

## МЕССБАУЭРОВСКИЕ СПЕКТРЫ ЧАСТИЦ СТОНЕРА—ВОЛЬФАРТА В РАДИОЧАСТОТНЫХ ПОЛЯХ В МОДИФИЦИРОВАННОЙ РЕЛАКСАЦИОННОЙ МОДЕЛИ

*А. М. Афанасьев, М. А. Чуев*

*Физико-технологический институт Российской академии наук  
117218, Москва, Россия*

*Ю. Гессе*

*Институт металлофизики и ядерной физики, Технический университет Брауншвайга  
D-38106, Брауншвайг, Германия*

Поступила в редакцию 6 апреля 1999 г.

Разработана теория мессбауэровских спектров поглощения при воздействии внешних радиочастотных полей для системы частиц Стонера—Вольфарта в расширенной релаксационной модели с более адекватным реальной ситуации описанием релаксационного процесса. На основе проведенных расчетов прослежена трансформация мессбауэровских спектров в зависимости от релаксационных параметров для переходной области частот и амплитуд радиочастотного поля, где хорошо разрешенная сверхтонкая структура переходит в одиночную центральную линию с сателлитами. В этой переходной области обнаружены новые типы резонансных эффектов, не имеющие аналогии с ранее известными резонансными явлениями.

PACS: 75.60.-d, 76.80.+y

### 1. ВВЕДЕНИЕ

К настоящему времени накоплен большой экспериментальный материал, демонстрирующий весьма разнообразные по форме трансформации мессбауэровские спектры поглощения в зависимости от частоты и амплитуды радиочастотного (РЧ) поля в магнитных системах, состоящих из магнитных кластеров малых (нанометровых) размеров [1–9]. В работе [10] была развита теория мессбауэровских спектров поглощения под действием магнитного РЧ-поля для случая ансамбля частиц Стонера—Вольфарта (СВ) с включением релаксационных процессов в полном соответствии с исходной моделью работы [11]. Развита теория позволяет рассчитывать мессбауэровские спектры при произвольных значениях амплитуды и частоты РЧ-поля. При этом одним из важных следствий этой теории является наличие резкого перехода от хорошо разрешенной сверхтонкой структуры при слабых амплитудах РЧ-поля к одиночной центральной линии с сателлитами при больших амплитудах РЧ-поля. Это предсказание теории не находит подтверждения в проведенных ранее экспериментальных исследованиях, что связано прежде всего с упрощенным описанием релаксационного процесса в исходной модели СВ [11].

В настоящей работе проводится обобщение результатов предыдущих исследований на случай более широкого описания процесса релаксации в системе СВ-частиц. В ис-

ходной модели СВ временная зависимость сверхтонкого поля на ядре может быть описана строго детерминированной траекторией, т.е. в каждый момент времени величина сверхтонкого поля на ядре для каждой частицы в зависимости от частоты и амплитуды РЧ-поля является точно определенной. В расширенной релаксационной модели СВ, предложенной в настоящей работе, траектории уже приобретают стохастический характер, так что для каждой отдельной частицы нельзя указать точно величину и направление магнитного момента (а следовательно, и сверхтонкое поле на ядре) частицы в каждый момент времени. Можно лишь определить вероятности нахождения частицы в том или ином квазиравновесном состоянии, соответствующем различным минимумам энергии. Последнее обстоятельство сильно усложняет задачу и в первую очередь ее компьютерную реализацию.

С другой стороны, даже небольшие отклонения релаксационного процесса от исходной модели СВ приводят к довольно заметным изменениям мессбауэровских спектров в области перехода от разрешенной сверхтонкой структуры к одиночной центральной линии и, более того, — к новым физическим явлениям. В этой переходной области реализуются качественно новые типы резонансов на частотах РЧ-поля, связанных условиями параметрического резонанса с частотами компонент магнитной сверхтонкой структуры. Эти резонансы как по положению, так и по их проявлению отличаются от известных ранее резонансов на частотах, соответствующих расщеплениям энергетических уровней в основном или возбужденном состояниях ядра [10, 12, 13].

В разд. 2 сформулирована модифицированная модель СВ с более общим описанием релаксационного процесса. В разд. 3 получено общее выражение для мессбауэровских спектров поглощения в расширенной релаксационной модели СВ на основе подходов, предложенных ранее в работах [10, 14]. Использование общих формул для описания мессбауэровских спектров требует, вообще говоря, сложных компьютерных расчетов, что приводит к необходимости более глубокого подхода к анализу методов расчета еще до написания компьютерной программы. Эти вопросы рассмотрены в разд. 4, где также приведены примеры расчетов мессбауэровских спектров по изложенной методике.

В разд. 5 на основании численных расчетов проводится анализ трансформации мессбауэровских спектров в зависимости от параметров релаксационной модели для переходной по амплитудам РЧ-поля области, когда разрешенная сверхтонкая структура переходит в одиночную центральную линию с сателлитами. Обнаружено, что в узком интервале частот РЧ-поля вблизи частот, кратных частотам компонент магнитной сверхтонкой структуры, в зависимости от кратности отношения указанных частот происходит как релаксационное сужение линий, так и их взаимное расталкивание. Для выявления физической сути этих явлений предложена некая упрощенная модель.

## 2. ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ СТОНЕРА—ВОЛЬФАРТА

Для описания процессов перемагничивания в магнитных сплавах широко используется модель, предложенная еще в 1948 г. Стонером и Вольфартом [11]. Согласно этой модели, ферромагнетик рассматривается как совокупность отдельных частиц или кластеров, внутри которых имеет место сильное обменное взаимодействие, так что каждую частицу можно считать однородно намагниченной с намагниченностью  $M_0$ . При этом предполагается, что каждая частица имеет форму вытянутого эллипсоида вращения с хаотическим распределением осей в пространстве, так что полный гамильтониан

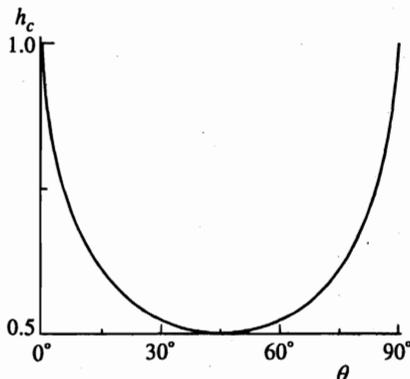


Рис. 1. Зависимость критического поля  $h_c$  частицы СВ от угла  $\theta$  между направлением внешнего магнитного поля и осью легчайшего намагничивания в исходной модели СВ

частицы во внешнем магнитном поле  $\mathbf{H}$  можно представить в виде

$$\hat{H} = -HVM_0 \cos \phi - KV \cos^2(\theta - \phi), \quad (1)$$

где  $V$  — объем частицы,  $K$  — константа магнитной анизотропии,  $\theta$  — угол между направлением внешнего поля и осью легчайшего намагничивания частицы, а  $\phi$  — угол между направлениями магнитного момента и внешнего поля.

В модели СВ также предполагается, что

$$KV \gg k_B T, \quad (2)$$

так что в отсутствие внешних полей магнитный момент каждой частицы занимает одно из двух положений вдоль оси легчайшего намагничивания. Перескоки между этими двумя состояниями считаются вследствие соотношения (2) очень медленными, так что за время измерения ими можно пренебречь.

При наложении магнитного поля минимумы энергии по углу  $\phi$  смещаются, т. е. магнитный момент отклоняется от оси легчайшего намагничивания (за исключением частиц с  $\theta = 0$ ). При этом для слабых магнитных полей на кривой сохраняются два минимума энергии разной глубины, разделенных максимумом. Если нормированное на величину энергии анизотропии внешнее поле

$$h = \frac{HM_0}{2K} \quad (3)$$

превышает некоторое критическое поле  $h_c$ , зависящее от ориентации частицы [11], один из минимумов исчезает, и мы имеем кривые с одним минимумом. На рис. 1 приведена зависимость критического поля от ориентации частицы. Как видно на этом рисунке, величина  $h_c$  минимальна для угла  $\theta = 45^\circ$  и максимальна для углов  $\theta = 0$  и  $90^\circ$ . Важным следствием данной модели является то обстоятельство, что даже система невзаимодействующих частиц СВ обладает четко выраженными нелинейными магнитными свойствами, а именно, наличием петель гистерезиса, а также обусловленными гистерезисом такими характеристиками, как остаточная намагниченность, критическое поле и т. д. Как будет показано ниже, это свойство ансамбля СВ-частиц уже само по себе определяет специфическую зависимость формы мессбауэровских спектров от амплитуды внешнего РЧ-поля. В действительности величины критических полей для большинства частиц лежат в интервале 0.5–0.75 (см. рис. 1).

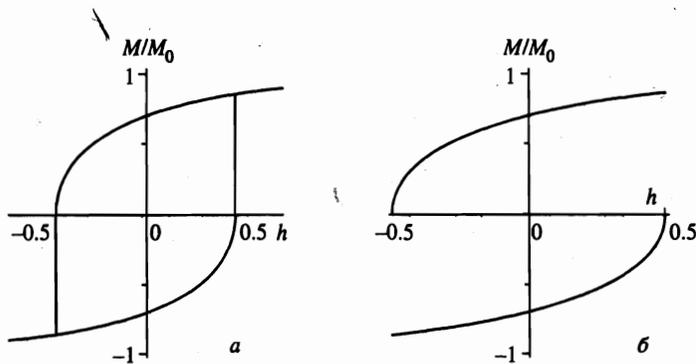


Рис. 2. Кривые намагничивания группы частиц СВ с ориентацией  $\theta = 45^\circ$  для амплитуд периодического магнитного поля  $h_0 = 0.75$  (а) и  $0.5$  (б)

Динамика такого ансамбля, согласно модели СВ, следующая. Если внешнее поле превышает по модулю  $h_c$ , то частица имеет всего лишь один энергетический минимум и всегда находится в этом минимуме. При уменьшении напряженности поля, скажем, от положительных значений магнитный момент частицы отслеживает положение локального минимума и мгновенно перестраивает свое направление в соответствии с ним, и лишь в полях  $h < -h_c$  магнитный момент мгновенно переходит в абсолютный минимум. При наложении внешнего периодического магнитного поля с амплитудой больше  $h_c$  зависимость намагниченности частицы от времени имеет вид петли гистерезиса. Если же амплитуда периодического поля меньше  $h_c$ , то, согласно модели СВ, частица находится в одном из двух минимумов и никогда его не покидает. Соответствующие зависимости намагниченности частицы от напряженности внешнего периодического магнитного поля

$$H(t) = H_0 \sin(\omega_r f t) \tag{4}$$

представлены на рис. 2, где построены проекции магнитного момента на направление поля для группы частиц с ориентацией  $\theta = 45^\circ$  для различных амплитуд периодического поля  $h_0$ , нормированных на величину константы магнитной анизотропии (см. выражение (3)). Естественно, что кривая намагничивания для ансамбля частиц СВ будет представлять собой результат усреднения как по частицам различных ориентаций, так и по различным траекториям в пределах одной группы в тех случаях, когда для этой группы амплитуда внешнего периодического поля не превышает критической. Для амплитуд  $h_0 < 0.5$  кривая имеет вид обратимой кривой намагничивания. В интервале  $0.5 < h_0 < 1$  кривая намагничивания приобретает вид петли, однако по существу она является суперпозицией петель гистерезиса и незамкнутых кривых типа изображенных на рис. 2а и 2б (см. [10]).

