

ДОЗВУКОВЫЕ НЕУСТАНОВИВШИЕСЯ ТЕЧЕНИЯ ГАЗОВЫХ ПОТОКОВ В КАНАЛАХ С ВНУТРЕННИМИ ПОЛОСТЯМИ

В. В. Бреев, Н. Б. Родионов, Н. М. Ефремов***

*Государственный научный центр «Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований»
142190, Троицк, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 13 февраля 2001 г.

Приведена система газодинамических уравнений в общем виде для вещества с произвольным уравнением состояния в случае, когда вместо уравнения энергии используется уравнение энтропии. В приближении идеального газа с вязкостью проведено численное исследование неустановившихся двумерных течений в канале с полостью. Расчеты показали, что при определенных скорости потока, геометрии канала и полости возникают пульсации давления, которые обусловлены выносом вихрей из каверны в основной поток. Численно определены значения амплитуды и частоты пульсаций давления. Если принять меры к ограничению выноса вихрей из полости, например, поставить козырек, ограничивающий связь основного потока и газа в полости, то можно существенно повысить скорость потока в канале без влияния на нее полости. Такие неустановившиеся течения могут реализоваться в каналах МГД-генераторов, резонаторах проточных лазеров, газопроводах для систем вентиляции и транспортировки газа, глушителях, свистках и т. д.

PACS: 47.60.+i

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время имеется большое количество экспериментальных и расчетно-теоретических работ по исследованию дозвуковых установившихся течений в каналах различной формы с гладкими стенками [1]. Такие течения реализуются в дозвуковой части плоского сопла Лавала, межлопаточных каналах турбин и компрессоров, в химических реакторах для нанесения тонких пленок и т. д. Вместе с тем определен научный и практический интерес представляет изучение неустановившихся течений. Здесь можно выделить задачу обтекания полости газовым потоком в канале. Ее решение поможет объяснить природу возникновения вихрей в течениях жидкости или газа, детально изучить генерацию так называемого вихревого звука. Существует также большое количество технических устройств, в которых, по крайней мере, одна стенка имеет полость, замкнутую или открытую, что может привести к возникновению в них неустановившегося режима течения. К таким устройствам относятся каналы

МГД-генераторов, резонаторы проточных газовых лазеров, свистки, газопроводы для систем вентиляции и транспортировки газа, глушители и др. В ряде случаев, например, в импульсно-периодических газовых лазерах при наложении разряда течение в резонаторе носит нестационарный характер и характеризуется затеканием потока в полость и возможным возникновением акустических возмущений в потоке. Рассмотрение такого рода течений позволит оценить влияние неустановившихся характеристик потока или геометрии проточной части, например, на параметры генерируемого излучения, приэлектродные процессы в лазерах и МГД-генераторах и др. Аналитически оценить параметры таких систем возможно только в простых случаях. Численный расчет такого рода течений позволяет проанализировать динамику возмущений в газе и жидкости, рассчитать параметры акустических возмущений и изучить влияние на них характеристик потока в реальной геометрии проточной части.

В настоящее время для численного анализа гидродинамических задач широко используется математическое моделирование, и по этому вопросу существует довольно обширная литература. В каче-

*E-mail: nbrodnik@triniti.ru

**E-mail: efremov@triniti.ru

стве примера можно привести монографию [2]. Система уравнений, используемая при этом, включает в себя уравнения сохранения массы, импульса, полной энергии и замыкается уравнением состояния. Уравнение энергии может быть записано в нескольких эквивалентных формах, но обычно его записывают через удельную энергию или температуру. В работах [3, 4] вместо уравнения энергии использовалось уравнение для энтропии, которое имеет более простой вид, а в качестве независимых термодинамических переменных брались плотность ρ (или давление P) и энтропия S . Такой выбор более целесообразен, так как, например, при адиабатических сжатиях и расширениях в переменных (ρ, S) меняется только ρ , а в случае (ρ, T) меняются обе переменные. Этому же подходу будем придерживаться и мы. В данной работе приведена система уравнений в переменных (ρ, S) и (P, S) в общем случае вещества с произвольным уравнением состояния. В рамках модели идеального газа с учетом вязкости проведено численное моделирование дозвукового газового потока в прямоугольном канале с внутренней полостью, имитирующем проточную часть резонатора газового лазера. Целью данной работы является численное исследование неустановившихся течений в канале с замкнутой полостью, которые могут приводить к возникновению акустических колебаний.

