

ПОНДЕРОМОТОРНАЯ НЕГРАДИЕНТНАЯ СИЛА, ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА РЕЛЯТИВИСТСКУЮ ЧАСТИЦУ, ПЕРЕСЕКАЮЩУЮ НЕОДНОРОДНУЮ ЭЛЕКТРОМАГНИТНУЮ ВОЛНУ

А. В. Серов

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
117924, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 17 мая 2000 г.

Численными методами и аналитически исследована пондеромоторная сила, действующая на заряженную частицу, пересекающую с релятивистской скоростью неоднородную электромагнитную волну. Начальная скорость частицы была перпендикулярна вектору электрического поля волны и направлению ее распространения. Волна не имела градиента в направлении распространения и была неоднородна в обоих поперечных направлениях. Показано, что на частицу действует пондеромоторная сила параллельная волновому вектору. Величина этой силы определяется не только степенью неоднородности волны в направлении поступательного движения частиц, но и неоднородностью в перпендикулярном направлении. Установлено, что траектория частицы определяется не только действием пондеромоторных сил, но и ее дрейфом в неоднородном поле.

PACS: 41.90.+e, 52.40.Dь

1. ВВЕДЕНИЕ

Введение понятия пондеромоторных сил упрощает описание динамики частиц в неоднородных быстро осциллирующих полях [1, 2]. Так, например, несмотря на то, что электрические и магнитные поля, действующие на частицу в электромагнитной волне, содержат только вихревые составляющие, пондеромоторные силы во многих случаях оказываются потенциальными. Это позволяет снизить порядок уравнений, описывающих движение частиц, и получить приближенное решение для ряда задач [3, 4]. Под пондеромоторными силами в подобных задачах понимают усредненные по времени силы, действующие на отдельную частицу.

В методе усреднения уравнений движения частиц по времени, широко используемом при описании динамики заряженных частиц во внешнем пространственно-неоднородном высокочастотном электромагнитном поле, движение отдельной заряженной частицы представляется в виде суммы плавного

перемещения $\mathbf{r}_0(t)$ и быстрого осцилляторного движения $\mathbf{r}_\sim(t)$ с частотой внешнего поля. Считается, что среднее значение \mathbf{r}_\sim за время периода T обращается в нуль, а \mathbf{r}_0 за это время меняется очень мало. Изменение плавной составляющей импульса частицы интерпретируется как результат действия пондеромоторных сил.

В ранних работах (см., например, [2]) при исследовании пондеромоторной силы, действующей на частицу в пространственно-неоднородном электромагнитном поле, предполагали, что как начальная скорость частицы $\dot{\mathbf{r}}_0(0)$, так и осцилляторная скорость $\dot{\mathbf{r}}_\sim(t)$, приобретенная частицей под действием поля волны, много меньше скорости света. Поле волны считалось слабо неоднородным, а число периодов колебаний частицы за время пролета через область неоднородного поля большим. Было показано, что при этих условиях пондеромоторная сила описывается выражением [2]

$$\mathbf{f}_p = -\frac{e^2}{4m\omega^2} \nabla \overline{E^2}, \quad (1)$$

где e, m — заряд и масса частицы, ω, E — частота и напряженность внешнего электромагнитного поля. Горизонтальная черта обозначает усреднение по периоду поля.

Из (1) следует, что сила направлена вдоль градиента средней интенсивности поля. Эту силу, учитывая направление ее действия, часто называют градиентной. Другое название этой силы, встречающееся в литературе, — сила Гапонова–Миллера. В дальнейшем [5, 6] исследовались пондеромоторные силы, действующие на частицу в сильных полях, в случае, когда осцилляторная скорость $\dot{\mathbf{r}}_{\sim}$ становится релятивистской.

Как показано в работе [7], при начальной поступательной скорости $\dot{\mathbf{r}}_0$, сравнимой со скоростью света, заметное влияние на динамику частиц может оказывать другая пондеромоторная сила, существенно отличающаяся от градиентной силы. Свойства этой силы исследовались в работах [8, 9], в которых рассматривалась динамика релятивистских частиц, пересекающих линейно поляризованную волну H_{10} , распространяющуюся по прямоугольному волноводу постоянного сечения. Из точки, расположенной на стенке волновода, частицы инжектировались под прямым углом к волновому вектору и вектору электрического поля волны. Волна была неоднородной в направлении поступательного движения частиц и однородной в перпендикулярных направлениях. При взаимодействии частиц с полем волны H_{10} нет градиентных сил, действующих на частицу в направлении волнового вектора. Было показано, что при пересечении такой волны на частицы действует пондеромоторная сила, имеющая составляющую, направленную параллельно волновому вектору. Величина этой силы пропорциональна начальной скорости частиц v_0 и четвертой степени напряженности поля E^4 .

