отличную от (6.9) зависимость от параметров плазмы. Причина уменьшения ν_{eff} , полученного в [6], обусловлена относительным увеличением вероятности индуцированного рассеяния благодаря разделению заряда ионов.

Еще одно обобщение формулы Сагдеева возникает в тех условиях, когда наряду с эффектом разделения заряда ионов необходимо учитывать отличие динамической поляризуемости плазмы от статической. Именно изучению таких условий посвящена настоящая работа, в которой считается выполненным неравенство (5.1). При этом из (5.11) и (6.5) получаем

$$\nu_{eff} = \nu_{stat}/D. \quad (6.11)$$

Эффективная частота (6.11) отличается от (6.10) на величину параметра $1/D \geq 1$. Если D близко к единице, то ν_{eff} близка к ν_{stat} . Напротив, при $D \ll 1$ возникает значительное увеличение ν_{eff} по сравнению с ν_{stat} (6.10), не учитывающей отличие ионной поляризуемости плазмы от статической. Увеличение ν_{eff} (6.11) с уменьшением D имеет место до тех пор, пока выполнено неравенство (5.1). Если же D оказывается малым настолько, что нарушается неравенство (5.1), то вместо (6.11) для ν_{eff} следует использовать выражение (6.9).

Обсудим более подробно вид параметра D для плазмы с сильно различающимися тепловыми скоростями ионов, когда

$$v_{T1} \gg v_{T2}. \quad (6.12)$$

Как видно на рис. 2, именно в этом случае наиболее ярко проявляется эффект динамической поляризуемости плазмы. Также можно видеть, что наименьшее значение параметра D реализуется при $r \approx 1$. Имея в виду это свойство, рассмотрим область значений r , ограниченных неравенством $r \leq 1.2$, что позволяет, с одной стороны, рассмотреть область минимальных значений D , а с другой, — записать D в более простом виде (6.15). Тогда, в условиях неравенства (6.12) из (4.11)–(4.13) приближенно находим

$$D_1 \approx \left(\frac{v_{T2}}{v_{T1}}\right)^3 \frac{(1+r^2)^2}{\sqrt{2\pi}} \times \int_{-\infty}^{\infty} dx x^2 \left| \frac{1 - J_+(x)}{1 + r^2[1 - J_+(x)]} \right|^2 \equiv \bar{D}_1 \left(\frac{v_{T2}}{v_{T1}}\right)^3, \quad (6.13)$$

$$D_2 \approx \frac{(1+r^2)^2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dx x^2 \frac{\exp(-x^2/2)}{|1 + r^2[1 - J_+(x)]|^2}. \quad (6.14)$$

Графики коэффициентов \bar{D}_1 и D_2 приведены на рис. 4. Согласно рис. 4 коэффициент D_2 близок к

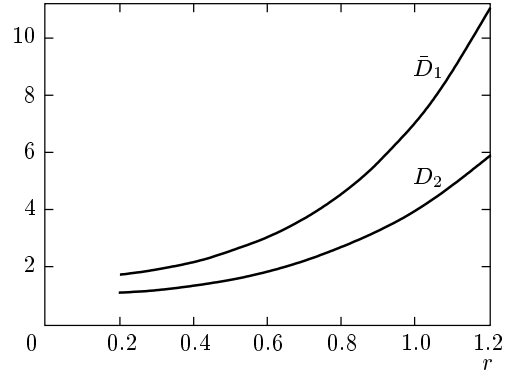


Рис. 4. Зависимость коэффициентов \bar{D}_1 и D_2 от параметра r при $r \leq 1.2$

единице при $r \ll 1$, а по мере приближения к $r = 1.2$ увеличивается примерно в 6 раз. В этом же диапазоне изменения r коэффициент \bar{D}_1 возрастает от $\bar{D}_1 \sim 1.6$ до $\bar{D}_1 \sim 11$. При этом D_2 и \bar{D}_1 отличаются не более чем в 2 раза. С учетом этих свойств коэффициентов \bar{D}_1, D_2 при $r \leq 1.2$ для параметра D (5.2) находим

$$D = \frac{D_2 + \bar{D}_1 r^2 v_{T2}/v_{T1}}{1 + r^2 (v_{T1}/v_{T2})^2} \approx \frac{D_2}{1 + (r_{D1} v_{T1}/r_{D2} v_{T2})^2}. \quad (6.15)$$

