

НЕЛИНЕЙНЫЙ ДОПЛЕР-СДВИНУТЫЙ ЦИКЛОТРОННЫЙ РЕЗОНАНС В АЛЮМИНИИ

В. Г. Скобов

*Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук
194021, Санкт-Петербург, Россия*

*А. С. Чернов**

*Московский государственный инженерно-физический институт
115409, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 18 сентября 2000 г.

Теоретически исследован доплер-сдвинутый циклотронный резонанс в пластине алюминия в геометрии, когда постоянное магнитное поле \mathbf{H} направлено вдоль кристаллографической оси $[100]$, ориентированной по нормали к поверхности пластины. Рассмотрение проведено для простой модельной поверхности Ферми, обладающей симметрией четвертого порядка. Показано, что захват дырок магнитным полем радиочастотной волны существенно уменьшает эффективность циклотронного поглощения при больших амплитудах возбуждающего поля. Это приводит к подавлению бесстолкновительного затухания доплеронов — распространяющихся мод, связанных с нечетными гармониками циклотронного резонанса. В результате происходит «просветление» образца по отношению к радиоизлучению.

PACS: 72.15.-v

В работе [1] исследовалось проникновение радиоволн через благородные металлы в нелинейном режиме. Было показано, что «захват» носителей магнитным полем волны большой амплитуды может существенно уменьшить бесстолкновительное поглощение. Так, в геометрии, когда постоянное магнитное поле \mathbf{H} направлено вдоль оси $[110]$ и на поверхности Ферми имеются открытые орбиты, обусловленное ими затухание подавляется настолько сильно, что становится возможным распространение геликона (в линейном режиме носители на открытых орбитах препятствуют распространению геликона). В области же ниже порога геликона подавление циклотронного поглощения волны дырками может быть настолько сильным, что становится возможным распространение новой волны, не имеющей аналогов в линейном режиме.

Значительные нелинейные эффекты в распространении радиоволн возможны не только в благородных, но в других металлах с неравными концентрациями электронов и дырок, в частности в

алюминии. Ферми-поверхность алюминия не похожа на ферми-поверхности благородных металлов, и бесстолкновительное поглощение в нем, определяемое видом функции $\partial S/\partial p_z$ ($S(p_z)$ — площадь сечения поверхности Ферми плоскостью $p_z = \text{const}$, p_z — составляющая импульса электрона проводимости вдоль оси z — направления поля \mathbf{H}), имеет иные свойства. В алюминии нет открытых орбит, и производная $\partial S/\partial p_z$ не обращается в бесконечность, как это имеет место в благородных металлах на пограничном сечении, отделяющем дырочные орбиты типа «собачья кость» от электронных орбит.

Дырочная ферми-поверхность алюминия такова, что в геометрии $\mathbf{H}||[100]$ площадь $S(p_z)$ максимальна на центральном сечении при $p_z = 0$ и монотонно уменьшается с ростом p_z . При этом функция $|\partial S/\partial p_z|$ изменяется сложным немонотонным образом. Она резко возрастает вблизи центрального сечения, достигает максимума, немного уменьшается и достигает минимума, затем снова возрастает и достигает второго максимума, равного по высоте первому, после чего монотонно уменьшается. В соответствии с этим дырки можно разделить

*E-mail: chernov@theor.mephi.msk.su

на три группы. Первая группа — дырки, для которых $|\partial S/\partial p_z|$ изменяется от нуля до максимального значения. Ко второй группе относятся дырки, для которых $|\partial S/\partial p_z|$ изменяется от первого максимума до второго, а к третьей — дырки, для которых $|\partial S/\partial p_z|$ уменьшается после второго максимума. Хотя вторая группа является самой большой, дырки этой группы не дают вклада в циклотронное поглощение в коротковолновой области. Циклотронное поглощение в этой области обусловлено дырками первой и третьей групп, которые составляют относительно малую долю от общего числа дырок. В результате бесстолкновительное поглощение в алюминии оказывается сильно ослабленным по сравнению с металлами, в которых циклотронное поглощение определяется основной группой носителей. Поэтому представляет интерес рассмотреть распространение радиоволн в алюминии в нелинейном режиме, в котором должно иметь место дальнейшее уменьшение бесстолкновительного поглощения. При этом следует иметь в виду, что ситуация в алюминии существенно отличается от ситуации в благородных металлах. В последних орбиты электронов, определяющих спектр нелинейной волны, являются практически круговыми, вследствие чего в этих металлах имеет место только фундаментальный доплер-сдвинутый циклотронный резонанс (ДСЦР). Ферми-поверхность алюминия имеет симметрию четвертого порядка и орбиты дырок второй группы, которые являются основными носителями, ближе к квадрату, чем к окружности. Поэтому в алюминии имеют место кратные ДСЦР, которые должны приводить к существованию соответствующих распространяющихся мод. Изучению этих эффектов в алюминии в нелинейном режиме и посвящена настоящая работа.