2. УРАВНЕНИЯ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

Система уравнений газодинамики включает уравнение неразрывности

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

уравнение движения

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} + \frac{1}{\rho} \nabla P = \frac{1}{\rho} \mathbf{F} \quad (2)$$

и уравнение энергии, которое можно записать в нескольких эквивалентных формах, причем наиболее простой вид имеет следующая:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{Q}{\rho T}. \quad (3)$$

Здесь ρ — плотность, \mathbf{u} — вектор скорости, P — давление, T — температура, S — энтропия, \mathbf{F} , Q — плотности силового и теплового воздействия на поток за счет внешних источников и диссипативных процессов (вязкости и теплопроводности).

В пользу уравнения энтропии вместо энергии можно привести следующие доводы: во-первых,

уравнение для энтропии записывается в более простом виде: если источники тепла отсутствуют, то имеет место только конвективный перенос S по пространственным координатам; во-вторых, в процессах с постоянной энтропией система (1)–(3) сводится практически к решению двух уравнений (1), (2). Рассматриваемая модель особенно эффективно может быть использована в слабо сжимаемой жидкости, т. е. когда скорость частиц газа много меньше скорости звука. Это позволяет изучить распространение гидродинамических возмущений и в газе, и в жидкости. Особенно простой эта система будет в случае, когда скорость звука постоянна и нет членов, содержащих источник.

В качестве уравнения, связывающего давление и плотность, воспользуемся определением скорости звука:

$$c^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_S. \quad (4)$$

Скорость звука c и величины, которые появляются в системе уравнений при этой замене, вычисляются с помощью термодинамических функций. В общем случае вещества с произвольным уравнением состояния для системы уравнений (1)–(4) в качестве независимых переменных могут быть выбраны (ρ, \mathbf{u}, S) или (P, \mathbf{u}, S) . Остановимся на этих двух случаях подробнее. Пусть в качестве независимых переменных взяты (ρ, \mathbf{u}, S) , а внутренняя энергия E есть заданная функция ρ и S : $E = E(\rho, S)$. Тогда, принимая во внимание (4), для градиента давления имеем

$$\nabla P = c^2 \nabla \rho + \left(\frac{\partial P}{\partial S} \right)_\rho \nabla S.$$

С учетом этого система уравнений (1)–(3) запишется в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} + \operatorname{div} \mathbf{u} &= 0, \\ \frac{d\mathbf{u}}{dt} + c^2 \nabla \varphi + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial S} \right)_\rho \nabla S &= \frac{1}{\rho} \mathbf{F}, \\ \frac{dS}{dt} &= \frac{Q}{\rho T}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $d\varphi = d\rho/\rho$. При этом скорость звука, температура и производная давления по энтропии при постоянной плотности определяются из термодинамических соотношений

$$\begin{aligned} c^2 &= \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho^2 \left(\frac{\partial E}{\partial S} \right)_S \right]_S, \quad \left(\frac{\partial P}{\partial S} \right)_\rho = \frac{\partial^2 E}{\partial \rho \partial S} \rho^2, \\ T &= \left(\frac{\partial E}{\partial S} \right)_\rho. \end{aligned} \quad (6)$$

В случае идеального газа выражение для внутренней энергии имеет вид

$$E = E_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma-1} \exp \left(\frac{S - S_0}{C_V} \right), \quad (7)$$

где E_0 , S_0 , ρ_0 — некоторые опорные значения энергии, энтропии и плотности, γ — показатель адиабаты, $C_V = R/(\gamma - 1)$, R — газовая постоянная. Тогда с помощью формул (6) получаем выражения для температуры, скорости звука и частной производной давления по энтропии:

$$T = T_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma-1} \exp \left(\frac{S - S_0}{C_V} \right), \quad c^2 = \gamma RT,$$

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial S} \right)_\rho = (\gamma - 1)T.$$

При этом давление определяется с помощью уравнения состояния

$$P = \rho RT.$$

Система уравнений (5) записана в переменных (φ, S, \mathbf{u}) , которые могут быть использованы для расчета в случае однородной среды. В случае многокомпонентных сред ρ удобнее заменить на P , так как давление непрерывно на контактной поверхности. Запишем систему газодинамических уравнений в независимых термодинамических переменных (P, \mathbf{u}, S) и будем считать, что задана энтальпия h как функция P и S . Тогда уравнение состояния представим в виде $\rho = \rho(P, S)$. Дифференцируя это выражение по времени и принимая во внимание определение скорости звука (4), имеем

