

ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ ДИРЕКТОРА ВБЛИЗИ ТОЧКИ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА НЕМАТИК — СМЕКТИК А

С. В. Ульянов*

Санкт-Петербургский торгово-экономический институт
194018, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 25 марта 1998 г.

На основе модели Ландау—Де Жена для свободной энергии нематического жидкого кристалла в окрестности точки перехода в смектическую А-фазу определена частотная зависимость флуктуационных поправок к модулям Франка. Показано, что взаимодействие флуктуаций смектического параметра порядка с директором приводит к появлению поправок ко всем модулям Франка. В пределе низких частот ($\omega \rightarrow 0$) поправки к модулям K_{22} и K_{33} принимают максимальные значения и уменьшаются до нуля в пределе бесконечной частоты. Поправка к модулю K_{11} имеет отрицательный знак и обращается в нуль в пределах низких и высоких частот. Абсолютная величина поправки к K_{11} принимает наибольшее значение для частот меггерцового диапазона. Показано, что в ориентированных нематиках взаимодействие смектических флуктуаций с директором препятствует отклонениям директора от направления преимущественной ориентации, вследствие чего должна наблюдаться релаксация как неоднородных так и однородных искажений поля директора. Показано, что это приводит к существованию диапазона частот в меггерцовой области, в которой становятся распространяющимися сдвиговые волны в нематике. Скорость распространения этих волн примерно на два порядка меньше скорости звука и существенно зависит от направления распространения.

1. ВВЕДЕНИЕ

Нематические жидкие кристаллы (НЖК) в окрестности точки фазового перехода в смектическую А-фазу ($N - A$ -переход) экспериментально и теоретически исследуются уже длительное время [1–5]. Начало феноменологическому описанию свойств НЖК в окрестности $N - A$ -перехода положено работой Де Жена [6], в которой, в частности, на основе предложенного в работе выражения для свободной энергии, взаимодействием неоднородного поля директора с флуктуациями смектического параметра порядка объясняется критический рост модулей Франка K_{22} и K_{33} при приближении к точке $N - A$ -перехода. В дальнейшем в формулы для K_{22} и K_{33} Янигом и Брошаром [7] был добавлен пропущенный множитель $1/\sqrt{2}$, далее эти формулы уточнились исходя из модели Ландау—Де Жена [8] и на основе NAC -модели [9].

В этих работах рассмотрен наиболее простой и важный случай, а именно, найдены статические поправки к модулям Франка. В то же время хорошо известно, что взаимодействие гидродинамических переменных (к которым в НЖК относится, в частности, директор) с флуктуациями параметра порядка приводит к появлению частотной дисперсии коэффициентов в системе уравнений движения НЖК. В предпереходной области существенно меняются коэффициенты вязкости, что приводит к возникновению

*E-mail: mathem@list.spb.su

частотной дисперсии скорости и к аномальному росту поглощения звука [4]. Первые предсказания аномального роста некоторых коэффициентов вязкости, которые могли проявиться в анизотропии акустических свойств НЖК, были даны Янигом и Брошаром [7] и Макмилланом [10], рассмотревшими взаимодействие поля директора с полем флуктуаций параметра порядка. В дальнейшем было показано, что взаимодействие параметра порядка с плотностью [11, 12] и с неоднородным полем скорости [13–15] приводит к появлению намного больших вкладов в коэффициенты вязкости, что проявляется в аномальном росте изотропного поглощения звука [4, 16, 17] и в появлении заметной анизотропии дисперсии скорости и поглощения звука [11, 18]. Однако до сих пор нет не только удовлетворительного количественного описания экспериментальных данных, но также имеется рассогласованность данных различных экспериментов между собой. В первую очередь это касается анизотропии акустических свойств. Что касается частотной дисперсии модулей Франка, то она может проявиться в экспериментах, в которых НЖК находится под периодическим внешним воздействием. Это относится к акустооптическим эффектам, которые наблюдаются в НЖК, находящихся во внешнем поле звуковой волны, или к оптическим переходам Фредерикса при периодическом изменении интенсивности падающего света.

Целью настоящей работы является получение на основе модели Ландау—Де Жена для свободной энергии НЖК вблизи точки $N - A$ -перехода некоторых результатов взаимодействия флуктуаций параметра порядка с полем директора. А именно, в разд. 2 находится частотная дисперсия всех модулей Франка, в разд. 3 показывается, что вблизи точки $N - A$ -перехода появляется релаксационный механизм затухания искажений равновесного поля директора, который существенно влияет на характер распространения сдвиговых волн. В разд. 4 обсуждается возможность экспериментального наблюдения полученных результатов.

2. ЧАСТОТНАЯ ДИСПЕРСИЯ МОДУЛЕЙ ФРАНКА

Полагая, что равновесная ориентация вектора директора \mathbf{n}_0 задана условиями на границах образца, которые считаются удаленными на бесконечное расстояние от интересующего нас выделенного объема, свободную энергию деформированного НЖК можно представить в виде

$$F = F_0 + F_{Fr}, \quad (1)$$

где F_0 — свободная энергия недеформированного образца, а F_{Fr} — свободная энергия деформации Франка:

$$F_{Fr} = \frac{1}{2} \int dr [K_{11}(\text{div } \mathbf{n})^2 + K_{22}(\mathbf{n} \text{ rot } \mathbf{n})^2 + K_{33}[\mathbf{n} \text{ rot } \mathbf{n}]^2], \quad (2)$$

где локальный директор:

$$\mathbf{n}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{n}_0 + \delta \mathbf{n}(\mathbf{r}, t). \quad (3)$$