1. МОДЕЛЬ ПОВЕРХНОСТИ ФЕРМИ И НЕЛОКАЛЬНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ

Рассмотрим распространение радиоволны в алюминии в геометрии $(\mathbf{H} \parallel \mathbf{k} \parallel [100] \parallel z)$, где \mathbf{k} — волновой вектор. Концентрация электронов в алюминии составляет менее 3% от концентрации дырок, поэтому вкладом электронов в проводимость будем пренебрегать. Графики сечения $S(p_z)$ и его производной $\partial S/\partial p_z$ как функции p_z изображены на рис. 1 штриховыми линиями. Эти графики представляют результат расчета Ларсена и Грейзена [2]. Мы рассмотрим модель, в которой зависимость $S(p_z)$ определяется формулами

$$\frac{1}{2\pi} \frac{\partial S}{\partial p_z} = -p y(p_z) \operatorname{sign} p_z, \quad (1)$$

$$y(p_z) = \alpha \sin \frac{\pi p_z}{2p_1}, \quad |p_z| \leq p_1, \quad (2)$$

$$y(p_z) = \frac{1}{2} \left[1 + \alpha + (\alpha - 1) \cos \left(\pi \frac{|p_z| - p_1}{p_2} \right) \right], \quad (3)$$

$$p_1 \leq |p_z| \leq p_1 + p_2,$$

где α — безразмерная константа, а p , p_1 , p_2 — параметры размерности импульса. В интервале $p_1 + p_2 \leq |p_z| \leq 2(p_1 + p_2)$ функцию y нужно продолжить симметрично относительно точки $p_z = p_1 + p_2$. График функции $y(p_z)$ при $\alpha = 1.1$ и $p_2/\hbar = 2p_1/\hbar = 0.35 \text{ \AA}^{-1}$ изображен на рис. 1б сплошной линией. То обстоятельство, что он симметричен относительно минимума, значительно упрощает вычисление нелокальной проводимости. Левая часть графика $y(p_z)$ похожа на соответствующую часть расчетной кривой Ларсена и Грейзена. Различие же правых частей несущественно, поскольку большинство дырок находится в области $|p_z| \leq p_1 + p_2$. Параметр p следует взять таким, чтобы период осцилляций Гантмахера–Канера совпадал с экспериментально наблюдаемым. Это имеет место при $p/\hbar = 1 \text{ \AA}^{-1}$. Отметим, что при такой величине p значение $\partial S/\partial p_z$ в минимуме получается несколько больше, чем у Ларсена и Грейзена [2]. Необходимо еще задать значение площади центрального сечения $S(p_z = 0)$. Оно определяется из условия равенства концентрации дырок в рассматриваемой модели истинной концентрации дырок в алюминии [3]:

$$\frac{2V}{(2\pi\hbar)^3} = N, \quad (4)$$

где

$$V = 4(p_1 + p_2) S(p_1 + p_2), \quad (5)$$

V — объем, охватываемый дырочной поверхностью Ферми. Формула (5) получается вследствие симметрии функции $\partial S/\partial p_z$ относительно точки $p_z = p_1 + p_2$. Учитывая, что

$$S(p_1 + p_2) = S(0) - 2\pi p \int_0^{p_1 + p_2} y(p') dp', \quad (6)$$

нетрудно выразить $S(0)$ через N . При $N = 0.06 \text{ \AA}^{-3}$ график функции $S(p_z)$ для нашей модели изображен на рис. 1а сплошной линией.

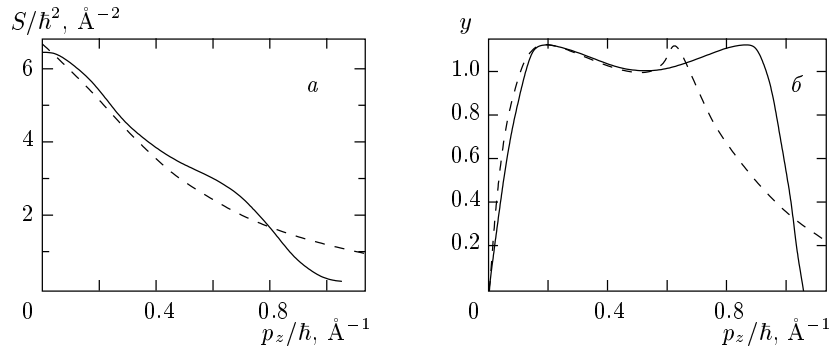


Рис. 1. Графики площади (а) и производной площади (б) поперечного сечения поверхности Ферми алюминия в геометрии $(\mathbf{H} \parallel [100] \parallel z)$

