

КОЛЛАПС РЕЗОНАНСОВ В КВАЗИОДНОМЕРНЫХ КВАНТОВЫХ КАНАЛАХ

Ч. С. Ким*

*Department of Physics, Chonnam National University
Kwangju 500-757, Korea*

А. М. Сатанин†

*Нижегородский государственный университет
603091, Нижний Новгород, Россия*

Ю. С. Джо, Р. М. Косби‡

*Department of Physics, Ball State University, Muncie
Indiana 47306-0505, U. S. A.*

Поступила в редакцию 29 декабря 1998 г.

Исследована резонансная структура кондактанса (прозрачности) квазиодномерного канала, в котором присутствует притягивающая примесь, имеющая конечные размеры. Получено точное выражение для матрицы рассеяния. Показано, что примесь с конечными размерами может приводить к появлению в прозрачности серии резонансов Фано. Обнаружено, что вследствие когерентного взаимодействия возможен коллапс резонансов Фано и появление дискретных уровней в континууме. Найдена волновая функция дискретных уровней и изучена прозрачность канала в критическом режиме.

PACS: 73.20.Dx, 73.40.Gk, 73.20.Fz, 03.65.Ge

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время методами современной нанотехнологии были созданы квазиодномерные электронные каналы — электронные волноводы [1]. Замечательным свойством канала является квантование проводимости [2, 3]. Это означает, например, появление ступеней в зависимости проводимости от энергии Ферми электронов. В таких каналах можно создавать искусственные рассеиватели или примеси, которые позволяют управлять прозрачностью волновода [4]. Ранее было изучено влияние короткодействующих примесей на прозрачность и показано, что такие примеси приводят к квантовой эрозии прозрачности. В работах [5–7] отмечалось, что короткодействующие примеси создают провалы в прозрачности, а примеси, имеющие конечные размеры в поперечном направлении, могут приводить к появлению асимметричных резонансов [8].

В данной работе исследуется рассеяние электронных волн в квазиодномерном волноводе на примеси, имеющей конечные размеры. Получено точное выражение для мат-

*C. S. Kim.

†E-mail: satanin@phys.unn.runnet.ru

‡Yong S. Joe, R. M. Cosby.

рицы рассеяния. Если примесь является короткодействующей в продольном направлении, то такая примесь приводит к возникновению асимметричного резонанса (резонанса Фано), связанного с существованием виртуального уровня в континууме низколежащих зон [9]. Впервые изучена ситуация, когда примесь создает большое число уровней. При этом возможны новые когерентные эффекты: взаимодействие уровней, погруженных в континуум, и коллапс резонансов. Физика, связанная с резонансами Фано, принципиально отличается от обычных резонансов Брейта—Вигнера. Показано, что резонансы Фано могут исчезать при вполне определенных (критических) параметрах системы. При этом коллапс резонансов сопровождается появлением дискретных уровней в континууме, для которых найдена волновая функция и показано, что она нормирована.

2. МОДЕЛЬ ПРИМЕСИ И МАТРИЦА РАССЕЯНИЯ

Будем интересоваться рассеянием электронных волн в квантовом волноводе шириной W , который расположен вдоль оси x . Пусть запирающий потенциал в поперечном (латеральном) направлении описывается функцией $V_c(y)$, а потенциал примеси — функцией $V(x, y)$. Волновая функция электрона может быть найдена из уравнения Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \Psi(x, y) + V_c(y)\Psi(x, y) + V(x, y)\Psi(x, y) = E\Psi(x, y), \quad (1)$$

где m — эффективная масса электрона.

Получим точное выражение для матрицы рассеяния электрона в волноводе, содержащем примесь конечного размера. Мы используем модель двумерной ямы, которая ранее рассматривалась в работах [10, 11] (см. рис. 1). Потенциал примеси можно записать в виде

$$V(x, y - Y_s) = -V_{att}\theta\left(\frac{L_a}{2} - |x|\right)\theta\left(\frac{W_a}{2} - |y - Y_s|\right), \quad (2)$$

где $\theta(x) = 0, x < 0$ и $\theta(x) = 1, x > 0$; $X_s = 0$ и Y_s — координаты центра ямы, V_{att} — глубина ямы.

Чтобы вычислить матрицу рассеяния, удобно использовать два различных базиса: волновые функции $\varphi_n(y)$ совершенного волновода ($V(x, y) = 0$), которые определяются решением

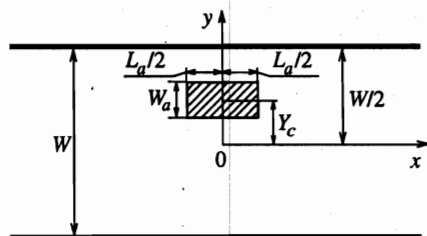


Рис. 1. Схематическое изображение квантового волновода, содержащего притягивающую примесь

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + V_c(y) \right\} \varphi_n(y) = E_n \varphi_n(y) \quad (3)$$