Система частиц СВ обладает рядом характерных особенностей и прежде всего той, что для нее кривые намагничивания, и в том числе петли гистерезиса, не зависят от частоты периодического магнитного поля. Кривые, изображенные на рис. 2, не должны меняться с изменением  $\omega_r f$ , если система точно описывается моделью СВ.

Хотя в работе [11] релаксационный процесс нигде впрямую не рассматривался, тем не менее релаксация неявно присутствует, хотя и выступает в несколько нетривиальной форме. А именно, предполагается, что при изменении величины магнитного по-

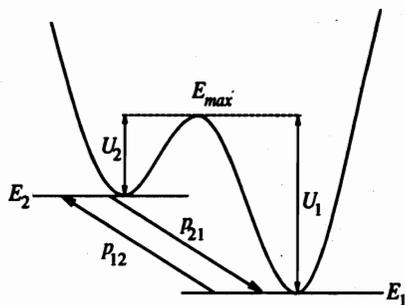


Рис. 3. Схема переходов между локальными минимумами энергии в обобщенной релаксационной модели СВ

ля магнитный момент частицы, находящейся в определенном энергетическом минимуме, с одной стороны, мгновенно отслеживает изменение положения этого минимума и меняет свое направление в соответствии с величиной приложенного поля, а с другой стороны, переходы между состояниями с различными минимумами энергии считаются запрещенными до тех пор, пока величина приложенного поля не превысит значения критического поля. Иными словами, релаксационный процесс является одновременно и предельно быстрым, и предельно медленным. Невозможность перескоков между состояниями с разными минимумами энергии неявно обосновывается тем обстоятельством, что существуют высокие энергетические барьеры, затрудняющие такие переходы (см. рис. 3). Однако такое предположение оказывается справедливым в магнитных полях, существенно меньших  $h_c$ , но вблизи самого критического поля оно должно нарушаться. Нетрудно показать, что вблизи  $h_c$  величина барьера определяется формулой

$$U_{2i}(h) = \alpha_i U_0 (h_c - |h|)^2, \quad |h| < h_c, \quad (5)$$

где  $\alpha_i$  — некая численная константа, зависящая от ориентации  $i$ -ой частицы, а  $U_0 = KV$  — величина энергетического барьера при  $H = 0$ .

При амплитудах периодического поля, близких к  $h_c$ , частица будет находиться значительную часть времени в ситуации, когда предположение о большой величине барьера заведомо не выполняется (см. выражение (4)). Вследствие этого необходимо более точное описание релаксационного процесса. А именно, мы будем предполагать, что резкая переориентация магнитного момента частицы будет происходить не только при магнитных полях, превышающих  $h_c$ , но и при меньших полях, когда эффективная энергия анизотропии  $U_{2i}$  не слишком велика по отношению к температуре. Как мы увидим ниже, такое обобщение модели СВ резко меняет как магнитные свойства, так и мессбауэровские спектры частиц СВ.

Для простоты будем предполагать, что в каждый момент времени в зависимости от величины магнитного поля релаксационный процесс определяется всего лишь двумя величинами:

$$\begin{aligned} p_{12}(h) &= p_0 \exp[-U_1(h)/k_B T], \\ p_{21}(h) &= p_0 \exp[-U_2(h)/k_B T], \end{aligned} \quad (6)$$

где  $p_0$  — некоторая константа, а

$$U_{1,2}(h) = E_{max}(h) - E_{1,2}(h). \quad (7)$$

Здесь  $p_{12}$  и  $p_{21}$  имеют смысл вероятностей переходов в единицу времени между локально-равновесными уровнями. Для каждой группы частиц с различной ориентацией величины  $E_{max}$  и  $E_{1,2}$  находятся путем несложных численных расчетов [11]. Предложенная выше модель релаксации обладает тем достоинством, что весь релаксационный процесс характеризуется всего лишь двумя параметрами — константой  $p_0$  и величиной барьера  $U_0$ . При фиксированных  $p_0$  и предельно больших  $U_0$  как раз и реализуется исходная модель СВ, причем по мере увеличения  $U_0$  интервал времени, где барьеры нельзя считать малыми, уменьшается и стремится к нулю в пределе  $U_0 \rightarrow \infty$ .

В магнитных полях  $|h| < h_c$  каждая частица может находиться лишь в двух состояниях, соответствующих локальным минимумам энергии, между которыми могут происходить релаксационные перескоки. Их равновесные заселенности  $w_{1,2}^{(0)}(h)$  определяются принципом детального равновесия:

$$w_{1,2}^{(0)}(h) = \frac{\exp[-E_{1,2}(h)/k_B T]}{\exp[-E_1(h)/k_B T] + \exp[-E_2(h)/k_B T]}. \quad (8)$$

Естественно, что под действием внешнего переменного магнитного поля истинные заселенности локальных состояний не будут равновесными, а будут зависеть от амплитуды поля и соотношения между его частотой и релаксационными параметрами. Так, в каждый момент времени изменение неравновесных заселенностей локальных состояний  $w_1(t)$  и  $w_2(t)$  во времени можно описать уравнениями

$$\frac{dw_{1,2}(t)}{dt} = \mp p_{12}(t)w_1(t) \pm p_{21}(t)w_2(t). \quad (9)$$

В магнитных полях, превышающих критическое поле,  $|h| > h_c$ , согласно исходной модели СВ имеется уже не два, а только один локальный минимум энергии частицы, и согласно той же модели частица переходит в состояние, соответствующее этому минимуму, в магнитных полях, сколь угодно мало превышающих  $h_c$ . Для дальнейшего нам будет удобно сохранить при таких полях два состояния частицы с одинаковыми значениями магнитного момента в них и считать, что в моменты времени, соответствующие  $|h| > h_c$ , истинные заселенности не зависят от времени, а вектор заселенности  $\langle W(t) \rangle$  имеет вид

$$\langle W(t) \rangle = (w_1(t) \ w_2(t)) = \begin{cases} (1 \ 0), & h > h_c, \\ (0 \ 1), & h < -h_c. \end{cases} \quad (10)$$

Для амплитуд внешнего магнитного поля, превышающих критическое поле, роль граничного условия, обеспечивающего однозначность решения уравнений (9), играет условие (10). Для полей с амплитудой  $h_0 < h_c$  в качестве граничного условия выбирается условие периодичности:

$$\langle W(t + T_{rf}) \rangle = \langle W(t) \rangle, \quad (11)$$

где  $T_{rf} = 2\pi/\omega_{rf}$  — период внешнего магнитного поля.

Система нелинейных уравнений (9) вместе с граничными условиями (10) и (11) относительно несложно решается путем численных расчетов. Зная  $w_1(t)$  и  $w_2(t)$ , нетрудно определить эволюцию магнитного момента частицы во времени под действием внешнего периодического поля:

$$M(t) = w_1(t)M_1(h(t)) + w_2(t)M_2(h(t)), \quad (12)$$

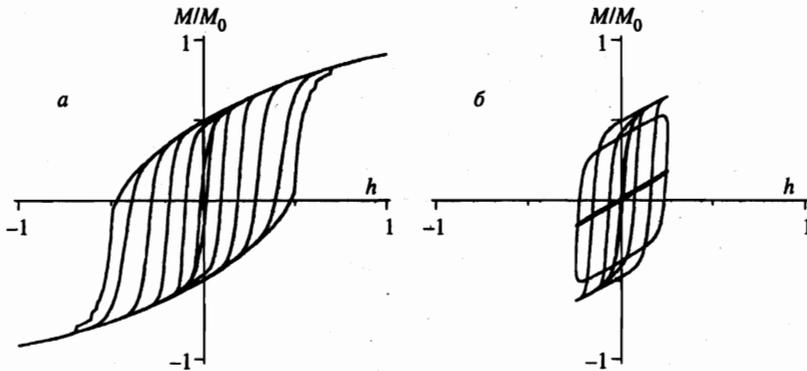


Рис. 4. Кривые намагничивания для ансамбля хаотически ориентированных СВ-частиц в модифицированной релаксационной модели для  $U_0/k_B T = 20$  и различных отношений  $p_0/(\omega_{rf}/2\pi) = 1, 10^2, 10^4, 10^6, 10^8, 10^{10}$  (от внешней петли гистерезиса к внутренней) в режимах: сильных РЧ-полей,  $h_0 = 1$  (а) и слабых РЧ-полей,  $h_0 = 0.25$  (б)

где  $M_1(h)$  и  $M_2(h)$  — соответствующие локальным минимумам энергии проекции магнитного момента частицы на направление поля, которые рассчитываются независимо по схеме, изложенной в работе [11].

Для определения эволюции во времени магнитного момента  $M(t)$  ансамбля хаотически ориентированных и не взаимодействующих частиц СВ необходимо просуммировать магнитные моменты частиц  $i$ -го сорта  $M_i(t)$ , каждый из которых определяется совокупностью уравнений (6)–(11).

Обобщение релаксационного процесса приводит к ярким качественным изменениям нелинейных магнитных свойств и, в первую очередь, к изменениям формы петель гистерезиса. В исходной модели СВ форма петли гистерезиса определялась только амплитудой переменного магнитного поля и не зависела от его частоты, тогда как в обобщенной релаксационной модели она уже начинает зависеть от частоты поля, а именно, от отношения  $\omega_{rf}/p_0$ , а также от относительной величины энергетического барьера  $U_0/k_B T$ .

На рис. 4а представлены петли гистерезиса в зависимости от отношения  $\omega_{rf}/p_0$  в режиме больших амплитуд РЧ-поля  $h_0$ , превышающих значения критических полей для всех частиц с разной ориентацией. Как видно на этом рисунке, с ростом частоты магнитного поля петля гистерезиса расширяется и в пределе больших  $\omega_{rf}$  стремится к петле гистерезиса, характерной для исходной модели СВ, при этом, естественно, поле перемагничивания возрастает по мере увеличения частоты поля. Эта картина имеет простое физическое объяснение. При низких частотах частицы имеют больше времени для термализации и перехода к равновесному состоянию, и поля перемагничивания оказываются малыми. При высоких частотах  $\omega_{rf}$  магнитное поле не успевает перезаселять локальные уровни энергии в соответствии с их равновесной заселенностью. В этом случае для перемагничивания требуются большие амплитуды РЧ-поля.