Примем, что орбиты дырок являются квадратными:

$$|p_x| + |p_y| = \sqrt{\frac{1}{2} \tilde{S}(\varepsilon, p_z)}, \quad (7)$$

где $\tilde{S}(\varepsilon, p_z)$ — площадь сечения изоэнергетической поверхности ($\varepsilon = \text{const}$) плоскостью $p_z = \text{const}$. Привлекательность квадратных орбит состоит в их простоте, требуемой симметрии и некоторой схожести с реальными орбитами дырок в алюминии. Кроме того, примем, что циклотронные массы всех дырок одинаковы и равны m . Тогда функцию $\tilde{S}(\varepsilon, p_z)$ можно записать в виде

$$\tilde{S}(\varepsilon, p_z) = 2\pi m (\varepsilon - \varepsilon_F) + S(p_z), \quad (8)$$

где ε_F — энергия Ферми. Из (8) следует, что закон дисперсии дырок имеет вид

$$\varepsilon(p) - \varepsilon_F = \frac{1}{\pi m} (|p_x| + |p_y|)^2 - \frac{S(p_z)}{2\pi m}. \quad (9)$$

Компоненты вектора скорости дырки определяются формулами

$$v_\alpha \equiv \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_\alpha} = \frac{2}{\pi m} (|p_x| + |p_y|) \text{sign } p_\alpha, \quad \alpha = x, y, \quad (10)$$

$$v_z \equiv \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_z} = -\frac{1}{2\pi m} \frac{\partial S}{\partial p_z}. \quad (11)$$

В рассматриваемом нами случае, когда векторы \mathbf{k} и \mathbf{H} направлены вдоль оси симметрии поверхности Ферми, система уравнений для циркулярно поляризованных компонент волнового поля распадается на два независимых уравнения, содержащих элементы

проводимости $\sigma_\pm(k, H) = \sigma_{xx} \pm i\sigma_{yx}$. Согласно [4], эти элементы определяются формулами

$$\sigma_\pm(k, H) = \frac{2\pi e^2 m}{(2\pi\hbar)^3} \times \int dp_z \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{v_n^\pm (v_n^+ + v_n^-)}{\nu + i(n\omega_c - kv_z - \omega)}, \quad (12)$$

где

$$v_n^\pm = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [v_x(\tau) \pm iv_y(\tau)] e^{in\tau} d\tau, \quad (13)$$

e — абсолютная величина заряда электрона, c — скорость света, $\omega_c = eH/mc$ — циклотронная частота дырок, ν — частота их столкновений с решеткой, τ — безразмерное время, характеризующее движение частицы по орбите. В дальнейшем нас будет интересовать случай сильных магнитных полей, когда $\omega_c \gg |\nu - i\omega|$.

Согласно (7), при фиксированных ε и p_z сумма $|p_x| + |p_y| = \text{const}$. Поэтому на каждой стороне квадрата компоненты скорости v_x и v_y , даваемые (10), остаются постоянными. Это существенно упрощает вычисление интеграла (13), поскольку на каждой четверти периода обращения дырки по орбите выражение в квадратных скобках остается неизменным. В результате для v_n^\pm получаются выражения

$$v_n^\pm = \pm \frac{4\sqrt{2}}{\pi^2 n} \frac{\sqrt{S(p_z)}}{m} \delta_{n, 4s \pm 1}, \quad (14)$$

где s пробегает все целые значения от $-\infty$ до ∞ . Из (14) следует, что в проводимости (12) присутствуют гармоники ДСР с номерами $n = \dots, -7, -3, 1, 5, \dots$ в поляризации (+) и с номерами $n = \dots, -5, -1, 3, 7, \dots$ в поляризации

(-). Это связано с тем, что поверхность Ферми имеет симметрию четвертого порядка.

Если подставить (14) и (11) в (12), то выражение для нелокальной проводимости можно представить в форме

$$\sigma_{\pm} = -i \frac{Nec}{H} s_{\pm}(q), \quad (15)$$

$$s_{\pm}(q) = \frac{32}{\pi^3} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(4s \pm 1)^2} F_s^{\pm}(q), \quad (16)$$

$$F_s^{\pm}(q) = \frac{1}{2(p_1 + p_2)} \times \int_0^{p_1+p_2} dp_z \left[\frac{1}{I_s^{\pm} - qy(p_z)} + \frac{1}{I_s^{\pm} + qy(p_z)} \right], \quad (17)$$

$$q = \frac{kcp}{eH}, \quad I_s^{\pm} = 4s \pm 1 - i\gamma, \quad \gamma = \frac{\nu}{\omega_c}. \quad (18)$$

Величина q представляет отношение смещения дырок с $p_z = p_1 + p_2$, которым соответствует минимум $|\partial S / \partial p_z|$, к длине радиочастотной волны.

