

ВЛИЯНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ЧАСТОТЫ СТОЛКНОВЕНИЙ ОТ СКОРОСТИ НА ЭФФЕКТ ДИККЕ СУЖЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ

*А. И. Пархоменко, А. М. Шалагин**

*Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 22 мая 2001 г.

Исследовано влияние зависимости транспортной частоты столкновений ν_{trv} от скорости v на эффект Дикке сужения спектральных линий в рамках обобщенной модели сильных столкновений на случай зависящих от скорости частот столкновений (так называемая модель «кенгуру»). Выяснено, что это влияние зависит от соотношения $\beta = M_b/M$ масс резонансных (M) и буферных (M_b) частиц: оно минимально при $\beta \ll 1$ и достигает максимума при $\beta \gtrsim 3$. На примере степенного потенциала взаимодействия между частицами $U(r) \propto r^{-n}$ показано, что по сравнению со случаем $\nu_{trv}(v) = \text{const}$ ($n = 4$) линия сужается, если $\nu_{trv}(v)$ уменьшается с ростом v ($n < 4$), и наоборот, уширяется, если $\nu_{trv}(v)$ увеличивается с ростом v ($n > 4$). При $\beta \gtrsim 3$ ширина линии может увеличиться (по сравнению со случаем $\nu_{trv}(v) = \text{const}$) на 5% и 12% для потенциалов с $n = 6$ и $n \gtrsim 10$ соответственно и уменьшиться более чем в 2 раза и на 6% для потенциалов с $n = 1$ (кулоновский потенциал) и $n = 3$ соответственно. Обнаружено, что при некотором значении Ω_c расстройки частоты излучения Ω контур спектральной линии $I(\Omega)$ слабо чувствителен к зависимости $\nu_{trv}(v)$. На примере дикковского сужения спектральных линий исследован эффект столкновительного переноса неравновесности в распределении резонансных частиц по скоростям в поле лазерного излучения. Численно показано, что эффект переноса слабый. Это позволяет использовать более простые приближенные одномерные квантовые кинетические уравнения вместо трехмерных для решения задач спектроскопии, в которых важен учет зависимости частоты столкновений от скорости в условиях сохранения фазовой памяти при столкновениях.

PACS: 32.70.Jz, 42.62.Fi

1. ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что упругие столкновения частиц газа с сохранением фазы наведенного излучением дипольного момента приводят к сужению спектральных линий (эффект Дикке) [1–3]. Физическая сущность эффекта сужения состоит в том, что столкновения с фазовой памятью не вызывают ударного уширения линии, но ограничивают пространственное перемещение частиц, и тем самым устраняется неоднородное доплеровское уширение.

Для описания формы линии с учетом дикковского сужения из-за упругих столкновений обычно применяют модели сильных [2, 3] и слабых [2–4] столкновений (напомним, что в этих моделях частоты

столкновений не зависят от скорости). Результаты прецизионных измерений контуров линий в инфракрасном спектре поглощения молекул показывают, что в ряде случаев эти модели с хорошей точностью описывают наблюдаемые (суженные) контуры линий (см., например, [5] и приведенную там библиографию). Однако в некоторых случаях (например, для молекул CO в буферных газах He, Ne, Ar, Xe, N₂ [6], молекул C₂H₂ в буферном газе Xe [7], молекул HF в буферном газе Ar [8]) ни одна из этих моделей не дает удовлетворительного согласия с экспериментом. Приемлемое согласие достигается только при совместном учете дикковского сужения из-за упругих столкновений (в рамках моделей сильных или слабых столкновений) и зависимости ударной ширины и ударного сдвига линии от скорости молекул (см. [6–8] и приведенную там библиографию). Тем

*E-mail: shalagin@iae.nsk.su

не менее и при таком подходе возникают трудности с описанием наблюдаемой в эксперименте асимметрии линии поглощения, например, в случае молекулы HF в буферном газе Ar [8]. В связи с этим в [8] для адекватной интерпретации наблюдаемых аномалий предложено при описании дикковского сужения линии учитывать наряду с зависимостью ширины и сдвига линии от скорости также и зависимость частоты столкновений от скорости. Формула для контура линии в [8] не выводилась. По сути было предложено описывать контур линии известной формулой модели сильных столкновений [2, 3] путем замены в ней не зависящих от скорости частот столкновений на частоты, зависящие от скорости. Такая замена, конечно, физически некорректна, так как не оставляет максвелловское распределение по скоростям равновесным, и на это обстоятельство обращалось внимание в работе [8]. Критерием применимости предложенной в [8] формулы для контура линии считалось хорошее согласие с экспериментальными результатами. При этом в [8] обращалось внимание на необходимость решения соответствующей теоретической задачи, с тем чтобы корректно учесть зависимость частоты столкновений от скорости при расчете дикковского сужения.

В теоретических работах [9–11] показано, что зависимость частоты столкновений от скорости существенно влияет на дикковское сужение линии. В [9, 10] проводился расчет линии поглощения ионов в равновесной плазме с использованием интеграла столкновений в форме Ландау. В [11] сужение Дикке рассчитывалось с использованием ядра интеграла столкновений в модели твердых сфер.

Таким образом, важность учета зависимости частоты столкновений от скорости при расчете дикковского сужения линии не вызывает сомнений. В связи с этим представляет интерес рассмотреть эффект Дикке в рамках такой универсальной столкновительной модели, которая позволила бы описывать влияние зависимости частоты столкновений от скорости на сужение Дикке при любом потенциале взаимодействия сталкивающихся частиц и при любом соотношении их масс. Нам представляется, что в качестве такой универсальной столкновительной модели можно взять так называемую модель «кенгуру» [12, 13], которая является обобщением модели сильных столкновений на случай зависящих от скорости частот столкновений.

Целью настоящей работы является исследование в рамках модели «кенгуру» влияния зависимости частоты столкновений от скорости на эффект Дикке сужения спектральных линий.

2. ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

Контур одиночной спектральной линии $I(\Omega)$, нормированный по площади на единицу,

$$\int_{-\infty}^{\infty} I(\Omega) d\Omega = 1,$$

дается формулой

$$I(\Omega) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Re}\langle \rho \rangle, \quad \langle \rho \rangle = \int \rho(\mathbf{v}) d\mathbf{v}, \quad (1)$$

$$\Omega = \omega - \omega_{mn},$$

где ω и ω_{mn} — частота поля и боровская частота перехода $m - n$; \mathbf{v} — скорость резонансных частиц; $\rho(\mathbf{v})$ — недиагональный элемент матрицы плотности. При слабой интенсивности излучения $\rho(\mathbf{v})$ находится из кинетического уравнения (см., например, [3])

$$[\gamma - i(\Omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})]\rho(\mathbf{v}) = S(\mathbf{v}) + W(\mathbf{v}). \quad (2)$$

Здесь $\gamma = (\Gamma_m + \Gamma_n)/2$, величины Γ_m и Γ_n — скорости спонтанного распада комбинирующих (затронутых излучением) уровней m и n ; \mathbf{k} — волновой вектор излучения; $S(\mathbf{v})$ — «недиагональный» интеграл столкновений; $W(\mathbf{v})$ — максвелловское распределение по скоростям.

Общее выражение для интеграла столкновений имеет вид

$$S(\mathbf{v}) = -\nu(v)\rho(\mathbf{v}) + \int A(\mathbf{v}|\mathbf{v}')\rho(\mathbf{v}') d\mathbf{v}', \quad (3)$$

где $\nu(v)$ — частота «ухода» для недиагонального элемента матрицы плотности, $A(\mathbf{v}|\mathbf{v}')$ — ядро интеграла столкновений. Реальное ядро $A(\mathbf{v}|\mathbf{v}')$ должно удовлетворять соотношению [3, 14]

$$A(\mathbf{v}'|\mathbf{v})W(\mathbf{v}) = A(\mathbf{v}|\mathbf{v}')W(\mathbf{v}'). \quad (4)$$

Отсюда следует

$$\int A(\mathbf{v}|\mathbf{v}')W(\mathbf{v}') d\mathbf{v}' = \tilde{\nu}(v)W(\mathbf{v}),$$

$$\tilde{\nu}(v) \equiv \int A(\mathbf{v}'|\mathbf{v}) d\mathbf{v}', \quad (5)$$

где $\tilde{\nu}(v)$ — частота «прихода» [3, 14] для недиагонального элемента матрицы плотности. В общем случае зависящие от скорости частоты ухода $\nu(v)$ и прихода $\tilde{\nu}(v)$ являются комплексными величинами. Соотношением

$$\gamma + \nu(v) - \tilde{\nu}(v) = \Gamma_1(v) + i\Delta_1(v) \quad (6)$$

определяются полуширина $\Gamma_1(v)$ и сдвиг $\Delta_1(v)$ линии поглощения для частиц с фиксированной скоростью v в отсутствие доплеровского уширения [3, 14].

Модель «кенгуру» [12, 13] основывается на предположении о факторизации ядра интеграла столкновений:

$$A(\mathbf{v}|\mathbf{v}') = f_1(\mathbf{v})f_2(\mathbf{v}'). \quad (7)$$

Из (5) и (7) можно получить следующее выражение для ядра интеграла столкновений в модели «кенгуру»:

$$A(\mathbf{v}|\mathbf{v}') = \frac{\tilde{\nu}(v)W(\mathbf{v})\tilde{\nu}(v')}{\langle \tilde{\nu} \rangle}, \quad (8)$$

$$\langle \tilde{\nu} \rangle = \int \tilde{\nu}(v)W(\mathbf{v})d\mathbf{v}.$$

Подставив $A(\mathbf{v}|\mathbf{v}')$ из (8) в (3), получаем выражение для недиагонального интеграла столкновений в модели «кенгуру»:

$$S(\mathbf{v}) = -\nu(v)\rho(\mathbf{v}) + \frac{\tilde{\nu}(v)W(\mathbf{v})}{\langle \tilde{\nu} \rangle} \int \tilde{\nu}(v)\rho(\mathbf{v})d\mathbf{v}. \quad (9)$$

Модель «кенгуру» (9) является обобщением модели сильных столкновений на случай зависящих от скорости частот столкновений. В случае не зависящих от скорости частот столкновений модель «кенгуру» (9) переходит в модель сильных столкновений.