Отметим, что этот факт может иметь самое непосредственное отношение к мессбауэровским экспериментам, проведенным еще в пионерской работе Пфайффера по обнаружению коллапс-эффекта [1], когда по мере увеличения амплитуды РЧ-поля происходит «схлопывание» разрешенной сверхтонкой структуры в одиночную централь-

ную линию с сателлитами. Пфайффер проводил исследования на пермаллое с частотой внешнего РЧ-поля порядка 100 МГц, при этом коллапс-эффект, а следовательно, и эффективное перемагничивание магнитных кластеров происходили в РЧ-полях порядка нескольких эрстед. С другой стороны, пермаллой является магнитомягким материалом, и его перемагничивание на низких частотах происходит уже в полях порядка сотых эрстеда. Пфайффер не акцентировал внимание на этом факте. Более того, и в последующих работах не проводилось сравнения полей перемагничивания при больших и малых частотах РЧ-поля. С другой стороны, ясно, что для построения последовательной теории мессбауэровских спектров необходимо принимать во внимание это обстоятельство. Предложенная обобщенная релаксационная модель дает возможность описать это явление.

В слабых РЧ-полях с амплитудой меньше критических полей  $h_c$  для всех частиц (см. рис. 4б) форма петель гистерезиса в зависимости от частоты  $\omega_{rf}$  меняется более сложным образом. В области низких частот с ростом  $\omega_{rf}$  происходит увеличение поля перемагничивания. В пределе больших частот, когда релаксационный процесс становится несущественным, петля гистерезиса исчезает и имеет место обратимая кривая парамагнитного типа. В промежуточной области частот  $\omega_{rf}$  наблюдаются экзотические петли типа изображенных на рис. 4б. Естественно, что в этом случае следует ожидать появления специфических особенностей в мессбауэровских спектрах.

### 3. РЕЛАКСАЦИОННЫЕ МЕССБАУЭРОВСКИЕ СПЕКТРЫ ЧАСТИЦ СВ. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Влияние РЧ-поля на спектры сверхтонкой структуры сказывается через действующее на ядро сверхтонкое поле  $H_{hf}(t)$ , которое под действием РЧ-поля через сложные релаксационные процессы начинает зависеть от времени. Наиболее простая и физически ясная ситуация реализуется в случаях, когда релаксационные процессы достаточно быстры, так что  $H_{hf}(t)$  следует за некоторыми макроскопическими характеристиками образца, например за намагниченностью  $M_i(t)$  частицы СВ, которая, в свою очередь, меняется со временем при воздействии РЧ-поля. Если модель намагничивания задана, т.е.  $M_i(t)$ , а следовательно, и  $H_{hf}(t)$  можно считать известными функциями, то гамильтониан системы будет иметь следующий вид:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + g_{g,e} \mu_N \hat{I}^{(g,e)} H_{hf}(t) + \hat{V}_{\gamma N}(t_0), \quad (13)$$

где  $\hat{H}_0$  — гамильтониан, определяющий энергии уровней ядра без учета сверхтонкого взаимодействия; второй член описывает сверхтонкое взаимодействие ядра,  $\mu_N$  — ядерный магнетон,  $g_{g,e}$  — ядерный  $g$ -фактор,  $\hat{I}^{(g,e)}$  — ядерный спин для основного ( $g$ ) и возбужденного ( $e$ ) состояний ядра; оператор  $\hat{V}_{\gamma N}(t_0)$  описывает взаимодействие гамма-кванта с ядром, а  $t_0$  — момент включения этого взаимодействия [15]. Как видно из выражения (13), форма спектра поглощения определяется зависимостью  $H_{hf}(t)$ .

В работе [10], где временная зависимость  $H_{hf}$  предполагалась строго детерминированной в соответствии с исходной моделью СВ, было получено общее выражение для сечения поглощения гамма-кванта энергии  $E = \hbar\omega$  для группы частиц СВ с заданной

ориентацией оси легчайшего намагничивания:

$$\sigma_i(\omega) = \frac{\sigma_\alpha}{\Gamma_0 T_{rf}} \int_0^{T_{rf}} dt \int_t^\infty dt' \sum_\eta \text{Sp} \left\{ \hat{V}_\eta \left[ \hat{T} \exp \left\{ \int_t^{t'} i [\tilde{\omega} \hat{I}_n - \hat{L}_{\hat{H}}(t'')] \right\} dt'' \right] \hat{V}_\eta^+ \right\} + \text{c.c.}, \quad (14)$$

где  $\hat{T}$  — оператор хронологического упорядочения,  $\hat{L}_{\hat{H}}(t)$  — супероператор Лиувилля статического сверхтонкого взаимодействия [16], действующий в пространстве  $(2I^{(g)} + 1)(2I^{(e)} + 1)$  переменных (явный вид этого оператора для случая ядер  $^{57}\text{Fe}$  приведен в Приложении),  $\hat{I}_n$  — единичный супероператор в пространстве ядерных переменных,  $\hat{V}_\eta(t)$  — оператор ядерного тока, определяющий интенсивности ядерных переходов,  $\sigma_\alpha$  — эффективная толщина поглотителя;  $\tilde{\omega} = \omega + i\Gamma_0/2$  ( $\Gamma_0$  — ширина уровня возбужденного состояния ядра). В формуле (14) также проведено суммирование по различным поляризациям  $\eta$  падающего гамма-излучения.

На рис. 5 (слева) приведен пример трансформации мессбауэровских спектров ансамбля СВ-частиц с изменением амплитуды РЧ-поля, рассчитанных в исходной модели СВ. Характерной особенностью спектров при их трансформации от разрешенной сверхтонкой структуры к одиночной линии с сателлитами является наличие резкого качественного изменения спектров при амплитудах РЧ-поля вблизи нижнего критического поля  $h_c = 0.5$ . Даже небольшое (порядка нескольких процентов) превышение амплитуды РЧ-поля величины  $h_c = 0.5$  приводит к появлению четкой центральной линии с небольшими сателлитами на фоне хорошо разрешенной сверхтонкой структуры.

В расширенной релаксационной модели СВ, рассмотренной в разд. 2, временные траектории  $\mathbf{H}_{hf}$  уже приобретают стохастический характер, т. е. для каждой отдельной частицы нельзя указать точно величину магнитного момента (а следовательно, и сверхтонкое поле на ядре) частицы в каждый момент времени. В этом случае можно лишь определить вероятности нахождения частицы в том или ином квазиравновесном состоянии, соответствующем различным минимумам энергии частицы. И как следствие, выражение (14) необходимо усреднить по всем возможным траекториям  $\mathbf{H}_{hf}(t)$ .

Начнем рассмотрение со случая, когда амплитуда внешнего РЧ-поля для всех частиц СВ меньше критической:

$$h_0 < h_c. \quad (15)$$

В этом случае в каждый момент времени каждая частица имеет два четко выраженных минимума энергии. В исходной модели СВ не предполагается каких-либо переходов между этими двумя состояниями как бы в силу большого энергетического барьера, разделяющего эти состояния. В действительности величина этого барьера конечна, а во внешних полях, близких к критическим, может стать сколь угодно малой, а следовательно, могут возникнуть довольно быстрые релаксационные процессы. При этом вероятности переходов между локальными уровнями в единицу времени (см. выражение (6)) полностью определяют всю совокупность стохастических кривых. Усреднение по этим стохастическим кривым проводится в соответствии с процедурой, предложенной еще Андерсоном [17] для случая, когда релаксация определяется однородным марковским процессом с постоянными во времени вероятностями переходов. В работе [14] этот подход был обобщен на случай, когда вероятности переходов зависят от времени, в предположении, что сверхтонкое поле на ядре меняется только по величине, оставаясь параллельным одной и той же оси. Последнее предположение позволяет избежать

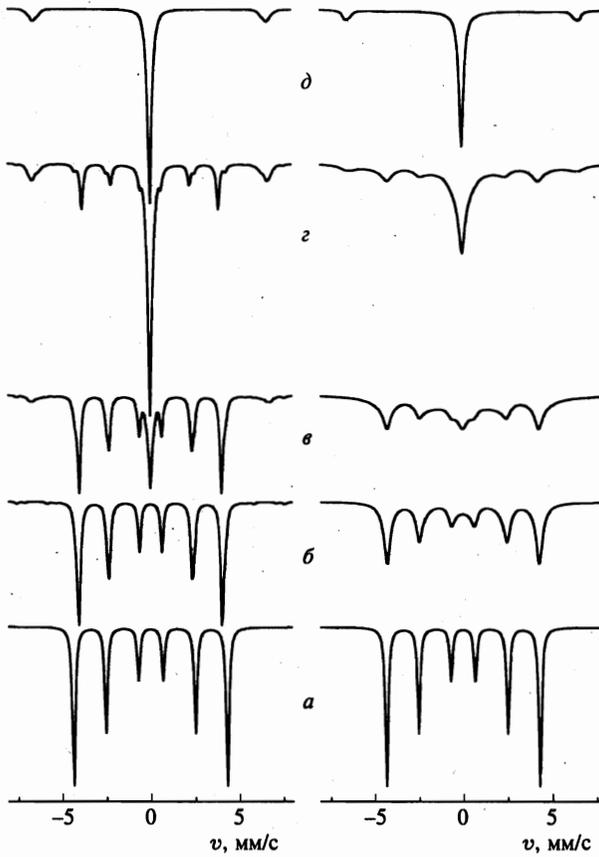


Рис. 5. Трансформация мессбауэровских спектров ансамбля хаотически ориентированных СВ-частиц при изменении амплитуды РЧ-поля ( $\omega_{rf}/2\pi = 75$  МГц) в исходной модели СВ (слева) при  $h_0 = 0, 0.5, 0.51, 0.6, 1$  (кривые а-д) и в расширенной релаксационной модели для  $U_0/k_B T = 20, p_0/(\omega_{rf}/2\pi) = 10^4$  (справа) при  $h_0 = 0, 0.2, 0.225, 0.25, 0.3$  (кривые а-д). Масштаб спектров д уменьшен в два раза. Здесь и далее расчеты выполнены для ядер  $^{57}\text{Fe}$ ,  $\omega_L/2\pi = 50$  МГц и неполяризованного пучка гамма-квантов, перпендикулярного направлению внешнего магнитного поля

введения в теорию супероператоров сверхтонкого взаимодействия, которые приходится вводить, как только в динамике сверхтонких полей меняется не только величина, но и направление сверхтонкого поля. При этом учет последнего эффекта даже без обобщения релаксационной модели приводит к качественно иным трансформациям мессбауэровских спектров в зависимости от частоты и амплитуды РЧ-поля [10]. Для более полного описания всевозможных вариантов влияния РЧ-поля на мессбауэровские спектры, естественно, необходимо рассмотреть модель, в которой, с одной стороны, учитываются релаксационные процессы, а с другой — сверхтонкое поле может менять свое направление во времени.