Отметим, что в локальном бесстолкновительном пределе ($q \rightarrow 0, \gamma \rightarrow 0$)

$$F_s^{\pm} = 1 / (4s \pm 1),$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(4s \pm 1)^3} = \frac{\pi^3}{32}$$

и, следовательно, $s_{\pm}(0) = \pm 1$, т. е. мы получаем локальную холловскую проводимость.

Подставим теперь (2), (3) в (17) и проведем интегрирование по p_z . В результате получаем

$$F_s^{\pm}(q) = \frac{4s \pm 1}{|4s \pm 1|} \times \left\{ \frac{\eta_1}{\sqrt{(I_s^{\pm})^2 - \alpha^2 q^2}} + \frac{\eta_2}{\sqrt{(I_s^{\pm} - \alpha q)(I_s^{\pm} - q)}} + \frac{\eta_2}{\sqrt{(I_s^{\pm} + \alpha q)(I_s^{\pm} + q)}} \right\}, \quad (19)$$

при $q^2 < (4s \pm 1)^2 / \alpha^2$ и

$$F_s^{\pm}(q) = \frac{i\eta_1}{\sqrt{(I_s^{\pm})^2 - \alpha^2 q^2}} - \frac{\eta_2 \operatorname{sign} q}{\sqrt{(I_s^{\pm} - \alpha q)(I_s^{\pm} - q)}} + \frac{\eta_2 \operatorname{sign} q}{\sqrt{(I_s^{\pm} + \alpha q)(I_s^{\pm} + q)}}, \quad (20)$$

при $q^2 > (4s \pm 1)^2$, где коэффициенты

$$\eta_1 = \frac{p_1}{p_1 + p_2}, \quad \eta_2 = \frac{p_2}{2(p_1 + p_2)} \quad (21)$$

для принятых нами значений ($p_2 = 2p_1$) равны $\eta_1 = \eta_2 = 1/3$. Мы не приводим выражений для F_s^{\pm} в промежуточных областях $(4s \pm 1)^2 / \alpha^2 < q^2 < (4s \pm 1)^2$. В этих областях мнимая часть F_s^{\pm} , обусловленная циклотронным поглощением, больше вещественной части F_s^{\pm} , вследствие чего распространение каких-либо мод оказывается невозможным. Поэтому в дальнейшем эти интервалы значений q нас интересовать не будут.

2. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЙ ДОПЛЕРОН В ЛИНЕЙНОМ И НЕЛИНЕЙНОМ РЕЖИМАХ

Свойства собственных мод в металлах определяются решениями дисперсионного уравнения

$$k^2 c^2 = 4\pi i \omega \sigma_{\pm}. \quad (22)$$

Используя безразмерный волновой вектор q , это уравнение удобно записать в форме

$$\Phi_{\pm}(q) = \frac{1}{\xi}, \quad (23)$$

$$\Phi_{\pm}(q) = \frac{s_{\pm}(q)}{q^2}, \quad (24)$$

$$\xi = \frac{4\pi\omega Ncp^2}{eH^3}. \quad (25)$$

Характер решений уравнения (23) можно исследовать, рассмотрев поведение функций Φ_{\pm} . Мнимые части функций Φ_{+} и Φ_{-} совпадают, а их вещественные части различаются только знаком. График $\Phi'_{+} = \operatorname{Re} \Phi_{+}$ в области $q > 1/\alpha$ при $\gamma \rightarrow 0$ приведен на рис. 2 ($\Phi''_{+} = \operatorname{Im} \Phi_{+} = 0$ в этой области). При малых q функция $\Phi'_{+} \approx 1/q^2$. Эта ветвь дисперсионной кривой соответствует геликону, поле которого вращается в ту же сторону, что и дырки. При $q = q_H$ функция Φ'_{+} достигает минимального значения $\Phi_H^{min} \approx 4$ и при $q \rightarrow 1/\alpha$ стремится к бесконечности, что обусловлено резонансом дырок с максимальным смещением за циклотронный период (дырок с $p_z = p_1$). Таким образом, выше порога геликона, находящегося при значении $H = H_L$, при котором $\xi = 1/4$, в принципе, существует ДСЦР-мода, или доплерон. Однако этот доплерон практически

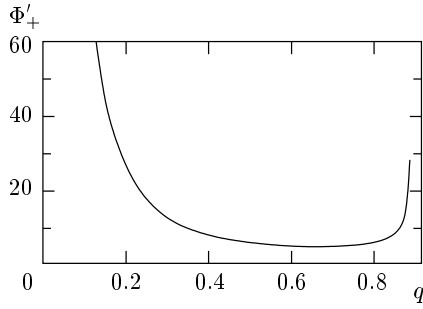


Рис. 2.