Отсюда видно, что в соответствии с (5.7) параметр D оказывается заметно меньшим единицы при условии

$$\frac{v_{T1}}{v_{T2}} \gg \frac{r_{D2}}{r_{D1}} \gtrsim 1. \quad (6.16)$$

Для плазм при выполнении условия (6.16) учет отличия поляризуемости медленных ионов от статической приводит к существенному изменению как спектра турбулентности, так и коэффициентов переноса, реализующихся в пределе больших турбулентных чисел Кнудсена. Напомним, что для проявления обсуждаемого эффекта, помимо неравенств (6.16), необходимо выполнение условия (5.1), которое обеспечивает малость присущего плазме с одним сортом ионов вклада в декремент индуцированного рассеяния. В обсуждаемых условиях неравенство (5.1) принимает вид

$$\left(1 - \frac{e_2 m_1}{e_1 m_2}\right)^2 \gg \frac{v_{T1}^2 \omega_{L1}^2}{v_s^2 \omega_{L2}^2} \quad (6.17)$$

и может выполняться в плазмах с достаточно горячими электронами, когда скорость звука намного

превосходит тепловую скорость легких ионов. Кроме того, отношения заряда к массе для ионов разных сортов не должны быть близкими друг к другу.

7. ОБРАЗОВАНИЕ УБЕГАЮЩИХ ЭЛЕКТРОНОВ

В этом разделе рассмотрим образование убегающих электронов в однородной плазме с двумя сортами ионов, находящейся в достаточно сильном квазистационарном электрическом поле. Как и в шестом разделе, будем интересоваться условиями, когда турбулентное число Кнудсена велико $Kn \gg (1+\delta)^2$. Именно в таких условиях наиболее ярко проявляется эффект динамической поляризуемости плазмы на частотах биений взаимодействующих ионно-звуковых волн. С целью определения потока убегающих электронов воспользуемся кинетическим уравнением для большой изотропной части функции распределения электронов f_0 . Такое уравнение следует из (6.1) после усреднения по углам вектора скорости и использования соотношения (6.4). Пренебрегая неоднородностью распределения электронов, из (6.1) и (6.4) находим

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = \frac{e^2 E^2}{8m^2 v^2} \times \times \frac{\partial}{\partial v} \left[\int_{-1}^1 d(\cos \theta_v) \frac{\sin^2 \theta_v}{D_{\theta\theta}} v^2 \frac{\partial f_0}{\partial v} \right] + St(f_0). \quad (7.1)$$

В (7.1) $St(f_0)$ обозначает электрон-электронный интеграл столкновений. Наличие последнего означает, что обсуждаются такие условия, при которых, с одной стороны, влияние электрон-электронных столкновений на аномальный перенос пренебрежимо мало, так что можно использовать результаты разд. 5 и 6. С другой стороны, считается, что электрон-электронные столкновения обеспечивают близость изотропной части функции распределения основной массы электронов к максвелловской. Когда функция распределения тепловых электронов близка к максвелловской, для описания кинетики надтепловых электронов со скоростями $v \gg v_T$ можно использовать приближенное выражение для электрон-электронного интеграла столкновений вида

$$St(f_0) = v\nu_{ee}(v) \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{v_T^2}{v} \frac{\partial f_0}{\partial v} + f_0 \right], \quad (7.2)$$

где $\nu_{ee}(v)$ — частота электрон-электронных столкновений,

$$\nu_{ee}(v) = 4\pi e^4 n_e \Lambda m^{-2} v^{-3}, \quad (7.3)$$

Λ — кулоновский логарифм.