При выполнении условия (15) обобщение результатов работ [10, 14] путем перехода к супероператорам более общего вида позволяет получить выражение для сечения

поглощения в обобщенной релаксационной модели СВ в следующем виде:

$$\sigma_i(\omega) = \frac{\sigma_\alpha}{\Gamma_0 T_{rf}} \int_0^{T_{rf}} dt \int_t^\infty dt' \langle W_i(t) | \sum_\eta \text{Sp} \left\{ \hat{V}_\eta \hat{G}_i(t, t') \exp [i\tilde{\omega}(t' - t)] \hat{V}_\eta^+ \right\} | 1 \rangle + \text{c.c.}, \quad (16)$$

где

$$\hat{G}_i(t, t') = \hat{T} \exp \left\{ \int_t^{t'} dt'' \left[ -i\hat{L}(t'') - \hat{P}(t'') \right] \right\}. \quad (17)$$

Здесь

$$\hat{L}(t) = \begin{pmatrix} \hat{L}_H^{(1)}(t) & 0 \\ 0 & \hat{L}_H^{(2)}(t) \end{pmatrix}, \quad (18)$$

$$\hat{P}(t) = \hat{P}(t) \otimes \hat{1}_n, \quad (19)$$

$$\hat{P}(t) = \begin{pmatrix} p_{12}(t) & -p_{12}(t) \\ -p_{21}(t) & p_{21}(t) \end{pmatrix}, \quad (20)$$

где символ  $\otimes$  обозначает прямое произведение операторов. В нашем случае супероператор  $\hat{G}_i(t, t')$  действует в пространстве переменных размерностью

$$N^i = 2(2I^{(g)} + 1)(2I^{(e)} + 1), \quad (21)$$

при этом супероператоры сверхтонкого взаимодействия  $\hat{L}_H^{(j)}(t)$  действуют в пространстве только ядерных переменных и соответствуют двум различным локальным минимумам энергии частицы СВ во внешнем магнитном поле, а релаксационная матрица  $\hat{P}(t)$  диагональна по ядерным переменным и определяется введенными ранее релаксационными параметрами  $p_{12}(t)$  и  $p_{21}(t)$ . Естественно, матрицы  $\hat{L}(t)$  и  $\hat{P}(t)$  различны для частиц с разной ориентацией, а индекс частицы  $i$  опущен в них для простоты. Отметим, что супероператоры  $\hat{L}(t)$  и  $\hat{P}(t)$  полностью определяются характеристиками исходной модели СВ и характеристиками РЧ-поля, однако в целом мессбауэровские спектры частиц определяются еще и динамикой системы частиц во времени через входящий в уравнение (16) вектор неравновесных заселенностей  $\langle W_i(t) |$ , для нахождения компонент которого необходимо решить систему уравнений (9)–(11) для каждого сорта частиц.

В полной аналогии с результатами работ [10, 15] вследствие периодичности РЧ-поля

$$\hat{G}_i(t + T_{rf}, t' + T_{rf}) = \hat{G}_i(t, t'), \quad (22)$$

и с учетом этого можно преобразовать выражение (16) к следующему виду:

$$\begin{aligned} \sigma_i(\omega) = & \frac{\sigma_\alpha}{\Gamma_0 T_{rf}} \int_0^{T_{rf}} dt \int_0^{T_{rf}} d\tau \langle W_i(t) | \times \\ & \times \sum_\eta \text{Sp} \left\{ \hat{V}_\eta \frac{\exp(i\tilde{\omega}\tau)}{\hat{1} - \exp(i\tilde{\omega}T_{rf})} \hat{G}_i(t, t + \tau) \hat{V}_\eta^+ \right\} | 1 \rangle + \text{c.c.} \end{aligned} \quad (23)$$

Такая форма, где интегрирование проводится в конечных пределах, наиболее удобна для выполнения конкретных расчетов. Полное сечение поглощения с очевидностью определяется усреднением по всем частицам  $i$  различной ориентации.

Полученный выше результат (23) для малых амплитуд внешнего РЧ-поля (условие (15)) не может быть автоматически перенесен на случай, когда внешнее магнитное поле превышает критическое поле для какой-либо группы частиц. Действительно, для напряженностей магнитных полей, превышающих  $h_c$ , частица не имеет барьера, разделяющего локальные минимумы. В эти моменты времени она находится в одном абсолютном минимуме, и вопрос о релаксационных процессах в эти моменты времени полностью снимается. Иными словами, с изменением внешнего магнитного поля во времени происходит как бы редукция состояний частицы, между которыми осуществляется релаксация. Обобщение результата (23) на этот случай можно провести следующим образом.

Будем считать формально, как это было сделано в разд. 2, что при  $|h(t)| > h_c$  частица находится как бы в двух состояниях с одинаковыми параметрами сверхтонкого взаимодействия

$$\hat{L}(t) = \hat{L}_{\vec{H}}(t) \otimes \hat{1}_e, \tag{24}$$

где  $\hat{1}_e$  — единичный оператор в пространстве энергетических состояний. Очевидно, что в соответствующие моменты времени релаксация отсутствует, и в интервале времени  $(t, t')$ , в котором напряженность внешнего магнитного поля превышает критическое поле, для вычисления функции  $\hat{G}_i(t, t')$  можно воспользоваться общей формулой (17), в которой релаксационный оператор  $\hat{P}(t)$  можно положить равным нулю, а оператор сверхтонкого взаимодействия будет определяться формулой (24).

Рассмотрим теперь интервал времени  $(t, t')$  такой, что  $h(t) < h_c$ ,  $h(t') > h_c$  и существует всего одна точка во времени  $t_c$ , в которой  $h(t_c) = h_c$ . Согласно модели СВ, в самой точке  $t_c$  происходит мгновенная перестройка системы. Релаксационный процесс в окрестности этой точки не описывается релаксационными константами, а задается как конечный результат: в каком бы состоянии частица ни находилась в предшествующий точке  $t_c$  момент времени, в следующий после  $t_c$  момент времени она должна находиться в состоянии (1). Это предположение остается в силе и в нашей модели. Этот процесс нетрудно учесть, если ввести в рассмотрение проекционный оператор

$$\hat{R}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{25}$$

Оператор  $\hat{G}_i(t, t')$  в указанном временном интервале имеет, очевидно, следующий вид:

$$\hat{G}_i(t, t') = \hat{G}_i(t, t_c) \hat{R}_1 \hat{G}_i(t_c, t). \tag{26}$$

При обратном по РЧ-полю движении, когда  $h(t) > h_c$ ,  $h(t') < h_c$ , уже не происходит резкой перестройки в окрестности точки  $t_c$ , и

$$\hat{G}_i(t, t') = \hat{G}_i(t, t_c) \hat{G}_i(t_c, t). \tag{27}$$

В области отрицательных значений РЧ-поля, когда  $h(t) > -h_c$ ,  $h(t') < -h_c$ , для оператора  $\hat{G}_i(t, t')$  получается аналогичное соотношению (26) выражение, где оператор  $\hat{R}_1$

нужно заменить на проекционный оператор

$$\hat{R}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (28)$$

Используя эти формулы, нетрудно выписать выражения для супероператора  $\hat{G}_i(t, t')$  и в тех случаях, когда в интервале времени  $(t, t')$  магнитное РЧ-поле проходит область критических значений многократно.

С учетом формул (25)–(28) для расчета спектров можно пользоваться общим выражением (23) для произвольных значений амплитуды РЧ-поля. Отметим, что объем расчетов резко увеличивается по сравнению с ранее рассмотренными случаями, когда либо поле менялось только по величине, а не по направлению [14], либо не учитывалась релаксация [10].

#### 4. МЕТОДЫ РАСЧЕТА

Общее выражение (23) для спектра поглощения представляет собой двойной интеграл по времени от сложных супероператорных функций, и поэтому реализация соответствующих расчетов по этим формулам требует особого анализа как с точки зрения соблюдения необходимой точности вычислений, так и для нахождения более оптимальных схем расчета. Центральным моментом таких вычислений является расчет матриц  $\hat{G}(t, t')$  (здесь и далее опущен индекс  $i$  частицы СВ). Согласно определению  $\hat{T}$ -произведения,

$$\hat{G}(t, t') = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \hat{G}(t, t + \tau) \dots \hat{G}(t_k, t_k + \tau) \dots \hat{G}(t' - \tau, t') \right], \quad (29)$$

где  $\tau = (t - t')/n$ . Это определение и дает основу для вычисления матриц  $\hat{G}(t, t')$ . Расчет сводится к перемножению  $n$  матриц  $\hat{G}(t_k, t_k + \tau)$ , которые при малых  $\tau$  можно представить в виде рядов по этому малому параметру:

$$\begin{aligned} \hat{G}(t_k, t_k + \tau) &= \hat{T} \exp \left\{ \int_{t_k}^{t_k + \tau} dt [-\hat{F}(t)] \right\} \equiv \\ &\equiv \hat{\mathbf{1}} - \int_{t_k}^{t_k + \tau} dt_1 \hat{F}(t_1) + \int_{t_k}^{t_k + \tau} dt_1 \int_{t_1}^{t_k + \tau} dt_2 \hat{F}(t_1) \hat{F}(t_2) - \dots, \end{aligned} \quad (30)$$

где

$$\hat{F}(t) = i\hat{\mathbf{L}}(t) + \hat{\mathbf{P}}(t). \quad (31)$$

С точностью до членов малых по параметру  $O(\tau^3)$  имеем

$$\hat{G}(t_k, t_k + \tau) = \hat{\mathbf{1}} - \hat{F}(t_1)\tau + \frac{1}{2}\hat{F}(t_1)\hat{F}(t_1)\tau^2, \quad (32)$$

где  $t_1 = t_k + \tau/2$ . При этом точность вычисления исходного выражения (29) будет пропорциональна  $\tau^2$ . Нужная точность вычислений достигается путем увеличения числа разбиений  $n$ , т. е. уменьшением соответствующих значений  $\tau$ .