Из (1), (2) и (9) можно получить следующее выражение для контура спектральной линии:

$$I(\Omega) = \frac{1}{\pi k v_T} \operatorname{Re} \left\{ Y_0 + \frac{\frac{\langle \tilde{\nu} \rangle}{k v_T} Y_1^2}{1 - \frac{\langle \tilde{\nu} \rangle}{k v_T} Y_2} \right\}, \quad (10)$$

где

$$Y_q = \int \frac{k v_T W(\mathbf{v})}{\gamma + \nu(v) - i(\Omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})} \left(\frac{\tilde{\nu}(v)}{\langle \tilde{\nu} \rangle} \right)^q d\mathbf{v}, \quad (11)$$

$$v_T = \sqrt{\frac{2k_B T}{M}}, \quad q = 0, 1, 2,$$

M , v_T — масса и наиболее вероятная скорость поглощающих частиц, T — температура, k_B — постоянная Больцмана.

Структура формулы (10) отличается от структуры хорошо известной формулы для контура линии в модели сильных столкновений [2, 3]. В случае $\tilde{\nu}(v), \nu(v) = \text{const}$ из (10) следует известное выражение для контура спектральной линии в модели сильных столкновений [2, 3, 14].

Выполнив в формулах (8) и (11) интегрирование по направлениям скорости \mathbf{v} , для величин $\langle \tilde{\nu} \rangle$ и Y_q , входящих в (10), получим следующие выражения:

$$\langle \tilde{\nu} \rangle = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty t^2 \exp(-t^2) \tilde{\nu}(t v_T) dt,$$

$$\operatorname{Re}(Y_q) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty t \exp(-t^2) \psi(t) \left(\frac{\tilde{\nu}(t v_T)}{\langle \tilde{\nu} \rangle} \right)^q dt, \quad (12)$$

$$\operatorname{Im}(Y_q) = -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty t \exp(-t^2) \times$$

$$\times L(t) \left(\frac{\tilde{\nu}(t v_T)}{\langle \tilde{\nu} \rangle} \right)^q dt, \quad q = 0, 1, 2.$$

Здесь введены функции от безразмерной скорости $t = v/v_T$:

$$\psi(t) = \operatorname{arctg} \frac{t + x(t)}{y(t)} + \operatorname{arctg} \frac{t - x(t)}{y(t)}, \quad (13)$$

$$L(t) = \ln \left[\frac{y^2(t) + [t - x(t)]^2}{y^2(t) + [t + x(t)]^2} \right],$$

$$y(t) = \frac{\gamma + \operatorname{Re}[\nu(t v_T)]}{k v_T}, \quad x(t) = \frac{\Omega - \operatorname{Im}[\nu(t v_T)]}{k v_T}.$$

Таким образом, расчет контура спектральной линии в модели «кенгуру» сводится к вычислению однократных интегралов.

3. СЛУЧАЙ $\tilde{\nu}(v) = \nu(v)$

Если эффектами фазовой памяти в столкновениях можно пренебречь (амплитуды упругого рассеяния частиц в комбинирующих состояниях m и n существенно различны), то в модели «кенгуру» (9) следует положить $\tilde{\nu}(v) = 0$. При этом величина $\gamma + \nu(v)$, согласно (6), определяется полушириной $\Gamma_1(v)$ и сдвигом $\Delta_1(v)$ линии (радиационная полуширина γ , как правило, известна; для молекул обычно $\gamma \ll \nu(v)$). Контур спектральной линии в этом случае описывается функцией $\operatorname{Re}(Y_0)$.

Если же в столкновениях полностью сохраняется фазовая память (амплитуды упругого рассеяния частиц в комбинирующих состояниях m и n одинаковы; наиболее благоприятные условия для проявления эффекта сужения Дикке), то, как известно [3, 14], недиагональное ядро $A(\mathbf{v}|\mathbf{v}')$ вещественно и

совпадает с диагональным ядром $A_i(\mathbf{v}|\mathbf{v}')$ интеграла столкновений резонансных частиц в состоянии $i = m, n$:

$$A(\mathbf{v}|\mathbf{v}') = A_n(\mathbf{v}|\mathbf{v}') = A_m(\mathbf{v}|\mathbf{v}').$$

В этом случае частоты ухода $\nu(v)$ и прихода $\tilde{\nu}(v)$ также вещественны и равны между собой [3, 14]:

$$\tilde{\nu}(v) = \nu(v). \quad (14)$$

Дальнейший анализ контура линии (10) будем проводить именно для случая (14), когда при столкновениях полностью сохраняется фазовая память. Частота столкновений (14) при этом является единственным параметром модели.

Формулами (10)–(13) дается решение задачи в квадратурах при любой зависимости $\nu(v)$. Однако абстрактно постулируемые зависимости $\nu(v)$ вряд ли целесообразно обсуждать. Интерес представляет исследование влияния соотношения масс сталкивающихся частиц и конкретного вида потенциала взаимодействия на $\nu(v)$ и, как следствие, на контур линии $I(\Omega)$. Для этого целесообразно проследить связь зависимости $\nu(v)$ с характеристиками элементарного акта рассеяния. Казалось бы, эта связь устанавливается с очевидностью, учитывая то обстоятельство, что $\nu(v)$ есть частота «ухода», а для нее есть общее выражение через полное сечение рассеяния [3, 14]. В действительности к этому вопросу нужно подходить с осторожностью: при моделировании интеграла столкновений в той или иной степени может изменяться физическая трактовка параметров модели. В частности, в принятой здесь модели «кенгуру» величина $\nu(v)$ в условиях (14) выступает также и в роли так называемой транспортной частоты столкновений $\nu_{trv}(v)$, входящей в коэффициент пропорциональности между силой внутреннего трения и заданной скоростью частицы:

$$\mathbf{F} = -M\nu_{trv}(v)\mathbf{v}, \quad (15)$$

$$\nu_{trv}(v) \equiv \int \left(1 - \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}_1}{v^2}\right) A(\mathbf{v}_1|\mathbf{v}) d\mathbf{v}_1.$$

Транспортная частота $\nu_{trv}(v)$ выражается через транспортное сечение рассеяния [14], и для нее зависимость от скорости иная, чем для частоты «ухода».

Итак, $\nu(v)$ как характеристика модели «кенгуру» одновременно выступает и в роли частоты «ухода», и в роли транспортной частоты. Необходимо понять, с чем надо ассоциировать параметр модели $\nu(v)$, когда речь идет о задаче Дикке. Получить ответ на

этот вопрос помогает рассмотрение асимптотического значения $I(\Omega)$ при больших давлениях буферного газа. При выполнении условий $\langle \tilde{\nu} \rangle \gg kv_T, \gamma, |\Omega|$ контур линии $I(\Omega)$ описывается следующей формулой:

$$I(\Omega) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma + \gamma_{tr}}{(\gamma + \gamma_{tr})^2 + \Omega^2}, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{tr} &= k^2 \int \frac{(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v})^2 W(\mathbf{v})}{\nu(v)} d\mathbf{v} = \\ &= \frac{4k^2}{3\sqrt{\pi} v_T^3} \int_0^\infty \frac{v^4}{\nu(v)} \exp\left(-\frac{v^2}{v_T^2}\right) dv. \end{aligned}$$

Здесь \mathbf{n} — единичный вектор в произвольно выбранном направлении.

В этих же условиях контур линии формально может быть вычислен в общем случае, без моделирования интеграла столкновений (см. Приложение). Он описывается той же универсальной формулой (16), где в качестве $\nu(v)$ выступает величина $1/\tau(v)$ (см. формулы (П.7), (П.8)). Величина $\tau(v)$ является транспортной характеристикой и интерпретируется как время потери «памяти» о направлении начальной скорости частицы вследствие столкновений. В общем случае для $\tau(v)$ не существует связи с характеристиками элементарного акта рассеяния, однако ясно, что по физической сущности величина $1/\tau(v)$ гораздо ближе к транспортной частоте столкновений, чем к частоте «ухода». Таким образом, в задаче Дикке параметр $\nu(v)$ модели «кенгуру» существенно ближе по физическому содержанию к транспортной частоте столкновений, чем к частоте «ухода». Поэтому далее мы будем приписывать величине $\nu(v)$ зависимость от скорости, присущую транспортной частоте столкновений. Дополнительным аргументом в пользу этого выступает то, что в газовой модели Лоренца (предельный случай тяжелых буферных частиц) коэффициент диффузии D , которому пропорциональна γ_{tr} ($\gamma_{tr} = k^2 D$, см. Приложение), выражается именно через транспортную частоту столкновений (15), причем таким же образом, как и в (16) [15, 16].

Важной характеристикой контура линии $I(\Omega)$ является его полуширина на полувысоте Γ_w . При обсуждении эффекта Дикке обычно анализируют графики зависимости Γ_w от концентрации буферного газа. В условиях зависимости частот столкновений от скорости ход этих графиков и их взаимное расположение существенно начинают зависеть от того, какая именно физическая величина, пропорциональная концентрации, отложена по оси абсцисс (мож-

но откладывать непосредственно значение концентрации, значение $\langle \nu \rangle$ или каким-то другим способом усредненное значение $\nu(v)$, так или иначе усредненное значение транспортной частоты столкновений и т. д.). Оказывается, что соответствующие графики, отвечающие разным соотношениям масс сталкивающихся частиц и разным потенциалам взаимодействия, наиболее «кучно» располагаются по отношению друг к другу, если в качестве аргумента для Γ_w взять величину ν_{tr} , обратно пропорциональную γ_{tr} , а именно

$$\nu_{tr} \equiv \frac{(k v_T)^2}{2 \gamma_{tr}} = \frac{v_T^2}{2 \int (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v})^2 \tau(v) W(\mathbf{v}) d\mathbf{v}} = \frac{v_T^2}{2D}, \quad (17)$$

где D — истинный коэффициент диффузии. В модели «кенгуру» коэффициент диффузии выражается через $\nu(v)$ согласно (16). Отметим, что введенный здесь коэффициент диффузии является тем самым, который обуславливает соответствующий процесс переноса в задачах газовой кинетики (см. Приложение). Как видим, известная газокинетическая характеристика универсально описывает и форму спектральной линии в эффекте Дикке при асимптотически высоких давлениях буферного газа.