Рассмотрим квазистационарное решение уравнения (7.1), реализующееся в условиях сравнительно небольшого диффузионного потока электронов в область больших скоростей. Принимая во внимание соотношения (5.13), (6.2) и (7.2), представим результат интегрирования уравнения (7.1) в виде

$$\frac{v_T^2}{v} \left[1 + \left(\frac{v}{v_m} \right)^6 \right] \frac{df_0}{dv} + f_0 = -\frac{S(v)}{4\pi v_T^3 \nu_{ee}}, \quad (7.4)$$

где $S(v)$ — поток электронов в пространстве скоростей,

$$S(v) = -4\pi \frac{d}{dt} \int_0^v dv v^2 f_0. \quad (7.5)$$

Поскольку при $v = 0$ источника электронов нет, то $S(0) = 0$. В (7.4) использованы обозначения $\nu_{ee} = \nu_{ee}(v_T)$ и v_m — для зависящей от турбулентного числа Кнудсена характерной скорости электронов,

$$v_m = v_T \left(\frac{9\pi}{\beta} \frac{\nu_{ee}}{\nu_E} \frac{v_T^2}{v_s^2 \sqrt{Kn}} \right)^{1/6} \gg v_T, \quad (7.6)$$

где $\nu_E = (9\pi/8)^{1/2} |e|E/mv_s > 0$. Следуя известным положениям теории образования убегающих электронов [19], рассмотрим решение уравнения (7.4) в приближении установившегося в пространстве скоростей потока электронов. Тогда из (7.4) находим

$$f_0 \approx -\frac{S}{4\pi v_T^3 \nu_{ee}} + \frac{n_e}{(2\pi)^{3/2} v_T^3} \times \times \exp \left[-\int_0^v \frac{v' dv'}{v_T^2 (1 + v'^6/v_m^6)} \right]. \quad (7.7)$$

Отсюда, используя условие обращения в нуль при $v \gg v_m$ не зависящей от скорости части функции распределения (7.7), находим поток убегающих электронов

$$S = \sqrt{\frac{2}{\pi}} n_e \nu_{ee} \exp \left(-\frac{\pi}{3\sqrt{3}} \frac{v_m^2}{v_T^2} \right) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} n_e \nu_{ee} \exp \left(-\sqrt{\frac{E_c}{E}} \right), \quad (7.8)$$

где E_c — напряженность критического электрического поля,

$$E_c = E_{Dr} \sqrt{\frac{8}{\pi}} \left(\frac{\pi}{3} \right)^{8/3} \left(\frac{\omega_{Le}}{\omega_L} \frac{\nu_N}{\beta^2 \nu_{ee}} \right)^{1/3} D^{-1/3} \gg E_{Dr}. \quad (7.9)$$

При написании выражения (7.9) использованы обозначения для напряженности поля Драйсера $E_{Dr} = m\nu_{ee}v_T|e|^{-1}$ и ν_N — характерной в наших условиях турбулентной частоты,

$$\nu_N = \frac{\lambda}{\sqrt{2\pi}} \frac{\omega_L^7}{\omega_{Le}^4} \frac{(r_{D1}^2 + r_{D2}^2)^2}{(v_{T1}^2 r_{D1}^2 + v_{T2}^2 r_{D2}^2)} \frac{e^2}{m^2} \times \left(\frac{e_1}{m_1} - \frac{e_2}{m_2} \right)^{-2}. \quad (7.10)$$

Согласно (7.9) напряженность критического электрического поля E_c в турбулентной плазме много больше поля Драйсера, определяющего поток убегающих электронов в ламинарной плазме. Влияние эффекта динамической поляризуемости плазмы на величину критического поля E_c в плазме с двумя сортами ионов проявляется в (7.9) в виде дополнительного множителя $D^{-1/3} > 1$. Вследствие относительного увеличения напряженности критического поля в $D^{-1/3}$ раз можно говорить о том, что динамическая поляризуемость плазмы является причиной относительного подавления образования убегающих электронов в турбулентной плазме, содержащей два сорта ионов.