Взаимодействие релятивистских электронов с неоднородной электромагнитной волной рассмотрено в работе [10], в которой во втором порядке теории возмущений выполнено разделение движений на быстрые и медленные и проведено усреднение уравнения движения частицы в заданном электромагнитном поле по быстрым осцилляциям. В общем случае найдены выражения для релятивистских пондеромоторных сил. Рассмотрена конкретная реализация неоднородного поля — стационарный плоскосфокусированный пучок. Показано, что помимо градиентных сил возникают также компоненты силы, параллельные волновому вектору и направлению поляризации поля. Сила, направленная вдоль вектора поляризации поля, возникает даже в том случае, когда

градиент поля в этом направлении равен нулю. В работе [10] поле электромагнитной волны считалось достаточно слабым.

Структура пондеромоторных сил, действующих на электрон в сильных полях, рассматривалась в работе [11]. Путем усреднения по собственному времени ведущего центра электрона получено выражение для пондеромоторной силы, действующей на классический электрон в слабонеоднородном поле произвольной интенсивности. Исследованию рассеяния релятивистских электронов на фокусированном лазерном импульсе посвящена работа [12], в которой, в частности, предложена трехмерная модель поля, являющаяся точным решением уравнений Максвелла. С помощью стандартного метода разделения движения на плавное и быстроосциллирующее был проведен вывод уравнений усредненного движения электрона в поле лазерного импульса.

В настоящей работе рассмотрены особенности действия пондеромоторной неградиентной силы, направленной параллельно волновому вектору. Численно и аналитически исследуется пондеромоторная сила, действующая на частицу, пересекающую с релятивистской скоростью волну, неоднородную в обоих поперечных направлениях, т. е. неоднородную в поперечном сечении волновода. Основной полученный ниже результат заключается в том, что величина пондеромоторной силы определяется не только степенью неоднородности волны вдоль направления поступательного движения частиц, но и неоднородностью волны в перпендикулярном направлении. Пондеромоторная сила, направленная параллельно волновому вектору, пропорциональна E^2 только в том случае, когда волна неоднородна в обоих поперечных направлениях. Если волна неоднородна только в направлении поступательного движения частиц, то сила пропорциональна E^4 [7–9]. Аналитический расчет динамики, выполненный методом итераций по полю, дал результаты, согласующиеся с численными расчетами.

2. ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ДИНАМИКИ ЧАСТИЦ

Обычно при выводе выражений, описывающих распределение поля электромагнитного луча в свободном пространстве, используются те или иные приближения. Оценить влияния этих приближений на точность расчета колебаний частиц и тем более на плавное движение частиц достаточно сложно. Особенно это относится к оценке точности расчета дви-

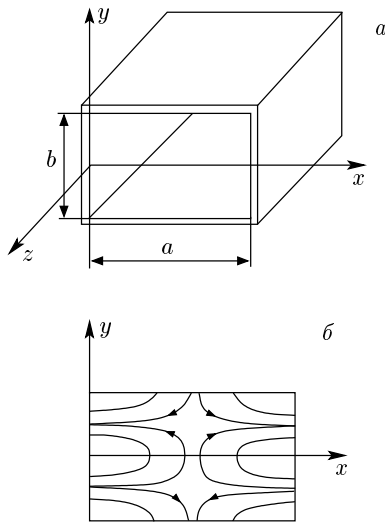


Рис. 1. Геометрия задачи (а) и распределение электрического поля в поперечном сечении волновода (б)

жения частиц в областях, удаленных от оси луча и при пересечении границы луча, т. е. при влете в волну и при вылете из волны. Как правило, в приближенных выражениях, описывающих поля электромагнитных лучей, отклонения от уравнений Максвелла становятся существенными по мере удаления от оси. Поскольку в данной работе исследовалось действие усредненных сил, т. е. сил разностных, имеющих второй и более высокий порядок по полю, необходимо, чтобы электрические и магнитные поля, используемые при численных расчетах, удовлетворяли уравнениям Максвелла на всей траектории частиц. Поэтому в работе рассматривалось движение частиц через поле электромагнитной волны, распространяющейся по волноводу, для которой выражения, описывающие пространственное распределение поля, удовлетворяют уравнениям Максвелла во всех точках пространства. Кроме того, волна в волноводе в отличие от волны в свободном пространстве не имеет расходимости и поэтому в волноводе на частицу не действуют ни градиентная сила вдоль направления распространения, ни другие силы, вызванные изменением поперечных размеров волны вдоль траектории частиц.