Итак, для анализа зависимости полуширины линии $I(\Omega)$ от давления целесообразно рассматривать функцию $\Gamma_w(\nu_{tr})$. Она имеет единую модельно независимую асимптотику (16) для любых соотношений масс и потенциалов взаимодействия сталкивающихся частиц. Сама же величина ν_{tr} (будем называть ее средней транспортной частотой столкновений) непосредственно связана с известной физической характеристикой (коэффициентом диффузии) и может быть получена либо из табличных данных, либо из независимых экспериментов по измерению коэффициента диффузии в явлениях переноса.

Займемся анализом контура линии $I(\Omega)$ с учетом высказанных замечаний. Будем приписывать величине $\nu(v)$ зависимость от скорости, присущую транспортной частоте $\nu_{trv}(v)$ (15). При максвелловском распределении буферных частиц по скоростям связь транспортной частоты столкновений с характеристиками элементарного акта рассеяния дается формулой [15]

$$\nu_{trv}(v) = \frac{q}{v^3} \int_0^\infty u^2 \exp\left(-\frac{u^2 + v^2}{\bar{v}_b^2}\right) \times F(uv) \sigma_{tr}(u) du, \quad (18)$$

где

$$F(uv) = \frac{2uv}{\bar{v}_b^2} \operatorname{ch}\left(\frac{2uv}{\bar{v}_b^2}\right) - \operatorname{sh}\left(\frac{2uv}{\bar{v}_b^2}\right), \quad (19)$$

$$q = \frac{\mu}{M} \frac{N_b \bar{v}_b}{\sqrt{\pi}}, \quad \mu = \frac{M M_b}{M + M_b},$$

$$\bar{v}_b = \sqrt{\frac{2k_B T}{M_b}},$$

N_b и M_b — концентрация и масса буферных частиц, u — величина относительной скорости резонансной и буферной частиц, $\sigma_{tr}(u)$ — транспортное сечение рассеяния поглощающей частицы на буферной частице.

Для степенного потенциала взаимодействия между частицами

$$U(r) \propto r^{-n} \quad (20)$$

в классическом пределе транспортное сечение рассеяния $\sigma_{tr}(u)$ зависит от величины u относительной скорости частиц по закону [17]¹⁾

$$\sigma_{tr}(u) \propto u^{-4/n}. \quad (21)$$

При такой зависимости $\sigma_{tr}(u)$ из (18) следует [14, 15]

$$\nu_{trv}(v) = \nu_{trv}(0) {}_1F_1\left(a; \frac{5}{2}; -\beta \frac{v^2}{v_T^2}\right), \quad (22)$$

$$a \equiv \frac{2}{n} - \frac{1}{2}, \quad \beta = \frac{M_b}{M},$$

где ${}_1F_1(a; b; x)$ — вырожденная гипергеометрическая функция Куммера. Формулу (22) можно записать также в виде

$$\nu_{trv}(v) = \nu_{tr}^{(c)} (1 + \beta)^a {}_1F_1\left(a; \frac{5}{2}; -\beta \frac{v^2}{v_T^2}\right), \quad (23)$$

где $\nu_{tr}^{(c)}$ — средняя транспортная частота столкновений, связанная с коэффициентом диффузии $D^{(c)}$ соотношением

$$D^{(c)} = v_T^2 / 2\nu_{tr}^{(c)},$$

рассчитанным в первом приближении метода Чепмена–Энскога (или в пятимоментном приближении

¹⁾ В случае кулоновского взаимодействия частиц ($n = 1$) при вычислении $\sigma_{tr}(u)$ возникает логарифмическая расходимость. Для заряженных частиц в плазме эта расходимость устраняется, как известно, обрезанием прицельного параметра на расстоянии порядка экранирующей дебаевской длины R_D .

метода Грэда). Величина $\nu_{tr}^{(c)}$ определяется формулой (см., например, [14])

$$\nu_{tr}^{(c)} = \frac{8}{3\sqrt{\pi}v_T^5} \int_0^\infty v^4 \exp\left(-\frac{v^2}{v_T^2}\right) \nu_{trv}(v) dv. \quad (24)$$

Величина $\nu_{tr}^{(c)}$ (24) равна величине ν_{tr} (17) только в случае $\nu_{trv}(v) = \text{const}$, т. е. либо при $\beta \rightarrow 0$ (предельный случай легких буферных частиц), либо при $n = 4$ для степенного потенциала взаимодействия. Для степенного потенциала при $n \neq 4$ имеет место соотношение

$$\nu_{tr}^{(c)} > \nu_{tr}.$$

Различие между ν_{tr} и $\nu_{tr}^{(c)}$ максимально для случая тяжелых буферных частиц ($\beta \gg 1$) и для потенциалов с $n = 2$ (взаимодействие заряд-диполь при достаточно больших по сравнению с характерными размерами частиц расстояниях) и $n = \infty$ (эквивалент модели твердых сфер) составляет около 13%, при $2 < n < \infty$ это различие еще меньше²⁾. Для кулоновского потенциала ($n = 1$) различие между $\nu_{tr}^{(c)}$ и ν_{tr} максимально и при $\beta \gg 1$ отношение $\nu_{tr}^{(c)}/\nu_{tr}$ достигает значения ≈ 3.4 .

Из (23) следует, что транспортная частота столкновений уменьшается с ростом v при $n < 4$ и увеличивается с ростом v при $n > 4$. При $n = 4$ частота столкновений не зависит от скорости. В случае легких буферных частиц ($\beta \ll 1$) частота $\nu_{trv}(v)$ слабо зависит от v . С ростом параметра β зависимость $\nu_{trv}(v)$ от v увеличивается и становится максимальной в случае тяжелых буферных частиц ($\beta \gg 1$).

При выполнении условия (14) $\text{Im}[\nu(v)] = 0$, так что максимальное значение функции $I(\Omega)$ достигается при $\Omega = 0$. В случае большого доплеровского уширения ($kv_T \gg \nu_{tr}, \gamma$) из (10) с учетом (23) следует, что при $\beta \ll 1$ (легкие буферные частицы)

$$\sqrt{\pi}kv_T I(0) = 1 + \frac{(\pi-2) \left[1 - \frac{2(n-4)\beta}{5n} \right] \nu_{tr} - 2\gamma}{\sqrt{\pi}kv_T}, \quad (25)$$

²⁾ Говоря о степенном потенциале с параметром $n = \infty$, мы будем иметь в виду, что при $n = \infty$, транспортное сечение $\sigma_{tr}(u) = \text{const}$, как это следует из (21). Независимость транспортного сечения от скорости характерна для взаимодействия частиц в модели твердых сфер.

а при $\beta \gg 1$ (тяжелые буферные частицы) и $n \geq 4$

$$\begin{aligned} \sqrt{\pi}kv_T I(0) = & 1 - \frac{2\gamma}{\sqrt{\pi}kv_T} + \frac{\nu_{tr}}{\sqrt{\pi}kv_T} \times \\ & \times \frac{4n^2 \Gamma\left(3 - \frac{2}{n}\right) \Gamma\left(2 + \frac{2}{n}\right)}{3\pi(n-1)(n-2)} \times \\ & \times \left\{ \frac{\pi^2(n-2)}{4n} \left[\frac{\Gamma\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{n}\right)}{\Gamma\left(2 - \frac{2}{n}\right)} \right]^2 - 1 \right\}, \quad (26) \end{aligned}$$

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция. Для потенциала взаимодействия с $n = 4$ формулы (25) и (26) переходят в известную формулу для интенсивности в центре линии в модели сильных столкновений [2, 3, 14], как и должно быть, ввиду того что при $n = 4$ транспортная частота $\nu_{trv}(v) = \nu_{tr}$ не зависит от v .

Из (25), (26) следует, что $I(0)$ тем больше, чем меньше n . Ввиду того что площадь под контуром линии постоянна и нормирована на единицу, рост $I(0)$ означает уменьшение ширины линии, и наоборот. Таким образом, при одинаковом значении ν_{tr} ширина линии растет вместе с ростом параметра потенциала n . Этот результат наиболее просто интерпретировать в рамках так называемого одномерного подхода [3, 13, 14] к решению спектроскопических задач, в которых важен учет зависимости частоты столкновений от скорости. Этот подход будет рассмотрен в следующем разделе.

На рис. 1 и рис. 2 показаны рассчитанные на основе формулы (10) полуширины линии Γ_w на полувысоте контура $I(\Omega)$ в зависимости от средней транспортной частоты упругих столкновений ν_{tr} при различных значениях параметра n для степенного потенциала взаимодействия и при различных соотношениях β масс резонансных и буферных частиц.

На рис. 1 хорошо видно, что при одном и том же значении ν_{tr} ширина линии растет при увеличении параметра n для степенного потенциала. При $n > 4$ учет зависимости $\nu_{trv}(v)$ увеличивает расчетную ширину линии по сравнению со случаем $\nu_{trv}(v) = \text{const}$ ($n = 4$, модель сильных столкновений), а при $n < 4$, наоборот, уменьшает. Как видно из рис. 1а, учет зависимости $\nu_{trv}(v)$ при $\nu_{tr} < kv_T$ может увеличить расчетное значение ширины линии (по сравнению со случаем $\nu_{trv}(v) = \text{const}$) на 5% и 12% соответственно для потенциалов с $n = 6$ и $n = \infty$ (потенциал взаимодействия для твердых сфер). Для потенциала с $n = 3$ учет зависимости $\nu_{trv}(v)$ при $\nu_{tr} < kv_T$ может уменьшить расчетную ширину линии на 6%. Наиболее сильно зависимость $\nu_{trv}(v)$ влияет на рас-