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{c^2} \frac{dP}{dt} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial S} \right)_P \frac{dS}{dt}.$$

Тогда система (1)–(3) с учетом этого преобразуется к виду

$$\frac{1}{c^2} \frac{dP}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{u} = - \left(\frac{\partial \rho}{\partial S} \right)_P \frac{Q}{\rho T},$$

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} + \frac{1}{\rho} \nabla P = \frac{1}{\rho} \mathbf{F}, \quad (8)$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{Q}{\rho R}.$$

Скорость звука, температура, плотность и производная плотности по энтропии при постоянном давлении определяются из термодинамических соотношений

$$c^2 = -\frac{1}{\rho^2} / \left(\frac{\partial^2 h}{\partial P^2} \right)_S, \quad \left(\frac{\partial \rho}{\partial S} \right)_P = -\rho^2 \frac{\partial^2 h}{\partial P \partial S}, \quad (9)$$

$$T = \left(\frac{\partial h}{\partial S} \right)_P, \quad \frac{1}{\rho} = \left(\frac{\partial h}{\partial \rho} \right)_S.$$

В случае идеального газа выражение для энтальпии имеет вид

$$h = h_0 \left(\frac{P}{P_0} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \exp \left(\frac{S - S_0}{C_P} \right),$$

где h_0 — некоторое опорное значение энтальпии, $C_P = R\gamma/(\gamma - 1)$. Тогда с помощью формул (9) получаем

$$T = T_0 \left(\frac{P}{P_0} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \exp \left(\frac{S - S_0}{C_P} \right), \quad c^2 = \gamma RT,$$

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial S} \right)_P = -\frac{\rho}{R}.$$

Уравнение состояния позволяет нам определить плотность

$$\rho = P/RT.$$

В системах (5), (8) уравнения движения и неразрывности без источников образуют систему нелинейной акустики. При этом уравнение энергии (3) может решаться независимо, если скорость звука известна в каждой точке пространства или имеется соотношение, связывающее скорость звука с гидродинамическими величинами (например, адиабата Пуассона).

3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В данной работе в рамках приведенных выше уравнений рассматривается двумерная задача течения газа в прямоугольном канале с замкнутой полостью на боковой стенке. Особенность явлений в этом случае заключается в том, что полость, с одной стороны, является акустическим резонатором, обладающим собственными частотами ν_i , с другой стороны, при обтекании газом или жидкостью в ней могут возникать и уноситься потоком вихри. Периодический вынос из каверны образовавшихся вихрей будет приводить к пульсациям давления. Собственные частоты акустического резонатора определяют его характерными размерами l_r и скоростью звука c и могут быть представлены в общем виде [4]:

$$\nu_i = \frac{c}{l_r} \phi \left(\frac{c}{l_r} \alpha_i \right),$$

где $\phi(c\alpha_i/l_r)$ — некоторый численный коэффициент, α_i — коэффициент затухания для колебаний с частотой ν_i . Частота пульсаций давления, обусловленная периодическим выносом вихрей, возникших в каверне, пропорциональна величине VF/l_r , где F — некоторый коэффициент, зависящий от геометрии.

Такую систему можно рассматривать как автоколебательную нелинейную систему [4], т. е. собственные частоты резонатора и образование вихревой структуры в потоке взаимосвязаны. Рассмотрим такую систему в рамках модели идеального газа. Для этого запишем систему газодинамических уравнений (5) с учетом (6), (7) в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} + \operatorname{div} \mathbf{u} &= 0, \\ \frac{d\mathbf{u}}{dt} + c^2 \nabla \varphi &= \frac{\mu}{\rho} \Delta \mathbf{u} + \frac{1}{3} \frac{\mu}{\rho} \nabla (\operatorname{div} \mathbf{u}), \\ \frac{dS}{dt} &= \frac{\lambda}{\rho} \frac{\Delta T}{T} + \frac{Q}{\rho T}, \end{aligned} \quad (10)$$