Ясно, что оптимальное число разбиений  $n$ , необходимое для достижения заданной точности расчета, будет зависеть от отношения характерных частот задачи, которыми в нашем случае являются частота РЧ-поля, ларморовская частота  $\omega_L$  в поле  $H_{hf}$  и релаксационные частоты  $p(t) = p_{12}(t) + p_{21}(t)$ . Величина сверхтонкого поля на ядре не меняется, а меняется только его направление, так что для проведения оценок точности можно считать параметр  $\omega_L/\omega_{rf}$  не меняющимся во времени. Что же касается второго параметра, то отношение  $p(t)/\omega_{rf}$  может меняться в очень широких пределах. Учитывая специфику задачи, а именно, что в отсутствие РЧ-поля должна наблюдаться четкая сверхтонкая структура, мы будем в дальнейшем предполагать, что

$$p(h = 0) \equiv p_0 \exp(-U_0/k_B T) \ll \omega_L/2\pi. \tag{33}$$

Естественно, выполнение неравенства (33) обеспечивается главным образом большой величиной барьера  $U_0$ , тогда как отношение  $p_0/\omega_L$  может быть произвольным. Так как зависимость  $p(t)$  определяется величиной барьера и носит экспоненциальный характер, соотношение

$$p(t) \leq \omega_L/2\pi \tag{34}$$

будет выполняться в широком интервале времен, за исключением небольших областей вблизи критических точек. В интервале времен, где выполняется соотношение (34), для вычисления матриц  $\hat{G}(t, t')$  следует использовать описанную выше процедуру с числом разбиений, определяемым отношением  $\omega_L/\omega_{rf}$ . На временных участках, где условие (34) не выполняется, необходимо вводить дополнительное число разбиений.

#### 4.1. Участки с быстрой релаксацией

Для больших значений отношения  $p(t)/\omega_L$  проведем в формуле (30) разложение по супероператору сверхтонкого взаимодействия, а релаксационные параметры будем считать произвольными:

$$\hat{G}(t, t + \tau) = \hat{G}_0(t, t + \tau) \oplus \hat{I}_n + \hat{G}_1(t, t + \tau) + \hat{G}_2(t, t + \tau) + \dots, \tag{35}$$

где

$$\hat{G}_0(t, t + \tau) = \hat{T} \exp \left[ - \int_t^{t+\tau} dt' \hat{P}(t') \right], \tag{36}$$

$$\hat{G}_1(t, t + \tau) = \int_0^\tau d\tau' \hat{G}_0(t, t + \tau') [i\hat{L}(t + \tau')] \hat{G}_0(t + \tau', t + \tau), \tag{37}$$

$$\begin{aligned} \hat{G}_2(t, t + \tau) = & - \int_0^\tau d\tau' \times \\ & \times \int_0^{\tau'} d\tau'' \hat{G}_0(t, t + \tau') \hat{L}(t + \tau') \hat{G}_0(t + \tau', t + \tau' + \tau'') \hat{L}(t + \tau' + \tau'') \hat{G}_0(t + \tau' + \tau'', t + \tau). \end{aligned} \tag{38}$$

Формулы (35)–(38) определяют оператор  $\hat{G}(t, t + \tau)$  с точностью  $(\omega_L \tau)^3$ , при этом на релаксационные параметры никаких ограничений не накладывается.

Релаксационную матрицу  $\hat{P}(t)$  всегда можно представить в виде

$$\hat{P}(t) = p(t)\hat{S}(t), \quad (39)$$

где

$$\hat{S}(t) = \begin{pmatrix} w_2^{(0)}(t) & -w_3^{(0)}(t) \\ -w_1^{(0)}(t) & w_1^{(0)}(t) \end{pmatrix} \quad (40)$$

— матрица, составленная из равновесных заселенностей  $w_{1,2}^{(0)}(t)$ . Если релаксационные параметры меняются слабо на временах порядка  $\tau$ , то

$$\hat{G}_0(t, t + \tau) = \exp[-\hat{P}(t_1)] = \hat{R}(t_1) + \hat{S}(t_1) \exp[-p(t_1)\tau], \quad (41)$$

где  $t_1 = t + \tau/2$ , а

$$\hat{R}(t) = \hat{1}_e - \hat{S}(t) = \begin{pmatrix} w_1^{(0)}(t) & w_2^{(0)}(t) \\ w_1^{(0)}(t) & w_2^{(0)}(t) \end{pmatrix}. \quad (42)$$

С помощью этого выражения интегралы в правых частях уравнений (37) и (38) легко берутся, и в результате получаем

$$\hat{G}_1(t, t + \tau) = i\hat{L}^{RR}\tau + \frac{1 - \exp(-p\tau)}{p} i [\hat{L}^{RS} + \hat{L}^{SR}] + \tau \exp(-p\tau) i\hat{L}^{SS}, \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \hat{G}_2(t, t + \tau) = & -(\hat{L}^{RR})^2 \frac{\tau^2}{2} - (\hat{L}^{RR}\hat{L}^{RS} + \hat{L}^{RS}\hat{L}^{SR} + \hat{L}^{SR}\hat{L}^{RR}) \frac{\tau}{p} \left[ 1 - \frac{1 - \exp(-p\tau)}{p\tau} \right] + \\ & + (\hat{L}^{RS}\hat{L}^{SS} + \hat{L}^{SR}\hat{L}^{RS} + \hat{L}^{SS}\hat{L}^{SR}) \frac{1}{p^2} [1 - \exp(-p\tau)(1 + p\tau)] - (\hat{L}^{SS})^2 \exp(-p\tau) \frac{\tau^2}{2}, \quad (44) \end{aligned}$$

где  $p \equiv p(t_1)$ ,  $\hat{L}^{XY} = \hat{X}\hat{L}\hat{Y}$  и все операторы берутся в точках  $t_1$ . Формулы (35), (41)–(44), с одной стороны, не слишком усложняют расчет, а с другой, позволяют рассчитывать матрицы  $\hat{G}(t, t')$  на временных участках траектории с быстрой релаксацией, не прибегая к чрезмерному увеличению числа разбиений  $n$ . При малых  $p(t)$  эти формулы переходят в исходную формулу (32).

В пределе  $p(t)\tau \gg 1$  с точностью до членов  $(\omega_L/\tau)^3$  имеем

$$\hat{G}(t, t + \tau) = \hat{R}(t_1) \otimes \exp(i\hat{L}_n(t_1)\tau), \quad (45)$$

где

$$\hat{L}_n(t) = w_1^{(0)}(t)\hat{L}_H^{(1)}(t) + w_2^{(0)}(t)\hat{L}_H^{(2)}(t) \quad (46)$$

— средний по равновесным состояниям супероператор сверхтонкого взаимодействия.

### 4.2. Интегрирование по времени с дополнительной факторизацией

Обратимся к основной формуле (23) и оценим число операций, необходимое для расчета спектра поглощения. В качестве простейшей оценки возьмем общее число  $N_{tot}$  произведений двух комплексных чисел, пренебрегая числом суммирований, требующих существенно меньшего времени расчета. Простые оценки показывают, что

$$N_{tot} \propto N_i N_\omega n^2 N^2, \tag{47}$$

где  $N_i$  — число разбиений частиц на группы с разной ориентацией,  $N_\omega$  — число точек, в которых рассчитывается мессбауэровский спектр,  $n$  — число разбиений при расчете матриц  $\hat{G}_i(t, t')$ , а  $N$  определяется формулой (21). При выборе разумных значений  $N_i \approx 128$ ,  $N_\omega \approx 512$ ,  $n \approx 256$ ,  $N = 16$  получаем число требуемых комплексных умножений  $N_{tot} \approx 2^{40} \approx 10^{12}$ . Ясно, что для проведения расчетов на компьютере в этом случае требуется большое количество времени. В действительности время расчетов может быть существенно уменьшено.

Вернемся к исходной формуле (16) для сечения поглощения и разобьем интеграл в его правой части на две части:

$$\sigma_i(\omega) = \sigma_i^{(1)}(\omega) + \sigma_i^{(2)}(\omega), \tag{48}$$

где

$$\sigma_i^{(1)}(\omega) = \frac{\sigma_\alpha}{\Gamma_0 T_{rf}} \int_0^{T_{rf}} dt \int_{T_{rf}}^\infty dt' \langle W_i(t) | \sum_\eta \text{Sp} \left\{ \hat{V}_\eta \hat{G}_i(t, t') \exp [i\bar{\omega}(t' - t)] \hat{V}_\eta^+ \right\} | 1 \rangle + \text{c.c.}, \tag{49}$$

$$\sigma_i^{(2)}(\omega) = \frac{\sigma_\alpha}{\Gamma_0 T_{rf}} \int_0^{T_{rf}} dt \int_t^{T_{rf}} dt' \langle W_i(t) | \sum_\eta \text{Sp} \left\{ \hat{V}_\eta \hat{G}_i(t, t') \exp [i\bar{\omega}(t' - t)] \hat{V}_\eta^+ \right\} | 1 \rangle + \text{c.c.} \tag{50}$$

Из определения (17) матрицы  $\hat{G}(t, t')$  как  $\hat{T}$ -произведения следует, что она обладает следующим свойством:

$$\hat{G}(t, t') = \hat{G}(t, T_{rf}) \hat{G}(T_{rf}, t') \quad \text{для } t' > T_{rf} > t. \tag{51}$$

Используя (51), выражение (49) можно привести к виду

$$\begin{aligned} \sigma_i^{(1)}(\omega) &= \frac{\sigma_\alpha}{\Gamma_0 T_{rf}} \int_0^{T_{rf}} dt \int_0^{T_{rf}} dt' \langle W_i(t) | \times \\ &\times \sum_\eta \text{Sp} \left\{ \hat{V}_\eta(t) \frac{\exp [i\bar{\omega}(t' - t)] \exp (i\bar{\omega} T_{rf})}{\hat{1} - \exp (i\bar{\omega} T_{rf})} \hat{G}_i(0, T_{rf}) \hat{V}_\eta^+(t') \right\} | 1 \rangle + \text{c.c.}, \end{aligned} \tag{52}$$

где

$$\hat{V}_\eta(t) = \hat{V}_\eta \hat{G}_i(t, T_{rf}), \quad \hat{V}_\eta^+(t) = \hat{G}_i(0, t) \hat{V}_\eta^+. \tag{53}$$

В свою очередь, с помощью замены переменных  $\tau = t' - t$  интеграл в правой части (50) также приводится к более удобному для расчетов виду:

$$\sigma_i^{(2)}(\omega) = \frac{\sigma_\alpha}{\Gamma_0} \int_0^{T_{rf}} d\tau \exp(i\omega\tau) I_i(\tau) + \text{c.c.}, \quad (54)$$

где

$$I_i(\tau) = \frac{1}{T_{rf}} \int_0^{T_{rf}-\tau} dt \langle W_i(t) | \sum_\eta \text{Sp} \left\{ \hat{V}_\eta \hat{G}_i(t, t+\tau) \hat{V}_\eta^\dagger \right\} | 1 \rangle. \quad (55)$$

Как видно из выражения (52), имеет место его факторизация, так что двойной интеграл по  $t$  и  $t'$  сводится к вычислению двух одномерных интегралов. При этом, естественно, число операций для его вычисления резко уменьшается и вместо выражения (47) с учетом усреднения по группам частиц с различной ориентацией имеем оценку

$$N_{tot} \propto N_i N_\omega n N^2. \quad (56)$$

При тех же значениях  $N_i$ ,  $N_\omega$ ,  $n$ ,  $N$  для числа требуемых комплексных умножений получаем  $N_{tot} \approx 2^{32} \approx 10^9$ , что дает основание для проведения расчетов с использованием небольших вычислительных мощностей, а именно, на персональных компьютерах.