8. ОБСУЖДЕНИЕ

Выше предложена теория ИЗТ для плазмы с двумя сортами ионов, учитывающая отличие ионной поляризуемости плазмы на частотах биений ионно-звуковых волн от статической. Такая теория позволила установить условия применимости использованного ранее статического приближения при рассмотрении индуцированного рассеяния на ионах и указать те условия, при которых отличие ионной поляризуемости от статической приводит к значительному уменьшению вероятности индуцированного рассеяния. Согласно приведенному в пятом разделе анализу функции D , статическое приближение можно использовать при рассмотрении плазмы со слабо различающимися тепловыми скоростями ионов, когда функция D численно близка к единице. В этом случае близость D к единице обусловлена тем, что зависимость от частоты вкладов ионов разных сортов в динамическую поляризуемость плазмы дается функциями, сравнимыми по величине.

Возможность использовать статическое приближение существует и в плазме с сильно различающимися тепловыми скоростями ионов, если отношение дебаевских радиусов ионов разных сортов удовлетворяет условиям (5.6) $r_{D1}/r_{D2} < v_{T2}/v_{T1} \ll 1$ либо $r_{D1}/r_{D2} > v_{T1}/v_{T2} \gg 1$. В этих случаях функция

D в основном определяется вкладом ионов соответственно второго или первого сорта, а сами функции D_2 или D_1 численно близки к единице. Отметим, что в случае $r_{D1}/r_{D2} < v_{T2}/v_{T1} \ll 1$ параметр r не должен быть слишком малым. Соответствующее ограничение на величину r снизу следует из условия (5.1). Когда r не удовлетворяет условию (5.1), декремент индуцированного рассеяния на ионах определяется присущим плазме с одним сортом ионов вкладом вида (4.7), а теория ИЗТ подобна развитой для плазмы с одним сортом ионов.

Напротив, если в плазме с сильно различающимися тепловыми скоростями ионов отношение дебаевских радиусов ионов удовлетворяет условиям $v_{T2}/v_{T1} < r_{D1}/r_{D2} < v_{T1}/v_{T2}$, то функция D может быть значительно меньше единицы (см. рис. 2 и выражение (5.7)). При таких параметрах плазмы отличие ионной поляризуемости от статической является причиной значительного уменьшения вероятности индуцированного рассеяния.

Для того чтобы лучше понять условия возможности экспериментального проявления рассмотренного в настоящей статье эффекта динамической поляризуемости, обсудим два примера, относящихся к плазмам с несильно различающимися тепловыми скоростями ионов. При этом будем считать температуры обоих сортов ионов одинаковыми $T_1 = T_2 = T_i$. Кроме того, введем часто используемые обозначения массового числа $A_\alpha = m_\alpha/m_p$, и кратности ионизации $Z_\alpha = e_\alpha|e|^{-1}$, где $|e|$ и m_p — заряд и масса протона. С учетом таких обозначений для параметров плазмы, определяющих главный в излагаемой теории ИЗТ коэффициент $D = D(u, r)$ (5.2), имеем

$$u = \frac{v_{T2}}{v_{T1}} = \sqrt{\frac{A_1}{A_2}}, \quad r = \frac{r_{D1}}{r_{D2}} = \frac{Z_2}{Z_1} \sqrt{\frac{n_2}{n_1}}, \quad (8.1)$$

где n_α — плотность числа ионов сорта α . С учетом этих обозначений два основных условия применимости теории (2.9) и (5.1) принимают вид

$$\frac{T_e}{T_i} \gg F_1 \left(\frac{Z_1}{Z_2}, u, r \right) = \frac{3}{Z_1} \left(1 + r^2 \frac{Z_1}{Z_2} \right) (1 + r^2 u^2)^{-1}, \quad (8.2)$$

$$\frac{T_e}{T_i} \gg F_2 \left(\frac{Z_1}{Z_2}, u, r \right) = D^{-1}(u, r) \left(1 - \frac{Z_2}{Z_1} u^2 \right)^{-2} Z_1^{-1} \times \frac{(1 + r^2)^2 (1 + r^2 Z_1/Z_2)}{r^2 (r^2 + u^2) (1 + r^2 u^2)} \left[1 + r^2 u^8 \left(\frac{Z_2}{Z_1} \right)^2 \right], \quad (8.3)$$