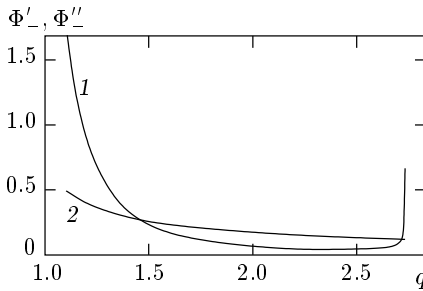


Рис. 3. Графики функций Φ'_- (кривая 1) и Φ''_- (кривая 2)

ненаблюдаем, поскольку он поляризован так же, как и геликон, но имеет намного меньшую амплитуду.

Графики функций $\Phi'_- = \text{Re } \Phi_-$ и $\Phi''_- = \text{Im } \Phi_-$ в области $1 < q < 3/\alpha$, в которой $\Phi'_- > 0$, приведены на рис. 3. На границах этого интервала Φ'_- обращается в бесконечность, а внутри него достигает минимального значения $\Phi_1^{\text{min}} \approx 0.04$. Это означает, что в поляризации «-» в области полей $H > H_1 = H_L/10^{2/3}$ могут существовать две ДСЦР-моды. Одна из них обусловлена фундаментальным ДСЦР дырок с $p_z = p_1 + p_2$, для которых $\partial S/\partial p_z$, и, следовательно, смещение вдоль поля \mathbf{H} за циклотронный период имеют минимум. С ростом H значение q для этой ветви дисперсионной кривой стремится к единице. Вторая мода связана с третьей гармоникой ДСЦР дырок с максимальным смещением за циклотронный период. В сильных полях значение q для этого доплерона стремится к $3/\alpha$. Оба доплерона существуют выше поля H_1 , значение которого примерно в пять раз меньше порогового поля геликона H_L . В действительности оказывается, что доплерон, обусловленный дырками с максимальным смещением, практически ненаблюдаем, поскольку амплитуда третьей гармоники ДСЦР намного меньше (примерно в 30 раз) амплитуды фун-

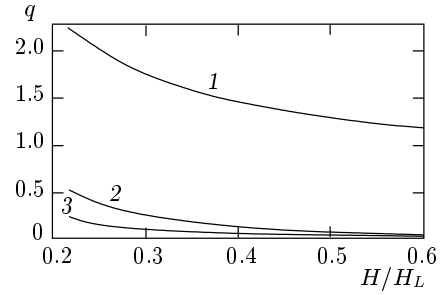


Рис. 4. Графики функций $q'(H)$ (кривая 1) и $q''(H)$ в линейном (кривая 2) и нелинейном (кривая 3) режимах

даментального резонанса.

Для определения спектра и затухания фундаментального доплерона нужно решить дисперсионное уравнение (23) с комплексной функцией $\Phi_-(q)$. В области сильных полей, где $\xi \ll 1$, дисперсионное уравнение можно решить аналитически:

$$q_1 \approx 1 + \xi^2 + i\gamma. \quad (26)$$

В этой области бесстолкновительное циклотронное поглощение практически не дает вклада в затухание доплерона, которое обусловлено столкновениями дырок. В широкой области магнитных полей дисперсионное уравнение можно решить только численно. На рис. 4 приведены графики $q' = \text{Re } q_1$ и $q'' = \text{Im } q_1$ (соответственно кривые 1 и 2) как функции магнитного поля. Видно, что при приближении к порогу доплерона затухание нарастает. При этом основной вклад в затухание дает циклотронное поглощение, обусловленное дырками первой и третьей групп.

Так обстоит дело в линейном режиме. При больших амплитудах радиочастотного поля магнитное поле волны может «захватывать» дырки, ответственные за циклотронное поглощение [5]. В результате на поступательное движение этих дырок вдоль вектора \mathbf{H} накладывается колебательное движение с частотой

$$\omega_0 \approx \omega_c \sqrt{\frac{H_a}{H}}, \quad (27)$$

где H_a — амплитуда магнитного поля волны. Если частота колебаний захваченных дырок настолько велика, что $\omega_0 \gg \nu$, то эффективность поглощения волны такими дырками уменьшается в ω_0/ν раз. При этом выражение для функции $F_1^-(q)$, описыва-

ющей фундаментальный ДСЦР, принимает вид (ср. с (20)):

$$F_{1nl}^-(q) = \frac{i\eta_1\nu}{\omega_0\sqrt{\alpha^2q^2-1}} + \frac{\eta_2}{\sqrt{(\alpha q-1)(q-1)}} - \frac{\eta_2}{\sqrt{(\alpha q+1)(q+1)}}, \quad (28)$$

а остальные члены ряда (16) остаются неизменными. В результате затухание фундаментального доплерона в сравнительно слабых магнитных полях может оказаться значительно ниже, чем в линейном режиме. Так, при частоте $\omega/2\pi = 50$ кГц, частоте столкновений $\nu = 4 \cdot 10^8$ с⁻¹ и амплитуде волнового поля $H_a = 100$ Э отношение ω_0/ν на пороге доплерона ($H = H_1$) примерно равно пяти. Зависимость $q''(H)$ в этом случае изображается кривой 3 на рис. 4. Видно, что захват дырок полем волны в нелинейном режиме значительно уменьшает затухание доплерона.