Что же касается второго члена  $\sigma_i^{(2)}(\omega)$ , то для его расчета требуется существенно меньший объем вычислений, чем при расчете  $\sigma_i^{(1)}(\omega)$ . Действительно, основной объем расчетов приходится на вычисления корреляционной функции  $I(\tau)$ . Нетрудно оценить, что для расчетов с учетом усреднения по группам частиц с различной ориентацией достаточно провести  $N_i n^2 N^2$  комплексных умножений. Так как не приходится повторять те же самые вычисления для различных точек спектра, данная оценка мала по сравнению с оценкой (56).

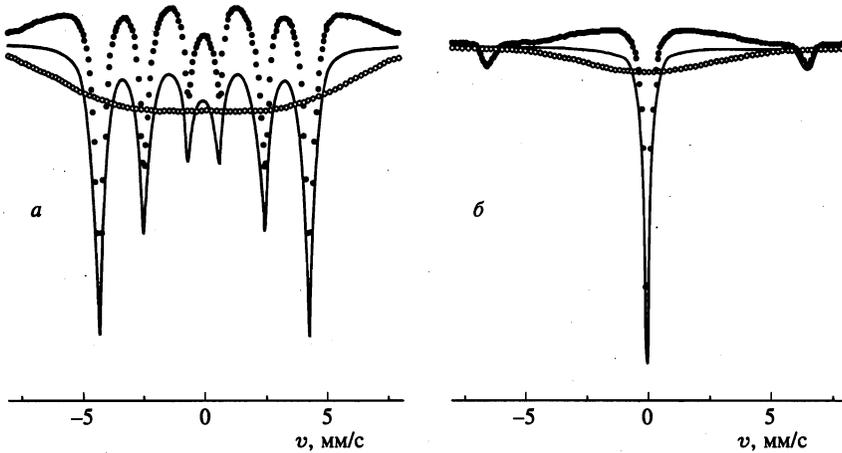
При больших частотах РЧ-поля, когда  $\omega_{rf} > \omega_L$ , основной вклад в сечение поглощения дает член  $\sigma_i^{(1)}(\omega)$ . Вклад второго члена представляет собой плавную кривую с характерными изменениями на частотах порядка  $\omega_{rf}$  (см. рис. 6). В пределе высоких частот  $\omega_{rf}$  для этого члена можно получить следующее выражение:

$$\sigma_i^{(2)}(\omega) = \frac{2\sigma_\alpha T_{rf}}{\Gamma_0} \frac{1 - \cos(\omega T_{rf})}{(\omega T_{rf})^2}. \quad (57)$$

Однако надо отметить, что даже если вклад от  $\sigma_i^{(2)}(\omega)$  мал, им нельзя пренебречь, поскольку вклад от  $\sigma_i^{(1)}(\omega)$  может давать физически неправильный результат с отрицательными значениями сечения поглощения, превышающими фон (см. рис. 6). Второй же член как раз и компенсирует эти отрицательные вклады, так что результирующее сечение поглощения оказывается всегда положительным.

В области низких частот РЧ-поля, когда  $\omega_{rf} \ll \omega_L$ , основной вклад в сечение поглощения дает  $\sigma_i^{(2)}(\omega)$ , а первый член дает лишь небольшие поправки.

На рис. 5 (справа) представлены релаксационные мессбауэровские спектры поглощения для различных амплитуд РЧ-поля, рассчитанные по описанной выше схеме. Как и в случае исходной модели СВ, хорошо разрешенная сверхтонкая структура схлопывается в центральную линию с сателлитами по мере повышения амплитуды РЧ-поля.



**Рис. 6.** Мессбауэровские спектры (сплошные линии) и парциальные компоненты сечения поглощения  $\sigma_i^{(1)}(\omega)$  и  $\sigma_i^{(2)}(\omega)$  (светлые и темные точки соответственно) для ансамбля СВ-частиц ( $U_0/k_B T = 20$ ,  $p_0/(\omega_{rf}/2\pi) = 10^4$ ) в РЧ-поле с  $\omega_{rf}/2\pi = 75$  МГц,  $h_0 = 0.2$  (а) и 0.3 (б). Масштаб спектров б уменьшен в четыре раза

При этом, как видно на рис. 5, процесс схлопывания имеет место при существенно меньших значениях амплитуды РЧ-поля по сравнению с исходной моделью, т. е. под влиянием релаксации происходит эффективное уменьшение величины критического поля (см. разд. 2 и рис. 4). Кроме того, линии спектров, в которых еще наблюдается сверхтонкая структура, оказываются уширенными, и их ширина растет с увеличением амплитуды поля. Ясно, что для количественного описания спектров весьма существенным является более точное описание релаксационных процессов. Что же касается качественных эффектов, то если они и могут проявиться, их появления следует ожидать только в области перехода от разрешенной сверхтонкой структуры к центральной линии с сателлитами (см. рис. 5б–г). Можно ожидать, что резкое качественное изменение формы спектров для значений амплитуды РЧ-поля вблизи нижнего значения критических полей  $h_c = 0.5$  будет сглаживаться релаксационными процессами. Анализ трансформации мессбауэровских спектров в этой начальной стадии перехода в зависимости от параметров задачи представляет специальный интерес.

### 5. СТИМУЛИРОВАННЫЕ РЕЛАКСАЦИЕЙ РЕЗОНАНСЫ

Введенная выше релаксационная модель отличается от исходной модели СВ одним очень важным физическим свойством. В исходной модели процесс перемагничивания подразделяется на два: 1) если амплитуда РЧ-поля  $h_0$  превышает критическое поле  $h_c$ , процесс перемагничивания происходит через каждые полпериода РЧ-поля, 2) при  $h_0 < h_c$  процесс перемагничивания не происходит и частица через каждые полпериода возвращается в исходное состояние. В обобщенной релаксационной модели допускаются такие режимы перемагничивания, когда за половину периода частица может вернуться в исходное с вероятностью  $\tau$ , либо поменять направление магнитного момента с вероятностью  $q = 1 - \tau$ . Проявления качественных особенностей в мессбауэровских

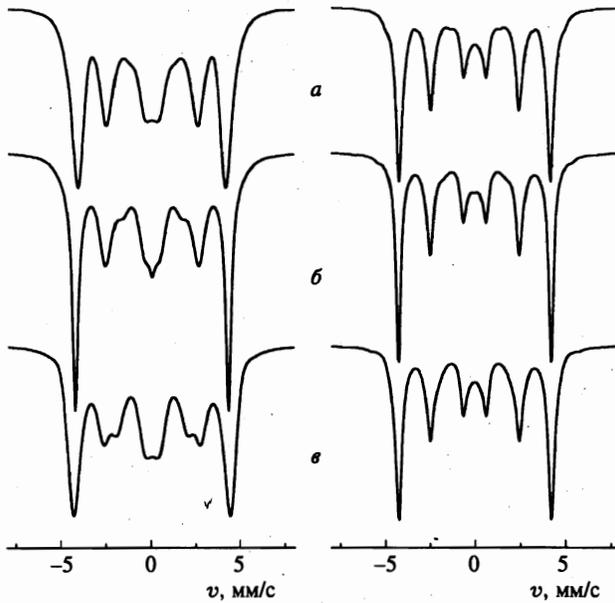


Рис. 7. Мессбауэровские спектры частиц СВ с ориентацией  $\theta = 45^\circ$  (слева) и ансамбля СВ-частиц (справа) для  $U_0/k_B T = 20$ ,  $p_0/(\omega_L/2\pi) = 10^4$  в РЧ-поле с амплитудой  $h_0 = 0.2$  и частотой вблизи частоты сверхтонкой компоненты  $\omega_1/2\pi = 50$  МГц ( $\Delta\omega/2\pi = 5$  МГц):  $\omega_{rf} = \omega_1 + \Delta\omega$  (а),  $\omega_1$  (б),  $\omega_1 - \Delta\omega$  (в). Масштаб правых спектров уменьшен в 1.8 раза

спектрах можно ожидать именно в этих режимах перемагничивания.

Проведенные расчеты спектров в зависимости от частоты РЧ-поля и релаксационных параметров по описанной выше схеме показали, что в случае медленной релаксации ( $q \ll 1$ ) имеет место своеобразное поведение спектров в зависимости от соотношения между частотами сверхтонкой структуры и частотой РЧ-поля. Так как минимальное значение  $h_c = 0.5$  реализуется для группы частиц с  $\theta = 45^\circ$ , для выявления специфики перехода мы в первую очередь проанализировали спектры поглощения для этой группы частиц. На рис. 7 показаны соответствующие спектры для различных значений частоты РЧ-поля вблизи

$$\omega_{rf} = \omega_1, \quad (58)$$

где  $\omega_1 = |\pm 3\omega_e/2 \mp \omega_g/2|$  — частота, соответствующая линиям 1 и 6 в магнитном секстете ( $\omega_{e,g} = g_{g,e}\mu_N H_{rf}$ ). При точном выполнении резонанса, как видно на этом рисунке, крайние линии оказываются намного уже, чем внутренние, а следовательно, их пиковая интенсивность резко увеличивается. При отходе от резонанса в ту или другую сторону ширина линии восстанавливается, при этом внутренняя часть спектра меняется относительно слабо. Этот эффект настолько сильный, что он сохраняется даже в спектрах для всего ансамбля СВ-частиц.