Геометрия задачи представлена на рис. 1. Частицы взаимодействуют с электромагнитной волной H_{12} , распространяющейся по прямоугольному волноводу. Поле этой волны описывается выражениями

$$E_x = E \left(\frac{2a}{b} \right) \cos \frac{\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{b} \sin \varphi,$$

$$\begin{aligned} E_y &= -E \sin \frac{\pi x}{a} \cos \frac{2\pi y}{b} \sin \varphi, \\ E_z &= 0, \\ H_x &= E\chi \sin \frac{\pi x}{a} \cos \frac{2\pi y}{b} \sin \varphi, \\ H_y &= E\chi \left(\frac{2a}{b} \right) \cos \frac{\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{b} \sin \varphi, \\ H_z &= -E\alpha \left(\frac{\lambda}{2a} \right) \cos \frac{\pi x}{a} \cos \frac{2\pi y}{b} \cos \varphi, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\varphi = \omega t - k_z z$, $\omega = 2\pi c/\lambda$, λ — длина волны, $\alpha = (b^2 + 4a^2)/b^2$, $\chi = [1 - \alpha(\lambda/2a)^2]^{1/2}$, $k_z = k\chi = (2\pi/\lambda)[1 - \alpha(\lambda/2a)^2]^{1/2}$, a, b — размеры волновода по осям x и y . Пространственное распределение электрического поля моды H_{12} показано на рис. 1б. Видно, что поле волны неоднородно в обоих поперечных направлениях, как вдоль оси x , так и вдоль оси y .

Так как в работе исследовалась неградиентная пондеромоторная сила, условия инжекции частиц и поперечный размер пучка выбирались таким образом, чтобы свести к минимуму влияние градиентных сил на динамику частиц. Из уравнений (2) следует, что во всех точках пространства волна однородна в направлении своего движения и поэтому нет градиентной силы вдоль оси z . Ширина сгустка (размер вдоль оси z) может быть любой, поскольку значение начальной координаты z_0 не влияет на характер действующих на частицу пондеромоторных сил. Когда частица движется в плоскости xz , градиентная сила по y также равна нулю. Она появляется лишь на тех участках траектории частицы, которые проходят выше или ниже плоскости. Для уменьшения влияния этой силы высота сгустка (размер по y) должна быть такой, при которой изменение напряженности поля на поперечном сечении пучка было много меньше напряженности поля. Это условие дает ограничение на высоту сгустка: она должна быть много меньше поперечного размера волны.

Расчеты проводились при следующих начальных условиях. Частицы инжектировались из точек, расположенных на стенке волновода симметрично относительно плоскости xz , и имели скорость v_0 , направленную вдоль оси x . В начальный момент частицы двигались перпендикулярно направлению распространения волны (ось z) и вектору напряженности электрического поля волны (ось y). Случай, при котором частицы инжектируются в плоскости симметрии xz под некоторым углом к оси z , может быть сведен к рассмотренному в данной работе. Для этого нужно перейти в систему отсчета, движущуюся с постоянной скоростью вдоль оси z и провести ло-

ренцевские преобразования поля волны.

Как следует из рис. 1б и выражений (2), при данных условиях инжекции поле моды H_{12} вдоль невозмущенной траектории близко к полю линейно поляризованной волны. На этой траектории вектор напряженности электрического поля имеет большую E_y -составляющую, зависящую от поперечной координаты x . В плоскости xz градиентная сила имеет только x -составляющую.

Численным методом решалось уравнение движения [13] частицы в заданном электромагнитном поле (2):

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{e}{m\gamma} \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{H}] - \frac{1}{c^2} \dot{\mathbf{r}} (\dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{E}) \right\}, \quad (3)$$

где $\gamma = (1 - (v/c)^2)^{-1/2}$ — относительная энергия частицы.

Частицы инжектировались из пяти точек, имеющих различные координаты y ($y_0 = 0, \pm 0.25y_b, \pm 0.5y_b$) и одинаковые координаты x и z ($x_0 = z_0 = 0$). При каждом значении начальной поперечной координаты y_n рассматривалось движение через волну ста частиц, инжектированных последовательно друг за другом через интервал времени $dt = 0.01T$. При таких условиях в расчетах моделировалась динамика ленточного сгустка с вертикальным размером y_b , протяженностью $L = vT$, инжектированного в волну за время, равное одному периоду T . Вычислялись положение и скорость сгустка при его движении в волне и на выходе из волны. Положение и скорость сгустка в данный момент времени определялись как средние по всем частицам значения координат $\langle x \rangle, \langle y \rangle, \langle z \rangle$ и скоростей $\langle v_x \rangle, \langle v_y \rangle, \langle v_z \rangle$, где угловые скобки означают усреднение по всем частицам. Расчеты проводились при различных значениях высоты волновода b , длины волны λ , начальной скорости электронов v_0 и напряженности поля волны E .