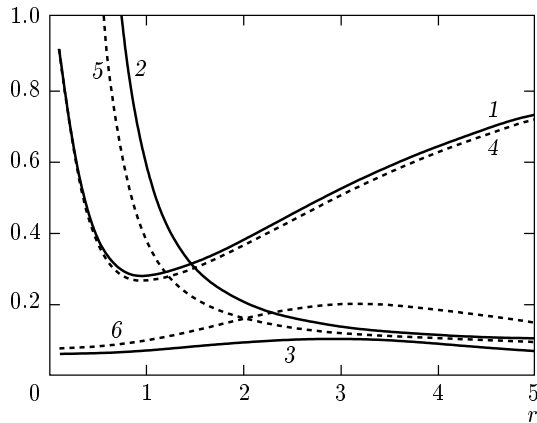


Рис. 5. Коэффициент D , определяющий ослабление индуцированного рассеяния, и функции F_1 и F_2 , характеризующие ограничение на степень неизотермичности плазмы, в зависимости от $r = \sqrt{x}Z_2/Z_1$. Сплошные кривые 1–3 отвечают полностью ионизованной C_xH -плазме, когда $Z_1 = 1$, $Z_2 = 6$, $x = n_2/n_1$: 1 – D ; 2 – $0.01F_2$; 3 – $0.01F_1$. Штриховые кривые 4–6 отвечают частично ионизованной Pb_xO -плазме с $Z_1 = 8$ и $Z_2 = 25$: 4 – D ; 5 – $0.1F_2$; 6 – $0.1F_1$

и налагают требования на степень неизотермичности плазмы.

Сначала рассмотрим коэффициент D (5.2) и неравенства (8.2), (8.3) в полностью ионизованной C_xH -плазме, где $x = n_2/n_1$ — отношение плотности углерода к плотности водорода. Для такой плазмы $Z_1/Z_2 = 1/6$, $u^2 = A_1/A_2 = 1/12$. На рис. 5 приведены графики функций D (5.2), F_1 (8.2) и F_2 (8.3) в зависимости от величины параметра r (8.1), а тем самым от величины отношения n_2/n_1 . Согласно рис. 5, коэффициент D минимален при $r \approx 1$, когда $n_2/n_1 \approx 1/36$, и составляет $D \approx 0.28$. При этом согласно условию (8.3) степень неизотермичности плазмы должна быть достаточно большой, $T_e/T_i > 50$. По мере увеличения плотности углерода ограничение снизу на степень неизотермичности ослабевает. Например, при $n_2/n_1 \approx 1/4$, когда $r \approx 3$, должно быть $T_e/T_i > 10$. В этом случае, однако, эффект ослабления индуцированного рассеяния характеризуется коэффициентом $D \sim 0.5$.

Другой пример относится к плазме из окиси свинца Pb_xO , где $x = n_2/n_1$ — отношение плотности свинца к плотности кислорода. Для оценок примем $Z_1/Z_2 = 8/25$, что соответствует полной ионизации кислорода $Z_1 = 8$ и частичной ионизации свинца $Z_2 = 25$, и $A_1/A_2 = 16/207$. Отвечающие такой плазме зависимости функций D (5.2),