Качественно иная ситуация возникает для частот РЧ-поля в окрестности

$$\omega_{rf} = 2\omega_1. \quad (59)$$

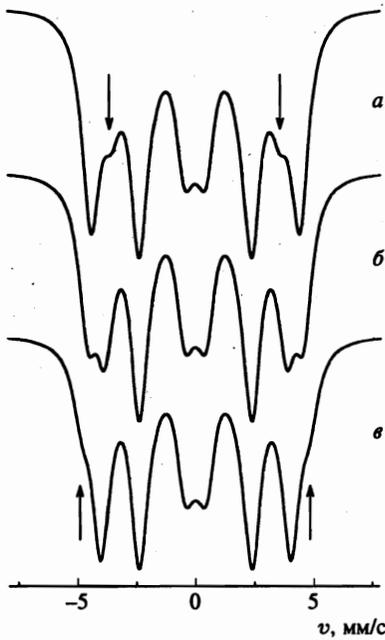


Рис. 8

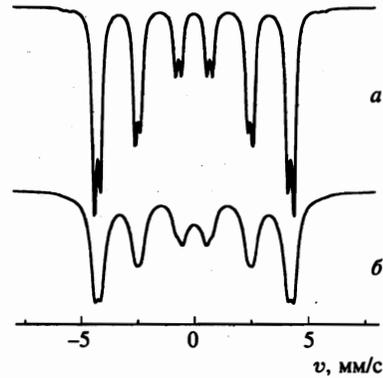


Рис. 9

**Рис. 8.** Трансформация мессбауэровских спектров частиц СВ с ориентацией  $\theta = 45^\circ$  для  $U_0/k_B T = 20$ ,  $p_0/(\omega_L/2\pi) = 10^4$  в РЧ-поле с амплитудой  $h_0 = 0.2$  и частотой вблизи удвоенной частоты сверхтонкой компоненты  $\omega_1/2\pi = 50$  МГц:  $\omega_r f/2\pi = 104$  (а), 99 (б), 94 МГц (в)

**Рис. 9.** Мессбауэровские спектры ансамбля СВ-частиц в РЧ-поле с амплитудой  $h_0 = 0.2$  на резонансной частоте  $\omega_r f/2\pi = \omega_g/2\pi = 36.8$  МГц в исходной модели СВ (а) и в расширенной релаксационной модели для  $U_0/k_B T = 20$  и  $p_0/(\omega_L/2\pi) = 10^4$  (б)

Соответствующие спектры показаны на рис. 8. При выполнении точного резонанса наблюдается расщепление крайних линий секстета, что можно интерпретировать как суперпозицию основной линии, например линии 1, и спутника от второй линии пары, линии 6. Такая интерпретация находит свое подтверждение в форме спектров, рассчитанных для случая небольшой отстройки частоты РЧ-поля от «резонансной» частоты (рис. 8а, в). На этих спектрах явно просматриваются спутники от линий 1 и 6, отмеченные стрелками на рисунке. Отметим, что при этом не наблюдается никаких спутников от внутренних линий спектра, а также отсутствуют спутники от линий 1 и 6 во внешних областях спектра. Не менее интересной особенностью является и тот факт, что линии 1 и 6 и соответствующие им спутники никогда нельзя совместить ни при каких значениях частоты РЧ-поля, при этом существует некое минимальное расстояние  $\Delta_{12}$  между линиями. В результате мы не можем сказать, какие линии на рис. 8б являются основными, а какие спутниками.

Интерес к резонансным явлениям при воздействии РЧ-поля в мессбауэровской спектроскопии возник еще в 60-е годы и не ослабевает до настоящего времени [12, 13].

Однако поиски этих эффектов были сосредоточены на случаях резонанса с реальными расстояниями между уровнями ядра в основном ( $\omega_g$ ) или в возбужденном ( $\omega_e$ ) состояниях. Последние должны проявляться в виде расщепления всех компонент спектра и они в четком виде просматриваются в модели СВ (см. рис. 9а, а также работу [10]). Более точный учет процесса релаксации приводит, как видно на рис. 9б, к сильному размытию этого эффекта, что может служить объяснением того факта, что многочисленные попытки обнаружения этих резонансных эффектов долгое время были безуспешными.

Таким образом, релаксационные процессы препятствуют наблюдению обычных физических резонансов, но стимулируют появление новых резонансов на частотах уже не ядерных, а сверхтонких переходов. Нетривиальный характер этих резонансов определяется тем обстоятельством, что частоты сверхтонких переходов на десять порядков превышают реальные расстояния между ядерными уровнями.

Ясно, что практически невозможно проследить за физикой формирования этих резонансных явлений на основании общих формул (52)–(55), которые не только не имеют сколько-нибудь простого аналитического описания, но даже и требуют значительных усилий для их компьютерной реализации. Тем не менее можно предложить некую упрощенную модель, которая позволила бы в какой-то степени прояснить существо этого явления.

Для простоты будем предполагать, что амплитуда РЧ-поля невелика, так что изменением направления сверхтонкого поля на ядре в состояниях, соответствующих локальным минимумам энергии, можно пренебречь. В этом случае мы можем перейти от выражений (52)–(55) со сложными операторными функциями к сумме по различным частотам сверхтонких переходов (см. [14]), и в результате получаем

$$\sigma(\omega) = \sigma_\alpha \sum_\alpha |C_\alpha|^2 \varphi_\alpha(\omega), \quad (60)$$

где  $\alpha = (m, M)$ ;  $m$  и  $M$  — проекции спина ядра в основном и возбужденном состояниях соответственно на направление сверхтонкого поля; коэффициенты  $C_\alpha$  определяют интенсивности соответствующих сверхтонких переходов,

$$\varphi_\alpha(\omega) = \frac{1}{\Gamma_0} \langle A_\alpha(\omega) | \frac{T_{rf}}{1 - \exp(i\tilde{\omega}T_{rf})} \hat{g}_\alpha(0, T_{rf}) | B_\alpha(\omega) \rangle + \int_0^{T_{rf}} d\tau \exp(i\tilde{\omega}\tau) I_\alpha(\tau) + \text{с.с.}, \quad (61)$$

$$\langle A_\alpha(\omega) | = \frac{1}{T_{rf}} \int_0^{T_{rf}} dt \langle W(t) | \hat{g}_\alpha(t, T_{rf}) \exp[i\tilde{\omega}(T_{rf} - t)], \quad (62)$$

$$| B_\alpha(\omega) \rangle = \frac{1}{T_{rf}} \int_0^{T_{rf}} dt \exp(i\tilde{\omega}t) \hat{g}_\alpha(0, t) | 1 \rangle, \quad (63)$$

$$I_\alpha(\tau) = \frac{1}{T_{rf}} \int_0^{T_{rf}-\tau} dt \langle W(t) | \hat{g}_\alpha(t, t + \tau) | 1 \rangle. \quad (64)$$

Здесь  $\hat{g}_\alpha(t, t')$  хотя и является оператором, но уже представляется матрицей второго ранга:

$$\hat{g}_\alpha(t, t') = \hat{T} \exp \left[ \int_t^{t'} dt'' \left( -\hat{\omega}_\alpha - \hat{P}(t'') \right) \right], \quad (65)$$

$$\hat{\omega}_\alpha = \begin{pmatrix} \omega_\alpha & 0 \\ 0 & -\omega_\alpha \end{pmatrix}, \quad (66)$$

где  $\omega_\alpha = M\omega_e - m\omega_g$ .

Особенностью введенного выше релаксационного процесса является то, что для подавляющего числа частиц, за исключением небольшой группы частиц, ориентированных перпендикулярно направлению РЧ-поля, релаксация носит односторонний характер, а именно, заметное значение имеют вероятности переходов из более высокого энергетического состояния в более низкое, а вероятности обратных переходов пренебрежимо малы. Более того, также в соответствии с формулами (6) и (7) релаксационный процесс концентрируется лишь на концах траекторий  $t_c = kT_{rf}/2$ , где напряженность РЧ-поля достигает своего максимального значения, и скорость релаксации экспоненциально убывает по мере отхода от этих точек. (Здесь для удобства ведем отсчет времени от точки, где напряженность РЧ-поля имеет минимальное значение, т. е.  $h(0) = -h_0$ .) Мы будем предполагать, что релаксационный процесс предельно локализован, но так, что имеет конечный интегральный эффект, определяемый константами  $r$  и  $q$ :

$$r = \exp \left[ -2 \int_{T_{rf}/2 - t_\epsilon}^{T_{rf}/2} p(t) dt \right], \quad q = 1 - r, \quad (67)$$

где  $t_\epsilon$  определяет тот интервал времени, где происходят интенсивные релаксационные процессы, в нашем предположении  $t_\epsilon \rightarrow 0$ .

В окрестности этих точек при вычислении функций  $\hat{g}_\alpha(t, t')$  можно пренебречь сверхтонкими взаимодействиями и оставить только релаксационный оператор, при этом

$$\begin{aligned} \hat{g}_\alpha(T_{rf}/2 - t_\epsilon, T_{rf}/2 + t_\epsilon) &= \hat{1} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -q & q \end{pmatrix}, \\ \hat{g}_\alpha(T_{rf} - t_\epsilon, T_{rf} + t_\epsilon) &= \hat{1} - \begin{pmatrix} q & -q \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (68)$$

Для промежуточных времен, когда  $t$  и  $t'$  лежат в интервалах  $(t_\epsilon, T_{rf}/2 - t_\epsilon)$ ,  $(T_{rf}/2 + t_\epsilon, T_{rf} - t_\epsilon)$ , можно пренебречь релаксационными процессами, и с учетом свойства (27) для функции  $\hat{g}_\alpha(0, T_{rf})$  легко находим

$$\hat{g}_\alpha(0, T_{rf}) = \begin{pmatrix} r \exp(-i\omega_\alpha T_{rf}) & q \exp(-i\omega_\alpha T_{rf}) \\ qr & q^2 + r \exp(i\omega_\alpha T_{rf}) \end{pmatrix}. \quad (69)$$

Предполагаем, что релаксация слабая, т. е.

$$q \ll 1. \quad (70)$$

Будем рассматривать участки спектра вблизи частоты  $\omega_\alpha$ , так что

$$|\omega - \omega_\alpha| \ll \omega_\alpha. \quad (71)$$

Кроме того, будем считать, что частота РЧ-поля близка к одной из частот параметрического резонанса:

$$|\omega_{rf} - \omega_n^{(r)}| \ll \omega_\alpha, \quad (72)$$

где

$$\omega_n^{(r)} = 2\omega_\alpha/n. \quad (73)$$

При выполнении условий (70) и (71) векторы (62) и (63) не зависят от частоты и приобретают простой вид:

$$\langle A_\alpha(\omega) | = \frac{1}{2}(1, 0), \quad |B_\alpha(\omega)\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (74)$$

Что касается второго члена в формуле (61), то он дает лишь небольшую фоновую добавку (см. разд. 4.2). Нетрудно выписать для этого члена выражение в явном виде, но в пределах той точности, с которой написаны формулы (74), мы должны положить этот член тождественно равным нулю, так как учет линейных по  $q$  членов при вычислении векторов (74) дал бы поправки, сравнимые со вкладом от второго члена. Более того, в рамках данного приближения мы также должны отбросить в члене  $\hat{g}_\alpha(0, T_{rf})$  из формулы (61) квадратичные по  $q$  члены.