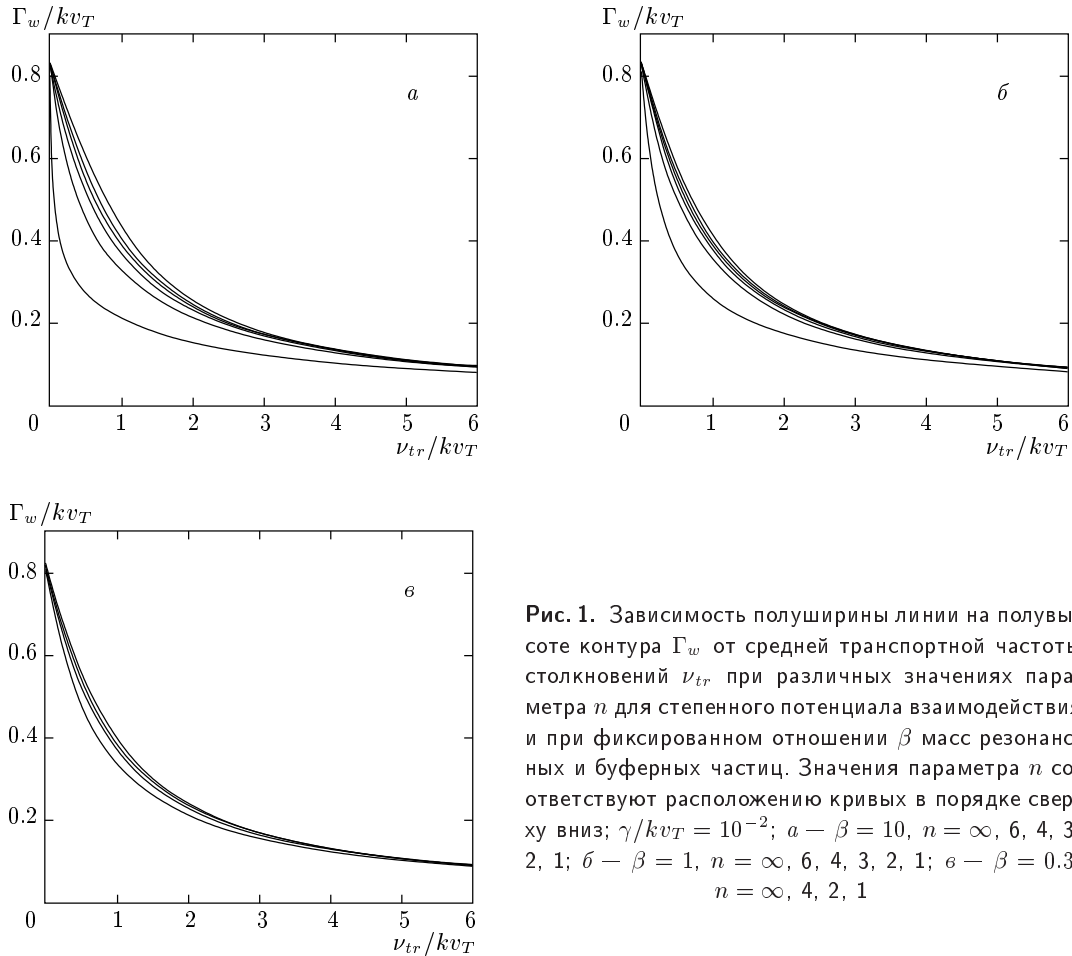


Рис. 1. Зависимость полуширины линии на полувысоте контура Γ_w от средней транспортной частоты столкновений ν_{tr} при различных значениях параметра n для степенного потенциала взаимодействия и при фиксированном отношении β масс резонансных и буферных частиц. Значения параметра n соответствуют расположению кривых в порядке сверху вниз; $\gamma/kv_T = 10^{-2}$; $a - \beta = 10$, $n = \infty, 6, 4, 3, 2, 1$; $б - \beta = 1$, $n = \infty, 6, 4, 3, 2, 1$; $в - \beta = 0.3$, $n = \infty, 4, 2, 1$

четную ширину линии при кулоновском потенциале взаимодействия ($n = 1$). Из сравнения на рис. 1а кривых для $n = 1$ и $n = 4$ в области $\nu_{tr}/kv_T \sim 0.5$ следует, что учет зависимости $\nu_{trv}(v)$ может уменьшить расчетную ширину линии более чем в 2 раза по сравнению со случаем $\nu_{trv}(v) = \text{const}$.

Влияние зависимости частоты столкновений от скорости на контур линии $I(\Omega)$ минимально в случае легких буферных частиц, $\beta \ll 1$ (в этом случае частота $\nu_{trv}(v)$ слабо зависит от v), и максимально в случае тяжелых буферных частиц ($\beta \gg 1$). Численный анализ показывает, что для рассматриваемой задачи предел $\beta \gg 1$ достигается начиная уже с $\beta \approx 3$. Другими словами, значение $\beta = 3$ фактически равносильно условию $\beta \gg 1$. Так, зависимости полуширин линии Γ_w от ν_{tr} при $\beta = 3$ близки к показанным на рис. 1а зависимостям Γ_w от ν_{tr} при $\beta = 10$.

В соответствии с формулой (16) полуширина линии Γ_w в предельном случае больших частот столкновений ($\nu_{tr} \gg kv_T, \gamma$) не зависит от потенциала взаимодействия сталкивающихся частиц и равна

$\Gamma_w = \gamma + \gamma_{tr}$. Из анализа графиков, представленных на рис. 1а, следует, что формула

$$\Gamma_w = \gamma + \gamma_{tr}$$

уже при $\nu_{tr} \approx 5kv_T$ с хорошей точностью (не хуже 2% для $n \geq 3$) дает полуширину линии при любых параметрах n для степенных потенциалов взаимодействия, кроме случая $n = 1$.

Влияние отношения β масс резонансных и буферных частиц на ширину линии иллюстрирует рис. 2. Различие ширин линии для случаев тяжелых ($\beta \gg 1$) и легких ($\beta \ll 1$) буферных частиц и при прочих равных условиях для потенциалов с $n = 3$, $n = 6$ и $n = \infty$ достигает соответственно 6%, 5% и 12%, а для кулоновского потенциала ($n = 1$) это различие может быть более чем в 2 раза.

На рис. 3 показаны контуры линии $I(\Omega)$ при различных значениях параметра n для степенного потенциала взаимодействия и средней транспортной частоты столкновений ν_{tr} . Характерной особенностью является пересечение всех графиков $I(\Omega)$ приблизительно в одной точке при некоторых значени-

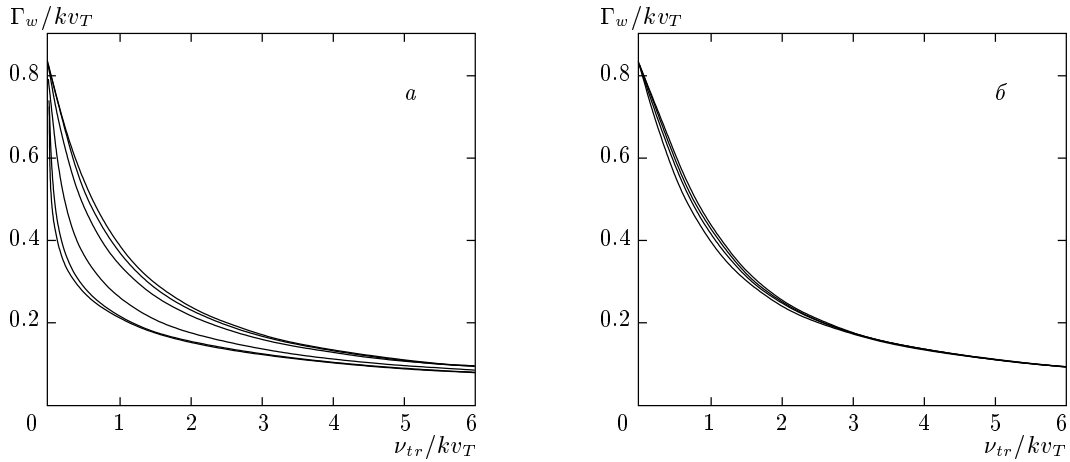


Рис. 2. Зависимость полуширины линии на полувысоте контура Γ_w от средней транспортной частоты столкновений ν_{tr} при различных отношениях β масс резонансных и буферных частиц и при фиксированном значении параметра n для степенного потенциала взаимодействия. Значения параметра β соответствуют расположению кривых в порядке сверху вниз; $\gamma/kv_T = 10^{-2}$; $a - n = 1, \beta = 0.01, 0.1, 0.3, 1, 3, 100$; $b - n = \infty, \beta = 100, 3, 1, 0.1$