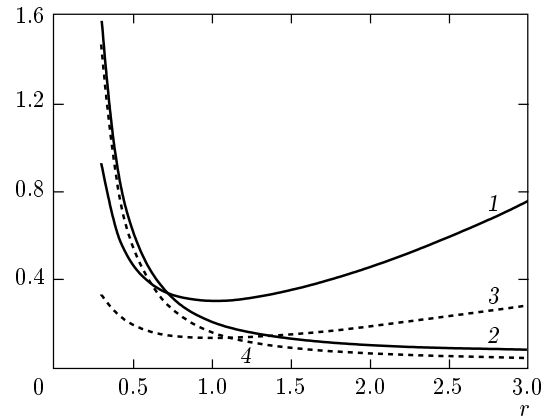


Рис. 6. Сплошные кривые 1, 2 иллюстрируют поведение коэффициента $10D$ (1) и функции $0.001F_2$ (2) в зависимости от $r = \sqrt{x}Z_2/Z_1$ для NHe_x -плазмы с $Z_1 = 1$, $Z_2 = 2$, $A_1 = 1$, $A_2 = 131$. Штриховые кривые 3, 4 изображают коэффициент D (3) и функцию $0.01F_2$ (4) в зависимости от $r = \sqrt{x}Z_2/Z_1$ для $LiAu_x$ -плазмы с $Z_1 = 3$, $Z_2 = 12$, $A_1 = 7$, $A_2 = 197$

F_1 (8.2) и F_2 (8.3) приведены штриховыми кривыми на рис. 5. Коэффициент D минимален при $r \approx 1$, когда $n_2/n_1 = 64/625 \approx 0.1$, и составляет $D \approx 0.28$. При этом ограничение снизу на степень неизотермичности невелико и составляет $T_e/T_i > 4$. При $r \approx 3$, когда $n_2/n_1 \approx 0.9$ и $D \approx 0.5$, ограничение снизу на степень неизотермичности, по существу, отсутствует, $T_e/T_i > 1$.

Приведем еще два примера, относящихся к плазмам со сравнительно малым отношением тепловых скоростей ионов. Сначала рассмотрим NHe_x -плазму, в которой отношение масс ионов составляет $u^2 = A_1/A_2 = 1/131$. Примем, что водород полностью ионизован, $Z_1 = 1$, а кратность ионизации ксенона равна $Z_2 = 2$. Отвечающие такой NHe_x -плазме графики функций $0.001F_2$ (8.3) и $10D$ (5.2) приведены на рис. 6 в диапазоне изменения $r = 2\sqrt{n_2/n_1}$ от 0.3 до 3. Для таких r функция F_1 (8.2) много меньше F_2 (8.3). Согласно рис. 6 параметр D имеет минимум при $r = 1$ или $n_2 = 0.25n_1$. Величина минимального значения D много меньше единицы, $D_{min} \approx 0.03$. Столь малое значение D может реализовываться лишь при $T_e/T_i > 200$. Ограничение снизу на неизотермичность ослабевает с увеличением плотности ксенона. Например, когда $n_2 \approx n_1$ и $r = 2$, должно быть $T_e/T_i > 100$. При этом D лишь немного увеличивается до $D \approx 0.045$. Столь большая степень неизотермичности плазмы при небольшой кратности ионизации ионов ксенона

возможна в квазистационарных токовых разрядах с небольшой плотностью плазмы. В частности, это возможно в HXe_x -плазме с $T_e \sim 20$ эВ, $T_i \sim 0.2$ эВ, $n_1 \sim n_2 \sim 10^{13}$ см $^{-3}$. В соответствии с данными рис. 6 можно утверждать, что в HXe_x -плазме ослабление индуцированного рассеяния благодаря учету динамической поляризуемости плазмы может быть весьма большим. Соответствующие малые значения D реализуются лишь при большой степени неизотермичности плазмы. Подобные закономерности имеют место и в LiAu_x -плазме из ионов лития и золота, когда $A_1/A_2 = 7/197$. Полагая $Z_1 = 3$ и $Z_2 = 12$, имеем $r = 4\sqrt{n_2/n_1}$. На рисунке 6 штриховыми линиями обозначены графики функций $0.01F_2$ (8.3) и D (5.2) в интервале $0.3 \leq r \leq 3$. Для таких r функция F_1 заметно меньше F_2 и на рис. 6 не приводится. Минимум D имеет место при $r = 1$, или $n_2 = n_1/16$ и составляет $D_{min} \approx 0.13$. При этом неизотермичность плазмы должна быть не очень большой, $T_e/T_i > 16$. Если $n_2 = n_1/4$, то $r = 2$ и $D \approx 0.19$, а $T_e/T_i > 6$. Таким образом, при сравнительно небольшой неизотермичности эффект ослабления индуцированного рассеяния весьма велик. Следует подчеркнуть, что для двух последних примеров условия (2.22) выполнены.