(E_n — энергия поперечного движения), и волновые функции частицы в потенциале $V_{tr}(y) = -V_{att}g(y) + V_c(y)$; обозначим волновые функции и энергетические уровни электрона в потенциале $V_{tr}(y)$ соответственно как $\chi_j(y)$ и E_j^{tr} . Базисные функции $\varphi_n(y)$ и $\chi_j(y)$ связаны матрицей U , определяемой соотношением

$$U_{n,j} = \int \varphi_n(y) \chi_j(y) dy. \quad (4)$$

Решение уравнения (1) можно представить в виде

$$\psi(x, y) = \sum \left[A_n e^{ik_n(x+L_a/2)} + B_n e^{-ik_n(x+L_a/2)} \right] \varphi_n(y) \quad \text{для } x < -L_a/2, \quad (5)$$

$$\psi(x, y) = \sum \left[a_j e^{iq_j x} + b_j e^{-iq_j x} \right] \chi_j(y) \quad \text{для } -L_a/2 < x < L_a/2, \quad (6)$$

$$\psi(x, y) = \sum C_n e^{ik_n(x-L_a/2)} \varphi_n(y) \quad \text{для } x > L_a/2, \quad (7)$$

где $k_n = \sqrt{2m(E - E_n)/\hbar^2}$ и $q_j = \sqrt{2m(E - E_j^{tr})/\hbar^2}$ играют роль волновых векторов частицы соответственно вне и внутри области, занятой примесью.

Отметим, что решения с действительными k_n и q_j соответствуют распространяющимся волнам, тогда как решения с мнимыми $k_n = i|k_n|$ или $q_j = i|q_j|$ представляют собой неоднородные волны. Из граничных условий следуют уравнения для амплитуд волн, которые удобно представить в матричной форме

$$\begin{aligned} d^{-1}a + db &= U(A + B), \\ q(d^{-1}a - db) &= Uk(A - B), \\ da + d^{-1}b &= UC, \\ q(da - d^{-1}b) &= UkC, \end{aligned} \quad (8)$$

где используются матрицы с элементами

$$(k)_{n,n'} = k_n \delta_{n,n'}, \quad (q)_{n,n'} = q_n \delta_{n,n'}, \quad (d)_{n,n'} = e^{i\theta_n} \delta_{n,n'}, \quad (9)$$

а $\theta_n = q_n L_a/2$ — фазы волн; амплитуды волн a , b , A , B и C рассматриваются как бесконечные векторы.

После исключения промежуточных амплитуд a и b из (8), можно найти элементы матрицы рассеяния. Амплитудную матрицу прохождения определим соотношением $C = tA$. Тогда из уравнений (8) находим

$$MC = A. \quad (10)$$

Матрица M имеет вид

$$M = \frac{1}{4} U^{-1} \left[(1 + \hat{k}^{-1}q) D^{-1} (1 + q^{-1}\hat{k}) + (1 - \hat{k}^{-1}q) D (1 - q^{-1}\hat{k}) \right] U, \quad (11)$$

где $\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{U}\mathbf{k}\mathbf{U}^{-1}$ и $\mathbf{D} = \mathbf{d}^2$. Из формы записи матрицы \mathbf{M} видна аналогия с соответствующей амплитудой в одномерном случае [12]. Матрицу прохождения удобно записать в виде

$$\mathbf{t} = \mathbf{M}^{-1} = \frac{\mathbf{M}_C^T}{\det(\mathbf{M})}, \quad (12)$$

где \mathbf{M}_C представляет собой кофактор (союзную матрицу) матрицы \mathbf{M} .

Как известно, полюсы амплитуд рассеяния $t_{n,n'}(E)$, получаемые при аналитическом продолжении по энергии E , определяют связанные состояния или резонансы в системе. Полная проводимость G электронного волновода выражается через прозрачность канала T согласно формуле Ландауэра—Бюттикера [13, 14]:

$$G = \frac{2e^2}{h} T, \quad T = \sum_{n,n'} \frac{k_n}{k_{n'}} |t_{n,n'}|^2, \quad (13)$$

где сумма пробегает по всем открытым каналам. Как следует из (12), аналитические свойства амплитуды прохождения как функции энергии в данной проблеме полностью определяются структурой матрицы \mathbf{M} . При этом полюсы матрицы \mathbf{t} находятся из

$$\det(\mathbf{M}) = 0, \quad (14)$$

а нули следуют из уравнений

$$[\mathbf{M}_C]_{n,m} = 0, \quad n, m = 1, 2, \dots \quad (15)$$

Инверсионная симметрия рассматриваемого примесного потенциала позволяет факторизовать \mathbf{M} :

$$\mathbf{M} = \mathbf{U}^{-1} \mathbf{M}_s \mathbf{M}_a \mathbf{U}, \quad (16)$$

где введены матрицы

$$\mathbf{M}_s = \frac{1}{2} \left[-(\mathbf{d} - \mathbf{d}^{-1}) + (\mathbf{d} + \mathbf{d}^{-1}) \mathbf{q}^{-1} \hat{\mathbf{k}} \right] \quad (17)$$

и

$$\mathbf{M}_a = \frac{1}{2} \left[-(\mathbf{d} - \mathbf{d}^{-1}) + \hat{\mathbf{k}}^{-1} \mathbf{q} (\mathbf{d} + \mathbf{d}^{-1}) \right]. \quad (18)$$

Следовательно, уравнение (14) переписывается как два уравнения:

$$\det(\mathbf{M}_s) = 0 \quad (19)$$

для полюсов в случае симметричных состояний и

$$\det(\mathbf{M}_a) = 0 \quad (20)$$

для полюсов антисимметричных состояний.