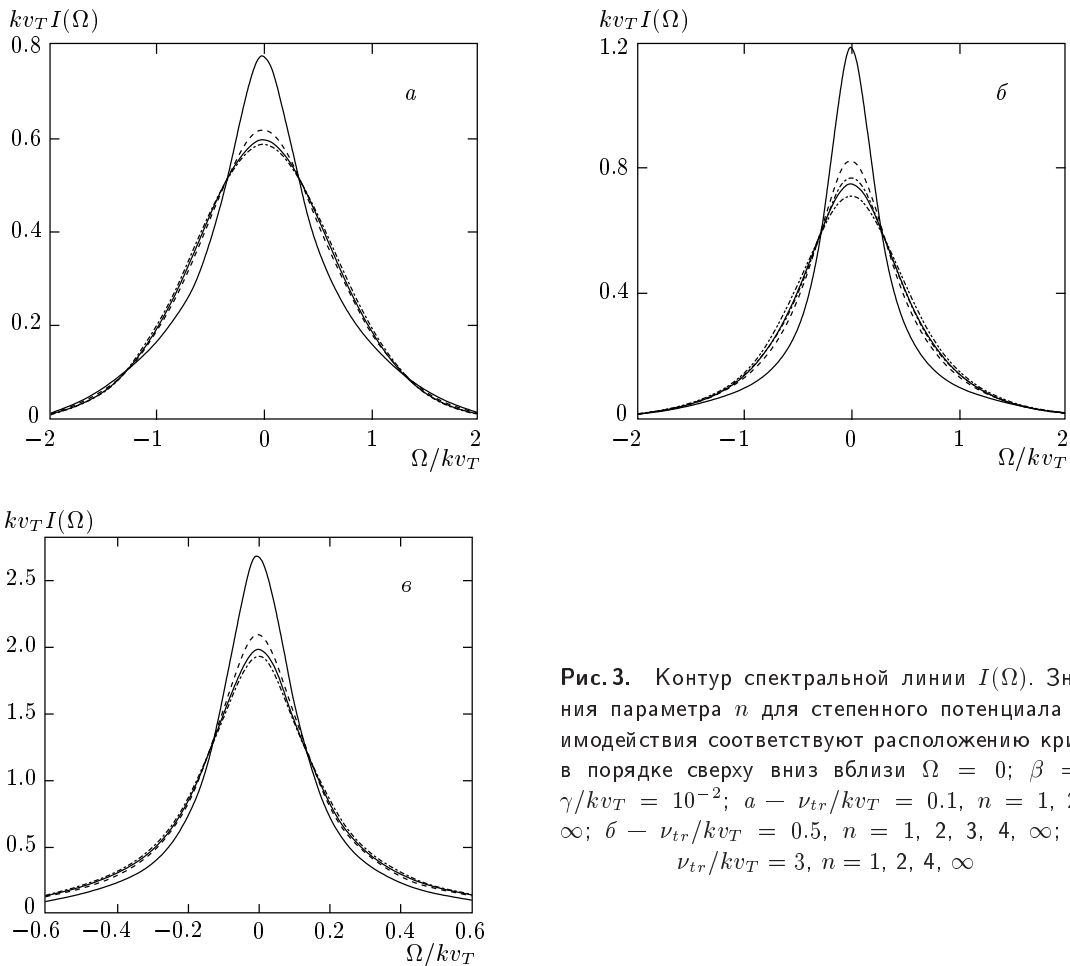


Рис. 3. Контур спектральной линии $I(\Omega)$. Значения параметра n для степенного потенциала взаимодействия соответствуют расположению кривых в порядке сверху вниз вблизи $\Omega = 0$; $\beta = 3, \gamma/kv_T = 10^{-2}$; $a - \nu_{tr}/kv_T = 0.1, n = 1, 2, 4, \infty$; $b - \nu_{tr}/kv_T = 0.5, n = 1, 2, 3, 4, \infty$; $c - \nu_{tr}/kv_T = 3, n = 1, 2, 4, \infty$

ях расстройки частоты излучения $\Omega = \Omega_c$ (например, при $|\Omega|/kv_T \approx 0.33$ и 1.3 на рис. 3а). При переходе через точки $\Omega = \Omega_c$ значения $I(\Omega)$ для различных n «инвертируются»: наибольшее (в зависимости от n) значение $I(\Omega)$ становится наименьшим и наоборот. Зависимость частоты столкновений от скорости слабо влияет на величину интенсивности $I(\Omega_c)$ в этих точках.

Отметим следующее обстоятельство. Мы исследовали ширину и форму линии в зависимости от средней транспортной частоты столкновений ν_{tr} , связанной простой формулой (17) с истинным, экспериментально измеряемым коэффициентом диффузии D . В принципе, можно было бы построить зависимость полуширины Γ_w и от средней транспортной частоты столкновений $\nu_{tr}^{(c)}$ (24) или от «естественно» возникающего в формуле (10) параметра $\langle \tilde{\nu} \rangle / kv_T$. Прямое сравнение поведения полуширины линии Γ_w в зависимости от этих переменных показывает, что зависимость Γ_w от частоты столкновений (в конечном итоге от давления буферного газа) наиболее универсальна именно в том случае, когда в качестве переменной выбрана величина ν_{tr} (17). Полуширина Γ_w в зависимости от ν_{tr} достаточно быстро (при $\nu_{tr} \gtrsim 5kv_T$) выходит на асимптотику $\Gamma_w = \gamma + \gamma_{tr}$ (см. формулу (16)) при любом потенциале взаимодействия. Если транспортная частота столкновений $\nu_{trv}(v)$ уменьшается с ростом скорости v , то зависимость ν_{trv} от v приводит к сужению линии по сравнению со случаем, когда $\nu_{trv}(v) = \text{const}$. Если же $\nu_{trv}(v)$ увеличивается с ростом v ($n > 4$ для степенного потенциала взаимодействия), то зависимость ν_{trv} от v приводит к уширению линии.

При построении зависимости Γ_w от $\nu_{tr}^{(c)}$ или от $\langle \tilde{\nu} \rangle$ не наблюдаются ни быстрого выхода на асимптотику, ни универсальной закономерности сужения или уширения линии в зависимости от уменьшения или роста ν_{trv} от v . Например, зависимость Γ_w от $\nu_{tr}^{(c)}$ для степенных потенциалов с $n < 4$ следующая: при $\nu_{tr}^{(c)} < kv_T$ линия сужается, а начиная с некоторых значений $\nu_{tr}^{(c)} > kv_T$ линия уширяется по сравнению со случаем, когда $\nu_{trv}(v) = \text{const}$.

Обратим теперь внимание на следующее интересное обстоятельство. Используемая нами столкновительная модель описывает парные столкновения частиц друг с другом, и поэтому может возникать сомнение в возможности применения полученных в данной работе формул для случая кулоновского взаимодействия частиц ($n = 1$) в плазме. Дело в том, что в плазме кулоновское взаимодействие заряжен-

ных частиц друг с другом является дальнедействующим и носит коллективный, а не парный характер. Тем не менее прямое сравнение наших расчетов с результатами работ [9, 10], в которых рассчитывалось дикковское сужение линии поглощения ионов в равновесной плазме с использованием интеграла столкновений в форме Ландау для случая $\beta = 1$, показывает, что и случай $n = 1$ с приемлемой точностью можно описывать полученными в нашей работе формулами.

Рассмотрим это обстоятельство подробнее. При $n = 1$ транспортное сечение рассеяния $\sigma_{tr}(u)$ в (18) вычисляется с использованием формулы Резерфорда для эффективного сечения рассеяния заряженных точечных частиц. При этом возникает логарифмическая расходимость, связанная с большим вкладом далеких столкновений, приводящих к рассеянию на малые углы. Для заряженных частиц в плазме эта расходимость устраняется, как известно (см., например, [18]), обрезанием прицельного параметра ρ на расстоянии порядка экранирующей дебаевской длины R_D , т. е. вкладом столкновений с $\rho > R_D$ пренебрегается. Подставив вычисленное таким образом транспортное сечение рассеяния $\sigma_{tr}(u)$ в (18), получим ($t = v/v_T$):

$$\nu_{trv}(v) = \nu_{trv}(0) \frac{3}{2\beta t^2} \times \left[\frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{\beta}t)}{2\sqrt{\beta}t} - \exp(-\beta t^2) \right], \quad (27)$$

где

$$\nu_{trv}(0) = (1 + \beta) \sqrt{\beta} \nu_{eff}, \quad (28)$$

$$\nu_{eff} = \frac{16\sqrt{\pi}LN_b(qq_b)^2}{3M^2v_T^3}, \quad (29)$$

ν_{eff} — эффективная транспортная частота ион-ионных столкновений, L — кулоновский логарифм, q и q_b — заряды поглощающих и буферных ионов в плазме.

Точно такое же выражение (27) для транспортной частоты столкновений можно получить и в случае интеграла столкновений в форме Ландау. Для этого воспользуемся соответствующими интегралами столкновений Ландау известными [19–22] формулами для силы торможения \mathbf{F} , действующей на пробную заряженную частицу, движущуюся в среде заряженных частиц с максвелловским распределением по скоростям. Из соотношения (15), определяющего транспортную частоту столкновений, с учетом

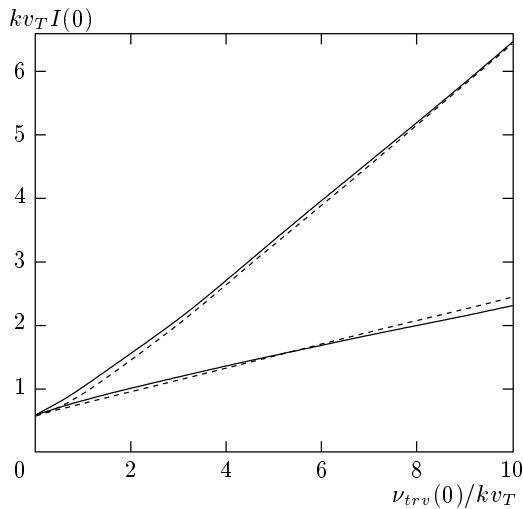


Рис. 4. Зависимость интенсивности в центре линии (при $\Omega = 0$) от $\nu_{trv}(0)$ в различных моделях столкновений. Параметр $\gamma/kv_T = 10^{-6}$. Верхняя сплошная кривая — модель сильных столкновений (модель «кенгуру» при $\nu_{trv}(v) = \text{const}$); нижняя сплошная кривая — модель «кенгуру», $n = 1$, $\beta = 1$; верхняя штриховая кривая — модель слабых столкновений (расчет по формулам (2.22), (2.23) из работы [2]); нижняя штриховая кривая — интеграл столкновений в форме Ландау (расчет по интерполяционной формуле (50) из работы [10]), $\beta = 1$

известных [19–22] формул для \mathbf{F} следует выражение (27) для $\nu_{trv}(v)$. Таким образом, интеграл столкновений в форме Ландау и интеграл столкновений с учетом только парных столкновений при $n = 1$ дают одно и то же выражение (27) для транспортной частоты столкновений.

В [9, 10] контур линии исследовался в зависимости от эффективной транспортной частоты столкновений ν_{eff} , которая для рассматриваемого в [9, 10] случая $\beta = 1$ связана соотношением $\nu_{eff} = \nu_{trv}(0)/2$ со значением $\nu_{trv}(v)$ при $v = 0$.

На рис. 4 показаны рассчитанные в различных столкновительных моделях интенсивности $I(0)$ в центре линии (при $\Omega = 0$) в зависимости от $\nu_{trv}(0)$. Как видно из рис. 4, различие между значениями $I(0)$, рассчитанными с использованием интеграла столкновений в форме Ландау при $\beta = 1$ и в модели «кенгуру» при $n = 1$, $\beta = 1$ (различие между двумя нижними сплошной и штриховой кривыми), существенно меньше той поправки, которую вносит учет зависимости частоты столкновений от скорости (при переходе от модели сильных столкновений к модели «кенгуру» при $n = 1$, $\beta = 1$ — это различие между

двумя сплошными кривыми; при переходе от модели слабых столкновений к интегралу столкновений в форме Ландау при $\beta = 1$ — это различие между двумя штриховыми кривыми). Различие между моделями максимально при $\gamma \rightarrow 0$. Поэтому сравнение проводилось при малом значении параметра γ/kv_T ($\gamma/kv_T = 10^{-6}$).