где Q — тепло, выделенное работой вязких сил, μ — коэффициент вязкости, λ — коэффициент теплопроводности газа. В данной работе ограничимся случаем, когда скорость течения газа гораздо меньше скорости звука c_0 . В этом случае можно пренебречь теплом, выделенным при вязкой диссипации. Не будем учитывать также теплопроводность. Член, связанный с вязкостью, является определяющим в очень тонком слое. Для характерных геометрических размеров и газодинамических параметров, рассматриваемых в данной работе, толщина ламинарного пограничного слоя равнялась $\delta \approx 0.003$ м [5]. С учетом этих предположений система уравнений (10) запишется в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{d\tau} + \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\beta V_x}{x} &= 0, \\ \frac{dV_x}{d\tau} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} &= \frac{\nu}{c_0} \left(\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} \right) + \\ &+ \frac{\nu}{3c_0} \left(\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y \partial x} \right), \\ \frac{dV_y}{d\tau} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} &= \frac{\nu}{c_0} \left(\frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} \right) + \\ &+ \frac{\nu}{3c_0} \left(\frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial x \partial y} \right), \quad \frac{dS}{dt} = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где $\beta = 0, 1$ соответственно для плоской и цилиндрической геометрий, V_x, V_y — нормированные на скорость звука c_0 компоненты вектора скорости \mathbf{u} соответственно вдоль осей x, y , $\nu = \eta/\rho$ — кинематическая вязкость. Вместо времени введена переменная $\tau = c_0 t$. С помощью системы (11) численно проанализируем динамику нестационарного взаимодействия потока газа в прямоугольном канале с полостью. Запишем систему (11) в компактной матричной форме:

$$\frac{d\Phi}{d\tau} + A\Phi + \psi = 0, \quad (12)$$

где

$$\Phi = \begin{Bmatrix} \varphi \\ V_x \\ V_y \end{Bmatrix}, \quad A = \begin{vmatrix} 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 \end{vmatrix},$$

$$\Psi = \begin{vmatrix} \frac{\beta V_x}{x} \\ \frac{\nu}{c_0} \Delta V_x + \frac{\nu}{3c_0} \frac{\partial \operatorname{div} \mathbf{V}}{\partial x} \\ \frac{\nu}{c_0} \Delta V_y + \frac{\nu}{3c_0} \frac{\partial \operatorname{div} \mathbf{V}}{\partial y} \end{vmatrix}.$$

Начальные условия задаются в виде

$$\Phi(x, y, 0) = \Phi_0(x, y).$$

Вид граничных условий зависит от конкретной постановки задачи.

4. ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ

Для нахождения численного решения (12) используется метод суммарной аппроксимации [9]. На шаге $\Delta\tau$ последовательно решаются две задачи:

$$\frac{\partial \Phi_x}{\partial \tau} + A_x \frac{\partial \Phi_x}{\partial x} + \Psi_x = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \Phi_y}{\partial \tau} + A_y \frac{\partial \Phi_y}{\partial y} + \Psi_y = 0, \quad (14)$$

где

$$\Phi_x = \begin{Bmatrix} \varphi \\ V_x \end{Bmatrix}, \quad \Phi_y = \begin{Bmatrix} \varphi \\ V_y \end{Bmatrix},$$

$$A_x = \begin{vmatrix} V_x & 1 \\ 1 & V_x \end{vmatrix}, \quad A_y = \begin{vmatrix} V_y & 1 \\ 1 & V_y \end{vmatrix},$$

$$\Psi_x = \begin{vmatrix} \frac{\beta V_x}{x} \\ \frac{\nu}{c_0} \left(\Delta V_x + \frac{\partial \operatorname{div} \mathbf{V}}{3\partial x} \right) \end{vmatrix},$$

$$\Psi_y = \begin{vmatrix} 0 \\ \frac{\nu}{c_0} \left(\Delta V_y + \frac{\partial \operatorname{div} \mathbf{V}}{3\partial y} \right) \end{vmatrix}.$$

Для уравнений (13), (14) применяется явная двухшаговая разностная схема [6–8], модифицированная для данной задачи:

$$\tilde{\Phi}_{xk\pm 1}^{\tau+\Delta\tau} = \Phi_{xk\pm 1}^{\tau} \pm B_{xk\pm 1}^{\tau} \frac{\Phi_{xk\pm 1}^{\tau} - \Phi_{xk}^{\tau}}{\Delta x} \Delta\tau + \Psi_{xk}^{\tau} \Delta\tau,$$

$$\tilde{\Phi}_{yk\pm 1}^{\tau+\Delta\tau} = \Phi_{yk\pm 1}^{\tau} \pm B_{yk\pm 1}^{\tau} \frac{\Phi_{yk\pm 1}^{\tau} - \Phi_{yk}^{\tau}}{\Delta x} \Delta\tau + \Psi_{yk}^{\tau} \Delta\tau,$$