Помимо распространяющейся моды — доплерона — имеется еще и вторая мода — затухающая. Для нахождения соответствующего ей корня дисперсионного уравнения q_2 в окрестности порога доплерона $H > H_1$ можно воспользоваться асимптотическим видом проводимости $\sigma_-(q)$ при $q^2 \gg 1$, поскольку в этой области $\xi \ll 1$. При этом мы можем не учитывать кратных резонансов, имеющих малые амплитуды, и ограничиться в сумме в (16) членом с $s = 0$. Тогда, пренебрегая отличием коэффициента $32/\pi^3$ от единицы, находим

$$s_-(q) \approx \frac{i}{3\alpha|q|} + \frac{2(1+\alpha)}{3\alpha^{3/2}q^2}. \quad (29)$$

Этой проводимости соответствует хорошо известный аномальный скин-эффект.

В случае сильной нелинейности, $\omega_0 \gg \nu$, когда происходит подавление бесстолкновительного поглощения, первое слагаемое в (29) уменьшается в ω_0/ν раз, т. е. нелокальная проводимость принимает вид

$$s_{-}^{nl}(q) \approx \frac{i\nu}{3\alpha|q|\omega_0} + \frac{2(1+\alpha)}{3\alpha^{3/2}q^2}. \quad (30)$$

Если отношение ω_0/ν настолько велико, что первое слагаемое в (30) становится меньше второго, то дисперсионное уравнение принимает вид

$$q^4 \approx \xi \left[\frac{i\nu}{3\alpha|q|\omega_0} + \frac{2(1+\alpha)}{3\alpha^{3/2}q^2} \right]. \quad (31)$$

Первый, почти вещественный корень этого уравнения q_1 приближенно описывает доплерон в области

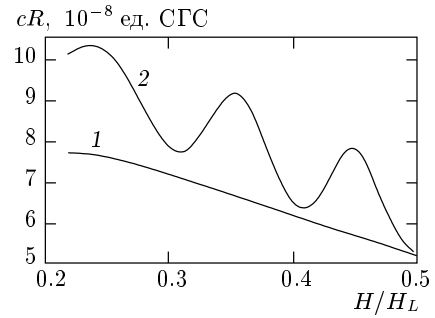


Рис. 5. Графики зависимости поверхностного сопротивления пластины алюминия R_- от H в линейном (кривая 1) и нелинейном (кривая 2) режиме

$\xi \gg 1$. Второй же корень q_2 , который является почти мнимым, относится к затухающей компоненте:

$$q_2 \approx \left[\frac{2(1+\alpha)}{3\alpha^{3/2}} \xi \right]^{1/4}. \quad (32)$$

Рассмотрим теперь поверхностный импеданс пластины алюминия при антисимметричном по электрическому полю возбуждении. Формула для импеданса, когда отражение носителей от поверхности пластины является диффузным, а поле в ней представляет суперпозицию двух собственных мод, приведена в [6, формула (29)]. В нашем случае, когда вторая компонента является затухающей, эта формула принимает вид

$$Z_- = \frac{8\pi\omega p}{ceH} \times \frac{(1-q_1^2)(1+q_1^{-1}) - (1-q_2^2)q_2^{-1}(1+t)}{q_2^2 - q_1^2 + (1-q_1^2)q_2^{-1} - (1-q_2^2)t}, \quad (33)$$

$$t = \frac{1}{q_1} \frac{1 - \exp(iq_1 L)}{1 + \exp(iq_1 L)}, \quad L = \frac{eH}{pc} d, \quad (34)$$

где d — толщина пластины.

Результаты расчета поверхностного сопротивления пластины $R_- = \text{Re } Z_-$ для частоты $\omega/2\pi = 50$ кГц, $\nu = 4 \cdot 10^8$ с⁻¹ и $d = 0.8$ мм приведены на рис. 5. Кривая 1 получена для линейного режима, а кривая 2 — для нелинейного при амплитуде магнитного поля волны $H_a = 100$ Э. При этих значениях параметров пороговое поле геликона $H_L \approx 8.3$ кЭ, а отношение ω_0/ν на пороге фундаментального доплерона равно пяти. Видно, что поверхностное сопротивление в линейном режиме является монотонной функцией H . В нелинейном режиме R испытывает сильные

осцилляции. Последние являются следствием того, что бесстолкновительное затухание доплерона подавляется и происходит «просветление» пластины по отношению к радиоволне.