3. РЕЗОНАНСЫ БРЕЙТА—ВИГНЕРА И ФАНО В КВАНТОВОМ КАНАЛЕ

Сначала рассмотрим предельный случай, когда $W_a = W$. Из (4) следует, что $U = I$, где I — единичная матрица. Это означает, что в рассматриваемом пределе задача сводится к одномерной, поскольку матрица рассеяния M диагональна. При этом уравнение (11) записывается в виде

$$(M)_{nn'} = \frac{1}{4} \left[\left(1 + \frac{q_n}{k_n}\right) \left(1 + \frac{k_n}{q_n}\right) e^{-2i\theta_n} + \left(1 - \frac{q_n}{k_n}\right) \left(1 - \frac{k_n}{q_n}\right) e^{2i\theta_n} \right] \delta_{nn'}, \quad (21)$$

где $\theta_n = q_n L_a / 2$. Из уравнения (21) нетрудно найти матрицу прохождения $t_{n,n'}(E) = t_n(E) \delta_{n,n'}$. Амплитуды $t_n(E)$ удобно переписать в виде

$$t_n(E) = \frac{i k_n / q_n}{(\sin \theta_n + i(k_n / q_n) \cos \theta_n) (-\cos \theta_n + i(k_n / q_n) \sin \theta_n)}. \quad (22)$$

При $E > E_n$ волновые векторы k_n и q_n действительны. Пусть яма достаточно глубокая: $V_{att} \gg E_n$, $k_n / q_n \ll 1$. В этом случае нули знаменателя (22) приближенно определяются либо

$$\sin \theta_{n,j} = 0, \quad \theta_{n,j} = \pi j, \quad j = 1, 2, \dots, \quad (23)$$

либо

$$\cos \theta_{n,j} = 0, \quad \theta_{n,j} = \frac{\pi}{2}(2j + 1), \quad j = 0, 1, \dots \quad (24)$$

Первое уравнение имеет решение

$$E_{n,j} = E_n - V_{att} + \left(\frac{2\pi}{L_a}\right)^2 \frac{\hbar^2 j^2}{2m}. \quad (25)$$

Вблизи $E_{n,j}$ приближенно разложим знаменатель $t_{n,n}$ (для симметричных состояний), полагая $E = E_{n,j} + \varepsilon$ в (22)

$$\sin \theta_n + i(k_n / q_n) \cos \theta_n \approx \theta'_{nj} (\varepsilon + i\Gamma_{nj}) \cos \theta_n, \quad (26)$$

где

$$\Gamma_{nj} = \frac{k_n(E_{n,j})}{q_n(E_{n,j}) \theta'_{nj}}, \quad \theta'_{nj} = \left. \frac{\partial \theta_n(E)}{\partial E} \right|_{E=E_{n,j}},$$

$$\cos \theta_n \approx \pm 1.$$

Разложение вблизи второго решения уравнения (24) дает подобное выражение для знаменателя амплитуды. Следовательно, при $E > E_n$ полюсы амплитуды рассеяния лежат в комплексной плоскости, а вблизи полюсов амплитуда имеет структуру резонанса Брейта—Вигнера:

$$t_{n,n}(E) = \frac{i\Gamma_{nj}}{E - E_{n,j} + i\Gamma_{nj}}. \quad (27)$$

Продолжим теперь амплитуду по энергии в комплексную плоскость. Если энергия электрона лежит в интервале $E_n - V_{att} < E < E_n$ (пусть для определенности $V_{att} < (E_n - E_{n-1})$), то $k_n = i|k_n|$ будет мнимым, а q_n — действительным. В этом случае амплитуда будет иметь полюсы на действительной оси энергии, а их положения определяются соответственно выражениями (19) и (20) для симметричных или антисимметричных состояний

$$\operatorname{tg} \theta_n = -ik_n/q_n, \quad \operatorname{ctg} \theta_n = ik_n/q_n. \quad (28)$$

Таким образом, как следует из уравнения (28), можно найти два типа полюсов. При $E < E_n$ амплитуда $t_n(E)$ имеет полюсы при действительной энергии. В том случае, когда энергия располагается ниже подзоны с $n \geq 1$, эти полюсы попадают в континуум нижних подзон. Из дальнейшего будет видно, что для квазиодномерного режима, когда $W_a < W$, взаимодействие между дискретными уровнями и континуумом является причиной возникновения резонансов Фано. В то же время вследствие взаимодействия с состояниями континуума резонансы Брейта—Вигнера будут сдвигаться в комплексной плоскости.