где

$$B_{xk\pm 1}^{\tau} = \begin{vmatrix} \frac{V_{xk\pm 1} + V_{xk}}{2} & 1 \\ 1 & \frac{V_{xk\pm 1} + V_{xk}}{2} \end{vmatrix},$$

$$B_{yk\pm 1}^{\tau} = \begin{vmatrix} \frac{V_{yk\pm 1} + V_{yk}}{2} & 1 \\ 1 & \frac{V_{yk\pm 1} + V_{yk}}{2} \end{vmatrix},$$

$$\Psi_{xk}^{\tau} = \begin{vmatrix} \frac{\beta V_x}{x} \\ \nu \left(\Delta V_x + \frac{\partial \operatorname{div} \mathbf{V}}{3\partial x} \right)_k \end{vmatrix},$$

$$\Psi_{yk}^{\tau} = \begin{vmatrix} 0 \\ \nu \left(\Delta V_y + \frac{\partial \operatorname{div} \mathbf{V}}{3\partial y} \right)_k \end{vmatrix},$$

$$\tilde{\Phi}_{xk}^{\tau+\Delta\tau} = \Phi_{xk}^{\tau} + A_{xk}^{\tau+\Delta\tau} \frac{\tilde{\Phi}_{xk+1}^{\tau+\Delta\tau} - \tilde{\Phi}_{xk-1}^{\tau+\Delta\tau}}{2\Delta x} \Delta\tau + \tilde{\Psi}_{xk}^{\tau+\Delta\tau} \Delta\tau,$$

$$\tilde{\Phi}_{yk}^{\tau+\Delta\tau} = \Phi_{yk}^{\tau} + A_{yk}^{\tau+\Delta\tau} \frac{\tilde{\Phi}_{yk+1}^{\tau+\Delta\tau} - \tilde{\Phi}_{yk-1}^{\tau+\Delta\tau}}{2\Delta x} \Delta\tau + \tilde{\Psi}_{yk}^{\tau+\Delta\tau} \Delta\tau,$$

$$A_{xk}^{\tau+\Delta\tau} = \begin{vmatrix} V_{xk} & 1 \\ 1 & V_{xk} \end{vmatrix}, \quad A_{yk}^{\tau+\Delta\tau} = \begin{vmatrix} V_{yk} & 1 \\ 1 & V_{yk} \end{vmatrix}.$$

Выражения для $\tilde{\Psi}_{xk}^{\tau+\Delta\tau}$ и $\tilde{\Psi}_{yk}^{\tau+\Delta\tau}$ аналогичны выражениям для Ψ_{xk}^{τ} и Ψ_{yk}^{τ} , но строятся с учетом вида $\tilde{\Phi}_{xk\pm 1}^{\tau+\Delta\tau}$, $\tilde{\Phi}_{yk\pm 1}^{\tau+\Delta\tau}$.

Приведенная схема обладает вторым порядком точности по пространственным координатам и первым по времени [9]. Условия устойчивости схемы выполнены с запасом.

Граничные условия будем рассчитывать с помощью уравнений (1), (2), записанных в характеристической форме:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{d\tau} \pm \frac{dV_x}{d\tau} \pm \frac{V_x \beta}{x} &= 0, & \frac{dx}{d\tau} &= V_x \pm 1, \\ \frac{d\varphi}{d\tau} \pm \frac{dV_y}{d\tau} &= 0, & \frac{dy}{d\tau} &= V_y \pm 1. \end{aligned} \quad (15)$$

Для визуализации поля скоростей будем вычислять величины

$$\bar{V}_x = \frac{V_x}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}, \quad \bar{V}_y = \frac{V_y}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}$$

и строить векторные диаграммы векторного поля (\bar{V}_x, \bar{V}_y) .