3. ТРЕТЬЯ ГАРМОНИКА ДСЦР

В интервале $3/\alpha < q < 3$, как и в интервале $1/\alpha < q < 1$, имеется сильное циклотронное поглощение, обусловленное дырками второй группы, и волновое распространение невозможно. При больших значениях q , в интервале $3 < q < 5/\alpha$, вклад в циклотронное поглощение дают только дырки первой и третьей групп, и это поглощение является значительно менее эффективным. Вблизи границ этого интервала функция Φ'_+ резко возрастает и становится значительно больше Φ''_+ (рис. 6). Внутри интервала функция Φ'_+ имеет минимум, причем соответствующее значение $\Phi_3^{min} \approx 0.0006$. Это означает, что в магнитных полях $H > H_3 \equiv H_L (\Phi_3^{min}/\Phi_H^{min})^{1/3} \approx 0.05H_L$ имеются две моды. Одна связана с третьей гармоникой ДСЦР дырок, имеющих максимальное смещение за циклотронный период. Вторая имеет значительно меньшую амплитуду и проявляется намного слабее, чем первая. Соотношение между этими двумя модами аналогично соотношению между двумя модами в интервале $1 < q < 3/\alpha$.

Дисперсионное уравнение, определяющее спектр и затухание доплерона в поляризации «+», можно записать в форме

$$q^2 = \xi \left[F_0^+(q) + \frac{1}{9}F_{-1}^+(q) + \frac{1}{25}F_1^+(q) \right], \quad (35)$$

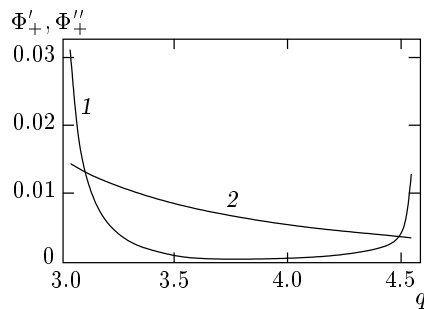


Рис. 6. Графики функций Φ'_+ (кривая 1) и Φ''_+ (кривая 2)

$$F_0^+(q) = \frac{i\eta_1}{(1 + \omega_0/\nu)\sqrt{\alpha^2 q^2 - 1}} - \frac{\eta_2}{\sqrt{(\alpha q - 1)(q - 1)}} + \frac{\eta_2}{\sqrt{(\alpha q + 1)(q + 1)}}, \quad (36)$$

$$F_{-1}^+(q) = \frac{i\eta_1}{(1 + \omega_0/\nu)\sqrt{\alpha^2 q^2 - (3 + i\gamma)^2}} + \frac{\eta_2}{\sqrt{(\alpha q - 3 - i\gamma)(q - 3 - i\gamma)}} - \frac{\eta_2}{\sqrt{(\alpha q + 3 - i\gamma)(q + 3 - i\gamma)}}, \quad (37)$$

$$F_1^+(q) = \frac{\eta_1}{\sqrt{(5 - i\gamma)^2 - \alpha^2 q^2}} + \frac{\eta_2}{\sqrt{(5 - i\gamma - \alpha q)(5 - i\gamma - q)}} + \frac{\eta_2}{\sqrt{(5 - i\gamma + \alpha q)(5 - i\gamma + q)}}. \quad (38)$$

Формулы (36) и (37) являются интерполяционными: первые слагаемые в них написаны так, чтобы они были справедливы как в линейном режиме при $\omega_0 \ll \nu$, так и в нелинейном режиме, когда $\omega_0 \gg \nu$. Слагаемыми в выражении (16) для $s_+(q)$, описывающими седьмую, девятую и последующие гармоники ДСЦР, мы пренебрегли, поскольку их амплитуды быстро уменьшаются с ростом номера, а знаменатели в рассматриваемом интервале значений q далеки от резонанса.

Решение дисперсионного уравнения (35), описывающее спектр и затухание доплерона, связанного с третьей гармоникой ДСЦР, приведено на рис. 7. Кривая 1 представляет график функции $q'_1 = \text{Re } q_1(H)$, кривая 2 — функцию $q''_1 = \text{Im } q_1(H)$ в линейном режиме, а кривые 3 и 4 — те же функции в нелинейном режиме при частоте 50 кГц и амплитуде волны $H_a = 200$ Э.