На рисунке 2 показана полученная из расчетов траектория центра тяжести сгустка. Расчеты проводились при вертикальном размере сгустка $y_b = 0.3$ мм, при размерах волновода $a = 10$ мм, $b = 25$ мм и длине волны $\lambda = 1$ мм. Волну с таким отношением длины волны к поперечным размерам можно считать слабо неоднородной, поскольку за время пересечения волны частица совершала более десяти колебаний. Напряженность поля волны была равна $E = 3 \cdot 10^6$ В/см. Частицы инжектировались со скоростью $v_0 = 2.75 \cdot 10^{10}$ см/с, что соответствует относительной скорости $\beta = v/c = 0.92$. При таких параметрах волны и начальной скорости частицы относительная скорость осцилляторного движения была равна $\beta_{\sim} = v_{\sim}/c = 0.1$. На рисунке видно, что

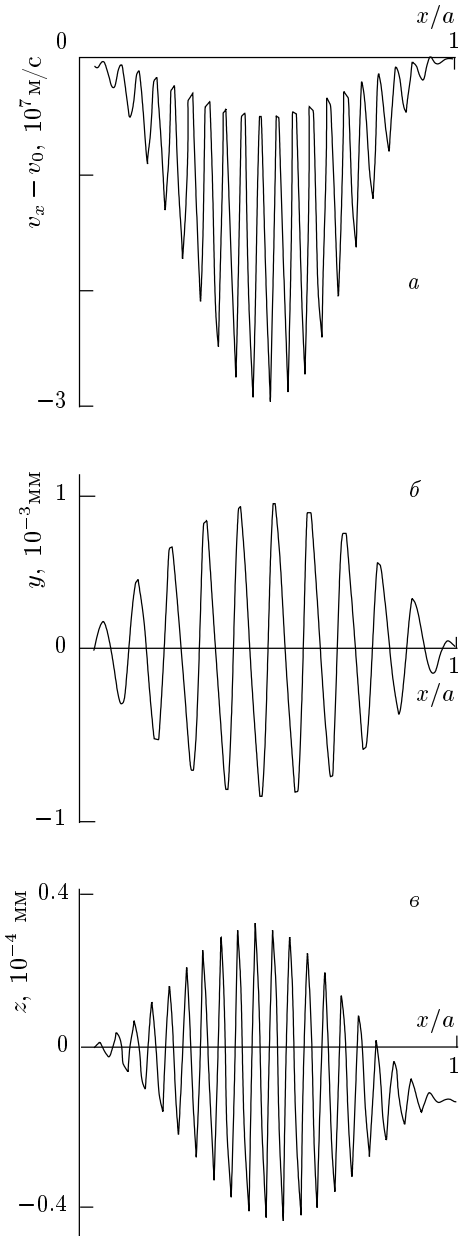


Рис. 2. Изменение скорости сгустка вдоль направления инжекции (а), координаты сгустка в направлении вектора электрического поля (б) и в направлении распространения волны (в): $a = 10$ мм, $b = 25$ мм, $\lambda = 1$ мм, $y_b = 0.3$ мм, $E = 3 \cdot 10^6$ В/см, $v_0 = 2.75 \cdot 10^{10}$ см/с

амплитуда колебаний увеличивается при движении сгустка в область с высокой напряженностью поля и уменьшается при выходе из этой области. Кроме того, плавно изменяется средняя скорость сгустка вдоль оси x и происходит плавное смещение сгустка вдоль оси z . Изменение скорости вдоль оси x объ-

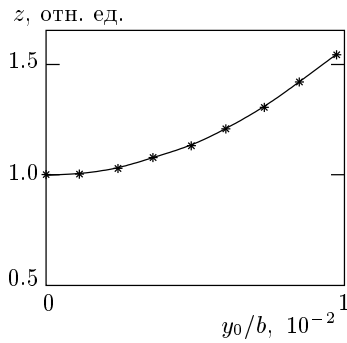


Рис. 3. Зависимость смещения частиц вдоль оси z от начальной поперечной координаты y_0 ; $a = 10$ мм, $b = 25$ мм, $\lambda = 1$ мм, $E = 3 \cdot 10^6$ В/см, $v_0 = 2.75 \cdot 10^{10}$ см/с

ясняется действием градиентной пондеромоторной силы. Эта сила тормозит сгусток при его движении в нарастающем поле от точки инжекции до середины волновода и ускоряет сгусток при движении в убывающем поле от середины волновода до выхода из волны.