В качестве теста проведен расчет одномерных плоских, цилиндрических и сферических звуковых импульсов при условии, что скорость звука много больше скорости перемещения частиц газа. Такие расчеты проведены в соответствии с методикой, изложенной в [6]. Полученные результаты (газодинамические параметры импульсов) сравнивались с аналитическими выражениями [10], проведена проверка законов сохранения в этом случае. С целью проверки программы также контролировался расход во входном и выходном сечениях. Расчеты показали, что при $\tau \geq 20$ расходы совпадали с точностью до 1%. Также проведены расчеты вязкого установившегося плоскопараллельного течения в канале и с удовлетворительной точностью получен параболический профиль скоростей. [12].

5. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

В рамках поставленной задачи рассмотрим течение воздуха в прямоугольном канале с полостью на боковой стенке, имитирующем проточную часть газового лазера. Схема такого устройства приведена на рис. 1. Для расчета были выбраны следующие геометрические размеры и параметры потока и полости: длина канала по потоку $L = 0.3$ м, ширина канала $H = 0.1$ м, длина полости $l_c = 0.13$ м, высота полости $h_c = 0.04$ м, длина и высота горла, соединяющего канал и резонаторную полость, $l_{th} = 0.1$ м и $h_{th} = 0.03$ м. Давление на выходе канала было

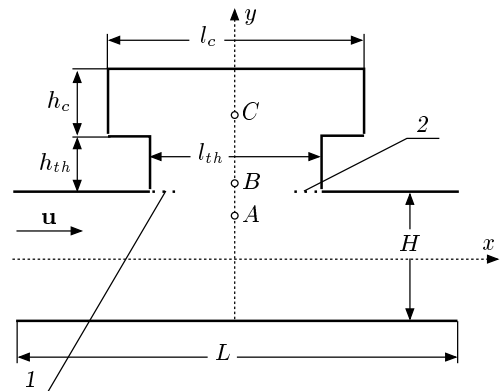


Рис. 1. Схема канала и каверны: L, H — длина и ширина канала, l_c, h_c — длина и ширина резонаторной полости, l_{th}, h_{th} — длина и высота горла, соединяющего канал и резонаторную полость. Пунктиром обозначены два козырька (1, 2). Кружками обозначены точки A, B, C , где рассчитываются пульсации давления

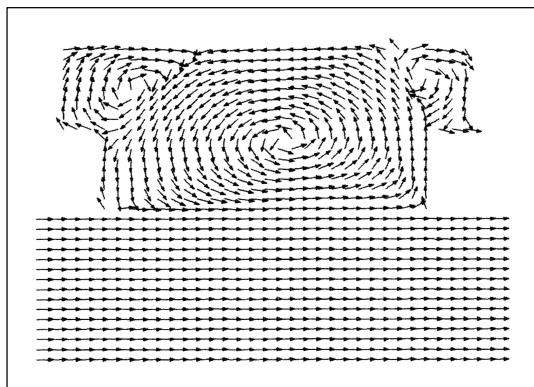


Рис. 2. Фрагмент картины поля скоростей (\bar{V}_x, \bar{V}_y) в каверне и канале при входной скорости потока 20 м/с

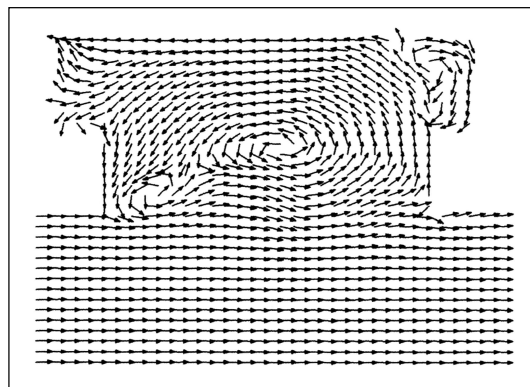


Рис. 3. Фрагмент картины поля скоростей (\bar{V}_x, \bar{V}_y) в каверне и канале при входной скорости потока 60 м/с

взято $P_{out} = 0.1$ атм, температура 300 К. Входная скорость варьировалась от 10 до 100 м/с. Расчеты проводились на квадратной сетке. Величина шага по пространству полагалась равной $\Delta h = 0.002$ м, шаг по времени $\Delta \tau = C_K \Delta h$, где C_K — число Куранта. Было принято $C_K = 0.9$ [8, 9]. Расчет проводился в течение времени $t \approx 0-0.02$ с. Во входном сечении задавалась скорость, в выходном — давление. При $t = 0$ в расчетной области скорость была задана нулевой, а давление полагалось равным выходному. Стационарное течение устанавливалось за времена $\sim L/V$. Переходной процесс вызывал пульсации давления, которые либо затухали, либо нет. Считалось, что если амплитуда пульсаций продолжает уменьшаться на временах $t \gg L/V$, то такой колебательный процесс является затухающим, и наоборот, если амплитуда в зависимости от времени не меняется, то в потоке имеют место пульсации давления. С целью контроля также проводились расчеты для времен (≈ 0.6 с), значительно превышающих время L/V , которые показывали наличие пульсаций давления или их отсутствие в зависимости от выбранных параметров.