Рассмотрим теперь ситуацию, когда размер примеси L_a много меньше длины волны электрона вдоль канала, $L_a \ll q_n^{-1}$. Разлагая уравнение (11) по параметру $L_a q_n^{-1}$, нетрудно получить

$$M = (ik)^{-1} [ik + v], \quad (29)$$

где $v = (L_a/2)U^{-1}q^2U$. Анализ данного случая может быть выполнен как по теории возмущений, так и численными методами (детали вычислений приведены в [8]). Наиболее важные для дальнейшего выводы сводятся к следующему. Если учесть только диагональные матричные элементы v , то в результате получается серия полюсов, которые отщепляются от каждой подзоны размерного квантования. Учет недиагональных элементов приводит к взаимодействию уровней (отщепившихся от подзон $n > 1$) с континуумом низколежащих зон и сдвигу уровней в комплексную плоскость. Однако, в отличие от одномерного случая, амплитуда рассеяния кроме полюсов имеет нули, причем в режиме слабой связи нуль и полюс расположены близко в комплексной плоскости. В частности, при $E_1 < E < E_2$ вблизи нуля и полюса амплитуда может быть представлена в виде

$$t_{11}(E) \sim \frac{E - E_0}{E - E_R + i\Gamma}, \quad (30)$$

где E_0 , E_R и Γ — параметры резонанса Фано [9]. Согласно [15] для системы с инверсионной симметрией прозрачность $T_{11} = |t_{11}|^2$ может быть записана в виде

$$T_{11}(E) = \frac{1}{1 + q^2} \frac{(\varepsilon + q)^2}{\varepsilon^2 + 1}, \quad (31)$$

где $\varepsilon = (E - E_R)/\Gamma$, $q = (E_R - E_0)/\Gamma$. В зависимости от параметров системы безразмерный параметр асимметрии q , определяемый отношением расстояния между нулем и полюсом $|E_0 - E_R|$ к ширине резонанса Γ , может быть как много больше, так и много меньше единицы. В случае $q \ll 1$ выражение (31) дает провал, а в обратном пределе, $q \gg 1$, пик в прозрачности, причем вероятность прохождения в максимуме равна в точности единице.

Таким образом, когда электрон рассеивается на короткодействующей притягивающей примеси, вблизи виртуальных уровней амплитуда рассеяния имеет универсальную структуру резонанса Фано.

4. КОЛЛАПС РЕЗОНАНСОВ ФАНО

Как хорошо известно, взаимодействие дискретных уровней с континуумом в многоканальных атомных системах ведет к универсальной резонансной кривой для времени жизни квазисвязанных состояний и возбуждений [9]. Мы продемонстрировали подобное поведение амплитуды прохождения в квантовом канале с короткодействующей примесью [8]. Примесь, имеющая конечные размеры, создает большое число уровней в континууме. Следует ожидать, что здесь возможны как нетривиальное взаимодействия между уровнями, так и нетривиальное поведение асимметричных резонансов. Для атомных систем взаимодействие между уровнями приводит к перекрытию резонансов. В рамках феноменологического подхода подобные эффекты ранее обсуждались в [16]. Наша цель состоит в изучении влияния эффектов взаимодействия резонансов на туннелирование электронов через многоуровневые конфигурации. Ограничимся рассмотрением интервала энергии $E_1 < E < E_2$, поскольку ранее нами было показано [8], что именно для этого интервала энергии возможно полное отражение электронов, когда энергия частицы совпадает с энергией нуля резонанса Фано.

Из качественных соображений следует, что глубокая примесь может приводить к качественно новым эффектам. Ясно, что двумерная яма будет создавать серию уровней в интервале $E_1 < E < E_2$ и в случае ямы конечной глубины эти уровни будут располагаться в интервале $(E_2 - V_{att}, E_2)$. Если пренебречь взаимодействием между электронными состояниями, принадлежащими различным каналам, то из (28) следует, что уровни, соответствующие симметричным и антисимметричным состояниям, будут определяться уравнениями

$$\operatorname{tg} \theta_n = |k_n|/q_n, \quad \operatorname{ctg} \theta_n = -|k_n|/q_n. \quad (32)$$

Поскольку в этом случае $E_2^{tr} < E_2$, уровни будут располагаться в интервале (E_2^{tr}, E_2) , а их взаимодействие с континуумом приведет к возникновению серии резонансов Фано. Очевидно, что резонансы Фано будут взаимодействовать также друг с другом. Подобное взаимодействие имеет место и для резонансов Брейта—Вигнера, причем в этом случае резонансы отталкиваются. Качественное различие в случае резонансов Фано связано с тем, что нули, двигаясь в комплексной плоскости, могут сталкиваться с полюсами. Как мы увидим дальше, именно это приводит к двум интересным следствиям. Во-первых, происходит сужение резонансов, что означает возможную смену режима в (31) от $q \ll 1$ к $q \gg 1$. При этом должен появиться пик в прозрачности, причем вероятность резонансного прохождения будет равна единице. Во-вторых, имеются такие критические значения параметров системы, когда резонансы должны исчезать вовсе, что будет сопровождаться появлением дискретных уровней в континууме.