Смещение сгустка вдоль оси z указывает на существование другой пондеромоторной силы, направленной параллельно волновому вектору. Эта сила не градиентная, поскольку поле волны H_{12} не имеет градиента вдоль оси z . Для определения порядка этой пондеромоторной силы была исследована зависимость продольной координаты z сгустка на выходе из волны от напряженности поля волны. Из расчетов следует, что при малых напряженностях поля изменение координаты сгустка пропорционально E^2 .

Расчеты показали, что величина пондеромоторной силы растет с увеличением расстояния от точки инжекции до плоскости xz . Причем изменение силы зависит не от знака начальной поперечной координаты частицы y_0 , а только от ее абсолютной величины. На рисунке 3 показана зависимость смещения частиц вдоль оси z от начальной поперечной координаты y_0 . Смещение вычислялось как среднее смещение по всем частицам, инжектированным из данной точки. Из рисунка следует, что прирост величины силы пропорционален квадрату координаты y_0 , так как $\Delta z \sim (y_0/b)^2$. На расстоянии $y_0 = 0.01b$ от плоскости xz на частицы действует сила, величина которой в полтора раза больше действующей в плоскости.

Расчеты показали, что на величину продольной силы F_z влияет пространственная неоднородность поля не только в направлении поступательного движения частицы (вдоль оси x), но и неоднородность поля в перпендикулярном направлении (вдоль

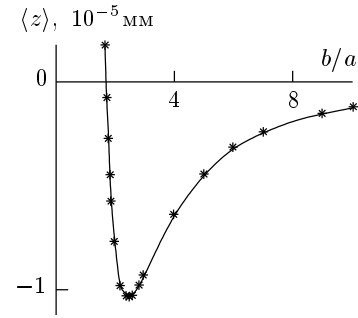


Рис. 4. Зависимость смещения сгустка вдоль оси z от отношения высоты волны b к ширине волны a ; $a = 10$ мм, $\lambda = 1$ мм, $E = 3 \cdot 10^6$ В/см, $v_0 = 2.75 \cdot 10^{10}$ см/с

оси y). Для изучения влияния этой неоднородности на силу F_z были проведены расчеты динамики частиц при различных значениях вертикального размера волновода b . Из выражений (2) следует, что при варьировании размера электромагнитного луча по оси y (высоты волны) напряженность поля E_y на оси x остается постоянной, но изменяется градиент поля E_y вдоль оси y , а также величины полей E_x , H_y и H_z . Если высоту волновода устремить к бесконечности, то поля E_x и H_y и, следовательно, градиент поля E_y вдоль оси y стремятся к нулю. Волна H_{12} вырождается в волну H_{10} , электрическое поле которой однородно вдоль оси y . Динамика сгустка в поле волны H_{10} рассмотрена в работах [7–9], в которых показано, что пондеромоторная продольная сила, действующая на частицу в этой волне, пропорциональна E^4 . В данной же волне H_{12} сила пропорциональна E^2 . Таким образом, неоднородность поля в направлении, перпендикулярном поступательному движению частиц, вызывает появление продольной пондеромоторной силы более низкого (второго) порядка.

Результаты расчетов смещения сгустка вдоль оси z от отношения b/a (размеров волны в поперечных направлениях) приведены на рис. 4. Видно, что по мере роста значения b/a смещение сгустка в положительном направлении уменьшается и переходит в смещение в отрицательном направлении. При некотором отношении высоты волны к ее ширине величина смещения проходит через максимум. Дальнейший рост b/a приводит к уменьшению смещения. Расчеты показали, что значения отношения высоты волны к ее ширине, при которых зависимость $z = f(b/a)$ проходит через нуль и максимум, не изменяются при варьировании начальной скорости частиц, напряженности поля и частоты волны.

3. АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПОНДЕРОМОТОРНЫХ СИЛ

Для получения выражений, описывающих пондеромоторные силы, были проведены аналитические расчеты движения частиц через данную электромагнитную волну. Рассматривалась динамика в слабонеоднородном поле, при пересечении которого частица совершала большое число колебаний. Кроме того, считалось, что осцилляторная скорость, вызванная взаимодействием частицы с волной, много меньше скорости света. Уравнение движения частиц (3) с учетом действующих на частицу полей (2) можно записать в виде

$$\frac{d\beta_x}{dt} = \frac{e}{mc\gamma} \times \{E_x + \beta_y H_z - \beta_z H_y - \beta_x(\beta_x E_x + \beta_y E_y)\}, \quad (4)$$

$$\frac{d\beta_y}{dt} = \frac{e}{mc\gamma} \times \{E_y + \beta_z H_x - \beta_x H_z - \beta_y(\beta_x E_x + \beta_y E_y)\}, \quad (5)$$

$$\frac{d\beta_z}{dt} = \frac{e}{mc\gamma} \times \{\beta_x H_y - \beta_y H_x - \beta_z(\beta_x E_x + \beta_y E_y)\}, \quad (6)$$

где $\beta_i = v_i/c$ — относительные скорости частицы.