Расчеты показывают, что во всем интервале рассмотренных параметров задачи в начальный период в полости по всей ее глубине возникают колебания давления с частотой $\nu \approx 800$ Гц, амплитуда которых достигает 8% от давления на выходе из канала. С течением времени эти колебания в зависимости от скорости потока в канале могут либо затухать (при $V \leq 40$ м/с), либо их амплитуда выходит на некоторое стационарное значение, и эти возмущения передаются основному потоку ($V \geq 60$ м/с). На рис. 2, 3 приведены фрагменты картины поля

скоростей (\bar{V}_x, \bar{V}_y) . Анализ поля скоростей в канале и полости показывает, что в каверне образуется вихрь. При скоростях основного потока до 40 м/с этот вихрь находится в каверне и центр его неподвижен (рис. 2). При увеличении скорости от 40 до 60 м/с вихрь совершает движение по каверне, одновременно в полости образуются вихри гораздо меньших размеров. Один из вихрей, образующийся вблизи потока, периодически возникает и выносится в основной поток, а потому с ростом скорости затухание пульсаций давления становится слабее. При достижении входной скорости значения около 60 м/с возникает периодический вынос всех вихрей, образующихся в каверне. Причем вторичный вихрь, который образуется у левой стенки горла, по величине сравним с первоначальным (рис. 3). С этого момента колебания давления перестают затухать. Поток в канале начинает «шуметь». Расчеты показывают, что период повторения картины поля скоростей соответствует частоте приблизительно 800 Гц. Можно предположить, что периодический вынос вихрей из каверны поддерживает колебания давления. На рис. 4 приведены картины распределения давления от времени в точках A, B, C (рис. 1). Видно, что колебания происходят с частотой ≈ 800 Гц. Расчеты, проведенные на более мелкой сетке, дали те же самые результаты.

В работе проведены расчеты течения в зависимости от геометрических размеров каверны. Оказывается, что увеличение высоты кармана h_c приблизительно на 20% совсем незначительно меняет частоту, но снижает значение критической скорости, при которой затухание пульсаций давления прекращается. В данном случае она составляет 20 м/с. Ана-

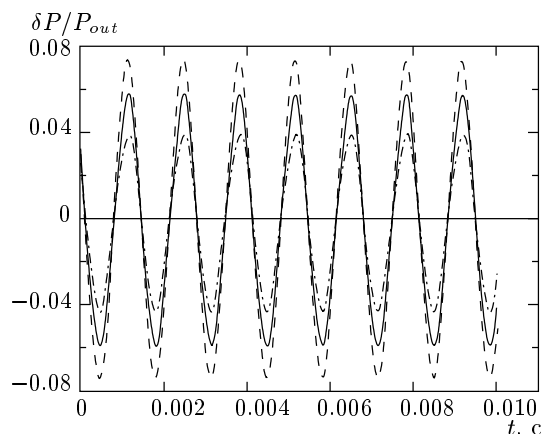


Рис. 4. Зависимости пульсаций давления ($\delta P/P_{out}$) от времени при входной скорости 60 м/с в точках потока A , B , C (рис. 1). Штрих-пунктирная кривая — в точке A , сплошная кривая — в точке B , штриховая кривая — в точке C

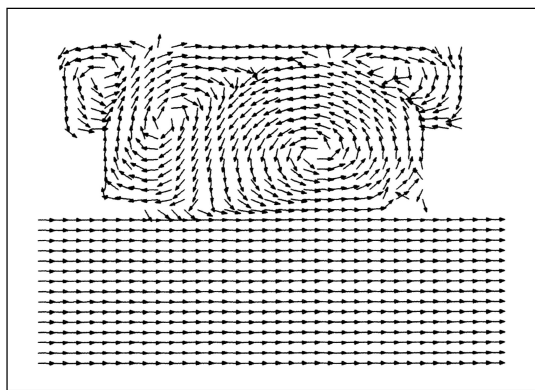


Рис. 5. Фрагмент картины поля скоростей (\bar{V}_x, \bar{V}_y) в каверне и канале при наличии козырьков со стороны невозмущенного потока. Входная скорость потока 60 м/с

логично, увеличение ширины резонаторной полости на 20% ведет к снижению критической скорости в 2 раза.