Из проведенного обсуждения следует, что заметное уменьшение вероятности индуцированного рассеяния возникает при сравнительно просто реализуемых параметрах плазмы. Относительное уменьшение нелинейного декремента затухания ионно-звуковых волн сопровождается соответствующим увеличением уровня турбулентных пульсаций плотности заряда. Вследствие этого возникает относительное увеличение эффективной частоты столкновений электронов, уменьшение фактора ограничения электронного теплового потока и ослабление образования убегающих электронов. Полученные результаты представляют интерес применительно к описанию свойств турбулентного состояния таких объектов, как лазерная плазма и токовый разряд в газе с двумя сортами ионов.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 99-02-18075), CRDF (№ RP1-2268), ISTC (№ 1253) и Государственной программы поддержки ведущих научных школ (проект № 00-15-96720).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Рассмотрим коэффициент D (5.2) в плазме с близкими тепловыми скоростями ионов, когда

$$\Delta \equiv 1 - u \ll 1. \quad (\text{П.1})$$

Тогда, используя разложения

$$J_+(xu) \approx J_+(x) - x\Delta \frac{d}{dx} J_+(x) + \frac{1}{2} x^2 \Delta^2 \frac{d^2}{dx^2} J_+(x), \quad (\text{П.2})$$

$$J_+(x/u) \approx J_+(x) + x\Delta(1 + \Delta) \frac{d}{dx} J_+(x) + \frac{1}{2} x^2 \Delta^2 \frac{d^2}{dx^2} J_+(x), \quad (\text{П.3})$$

из (5.2), (4.11)–(4.13) с точностью до квадратичных по Δ слагаемых находим

$$D \approx 1 + Ar^2 \Delta^2 (1 + r^2)^{-2}, \quad (\text{П.4})$$

где A — численный коэффициент,

$$A = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx x^3 \exp(-x^2/2)}{|1 - J_+(x)|^2} \times \\ \times \left\{ \frac{d}{dx} |1 - J_+(x)|^2 [3 - 2x \frac{d}{dx} \ln |1 - J_+(x)| + \right. \\ \left. + x \left| \frac{d}{dx} [1 - J_+(x)] \right|^2 + \frac{d^2}{dx^2} |1 - J_+(x)|^2 \right\} \approx \\ \approx -4. \quad (\text{П.5})$$

Функция D допускает упрощение при малых и больших r . При $r^2 \ll 1$, пренебрегая слабым отличием D_2 от единицы и зависимостью D_1 от r , из (5.2), (4.11)–(4.13) приближенно имеем

$$D \approx 1 - \frac{r^2}{u^2 + r^2} [1 - a(u)u^3], \quad r^2 \ll 1, \quad (\text{П.6})$$

$$a(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dx x^2 \exp\left(-\frac{u^2 x^2}{2}\right) \times \\ \times \left| \frac{1 - J_+(x)}{1 - J_+(xu)} \right|^2. \quad (\text{П.7})$$

Функция $a(u)$ сравнима с единицей во всем рассматриваемом интервале изменения u , $0 < u \leq 1$ (см. рис. 7), $a(1) = 1$. Если же r велико настолько, что $r^2 u^2 \gg 1$, то, пренебрегая зависимостью D_2 от r и