Для иллюстрации предсказанного эффекта проанализируем простейшую ситуацию, когда размер ямы в поперечном направлении $W_a \ll L_a$:

$$V_{tr}(y) = -\frac{\hbar^2 u}{m} \delta(y - Y_s) + V_c(y), \quad (33)$$

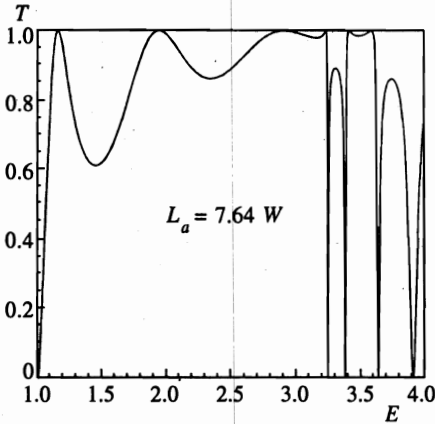


Рис. 2. Прозрачность канала с примесью конечного размера (при параметрах примеси $V_{att} = 6.37E_1$ и $W_s = 0.1W$). Резонансы Фано видны в интервале $3.19E_1 < E < 4.0E_1$ и резонансы Брейта—Вигнера — в интервале $1.0E_1 < E < 3.19E_1$

где $u = mV_{att}W_a/\hbar^2$. Для такой модели энергия поперечного движения определяется из уравнения

$$\sin(\kappa W) = 2\frac{u}{\kappa} \sin(\kappa Y_s) \sin(\kappa(W - Y_s)), \quad (34)$$

где $\kappa = \sqrt{2mE/\hbar^2}$. Из (34) следует, что в том случае, когда параметр связи $u = 0$, имеем решение $E_j^{tr} = E_j$, $E_j = \pi^2\hbar^2/(2mW^2)$, а для $u \neq 0$ есть серия уровней с энергиями $E_j^{tr} < E_j$. Приведем результаты численных расчетов, для которых были выбраны следующие параметры примеси: $W_a = 0.1W$ и $V_{att} = 6.37E_1$. Для ориентации представим здесь только первые три уровня поперечного движения, определяемые численным решением (34): $E_1^{tr} = -0.60E_1$, $E_2^{tr} = 3.19E_1$ и $E_3^{tr} = 8.99E_1$. Следовательно, появление резонансов Фано следует ожидать в интервале энергий $3.19E_1 < E < 4.0E_1$, а резонансы Брейта—Вигнера будут наблюдаться в интервале $1.0E_1 < E < 3.19E_1$. На рис. 2 изображена прозрачность канала с притягивающей примесью. Из рисунка отчетливо видна структура резонансов Фано в прозрачности при $E_2^{tr} < E < E_2$, в то время как при $E_1 < E < E_2^{tr}$ видны резонансы Брейта—Вигнера.

Теперь проведем аналитическое рассмотрение прозрачности, сохранив при $E_2^{tr} < E < E_2$ два резонансно взаимодействующих канала. Оставим две распространяющиеся моды в области $|x| < L_a/2$ с волновыми векторами $q_1 = \sqrt{2m(E - E_1^{tr})/\hbar^2}$ и $q_2 = \sqrt{2m(E - E_2^{tr})/\hbar^2}$. В области $|x| > L_a/2$ (вне примеси) удержим распространяющееся решение с $k_1 = \sqrt{2m(E - E_1)/\hbar^2}$ и неоднородное решение с $k_2 = i|k_2|$, $|k_2| = \sqrt{2m(E_2 - E)/\hbar^2}$.

Приближенное выражение для матрицы рассеяния получается из (12). Амплитуда прохождения между открытыми каналами t_{11} может быть записана в виде

$$t_{11} = \frac{[M_C]_{11}}{\det(M_s) \det(M_a)}. \quad (35)$$

Полюсы симметричных состояний определяются из

$$\det(\mathbf{M}_s) = i \left(-i \sin \theta_1 + \frac{k_1}{q_1} \cos \theta_1 \right) \left(-\sin \theta_2 + \frac{|k_2|}{q_2} \cos \theta_2 \right) U_{11} U_{22} - \\ - i \left(-i \sin \theta_2 + \frac{k_1}{q_2} \cos \theta_2 \right) \left(-\sin \theta_1 + \frac{|k_2|}{q_1} \cos \theta_1 \right) U_{12}^2 = 0, \quad (36)$$

а для антисимметричных из

$$\det(\mathbf{M}_a) = i \left(-i \sin \theta_1 + \frac{q_1}{k_1} \cos \theta_1 \right) \left(\sin \theta_2 + \frac{q_2}{|k_2|} \cos \theta_2 \right) (U^{-1})_{11} (U^{-1})_{22} - \\ - i \left(-i \sin \theta_2 + \frac{q_2}{k_1} \cos \theta_2 \right) \left(\sin \theta_1 + \frac{q_1}{|k_2|} \cos \theta_1 \right) (U^{-1})_{12} (U^{-1})_{21} = 0. \quad (37)$$

Анализ уравнений для полюсов показывает, что в общем случае эти уравнения имеют две серии комплексных решений, что вполне аналогично одномерному случаю. Однако в квазиодномерном случае амплитуда имеет нули, которые определяются уравнением $[\mathbf{M}_C]_{11} = 0$ или, более подробно:

$$q_2 \sin 2\theta_2 \left(-\operatorname{tg} \theta_2 + \frac{|k_2|}{q_2} \right) \left(\operatorname{ctg} \theta_2 + \frac{|k_2|}{q_2} \right) U_{22} (U^{-1})_{22} - \\ - q_1 \sin 2\theta_1 \left(-\operatorname{tg} \theta_1 + \frac{|k_2|}{q_1} \right) \left(\operatorname{ctg} \theta_1 + \frac{|k_2|}{q_1} \right) U_{12} (U^{-1})_{21} = 0. \quad (38)$$

Поскольку коэффициенты этого уравнения при $E_2^{tr} < E < E_2$ действительны, оно имеет действительные решения. При этом амплитуда прохождения обращается в нуль. На рис. 3 представлена зависимость кофактора от энергии для трех характерных размеров примеси ($L = 1.27W$, $7.64W$, и $11.46W$). Следовательно, уравнения (36) и (37) дают полюсы, а решения (38) определяют нули (или провалы) в прозрачности. Для интервала энергий $E_1 < E < E_2^{tr}$ следует переписать (38), полагая $q_2 = i|q_2|$. Легко видеть, что в этом случае нули сдвигаются в комплексную плоскость.