Решение этой системы находилось методом последовательных приближений. Используя величину $\eta = v_{\sim}/c = (eE/mc\gamma\omega)$ как параметр малости, представим скорости и смещения частиц в виде рядов

$$\beta_x = \beta_x^{(0)} + \beta_x^{(1)} + \dots, \quad \beta_y = \beta_y^{(0)} + \beta_y^{(1)} + \dots,$$

$$\beta_z = \beta_z^{(0)} + \beta_z^{(1)} + \dots, \quad x = x^{(0)} + x^{(1)} + \dots,$$

$$y = y^{(0)} + y^{(1)} + \dots, \quad z = z^{(0)} + z^{(1)} + \dots$$

В нашем случае частица в начальный момент времени имеет постоянную скорость β_0 , направленную по оси x , поэтому $\beta_y^{(0)} = \beta_z^{(0)} = 0$, а $x^{(0)} = c\beta_0 t$. С учетом этого из уравнения (5) после интегрирования можно получить выражение для первого приближения скорости β_y :

$$\beta_y^{(1)} = \frac{1}{1 - \xi^2} \left(\frac{eE}{mc\gamma\omega} \right) \times \{ \xi(\alpha - 1)(\sin \psi \cos \Omega t - \sin \varphi_0) + (1 - \alpha\xi^2) \cos \psi \sin \Omega t \}, \quad (7)$$

где $\xi = \Omega/\omega = \beta_0 \lambda/2a$, $\Omega = \pi c\beta_0/a$, $\alpha = (b^2 + 4a^2)/b^2$, $\psi = \omega t - kz + \varphi_0$, φ_0 — фаза волны в момент инжекции частицы.

При релятивистской начальной скорости величина ξ , пропорциональная отношению длины волны λ к поперечному размеру волны a , характеризует степень неоднородности волны в направлении инжекции частиц. В рассматриваемом случае волна была слабонеоднородной и $\xi = 0.04 \ll 1$. Значение α определяется модой электромагнитной волны. В выражениях (2) переход от полей моды H_{12} к полям моды H_{10} происходит при стремлении к бесконечности высоты волновода b . В выражении (7) при переходе к моде H_{10} (поле которой однородно вдоль оси y) значение α нужно принять равным единице. При этом первый член в правой части приравнивается нулю и поперечная скорость будет осциллировать со сдвигом $\pi/2$ по фазе относительно поперечных составляющих поля волны [7]. Таким образом, неоднородность поля по y приводит к появлению в выражении для скорости β_y дополнительных слагаемых, описывающих осцилляции скорости в фазе, совпадающей с фазой поперечных полей волны.

Постоянная интегрирования в (7) определялась из условия равенства нулю поперечной скорости $\beta_y^{(1)}$ в начальный момент времени. После интегрирования и учета начального условия ($y^{(1)}(0) = 0$) для смещения вдоль оси y имеем выражение

$$y^{(1)} = \frac{1}{(1 - \xi^2)^2} \frac{c}{\omega} \left(\frac{eE}{mc\gamma\omega} \right) \times \{ \xi(2 - \alpha - \alpha\xi^2)(\cos \psi \cos \Omega t - \cos \varphi_0) + \sin \psi \sin \Omega t \} - \frac{c}{1 - \xi^2} \left(\frac{eE}{mc\gamma\omega} \right) \xi(\alpha - 1)t \sin \varphi_0. \quad (8)$$

Рассмотрим уравнение (6), описывающее проекцию ускорения на ось z . В первом приближении ускорение $d\beta_z^{(1)}/dt$ равно нулю, поскольку первый член в правой части равен нулю из-за $H_y(y=0) = 0$, а остальные имеют более высокий порядок. Из начальных условий следует, что $\beta_z^{(1)}(0) = 0$ и $z^{(1)}(0) = 0$. Предполагается, что величина $\xi = v_{\sim}/c$ является параметром малости и, следовательно, амплитуда колебаний много меньше поперечного размера волновода. Поэтому функцию $\sin(2\pi y/b)$ в выражении для магнитного поля H_y можно заменить первым членом разложения. Учитывая это, подставим (7) и (8) в уравнение (6). Поскольку определяется сила, действующая на сгусток, необходимо провести усреднение по всем частицам сгустка, т. е. по начальным фазам инжекции φ_0 . После усреднения для ускорения сгустка вдоль оси z имеем

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{d\beta_z^{(2)}}{dt} \right\rangle_\varphi &= -\frac{\chi\Omega}{2(1-\xi^2)^2} \frac{a^2}{b^2} \left(\frac{eE}{mc\gamma\omega} \right)^2 \times \\ &\times [\xi^2(\alpha-1)\sin 2\Omega t + (1-\xi^2)\sin \Omega t \cos \omega t - \\ &\quad - \xi(2-\alpha-\xi^2\alpha)\cos \Omega t \sin \omega t] - \\ &- \frac{\chi\Omega^2}{(1-\xi^2)} \frac{a^2}{b^2} \left(\frac{eE}{mc\gamma\omega} \right)^2 (\alpha-1)t \cos \Omega t \cos \omega t, \quad (9) \end{aligned}$$

где $\langle \dots \rangle_\varphi$ означает усреднение по начальным фазам инжекции.