Таким образом, столкновительная модель «кенгуру» с приемлемой точностью описывает дикковское сужение линии поглощения ионов в равновесной плазме. Физическая причина этого интересного вывода заключается в том, что с логарифмической точностью ($\sim 1/L \ll 1$) все столкновения в кулоновской плазме вплоть до прицельного параметра $\rho = R_D$ можно рассматривать как парные, а вкладом столкновений с $\rho > R_D$ вообще пренебречь [19, 23]. Структура интеграла столкновений с учетом многочастичных взаимодействий такова, что множественные столкновения можно рассматривать по существу как парные, но осложненные влиянием среды, т. е. присутствием других частиц [19]. Другими словами, учет совместного действия многих возмущающих частиц на пробную частицу не изменяет бинарного характера формул рассеяния, т. е. множественные столкновения в среднем имитируют парные [22, 24]. В равновесной плазме формулы для множественных столкновений с логарифмической точностью совпадают с формулами для парных столкновений [19, 23]. При расчете дикковского сужения линии поглощения ионов в равновесной плазме поправка, обусловленная различием между моделями сильных и слабых столкновений (модель «кенгуру» и интеграл столкновений Ландау), оказывается существенно меньше той поправки, которую вносит учет зависимости частоты столкновений от скорости.

Имеется несколько различных способов получения интеграла столкновений в форме Ландау. В частности, интеграл столкновений в форме Ландау может быть получен непосредственно из кинетического уравнения Больцмана (учитывающего только парные столкновения между частицами) с учетом того обстоятельства, что при кулоновских столкновениях частиц основной эффект дают столкновения, при которых изменение скорости мало [25, 26]. Поэтому и неудивительно отмеченное выше совпадение транспортных частот столкновений, рассчитанных как по формуле (27) (картина парных столкновений), так и при использовании известных [19–22] выражений для соответствующей интегралу столкновений Ландау силы торможения \mathbf{F} пробной заряженной частицы в кулоновской плазме.

Представленное выше количественное сопоставление расчетов интенсивности $I(0)$, выполненных в различных столкновительных моделях (см. рис. 4), подтверждает возможность использования в первом приближении понятия парных столкновений для описания дикковского сужения линии поглощения ионов в равновесной плазме.

4. ОДНОМЕРНЫЙ ПОДХОД К РАСЧЕТУ КОНТУРА ЛИНИИ

Хорошо известно, что лазерное излучение при взаимодействии с газом резонансных частиц создает (благодаря эффекту Доплера) неравновесность распределений частиц по скоростям только для проекции v_z скорости частиц \mathbf{v} на волновой вектор \mathbf{k} . Распределение частиц по ортогональной к волновому вектору \mathbf{k} проекции скорости \mathbf{v}_\perp непосредственно излучением не возмущается. Поэтому в отсутствие столкновений элементы матрицы плотности $\rho_{ij}(\mathbf{v})$ резонансных частиц можно представить в факторизованном виде:

$$\rho_{ij}(\mathbf{v}) = W(\mathbf{v}_\perp)\rho_{ij}(v_z), \quad (30)$$

где $W(\mathbf{v}_\perp)$ — распределение Максвелла по проекции скорости \mathbf{v}_\perp . Соотношение факторизации (30) позволяет свести трехмерные квантовые кинетические уравнения для матрицы плотности $\rho_{ij}(\mathbf{v})$ к одномерным уравнениям для $\rho_{ij}(v_z)$ путем подстановки (30) в исходные трехмерные уравнения с последующим интегрированием их по \mathbf{v}_\perp .

При учете столкновений соотношение факторизации (30) становится приближенным, так как столкновения, вообще говоря, «переносят» неравновесность в распределении по v_z на распределение по ортогональным проекциям скорости \mathbf{v}_\perp . В моделях столкновений с не зависящими от скорости частотами столкновений перенос неравновесности отсутствует, соотношение факторизации (30) не нарушается и поэтому так же, как и в отсутствие столкновений, трехмерные уравнения для $\rho_{ij}(\mathbf{v})$ сводятся к одномерным уравнениям для $\rho_{ij}(v_z)$, что существенно упрощает решение задач. Однако в моделях столкновений с зависящими от скорости частотами столкновений всегда будет заложен перенос неравновесности на ортогональные проекции скорости \mathbf{v}_\perp [13]. Поэтому соотношение факторизации (30) в этих моделях нарушается и решаемые уравнения с необходимостью должны быть трехмерными. Естественно, что как нахождение решения трехмерных уравнений, так и его анализ во многих случаях существенно сложнее, чем в одномерной ситуации. Поэтому

становится актуальным вопрос о возможности использования более простых приближенных одномерных уравнений для решения задач спектроскопии и светоиндуцированной газовой кинетики, в которых важен учет зависимости частоты столкновений от скорости. Другими словами, важно знать величину погрешности решения, получаемую при переходе от трехмерных уравнений к одномерным.

На основе интуитивных качественных соображений часто предполагается, что эффект переноса неравновесности слабый [3, 14, 27] и во многих случаях его можно не принимать во внимание. Тогда подстановка (30) в исходные трехмерные уравнения для матрицы плотности $\rho_{ij}(\mathbf{v})$ с последующим интегрированием их по \mathbf{v}_\perp позволяет перейти к одномерным уравнениям для $\rho_{ij}(v_z)$ с одномерными интегралами столкновений

$$S_{ij}(v_z) = \int S_{ij}(\mathbf{v}) d\mathbf{v}_\perp, \quad (31)$$

где $S_{ij}(\mathbf{v})$ — трехмерные интегралы столкновений.

Количественный анализ точности решения, даваемого одномерными квантовыми кинетическими уравнениями в случае зависящих от скорости частот столкновений, впервые проведен в недавних работах [13, 28]. В этих работах численно показано, что эффект переноса слабый и при решении широкого круга задач спектроскопии и светоиндуцированной газовой кинетики, в которых важен учет зависимости частоты столкновений от скорости, переносом неравновесности можно пренебречь без риска потери важных тонких деталей описываемых явлений.

Эффект столкновительного переноса неравновесности в условиях сохранения фазовой памяти при столкновениях количественно пока не исследовался. В этом разделе мы исследуем этот вопрос на примере эффекта Дикке путем прямого сравнения результатов численных расчетов контура линии при использовании трехмерных и одномерных уравнений.

Применяя описанную выше схему перехода от трехмерных к одномерным уравнениям, находим, что при одномерном подходе к решению рассматриваемой нами задачи контур линии $I^{(1)}(\Omega)$ будет даваться прежней формулой (10) при замене в ней

$$Y_q \rightarrow Y_q^{(1)}, \quad \langle \tilde{\nu} \rangle \rightarrow \langle \tilde{\nu}^{(1)} \rangle,$$

где

$$Y_q^{(1)} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{kv_T W(v_z)}{\gamma + \nu^{(1)}(v_z) - i(\Omega - kv_z)} \times \left(\frac{\langle \tilde{\nu}^{(1)}(v_z) \rangle}{\langle \tilde{\nu}^{(1)} \rangle} \right)^q dv_z, \quad (32)$$

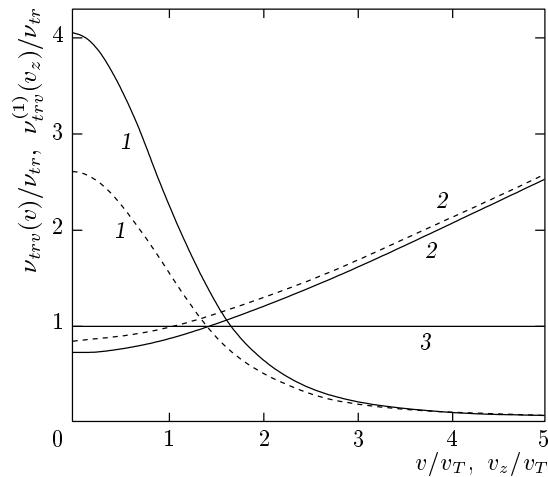


Рис. 5. Зависимости трехмерной, $\nu_{trv}(v)$ (сплошные кривые) и одномерной, $\nu_{trv}^{(1)}(v_z)$ (штриховые кривые), транспортных частот столкновений от v и v_z ; $\beta = 1$; $n = 1$ (1); ∞ (2); 4 (3)

$$\langle \tilde{\nu}^{(1)} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\nu}^{(1)}(v_z) W(v_z) dv_z,$$

$W(v_z)$ — распределение Максвелла по проекции скорости $v_z = \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}/k$; $\nu^{(1)}(v_z)$, $\langle \tilde{\nu}^{(1)} \rangle$ — одномерные частоты столкновений. Частота $\nu^{(1)}(v_z)$ связана с трехмерной частотой $\nu(v)$ формулой

$$\nu^{(1)}(v_z) = \int \nu(v) W(\mathbf{v}_{\perp}) d\mathbf{v}_{\perp}, \quad (33)$$

связь между частотами $\tilde{\nu}^{(1)}(v_z)$ и $\tilde{\nu}(v)$, $\nu_{trv}^{(1)}(v_z)$ и $\nu_{trv}(v)$ дается аналогичными формулами. С учетом соотношения

$$\mathbf{v}^2 = \mathbf{v}_{\perp}^2 + v_z^2$$

формула (33) принимает вид

$$\nu^{(1)}(v_z) = \frac{2}{v_T^2} \exp\left(-\frac{v_z^2}{v_T^2}\right) \times \int_{|v_z|}^{\infty} v \exp\left(-\frac{v^2}{v_T^2}\right) \nu(v) dv. \quad (34)$$

Величина $\langle \tilde{\nu}^{(1)} \rangle$ в (32) совпадает с величиной $\langle \tilde{\nu} \rangle$ в (11):

$$\langle \tilde{\nu}^{(1)} \rangle = \langle \tilde{\nu} \rangle.$$

Можно показать, что если частоты столкновений $\nu(v)$ и $\tilde{\nu}(v)$ не зависят от скорости, то контуры $I(\Omega)$ и $I^{(1)}(\Omega)$ совпадают, как это и должно быть.