Важное наблюдение состоит в том, что уравнение (36) (или (37)) может иметь решение для реальной энергии одновременно с (38). В симметричном случае это имеет место, когда

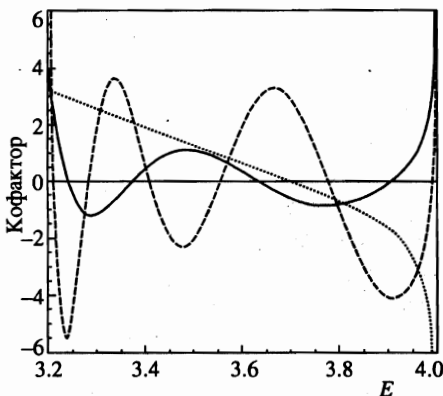


Рис. 3. Кофактор как функция энергии для трех характерных размеров примеси ($L = 1.27W$ — пунктирная, $L = 7.64W$ — сплошная и $L = 11.46W$ — штриховая линии). Нули кофактора определяют нули амплитуды прохождения. Другие параметры примеси, как на рис. 2

$$\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{|k_2|}{q_2}, \quad (39)$$

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{|k_2|}{q_1}. \quad (40)$$

Таким образом, уравнения (39) и (40) должны иметь совместное решение в интервале энергий $E_2^{tr} < E < E_2$. Мы имеем здесь двухпараметрическую спектральную проблему. В качестве спектральных параметров удобно выбрать энергию E и размер примеси L_a , иными словами — спектральную пару: (E, L_a) . Заметим, что для произвольного параметра L_a уравнение (39) определяет уровни в одномерной яме [13], однако эти уровни лежат ниже E_2 . Следовательно, уровни приобретают конечную ширину, поскольку они взаимодействуют с непрерывным спектром состояний подзоны $n = 1$. Ширина уровней может обратиться в нуль, когда уравнения (39) и (40) будут иметь общее решение. Таким образом, когда параметры системы совпадают со значениями спектральных параметров $(E(j), L_a(j))$, в континууме состояний квантового канала появляются дискретные уровни.

Используя (39) и (40) легко показать, что спектральные параметры определяются выражениями

$$E(j) = E_2^{tr} + (E_2 - E_2^{tr}) \cos^2(\alpha(j)), \quad (41)$$

$$L_a(j) = \frac{2}{\pi} W \frac{\alpha(j)}{\cos(\alpha(j))} \left[\frac{E_1}{E_2 - E_2^{tr}} \right]^{1/2}, \quad j = 1, 2, \dots, \quad (42)$$

где параметры $\alpha(j)$ суть решения

$$f(\alpha) = \sqrt{\delta + \cos^2 \alpha} \operatorname{tg} \left[\left(\frac{\alpha}{\cos \alpha} \right) \sqrt{\delta + \cos^2 \alpha} \right] - \sin(\alpha) = 0, \quad (43)$$

$\delta = (E_2 - E_1) / (E_2 - E_2^{tr})$. На рис. 4 изображена характеристическая функция $f(\alpha)$. Как видно из рисунка, уравнения (39) и (40) имеют одновременно бесконечную серию решений. Подобным образом антисимметричные решения возможны, если

$$\operatorname{ctg} \theta_2 = -\frac{|k_2|}{q_2}, \quad (44)$$

$$\operatorname{ctg} \theta_1 = -\frac{|k_2|}{q_1}. \quad (45)$$

Из унитарности следует, что нули $E_2^{tr} < E < E_2$ кофактора должны в точности совпадать с полюсами. Как видно из (38), это уравнение справедливо, когда справедливости (39) и (40) (или уравнения (44) и (45)). Отсюда вытекает, что резонансы Фано должны исчезать при определенных (критических параметрах) $L_a(j)$, при которых будут иметь место равенства $\Gamma = 0$ и $E_0 = E_p$ для параметров резонанса в выражении (30).