Правая часть выражения (9) содержит члены различного характера: первый описывает только плавное изменение ускорения за времена порядка a/c , второй и третий кроме плавного изменения описывают и осцилляции с частотой внешнего поля. После усреднения по периоду осцилляций для пондеромоторной силы F_z получим

$$\begin{aligned} F_z &\sim \left\langle \frac{d\beta_z^{(2)}}{dt} \right\rangle_\varphi = \\ &= -\frac{\pi c \chi}{2} \frac{\lambda^2 \beta_0^3 a}{b^4} \left(\frac{eE}{mc\gamma\omega} \right)^2 \sin \left(\frac{2\pi x}{a} \right). \quad (10) \end{aligned}$$

Поскольку предполагалось, что за время пересечения волны частица совершает большое число колебаний, при усреднении по периоду осцилляций величины $\sin \Omega t$ и $\cos \Omega t$ считались постоянными.

Из (10) следует, что пондеромоторная сила пропорциональна E^2 и действует против направления распространения волны при движении частицы в область сильного поля и по направлению распространения волны при движении в область слабого поля. Сила действует только в волне неоднородной в обоих поперечных направлениях. При увеличении поперечного размера волны b , перпендикулярного к направлению движения частицы, происходит уменьшение градиента поля вдоль оси y и сила уменьшается как $1/b^4$. В случае волны однородной по y (при условии $b = \infty$) сила, пропорциональная E^2 , становится равной нулю и, как показано в [7–9], вдоль оси z на частицу будет действовать только пондеромоторная сила, пропорциональная E^4 . Зависимости напряженности поля E_y и силы F_z от продольной координаты x представлены на рис. 5.

Сравнение результатов численных расчетов (рис. 4), структуры выражения (10) и рис. 5 показывает, что траектория ступка определяется не только пондеромоторной силой F_z . В самом деле, при варьировании поперечных размеров волны знак пондеромоторной силы не изменяется, в то время

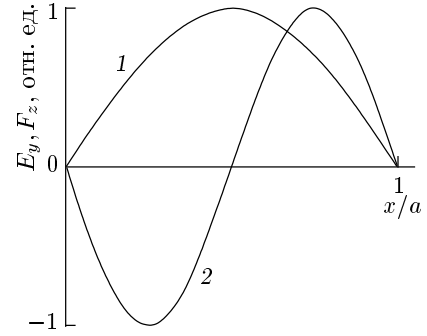


Рис. 5. Распределение вдоль оси x напряженности поперечного поля E_y (1) и продольной силы F_z (2)

как смещение ступка по z на выходе из волны меняет направление. Для описания траектории необходимо принять во внимание дрейф частиц, возникающий при движении в неоднородном поле. После интегрирования выражения (9) и усреднения по периоду колебаний для средней скорости получим выражение

$$\begin{aligned} \overline{\langle \beta_z \rangle}_\varphi &= \frac{\chi a^4}{4b^4} \left(\frac{\lambda \beta_0}{2a} \right)^2 \left(\frac{eE}{mc\gamma\omega} \right)^2 \times \\ &\times \left[\frac{4a^2}{b^2} (\cos 2\Omega t - 1) - 4 \left(\frac{2a^2 - b^2}{a^2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + 2(1 + \cos \Omega t) \right]. \quad (11) \end{aligned}$$

В выражении (11) только первый член вызван действием пондеромоторной силы, а второй и третий члены описывают дрейфовую скорость ступка в неоднородном поле. Дважды интегрируя уравнение (9) и учитывая начальные условия, получаем величину смещения в направлении распространения волны. После усреднения координата ступка z на выходе из волны описывается соотношением

$$\overline{\langle z \rangle}_\varphi = \frac{2\chi\beta_0 a \lambda^2}{\pi} \left(\frac{eE}{mc\gamma\omega} \right)^2 \frac{(3a^2 - b^2)}{b^4}, \quad (12)$$

из которого следует, что смещение равно нулю при $b = \sqrt{3}a$ и проходит через максимум при $b = \sqrt{6}a$. Такая зависимость согласуется с результатами численных расчетов динамики частиц, приведенными на рис. 2.