Помимо доплеронного корня q_1 уравнение (35) имеет два существенно комплексных корня, q_2 и q_3 , относящихся к затухающей компоненте волнового поля. Для получения этих корней в нелинейном режиме в выражении (16) для $s_+(q)$ достаточно удержать лишь второе и третье слагаемые в (36) и считать в них $q \gg 1$. Тогда

$$s_+(q) \approx -\frac{1 + \alpha}{3\alpha^{3/2}q^2} \approx -\frac{2}{3q^2}, \quad (39)$$

и мы получаем

$$q_2 = (1 + i) \left(\frac{\xi}{6} \right)^{1/4}, \quad q_3 = (-1 + i) \left(\frac{\xi}{6} \right)^{1/4}. \quad (40)$$

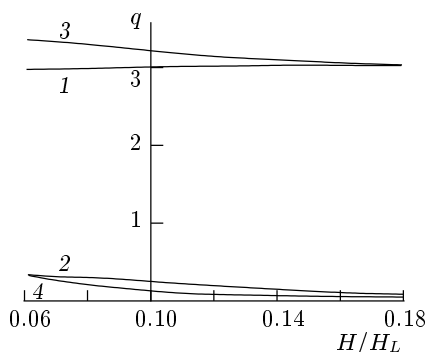


Рис. 7. Графики функций $q'(H)$ и $q''(H)$ в линейном (соответственно кривые 1 и 2) и нелинейном (кривые 3 и 4) режимах для третьей моды

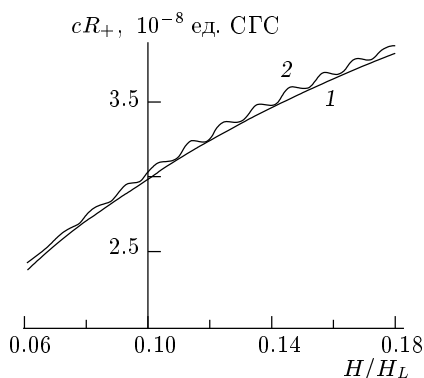


Рис. 8. Графики $R_+(H)$ в области слабых магнитных полей в линейном (кривая 1) и нелинейном (кривая 2) режимах

Выражение для импеданса пластины в случае, когда в металле существуют три различные экспоненциальные компоненты волнового поля, может быть получено с помощью метода, аналогичного тому, который был использован в [6] при получении формулы для Z в случае двух экспоненциальных компонент. Это выражение является весьма громоздким. Его можно существенно упростить, если учесть, что корни q_2 и q_3 имеют большие мнимые части, так что $|\exp(iq_{2,3}L)| \ll 1$, а значение доплеронного корня q_1 близко к трем: $(q_1 - 3) \ll 1$. С учетом этих обстоятельств выражение для Z можно привести к виду

$$Z_+ = \frac{8\pi\omega\rho}{ceH} [(q_2 - 3)(q_3 - 3) - 2(q_1 - 3)e^{iq_1L}] \times \\ \times [(q_2 - 3)(q_3 - 3)(q_2 + q_3 + 1) + 2(q_1 - 3)q_1e^{iq_1L}]^{-1}. \quad (41)$$

Слагаемые в числителе и знаменателе выражения (41), содержащие множитель $\exp(iq_1L)$, описывают эффект проникновения моды, связанной с третьей гармоникой ДСЦР, через пластину. Эти члены пропорциональны малой величине $q_1 - 3$, откуда следует, что эта мода возбуждается с заметно меньшей амплитудой, чем фундаментальный доплерон. Результаты расчета поверхностного сопротивления пластины $R_+ = \text{Re } Z_+$ как функции H в области слабых полей представлены на рис. 8. Расчет выполнен для частоты возбуждающего поля 50 кГц и толщины пластины $d = 1.6$ мм. Кривая 1 представляет график $R_+(H)$ в линейном режиме, а кривая 2 получена для амплитуды возбуждающего поля $H_a = 200$ Э. В то время как кривая 1 является монотонной функцией H , на кривой 2 отчетливо видны осцилляции, обусловленные прохождением через пластину доплерона, связанного с третьей гармоникой ДСЦР. Таким образом, и в этом случае нелинейность играет важную роль. Захват дырок полем волны подавляет циклотронное затухание доплерона и увеличивает «прозрачность» пластины алюминия по отношению к радиоизлучению.

Настоящая работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 98-02-18393).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Г. Скобов, А. С. Чернов, ЖЭТФ **109**, 992 (1996).
2. P. K. Larsen and F. C. Greisen, Phys. Stat. Sol. (b) **45**, 363 (1971).
3. S. Balibar, V. Perrin, and A. Libchaber, J. Phys. F **2**, 4629 (1972).
4. О. В. Константинов, В. Г. Скобов, В. В. Лаврова и др., ЖЭТФ **63**, 224 (1972).
5. И. Ф. Волошин, Г. А. Вугальтер, В. Я. Демиховский и др., ЖЭТФ **73**, 1503 (1977).
6. И. Ф. Волошин, С. В. Медведев, В. Г. Скобов и др., ЖЭТФ **71**, 1555 (1976).