Для иллюстрации эффекта исчезновения резонансов — коллапса резонансов — на рис. 5 изображена прозрачность как функция энергии для одного из критических значений размера примеси ($L_c \equiv L_a(3) = 3.1901W$). Критическое значение L_c было рассчитано согласно (39) и (40) для фиксированной глубины ямы $V_{att} = 6.37 E_1$. На рис. 6 показана прозрачность вблизи критической энергии для нескольких значений размера примеси: $L_a = 3.06W, 3.12W, 3.1901W, 3.25W$. Результат показывает, что когда L_a

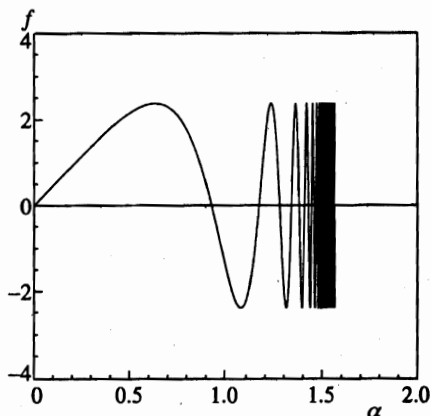


Рис. 4

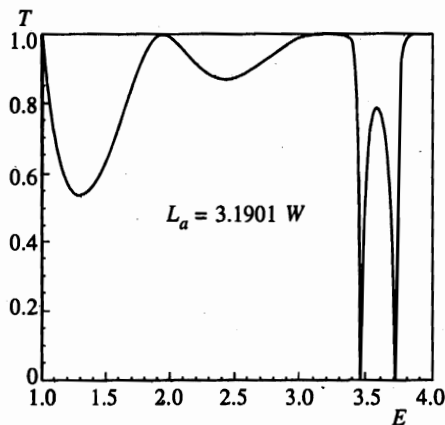


Рис. 5

Рис. 4. На рисунке изображена характеристическая функция. Критические параметры определяются нулями характеристической функции

Рис. 5. Прозрачность как функция энергии для критического значения размера примеси $L_c \equiv L_a(3) = 3.1901W$ (другие параметры примеси, как на рис. 2). Резонанс исчезает при $E = E_c(3) = 3.255E_1$, при этом прозрачность остается конечной

достигает критического значения L_c , резонансы Фано исчезают, но прозрачность остается конечной при критическом значении энергии $E_c(3) = 3.255E_1$. Из рис. 6г видно, что резонансы появляются снова, когда размер примеси проходит через критическое значение. Ясно, что коллапс резонанса имеет место вследствие когерентного взаимодействия встречных волн внутри примесной области.

Для ориентации укажем, что если в двумерном канале шириной W присутствует примесь, то для использованных выше параметров примеси критический размер равен $L_a(0) = 1.10W$, а минимальная критическая энергия $E_c = E(0) = 3.48E_1$, где $E_1 = \pi^2 \hbar^2 / 2mW^2$.

Чтобы сделать картину более ясной, получим в явном виде волновую функцию дискретных уровней и покажем, что она может быть нормирована. Симметричное решение (1) запишем в виде

$$\psi_c(x, y) = a_1 \cos(q_1 x) \chi_1(y) + a_2 \cos(q_2 x) \chi_2(y) \quad \text{для } |x| < L_a/2, \quad (46)$$

$$\psi_c(x, y) = C_1 e^{i k_2 |x - L_a/2|} \varphi_2(y) \quad \text{для } x > L_a/2. \quad (47)$$

Из граничных условий вытекает, что решение, определяемое (46) и (47), справедливо, если справедливы уравнения (39) и (40).

Аналогично, для антисимметричного решения имеем

$$\psi_c(x, y) = b_1 \sin(q_1 x) \chi_1(y) + b_2 \sin(q_2 x) \chi_2(y) \quad \text{для } |x| < L_a/2, \quad (48)$$