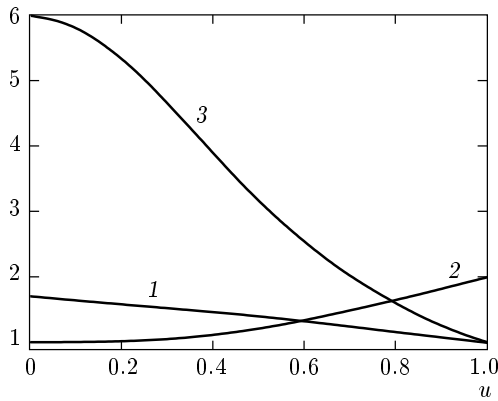


Рис. 7. Зависимость от u функций $a(u) - 1$, $b(u) - 2$, $c(u) - 3$

удерживая в D_1 поправки, пропорциональные r^{-2} , из (5.2), (4.11)–(4.13) находим

$$D \approx 1 - \frac{u^2}{r^2} [1 - c(u)] - \frac{1}{r^2 u^2} [b(u) - 2u^2], \quad r^2 u^2 \ll 1, \quad (\text{П.8})$$

$$b(u) = u^2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dx x^2 \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \times \operatorname{Re} \left[\frac{1 - J_+(x)}{1 - J_+(x/u)} \right], \quad (\text{П.9})$$

$$c(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dx x^2 \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \times \left| \frac{1 - J_+(xu)}{1 - J_+(x)} \right|^2. \quad (\text{П.10})$$

Здесь $b(0) = 1$, $b(1) = 2$, $c(1) = 1$, $c(0) = 6$. Графики функций $b(u)$ и $c(u)$ в интервале $0 < u \leq 1$ приведены на рис. 7.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. К. Завойский, Л. И. Рудаков, АЭ **23**, 417 (1967).

2. Е. Д. Волков, Н. Ф. Перепелкин, В. А. Супруненко, Е. А. Сухомлин, *Коллективные явления в токоне-сущей плазме*, Наукова Думка, Киев (1979).
3. Б. Б. Кадомцев, в сб.: *Вопросы теории плазмы*, т. 4, Атомиздат, Москва (1964), с. 258.
4. В. И. Петвиашвили, ДАН СССР **153**, 1295 (1963).
5. В. П. Силин, С. А. Урюпин, ЖЭТФ **102**, 78 (1992).
6. В. П. Силин, С. А. Урюпин, *Физика плазмы* **19**, 894 (1993).
7. А. А. Галеев, Р. З. Сагдеев, в сб.: *Вопросы теории плазмы*, т. 7, Атомиздат, Москва (1973), с. 5.
8. V. Yu. Bychenkov, V. P. Silin, and S. A. Uryupin, Phys. Rep. **164**, 119 (1988).
9. I. V. Kuzora, V. P. Silin, and S. A. Uryupin, Phys. Lett. A **258**, 329 (1999).
10. В. Н. Ораевский, Р. З. Сагдеев, ЖТФ **32**, 1291 (1962).
11. В. В. Пустовалов, В. П. Силин, Труды ФИАН **61**, 42 (1972).
12. R. Z. Sagdeev, Proc. Symp. Appl. Mathem. **18**, 281 (1967).
13. B. D. Fried, R. B. White, and T. K. Samec, Phys. Fluids **13**, 1290 (1970).
14. I. M. A. Gledhill and M. A. Hellberg, J. Plasma Phys. **36**, 75 (1986).
15. E. A. Williams, R. L. Berger, R. P. Drake, A. M. Rubenchik, B. S. Sauer, D. D. Meyerhofer, A. C. Gaems, and T. W. Johnston, Phys. Plasmas **2**, 129 (1995).
16. H. X. Vu, J. M. Wallace, and B. Bezzerides, Phys. Plasmas **1**, 3542 (1994).
17. В. Н. Цытович, *Теория турбулентной плазмы*, Атомиздат, Москва (1971), с. 93.
18. В. П. Силин, А. А. Рухадзе, *Электромагнитные свойства плазмы и плазмopodobных сред*, Госатомиздат, Москва (1961), с. 91.
19. А. В. Гуревич, Ю. Н. Живлюк, ЖЭТФ **49**, 214 (1965).