Возникновение неградиентной пондеромоторной силы можно пояснить на качественном уровне. Продольная составляющая силы появляется при усреднении соответствующей компоненты силы Лоренца. Как известно [13], при движении частицы в плоской волне фазы колебаний магнитного поля и перпендикулярной магнитному полю составляющей скорости частицы сдвинуты на $\pi/2$. Поэтому усреднение

по периоду волны дает нуль. В неоднородной волне наряду с большими компонентами E_y и H_x появляется малая продольная компонента магнитного поля H_z . Величина поля H_z определяется как неоднородностью волны в направлении инжекции частиц (вдоль оси x), так и в перпендикулярном направлении (вдоль оси y). В том случае, когда волна неоднородна по y , в поперечной скорости β_y и смещении y появляются составляющие, совпадающие по фазе с колебаниями магнитного поля. Поэтому усреднение по периоду колебаний дают отличную от нуля пондеромоторную силу.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе численными методами исследовано движение сгустка в неоднородной электромагнитной волне. Расчеты показывают, что в случае направленного движения частиц через неоднородную волну на них действует сила, существенно отличающаяся от градиентной силы. Так, на частицы, пересекающие волну под прямым углом к направлению ее распространения и вектору электрического поля, действует сила F_k , параллельная волновому вектору. Сила пропорциональна E^2 , когда волна неоднородна в обоих поперечных направлениях, и E^4 , если волна неоднородна только в направлении поступательного движения частиц.

Найдены выражения для пондеромоторной силы и скорости, вызванной действием силы и дрейфом частицы в неоднородном поле. Полученное выражение для смещения сгустка в направлении волнового вектора согласуется с результатами численных расчетов.

Неградиентную пондеромоторную силу можно исследовать экспериментально, пропуская электронный поток через электромагнитную волну. В эксперименте необходимо регистрировать положение центра тяжести электронного потока и его поперечные размеры. Наиболее благоприятными условиями инжекции являются такие, при которых электроны пересекают электромагнитный луч под прямым углом. В этом случае вклад в динамику частиц градиентных сил, направленных в сторону распространения волны, будет минимальным. Электронный поток после взаимодействия с волной, во-первых, увеличит поперечные размеры, а во-вторых, сместит центр тяжести в направлении, противоположном направлению распространения волны.

Следует заметить, что полученные результаты не совпадают с выводами работы [10], согласно которым при инжекции частиц перпендикулярно как вектору электрического поля, так и волновому

вектору, составляющая пондеромоторной силы F_z должна быть равна нулю. Возможно одной из причин несовпадения являются условия, при которых в [10] исследовались релятивистские пондеромоторные силы. В работе [10] рассмотрение ограничивалось низшим (линейным) приближением по градиентам, в то время как в данной работе пондеромоторные силы пропорциональны $1/b^4$, т. е. учитываются градиенты в более высокой степени.

Автор благодарен М. В. Федорову и Б. М. Болотовскому за обсуждение полученных результатов, В. П. Яковлеву за критические замечания, стимулировавшие дополнительные исследования. Численные расчеты частично были выполнены во время работы в Институте научных измерений (Research Institute for Scientific Measurements) Восточного Университета (Tohoku University), Япония. Автор выражает благодарность профессору М. Икезава (M. Ikezawa) и доктору Ю. Шибата (Y. Shibata) за любезное приглашение и гостеприимство. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 99-02-16271 и 99-02-18183).

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика*, Наука, Москва (1965).
2. А. В. Гапонов, М. А. Миллер, *ЖЭТФ* **34**, 242 (1958).
3. И. Р. Геккер, *Взаимодействие сильных электромагнитных полей с плазмой*, Атомиздат, Москва (1978).
4. М. В. Федоров, *Электрон в сильном световом поле*, Наука, Москва (1991).
5. T. W. B. Kibble, *Phys. Rev.* **150**, 1060 (1966).
6. S. P. Goreslavsky, N. B. Narozhny, O. V. Shcherbachev, and V. P. Yakovlev, *Laser Phys.* **3**, 418 (1993).
7. A. V. Serov, *Laser Physics* **7**, 1190 (1997).
8. А. В. Серов, *Квантовая электроника* **25**, 197 (1998).
9. А. В. Серов, *Квантовая электроника* **6**, 179 (1999).
10. Д. Р. Битук, М. В. Федоров, *ЖЭТФ* **116**, 1198 (1999).
11. В. Д. Таранухин, *ЖЭТФ* **117**, 511 (2000).
12. Н. Б. Нарожный, М. С. Фофанов, *ЖЭТФ* **117**, 753 (2000).
13. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, Москва (1988).