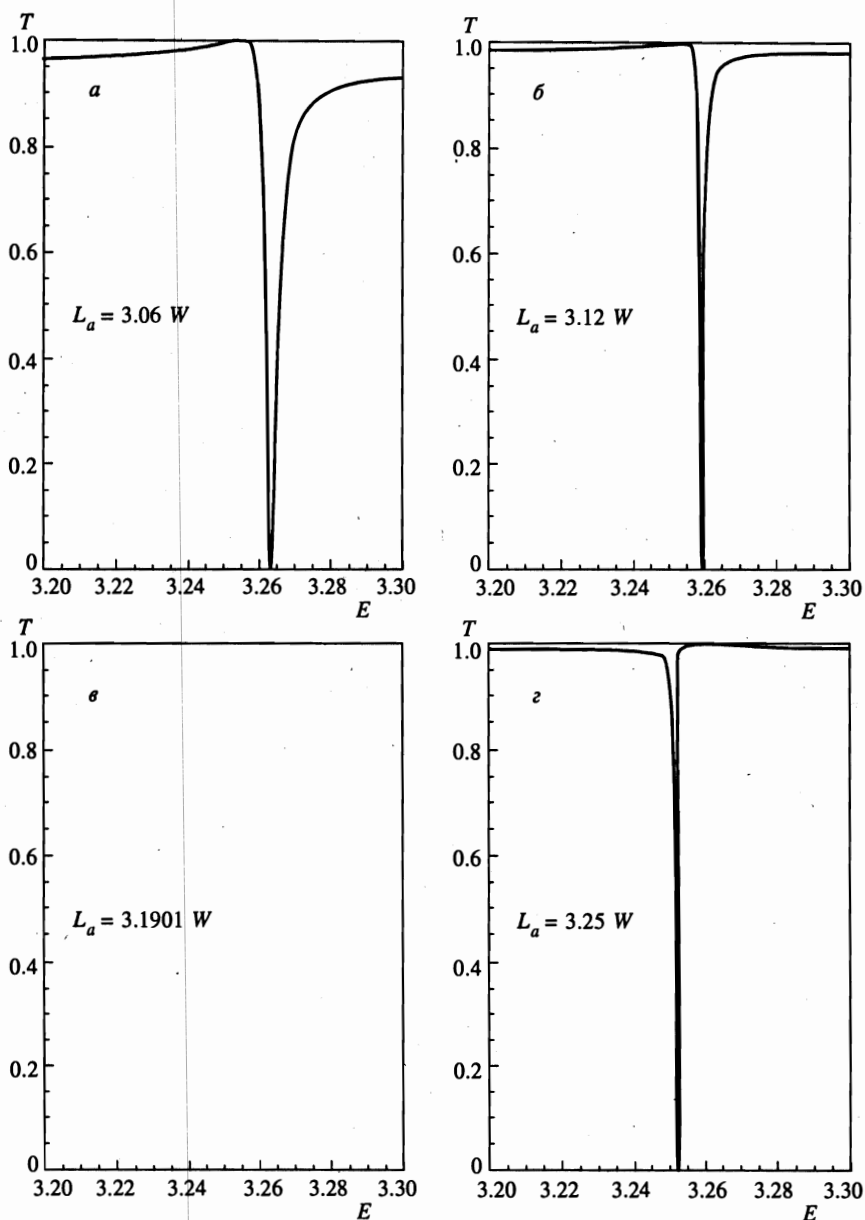


Рис. 6. Прозрачность как функция энергии для нескольких значений размеров примеси: $L_a = 3.06W, 3.12W, 3.1901W, 3.25W$ вблизи критического размера $L_c = 3.1901W$ (другие параметры примеси как на рис. 2). При критической длине резонанс исчезает (на рис. *в* прозрачность $T = 1$ для выбранного интервала энергии). Резонанс появляется снова, когда размер примеси проходит через критическое значение L_c , рис. *г*.

$$\psi_c(x, y) = D_1 e^{ik_1(x-L_a/2)} \varphi_2(y) \quad \text{для } x > L_a/2, \quad (49)$$

оно будет справедливо, если имеют место (44) и (45). Локализованному решению может быть дана простая физическая интерпретация. Оно представляет собой стоячую волну с амплитудой a_1 между двумя «зеркалами» Фано и неоднородную моду в канале $n = 2$. Поскольку вне примеси волновая функция экспоненциально убывает, она будет нормирована. С другой стороны, при тех же критических параметрах в канале возможно распространяющееся решение вида (5)–(7). Таким образом, показано, что при одной и той же энергии могут существовать два типа состояний: одно локализованное, а другое распространяющееся.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы проанализировали прохождение частицы через квантовый волновод, в котором имеется притягивающая примесь. С помощью точного решения для матрицы рассеяния показано, что примесь создает серию квазисвязанных состояний, которые проявляются как резонансно-антирезонансные пары в прозрачности. В случае короткодействующей примеси в прозрачности должен наблюдаться уединенный резонанс Фано. Для примеси с конечными размерами имеет место новый когерентный эффект, когда при определенных (критических) параметрах системы происходит коллапс резонансов. Как следствие, при критических параметрах в системе появляются дискретные уровни в континууме. При этом прозрачность качественно меняется, что может быть экспериментально проверено в низкоразмерных каналах с примесями. В качестве примера укажем на интересную работу [4], в которой предложен метод создания искусственных примесей в квантовом канале.

Данная работа поддержана Министерством образования Кореи (гранты № BSRI-96-2431 и BSRI-97-2431), а также International Center for Advanced Studies в Нижнем Новгороде. Один из авторов (А. М. С.) благодарен KOSEF и Российскому фонду фундаментальных исследований (грант 97-02-16923а) за поддержку.

Литература

1. *Nanostructure Physics and Fabrication*, ed. by M. A. Reed and W. P. Kirk, Academic, Boston (1989).
2. B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker et al., *Phys. Rev. Lett.* **60**, 848 (1988).
3. D. A. Wharam, T. J. Thornton, R. Newbury et al., *J. Phys.* **21**, L209 (1988).
4. Syoji Yamada and Masafumi Yamamoto, *Appl. Phys. Lett.* **79**, 8391 (1996).
5. C. S. Chu and R. S. Sorbello, *Phys. Rev. B* **40**, 5941 (1989).
6. P. F. Bagwell, *Phys. Rev. B* **41**, 10354 (1990).
7. E. Tekman and S. Ciraci, *Phys. Rev. B* **42**, 9098 (1990).
8. Ч. С. Ким, А. М. Сатанин, *ЖЭТФ* **115**, 211 (1999).
9. U. Fano, *Phys. Rev.* **104**, 1866 (1961).
10. Yong S. Joe and R. M. Cosby, *Appl. Phys. Lett.* **81**, 6217 (1997).
11. Yong S. Joe and R. M. Cosby, *Solid. St. Commun.* **101**, 731 (1997).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика, Нерелятивистская теория*, Наука, Москва (1989).
13. R. Landauer, *Philos. Mag.* **21**, 863 (1970).
14. M. Buttiker, *Phys. Rev. B* **35**, 4123 (1987).
15. J. U. Nöckel and A. D. Stone, *Phys. Rev. B* **50**, 17415 (1994).
16. F. H. Mies, *Phys. Rev.* **175**, 164 (1968).