На рис. 5 показаны рассчитанные по формулам (23) и (34) зависимости от v и v_z трехмерных ($\nu_{trv}(v)$) и одномерных ($\nu_{trv}^{(1)}(v_z)$) транспортных частот столкновений для степенного потенциала взаимодействия при различных значениях параметра n . Для одномерной частоты $\nu_{trv}^{(1)}(v_z)$ характерна более плавная, «сглаженная» зависимость от скорости по сравнению с трехмерной частотой $\nu_{trv}(v)$. Одномерная транспортная частота столкновений уменьшается с ростом v_z при $n < 4$ и увеличивается с ростом v_z при $n > 4$. При $n = 4$ одномерная частота столкновений не зависит от скорости.

На рис. 6 показаны рассчитанные по приведенным выше формулам зависимости полуширин линии Γ_w для контура $I(\Omega)$ (трехмерный подход) и $\Gamma_w^{(1)}$ для контура $I^{(1)}(\Omega)$ (одномерный подход) от средней транспортной частоты столкновений ν_{tr} . Расчеты проводились при условии (14) (сохранение фазовой памяти при столкновениях, $\tilde{\nu}(v) = \nu(v) = \nu_{trv}(v)$) и для случая тяжелых буферных частиц, $\beta \gg 1$, так как именно в этом случае зависимость транспортной частоты столкновений $\nu_{trv}(v)$ от скорости v максимальна, и поэтому различие между полуширинами Γ_w и $\Gamma_w^{(1)}$ будет также максимальным. При меньших значениях параметра β будет меньшим и различие между Γ_w и $\Gamma_w^{(1)}$.

Для степенных потенциалов с $n = 3$ и $n = 6$ различие между полуширинами Γ_w и $\Gamma_w^{(1)}$ оказалось столь незначительным ($\lesssim 0.3\%$), что, как видно на рис. 6а, графики Γ_w и $\Gamma_w^{(1)}$ сливаются и воспринимаются как одна кривая. Различие между Γ_w и $\Gamma_w^{(1)}$ становится заметным лишь при $n \gtrsim 10$ и $n < 3$ (рис. 6б), однако и в этих случаях относительная разность полуширин Γ_w и $\Gamma_w^{(1)}$ существенно меньше той поправки, которую вносит учет зависимости частоты столкновений от скорости (различие между Γ_w для $n = 4$ и $n \neq 4$).

Таким образом, и в условиях сохранения фазовой памяти при столкновениях эффект столкновительного переноса неравновесности слабый и им в первом приближении можно пренебречь. Это означает, что для описания эффекта сужения Дикке с учетом зависимости частоты столкновений от скорости всегда можно использовать одномерные интегралы столкновений вместо трехмерных.

Используем теперь одномерный подход для интерпретации полученных в предыдущем разделе результатов, а именно, выясним физическую причину роста ширины линии вместе с ростом параметра n для степенного потенциала взаимодействия. Ввиду постоянства площади под контуром линии $I^{(1)}(\Omega)$

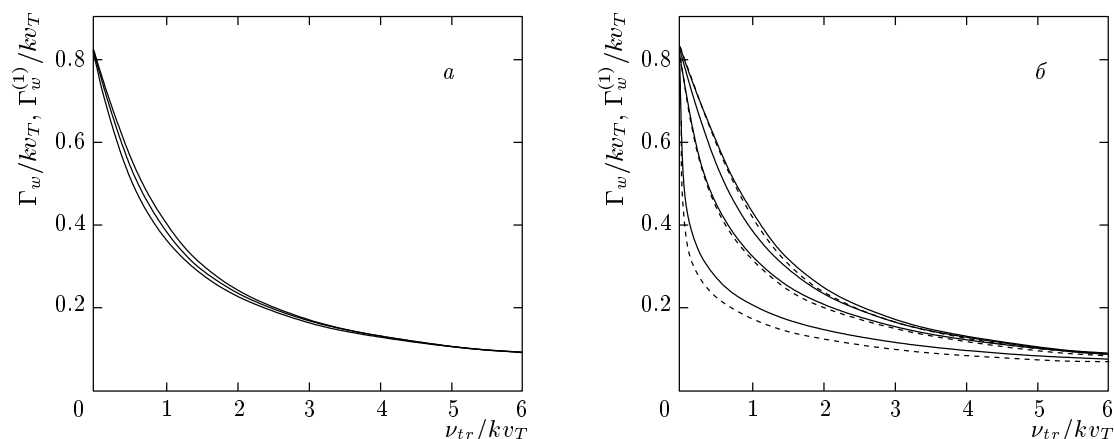


Рис. 6. Зависимость полуширины линии Γ_w (сплошные кривые) и $\Gamma_w^{(1)}$ (штриховые кривые; расчет при использовании одномерных уравнений) от средней транспортной частоты столкновений ν_{tr} . Значения параметра n для степенного потенциала взаимодействия соответствуют расположению сплошных кривых в порядке сверху вниз. $\beta = 10$, $\gamma/kv_T = 10^{-2}$; $a - n = 6, 4, 3$; $b - n = \infty, 4, 2, 1$. Графики Γ_w и $\Gamma_w^{(1)}$ на рис. 6а сливаются и воспринимаются как одна кривая

это означает, что рост параметра n должен приводить к уменьшению значения $I^{(1)}(0)$ и наоборот. Выясним причину такого поведения $I^{(1)}(0)$ в зависимости от n . Рассмотрим случай большого доплеровского уширения линии поглощения, $kv_T \gg \nu_{tr}, \gamma$. В этих условиях при $\Omega = 0$ с полем взаимодействуют только те частицы, которые находятся в узком скоростном интервале вблизи $v_z = 0$. Следовательно, диффузионное перемещение выделенной группы частиц будет определяться одномерной транспортной частотой столкновений $\nu_{trv}^{(1)}(0)$. Для степенных потенциалов с $n < 4$ частота $\nu_{trv}^{(1)}(0) > \nu_{tr}$ (рис. 5) и растет с уменьшением n (для потенциала $n = 4$ имеем $\nu_{trv}^{(1)}(0) = \nu_{tr}$). Чем больше частота столкновений $\nu_{trv}^{(1)}(0)$ группы резонансных частиц вблизи $v_z = 0$, тем сильнее дикковское сужение линии. Таким образом, при $n < 4$ линия сужается по сравнению со случаем $n = 4$ (постоянная транспортная частота столкновений $\nu_{trv}(v) = \text{const}$). Сужение тем заметнее, чем меньше n . Аналогичным образом объясняется и уширение линии при $n > 4$ по сравнению со случаем $n = 4$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты данной работы показывают, что при расчете эффекта Дикке сужения спектральных линий учет зависимости транспортной частоты столкновений $\nu_{trv}(v)$ от скорости может существенно из-

менить расчетное значение ширины линии. Сужение или уширение линии по сравнению со случаем постоянных частот столкновений может достигать 5–12% для молекул, а для ионов в равновесной плазме линия может сузиться более чем в 2 раза. Если $\nu_{trv}(v)$ растет со скоростью v , то линия уширяется по сравнению со случаем $\nu_{trv}(v) = \text{const}$ и наоборот — сужается, если $\nu_{trv}(v)$ уменьшается с ростом v .

Неожиданным оказался тот факт, что при некотором значении Ω_c расстройки частоты излучения Ω значение $I(\Omega_c)$ практически одинаково при любой зависимости $\nu_{trv}(v)$ от v .

Проведенные в данной работе количественные расчеты подтвердили возможность использования более простых приближенных одномерных квантовых кинетических уравнений вместо трехмерных для решения задач спектроскопии, в которых важен учет зависимости частоты столкновений от скорости. Количественное обоснование применимости одномерного подхода к решению подобных задач важно по той причине, что переход от трехмерных к одномерным уравнениям может давать многократный выигрыш при проведении численных расчетов, как продемонстрировано в недавней работе [11].

Авторы выражают благодарность С. Г. Раутиану и Д. А. Шапиро за ценные замечания и обсуждение результатов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований

(проект 01-02-17433) и программы Минпромнауки РФ «Физика квантовых и волновых процессов».

ПРИЛОЖЕНИЕ

Введем функцию Грина для уравнения (2), удовлетворяющую следующему уравнению, содержащему только характеристики среды (но не излучения):

$$\gamma F(\mathbf{v}|\mathbf{v}') = S[F(\mathbf{v}|\mathbf{v}')] + \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}'). \quad (\text{П.1})$$

Формально решение уравнения (2) через эту функцию Грина выражается следующим образом:

$$\rho(\mathbf{v}) = \int F(\mathbf{v}|\mathbf{v}') \times \\ \times [W(\mathbf{v}') + i(\Omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}')\rho(\mathbf{v}')] d\mathbf{v}'. \quad (\text{П.2})$$

Мы получили новое интегральное уравнение для $\rho(\mathbf{v}')$, которое оказывается полезным в условиях, когда распределение по скоростям $\rho(\mathbf{v}')$ слабо отличается от максвелловского. Покажем это. Проинтегрируем уравнение (2) по скоростям в условиях (14), в результате чего получим

$$(\gamma - i\Omega)\langle\rho\rangle = 1 - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{j}, \quad \mathbf{j} \equiv \int \mathbf{v}\rho(\mathbf{v}) d\mathbf{v}. \quad (\text{П.3})$$

Величину $\mathbf{k} \cdot \mathbf{j}$ вычисляем, используя (П.2):

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{j} = \int (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v})F(\mathbf{v}|\mathbf{v}') \times \\ \times [W(\mathbf{v}') + i(\Omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}')\rho(\mathbf{v}')] d\mathbf{v} d\mathbf{v}'. \quad (\text{П.4})$$

Интегрирование по \mathbf{v} затрагивает только функцию Грина:

$$\int \mathbf{v}F(\mathbf{v}|\mathbf{v}') d\mathbf{v} \equiv \ell(\mathbf{v}') = \mathbf{v}'\tau(v'). \quad (\text{П.5})$$

Величина ℓ имеет размерность длины, $\tau(v')$ — размерность времени (их физический смысл мы обсудим ниже). Представим $\rho(\mathbf{v})$ в виде

$$\rho(\mathbf{v}) = \langle\rho\rangle W(\mathbf{v}) + \delta\rho(\mathbf{v}), \quad (\text{П.6})$$

где $\delta\rho(\mathbf{v})$ будем считать малой добавкой к равновесному распределению $\langle\rho\rangle W(\mathbf{v})$ и при подстановке в (П.4) этой добавкой пренебрежем. Из очевидных симметричных соображений при интегрировании в (П.4) по \mathbf{v}' отличным от нуля останется только один член, так что

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{j} = -i\langle\rho\rangle \int (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}')^2 \tau(v')W(\mathbf{v}') d\mathbf{v}' = \\ = -ik^2 D \langle\rho\rangle, \quad (\text{П.7})$$

$$D \equiv \int (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}')^2 \tau(v')W(\mathbf{v}') d\mathbf{v}',$$

$$\tau(v') \equiv \int \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}')}{v'^2} F(\mathbf{v}|\mathbf{v}') d\mathbf{v}.$$

Здесь \mathbf{n} — единичный вектор в произвольно заданном направлении.