Расчеты показали, что можно существенно уменьшить пульсации давления, если между полостью и каналом поставить тонкий козырек 1, размером не более 1 см со стороны невозмущенного потока в начале каверны (см. рис. 1). Установка козырька приводит к тому, что он стабилизирует первоначальный вихрь в полости и не дает зародиться вихрям вблизи основного потока в каверне. Поэтому скорость, при которой колебания давления затухают, увеличивается до 100 м/с (при бóльших

скоростях расчеты не проводились). Картина поля скоростей при этом похожа на картину, приведенную на рис. 2. Установка еще одного козырька (2, рис. 1) в конце каверны практически уже не оказывает влияния на характер течения потока в канале, но в каверне образуются два сопряженных вихря (рис. 5).

Следует отметить, что поскольку размеры полости не являются малыми по сравнению с расчетной областью, правильнее рассматривать всю область как сложный акустический резонатор, когда длина канала по потоку L и ширина канала H влияет на критическую скорость и частоту пульсаций давления. Поэтому полученные результаты носят качественный характер, а для каждого конкретного устройства расчеты должны проводиться с учетом конкретной геометрии.

Данная методика применима также для исследования неустойчивого течения жидкости в канале с полостью, если уравнение состояния идеального газа заменить соответствующим уравнением для жидкости в виде формулы Тэта [11].

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе система уравнений гидрогазодинамики приведена в общем виде с произвольным уравнением состояния для случая, когда вместо уравнения энергии используется уравнение энтропии. В рамках приближения идеального газа с учетом вязкости приведено численное исследование двумерного неустойчивого дозвукового течения в канале с полостью, имитирующем проточную часть газового лазера. Выявлено, что в таких случаях при некоторой скорости набегающего потока в нем могут возникать пульсации давления, которые обусловлены характеристиками невозмущенного потока и геометрией проточной части. Проанализированы частота и амплитуда этих пульсаций. Получено, что изменение геометрических размеров каверны на 20% приводит к изменению в 2 раза критической скорости, при которой возникают акустические возмущения. Расчеты показали, что колебания давления связаны с выносом возникающих в полости вихрей, и частота этих колебаний совпадает с частотой выноса вихрей из каверны. Наличие козырьков в замкнутой полости вблизи потока может существенно ослабить ее влияние на основной поток и повысить критическую скорость потока, при которой возникают пульсации давления в канале.

ЛИТЕРАТУРА

1. У. Г. Пирумов, Г. С. Росляков, *Течения газа в соплах*, Изд-во МГУ, Москва (1978).
2. С. К. Годунов, А. В. Забродин, М. Я. Иванов, А. Н. Крайко, Г. П. Прокопов, *Численное решение многомерных задач газовой динамики*, Наука, Москва (1976).
3. К. П. Станюкович, *Неустановившиеся движения сплошной среды*, Наука, Москва (1971).
4. Д. И. Блохинцев, *Акустика неоднородно движущейся среды*, Наука, Москва (1981).
5. М. Е. Дейч, *Техническая газодинамика*, Гос. энерг. изд-во, Москва, Ленинград (1953).
6. В. В. Бреев, Л. Г. Куркина, Н. Б. Родионов, Препринт ИАЭ им. И. В. Курчатова № 5352/7 (1991).
7. В. В. Бреев, Л. Г. Куркина, Н. Б. Родионов, Препринт ИАЭ им. И. В. Курчатова № 5532/16 (1992).
8. В. В. Бреев, О. И. Печенова, Препринт ИАЭ им. И. В. Курчатова № 4022/12 (1984).
9. А. А. Самарский, *Теория разностных схем*, Наука, Москва (1977).
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, Москва (1988).
11. Р. Курант, К. О. Фридрихс, *Сверхзвуковое течение и ударные волны*, Москва (1960).
12. Г. Шлихтинг, *Теория пограничного слоя*, Изд-во Иностран. лит., Москва (1956).