Используя формулы (74) и (69) с сохранением только линейных по  $q$  членов, формулу (61) можно свести к довольно простому виду:

$$\varphi_\alpha(\omega) = -\frac{1}{\Gamma_0} \operatorname{Im} \frac{\omega - \omega_\alpha - \Delta\omega + i\Gamma/2}{(\omega - \omega_\alpha + i\Gamma/2)(\omega - \omega_\alpha - \Delta\omega + i\Gamma/2) \pm \gamma^2}, \quad (75)$$

где

$$\gamma = q/T_{rf}, \quad (76)$$

$$\Delta\omega = n\omega_{rf} - 2\omega_\alpha, \quad (77)$$

$$\Gamma = \Gamma_0 + 2\gamma. \quad (78)$$

Знаки «+» и «-» перед вторым слагаемым в знаменателе (75) соответствуют нечетным и четным резонансам (73). Ясно, что выражение (75) можно представить в виде суммы двух линий лоренцевой формы:

$$\varphi_\alpha(\omega) = -\frac{1}{\Gamma_0} \operatorname{Im} \left( \frac{A_1}{\omega - \omega_\alpha - \lambda + i\Gamma/2} + \frac{A_2}{\omega + \omega_\alpha - n\omega_{rf} + \lambda + i\Gamma/2} \right), \quad (79)$$

где

$$\lambda = \frac{1}{2} \left( \sqrt{(\Delta\omega)^2 \mp 4\gamma^2} - |\Delta\omega| \right), \quad (80)$$

$$A_1 = \frac{|\Delta\omega| + \lambda}{|\Delta\omega| + 2\lambda}, \quad A_2 = \frac{\lambda}{|\Delta\omega| + 2\lambda}. \quad (81)$$

Если релаксационный процесс не существен и можно положить  $\gamma = 0$ , мы имеем одну лоренцевскую линию на частоте  $\omega_\alpha$ . Но как только включается релаксация, появляется вторая линия, расположенная на месте  $(-\omega_\alpha + n\omega_{rf})$ , т. е. на месте спутника от сверхтонкой компоненты с частотой  $-\omega_\alpha$ . Таким образом, релаксационный процесс генерирует появление спутников. Более того, как следует из формул (79)–(81), такая генерация имеет резкий резонансный характер. При больших отстройках  $\omega_{rf}$  от резонансной частоты, когда  $|\Delta\omega| \gg 2\gamma$ , интенсивность основной линии близка к единице, а интенсивность спутника мала. С другой стороны, в точном резонансе, как видно из формулы (81), интенсивности обеих линий сравниваются:  $A_1 = A_2 = 0.5$ .

Интересно проследить и трансформацию формы этих линий. В данном случае мы имеем два разных типа поведения в зависимости от четности резонанса. Так, для четных резонансов (см. формулу (58)) при точном резонансе величина  $\lambda$  оказывается чисто мнимой, так что обе линии совпадают по положениям, но различаются ширинами:

$$\Gamma_1 = \Gamma_0, \quad \Gamma_2 = \Gamma_0 + 4\gamma. \quad (82)$$

При  $\gamma \gg \Gamma_0$  спектр представляет собой суперпозицию узкой и широкой линий, что должно проявляться как резкое увеличение пиковой интенсивности для этих линий и было продемонстрировано нами путем численных расчетов по общим формулам (52)–(55) (см. рис. 7). По мере удаления от точного резонанса ширина первой линии увеличивается, а второй уменьшается, при  $|\Delta\omega| = 2\gamma$  они выравниваются, и в при дальнейшем росте  $|\Delta\omega|$  ширины линий не меняются.

Качественно иное поведение имеет место в случае нечетных резонансов (см. формулу (59)). В данном случае величина  $\lambda$  всегда действительна и ширины обеих линий одинаковы. Но, с другой стороны, как следует из формул (79) и (80), никогда нельзя совместить эти линии, т. е. между ними существует минимальное расстояние

$$\Delta_{12} = 2\gamma, \quad (83)$$

и ближе друг к другу они не располагаются (см. рис. 8).

Таким образом, проведенный выше анализ в рамках упрощенной релаксационной модели позволил выявить в более четкой форме особенности обнаруженных путем численных расчетов стимулированных релаксацией резонансных эффектов. Отметим, что анализ в рамках упрощенной модели не может заменить точных расчетов, где принимается во внимание наличие частиц разной ориентации и изменение сверхтонкого поля по направлению. Так, проведенные нами расчеты по точным формулам для всего ансамбля СВ-частиц показали, что четные резонансы в довольно четкой форме выявляются не только в мессбауэровских спектрах для определенной группы частиц с заданной ориентацией, но и в спектрах всего ансамбля, что дает надежду на возможность их экспериментального обнаружения. С другой стороны, для нечетных резонансов все выявленные особенности сохраняются для отдельных групп частиц, тогда как для ансамбля частиц они в значительной степени «замываются» и по этой причине не приведены на рис. 8. Ясно, что экспериментальное обнаружение нечетных резонансов требует приготовления текстурированных образцов.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе построена теория мессбауэровских спектров поглощения при воздействии магнитного РЧ-поля для системы частиц СВ в расширенной релаксационной модели, допускающей более полное описание релаксационного процесса. В такой модели можно описать петли гистерезиса, зависящие от частоты РЧ-поля, и тем самым объяснить огромные различия между полями перемагничивания, наблюдаемыми в обычных магнитных измерениях и полученными из мессбауэровских спектров поглощения. Предсказываются новые качественные особенности в спектрах поглощения в области РЧ-полей, когда еще наблюдается разрешенная сверхтонкая структура, заключающиеся в стимулировании релаксационными процессами мощных спутанных линий при частотах РЧ-поля, связанных условиями параметрического резонанса со сверхтонкими частотами. Эти эффекты должны наблюдаться в слабых РЧ-полях, и условия их наблюдения должны реализоваться в экспериментах проще, чем условия наблюдения эффекта коллапса.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Матричное представление супероператора  $\hat{L}_{\hat{H}}(t)$  для ядер  $^{57}\text{Fe}$ 

$ M\rangle\langle m $	$ \frac{3}{2}\rangle\langle\frac{1}{2} $	$ \frac{3}{2}\rangle\langle-\frac{1}{2} $	$ \frac{1}{2}\rangle\langle\frac{1}{2} $	$ \frac{1}{2}\rangle\langle-\frac{1}{2} $	$ \frac{-1}{2}\rangle\langle\frac{1}{2} $	$ \frac{-1}{2}\rangle\langle-\frac{1}{2} $	$ \frac{-3}{2}\rangle\langle\frac{1}{2} $	$ \frac{-3}{2}\rangle\langle-\frac{1}{2} $
$ \frac{3}{2}\rangle\langle\frac{1}{2} $	$\frac{3\omega_e - \omega_g}{2} \times \cos \phi$	$-\frac{\omega_g}{2} \sin \phi$	$\frac{\sqrt{3}\omega_e}{2} \sin \phi$	0	0	0	0	0
$ \frac{3}{2}\rangle\langle-\frac{1}{2} $	$-\frac{\omega_g}{2} \sin \phi$	$\frac{3\omega_e + \omega_g}{2} \times \cos \phi$	0	$\frac{\sqrt{3}\omega_e}{2} \sin \phi$	0	0	0	0
$ \frac{1}{2}\rangle\langle\frac{1}{2} $	$\frac{\sqrt{3}\omega_e}{2} \sin \phi$	0	$\frac{\omega_e - \omega_g}{2} \times \cos \phi$	$-\frac{\omega_g}{2} \sin \phi$	$\omega_e \sin \phi$	0	0	0
$ \frac{1}{2}\rangle\langle-\frac{1}{2} $	0	$\frac{\sqrt{3}\omega_e}{2} \sin \phi$	$-\frac{\omega_g}{2} \sin \phi$	$\frac{\omega_e + \omega_g}{2} \times \cos \phi$	0	$\omega_e \sin \phi$	0	0
$ \frac{-1}{2}\rangle\langle\frac{1}{2} $	0	0	$\omega_e \sin \phi$	0	$-\frac{\omega_e + \omega_g}{2} \times \cos \phi$	$-\frac{\omega_g}{2} \sin \phi$	$\frac{\sqrt{3}\omega_e}{2} \sin \phi$	0
$ \frac{-1}{2}\rangle\langle-\frac{1}{2} $	0	0	0	$\omega_e \sin \phi$	$-\frac{\omega_g}{2} \sin \phi$	$-\frac{\omega_e - \omega_g}{2} \times \cos \phi$	0	$\frac{\sqrt{3}\omega_e}{2} \sin \phi$
$ \frac{-3}{2}\rangle\langle\frac{1}{2} $	0	0	0	0	$\frac{\sqrt{3}\omega_e}{2} \sin \phi$	0	$-\frac{3\omega_e + \omega_g}{2} \times \cos \phi$	$-\frac{\omega_g}{2} \sin \phi$
$ \frac{-3}{2}\rangle\langle-\frac{1}{2} $	0	0	0	0	0	$\frac{\sqrt{3}\omega_e}{2} \sin \phi$	$-\frac{\omega_g}{2} \sin \phi$	$-\frac{3\omega_e - \omega_g}{2} \times \cos \phi$

Примечание. Здесь  $\phi \equiv \phi(t)$ .

## Литература

1. L. Pfeiffer, J. Appl. Phys. **42**, 1725 (1971).
2. L. Pfeiffer, N. D. Heiman, and J. C. Walker, Phys. Rev. B **6**, 74 (1972).
3. G. Asti, G. Albanese, and C. Bucci, Phys. Rev. **184**, 260 (1969).
4. М. Корцевич, J. de Phys. Coll. C **6**, C6-107 (1976).
5. М. Корцевич, U. Gonser, and H.-G. Wagner, Nucl. Instr. Meth. **199**, 163 (1982).
6. М. Корцевич, Hyperfine Interact. **71**, 1453 (1992).
7. T. Graf, М. Корцевич, and J. Hesse, NanoStructured Materials **6**, 937 (1995).
8. T. Graf, М. Корцевич, and J. Hesse, J. Phys.: Condens. Matter **8**, 3897 (1996).
9. J. Hesse, T. Graf, М. Корцевич et al., Hyperfine Interact. **113**, 499 (1998).
10. А. М. Афанасьев, М. А. Чуев, Ю. Гессе, ЖЭТФ **113**, 1799 (1998).
11. E. C. Stoner and E. P. Wohlfarth, Phil. Trans. Royal Soc. London A **240**, 599 (1948).
12. E. Matthias, in *Hyperfine Interactions and Nuclear Transitions*, ed. by E. Matthias and D. A. Shirley, North-Holland, Amsterdam (1968), p. 815.
13. F. G. Vagizov, R. A. Manapov, E. K. Sadykov, and L. L. Zakirov, Hyperfine Interact. **116**, 91 (1998).
14. А. М. Афанас'ев, М. А. Чуев, and J. Hesse, Phys. Rev. B **56**, 5489 (1997).
15. W. Heitler, *Quantum Theory of Radiation*, Clarendon Press, Oxford (1954).
16. R. Zwanzig, Physica **30**, 1109 (1964).
17. P. W. Anderson, J. Phys. Soc. Jap. **9**, 316 (1954).