С учетом (П.7) из (П.3) получаем

$$\langle\rho\rangle = \frac{1}{\gamma + k^2 D - i\Omega}, \\ I(\Omega) \equiv \frac{\text{Re}\langle\rho\rangle}{\pi} = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma + \gamma_{tr}}{(\gamma + \gamma_{tr})^2 + \Omega^2}, \quad (\text{П.8}) \\ \gamma_{tr} = k^2 D.$$

Таким образом, при достаточно высоких давлениях буферного газа, когда доплеровское уширение незначительно и функция распределения по скоростям $\rho(\mathbf{v})$ близка к максвелловской, контур линии $I(\Omega)$ приобретает универсальный вид согласно (П.8) с полушириной, определяемой интегральной характеристикой D , которая, в свою очередь, однозначно выражается через величину $\tau(v)$. Величины $\ell(\mathbf{v})$, $\tau(v)$ и D могут рассматриваться в качестве феноменологических характеристик данной газовой системы, однако, как видно из их структуры, они формируются как итог ряда последовательных столкновений, и общего выражения через характеристики элементарного акта рассеяния для них не существует. Однако в некоторых частных моделях их можно выразить через параметры интеграла столкновений. Рассмотрим модель интеграла столкновений с изотропным по скоростям приходом:

$$S[\rho(\mathbf{v})] = -\nu(v)\rho(\mathbf{v}) + \int A(v|\mathbf{v}_1)\rho(\mathbf{v}_1) d\mathbf{v}_1, \quad (\text{П.9})$$

где ядро интеграла является функцией скорости \mathbf{v}_1 до столкновения и модуля скорости $v = |\mathbf{v}|$ после столкновения. Частными случаями этой модели являются известная модель сильных столкновений и рассматриваемая в настоящей работе модель «кенгуру». С этим интегралом столкновений для функции Грина из (П.1) получаем

$$F(\mathbf{v}|\mathbf{v}') = \frac{1}{\gamma + \nu(v)} \times \\ \times \left[\delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}') + \int A(v|\mathbf{v}_1)F(\mathbf{v}_1|\mathbf{v}') d\mathbf{v}_1 \right]. \quad (\text{П.10})$$

Функция Грина состоит из двух частей: анизотропной (содержащей δ -функцию) и изотропной по \mathbf{v} (интегральный член). При этом анизотропная часть

определена параметрами модели полностью. С другой стороны, величина $\tau(v')$ из (П.7) целиком обусловлена только анизотропной частью функции Грина, так что на основе (П.10) мы получаем для модели (П.9)

$$\tau(v') = \frac{1}{\gamma + \nu(v')}. \quad (\text{П.11})$$

Заметим, что $\tau(v')$ имеет конечный предел и при $\gamma \rightarrow 0$, тогда как в этом пределе величина $\int F(\mathbf{v}|\mathbf{v}') d\mathbf{v}$ стремится к бесконечности.

Обратимся к физическому смыслу величин ℓ , D и τ , для чего рассмотрим обычное кинетическое уравнение Больцмана со стационарным источником и релаксацией:

$$(\gamma + \mathbf{v} \cdot \nabla)\rho(\mathbf{v}) = S[\rho(\mathbf{v})] + Q(\mathbf{r})W(\mathbf{v}), \quad (\text{П.12})$$

где $\rho(\mathbf{v})$ зависит от координат. Для его решения используем функцию Грина (П.1). Формально решение запишется в виде

$$\rho(\mathbf{v}) = \int F(\mathbf{v}|\mathbf{v}') \times [Q(\mathbf{r})W(\mathbf{v}') - (\mathbf{v}' \cdot \nabla)\rho(\mathbf{v}')] d\mathbf{v}'. \quad (\text{П.13})$$

Вычислим поток частиц

$$\mathbf{j} \equiv \int \mathbf{v}\rho(\mathbf{v}) d\mathbf{v},$$

предполагая локальное отклонение от максвелловского распределения незначительным. Действуя так же, как и при выводе формул (П.4)–(П.7), получим

$$\begin{aligned} \mathbf{j} &= - \int \ell(\mathbf{v}')[(\mathbf{v}' \cdot \nabla)\langle \rho \rangle]W(\mathbf{v}') d\mathbf{v}' = \\ &= - \left(\int \tau(v')(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}')^2 W(\mathbf{v}') d\mathbf{v}' \right) \nabla \langle \rho \rangle = \\ &= -D \nabla \langle \rho \rangle. \quad (\text{П.14}) \end{aligned}$$

Из этого результата ясно, что при $\gamma \rightarrow 0$ величина D является обычным коэффициентом диффузии, определяемым как коэффициент пропорциональности между градиентом концентрации и вызываемым им потоком частиц. Коэффициент диффузии выражается через определенным образом усредненные транспортные характеристики — транспортную длину $\ell(\mathbf{v}')$ или транспортное время $\tau(v')$. Смысл транспортной длины легко уяснить на основе ее определения (П.5). В соответствии с нормировкой функции Грина, задаваемой уравнением (П.1), комбинация $F(\mathbf{v}|\mathbf{v}') d\mathbf{v}$ имеет смысл среднего времени нахождения частицы со значением скорости \mathbf{v} в интервале $d\mathbf{v}$. Комбинация $\mathbf{v}F(\mathbf{v}|\mathbf{v}') d\mathbf{v}$ есть среднее перемещение частицы $d\ell$ за это время. Следовательно,

$\ell(\mathbf{v}')$ — среднее перемещение частицы, имевшей первоначально скорость \mathbf{v}' , до полной потери памяти об этой скорости. В общем случае на это требуется конечное число столкновений. Смысл величины $\tau(v')$ также становится прозрачным — это среднее время потери памяти о направлении начальной скорости \mathbf{v}' . Транспортные характеристики $\ell(\mathbf{v}')$ и $\tau(v')$ введены в рассмотрение ранее (см., например, [29, 30]) в связи с задачами газовой кинетики. Как видим, они имеют прямое отношение и к задаче о контуре спектральной линии.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. H. Dicke, Phys. Rev. **89**, 472 (1953).
2. С. Г. Раутиан, И. И. Собельман, УФН **90**, 209 (1966).
3. С. Г. Раутиан, Г. И. Смирнов, А. М. Шалагин, *Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул*, Наука, Новосибирск (1979).
4. L. Galatry, Phys. Rev. **122**, 1218 (1961).
5. С. Г. Раутиан, Опт. и спектр. **86**, 385 (1999).
6. A. Henry, D. Hurtmans, M. Margottin-Maclou, and A. Valentin, J. Quant. Spectr. Rad. Transfer **56**, 647 (1996).
7. B. Lance, G. Blanquet, J. Walrand, and J. P. Bouanich, J. Mol. Spectr. **185**, 262 (1997).
8. A. S. Pine, J. Quant. Spectr. Rad. Transfer **62**, 397 (1999).
9. Е. В. Подивилов, Д. А. Шапиро, Письма в ЖЭТФ **56**, 465 (1992).
10. Е. В. Подивилов, А. И. Черных, Д. А. Шапиро, ЖЭТФ **105**, 1214 (1994).
11. D. A. Shapiro and A. D. May, Phys. Rev. A **63**, 012701 (2000).
12. A. Brissaud and U. Frish, J. Math. Phys. **15**, 524 (1974).
13. T. Privalov and A. Shalagin, Phys. Rev. A **59**, 4331 (1999).
14. S. G. Rautian and A. M. Shalagin, *Kinetic Problems of Nonlinear Spectroscopy*, North-Holland, Amsterdam–New York–Oxford (1991).
15. F. Kh. Gel'mukhanov, L. V. Il'ichov, and A. M. Shalagin, Physica A **137**, 502 (1986).
16. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).

17. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика*, Наука, Москва (1988).
18. В. Е. Голант, А. П. Жилинский, И. Е. Сахаров, *Основы физики плазмы*, Атомиздат, Москва (1977).
19. Б. А. Трубников, в кн.: *Вопросы теории плазмы*, под ред. М. А. Леонтовича, вып. 1, Госатомиздат, Москва (1963), с. 98.
20. Б. А. Трубников, *Теория плазмы*, Энергоатомиздат, Москва (1996).
21. С. Ишимару, *Основные принципы физики плазмы*, Атомиздат, Москва (1975).
22. Ф. Хинтон, в кн.: *Основы физики плазмы*, под ред. А. А. Галеева и Р. Судана, т. 1, Энергоатомиздат, Москва (1983), с. 152.
23. Г. Эккер, *Теория полностью ионизованной плазмы*, Мир, Москва (1974).
24. В. И. Коган, ДАН СССР **135**, 1374 (1960).
25. В. П. Силин, *Введение в кинетическую теорию газов*, Наука, Москва (1971).
26. В. М. Жданов, *Явления переноса в многокомпонентной плазме*, Энергоиздат, Москва (1982).
27. P. R. Berman, T. W. Mossberg, and S. R. Hartmann, *Phys. Rev. A* **25**, 2550 (1982).
28. А. И. Пархоменко, А. М. Шалагин, ЖЭТФ **118**, 279 (2000).
29. I. Kuščer, L. J. F. Hermans, P. L. Chapovsky, J. J. M. Beenakker, and G. J. van der Meer, *J. Phys. B* **26**, 2837 (1993).
30. B. Nagels, P. L. Chapovsky, L. J. F. Hermans, G. J. van der Meer, and A. M. Shalagin, *Phys. Rev. A* **53**, 4305 (1996).