Следуя [7, 19], введем молекулярное поле \mathbf{h}_{Fr} , стремящееся «выпрямить» искаженное поле директора. В системе координат, в которой ось z совпадает по направлению с \mathbf{n}_0 , молекулярное поле, связанное с энергией Франка, имеет вид [7]

$$h_{x Fr}(q, \omega) = - (K_{11}q_x^2 + K_{22}q_y^2 + K_{33}q_z^2) \delta n_x(q, \omega) + (K_{22} - K_{11})q_x q_y \delta n_y(q, \omega), \quad (4)$$

где использовано разложение Фурье

$$\mathbf{n}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{q}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \mathbf{n}(\mathbf{q}, \omega) \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r} - i\omega t). \quad (5)$$

В НЖК, находящемся вблизи точки $N - A$ -перехода, становятся существенными флуктуации смектического параметра порядка Ψ [1-3, 6, 7], в связи с чем в свободную энергию необходимо добавить член F_{Ψ} , связанный с флуктуационно возникающей смектической упорядоченностью. В модели Ландау—Де Жена имеем [1-3, 6, 7]:

$$F = F_0 + F_{Fr} + F_{\Psi}, \quad (6)$$

где

$$F_{\Psi} = \int d\mathbf{r} \left[A|\Psi|^2 + \frac{1}{2M_T} |(\nabla_{\perp} - iq_s \delta \mathbf{n})\Psi|^2 + \frac{1}{2M_V} |\nabla_{\parallel} \Psi|^2 \right], \quad (7)$$

$$\nabla_{\perp} = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y}, \quad \nabla_{\parallel} = \frac{\partial}{\partial z}.$$

Коэффициент A обращается в нуль при температуре фазового перехода T_{NA} , и обычно полагают $A = a_0(T - T_{NA})^{\gamma}$, где $\gamma = 3/4$ при использовании гелиевой аналогии или $\gamma = 1$ в приближении среднего поля, $q_s = 2\pi/d$, где d — расстояние между смектическими слоями в низкотемпературной фазе.

Как было найдено ранее [6-8], наличие в (7) члена с зацеплением $\delta \mathbf{n}$ и Ψ приводит к возникновению аномальных добавок к модулям Франка K_{22} и K_{33} , которые были найдены в статическом случае ($\omega = 0$). При наличии флуктуаций смектической упорядоченности молекулярное поле складывается из двух слагаемых [7]:

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}_{Fr} + \langle \mathbf{h}_{\Psi} \rangle, \quad (8)$$

где

$$\mathbf{h}_{\Psi} = -\frac{iq_s}{2M_T} (\Psi^* \nabla_{\perp} \Psi - \Psi \nabla_{\perp} \Psi^*) - \frac{q_s^2}{M_T} \Psi^* \Psi \delta \mathbf{n}, \quad (9)$$

а статистическое усреднение проводится по всем реализациям флуктуаций параметра порядка. В фурье-представлении имеем

$$\langle \mathbf{h}_{\Psi} \rangle = \langle \mathbf{h}^{(1)} \rangle + \langle \mathbf{h}^{(2)} \rangle, \quad (10)$$

где

$$\langle \mathbf{h}^{(1)}(\mathbf{q}, \omega) \rangle = \frac{q_s}{2M_T \sqrt{V}} \sum_{\mathbf{q}'} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} (\mathbf{q}_{\perp} - 2\mathbf{q}'_{\perp}) \langle \Psi^*(\mathbf{q}', \omega') \Psi(\mathbf{q} - \mathbf{q}', \omega - \omega') \rangle, \quad (11)$$

$$\langle \mathbf{h}^{(2)}(\mathbf{q}, \omega) \rangle = -\frac{q_s^2}{M_T V} \sum_{\mathbf{q}', \mathbf{q}''} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega' d\omega''}{(2\pi)^2} \langle \Psi^*(\mathbf{q}', \omega') \Psi(\mathbf{q}'', \omega'') \rangle \delta \mathbf{n}(\mathbf{q} - \mathbf{q}' - \mathbf{q}'', \omega - \omega' - \omega''). \quad (12)$$

Для вычисления флуктуационного вклада в молекулярное поле воспользуемся предложенным Леванюком [20] методом, который неоднократно применялся для нахождения флуктуационных поправок к коэффициентам вязкости в окрестностях точек фазовых переходов в жидких кристаллах [15, 21, 22]. В рамках данного метода флуктуации смектического параметра порядка Ψ , развивающиеся в деформированном НЖК, описываются уравнением Ланжевена:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -b \left[A\Psi - \frac{1}{2M_T} (\nabla_{\perp} - iq_s \delta \mathbf{n})^2 \Psi - \frac{1}{2M_V} \nabla_{\parallel}^2 \Psi \right] + f, \quad (13)$$

где f — случайная сила. Уравнение для Ψ^* получается комплексным сопряжением (13). Учитывая взаимодействие в низшем порядке, оставим в (13) лишь члены, линейные по $\delta \mathbf{n}$, и перейдем к фурье-представлению:

$$\Psi(\mathbf{q}, \omega) = G^0(\mathbf{q}, \omega) \times \left[f(\mathbf{q}, \omega) + \frac{bq_s}{2M_T \sqrt{V}} \sum_{\mathbf{q}'} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} ((2\mathbf{q}_{\perp} - \mathbf{q}'_{\perp}) \delta \mathbf{n}(\mathbf{q}', \omega')) \Psi(\mathbf{q} - \mathbf{q}', \omega - \omega') \right], \quad (14)$$

где

$$G^0(\mathbf{q}, \omega) = [-i\omega + b\chi^{-1}(\mathbf{q})]^{-1}, \quad (15)$$

$$\chi^{-1}(\mathbf{q}) = A + \frac{q_{\perp}^2}{2M_T} + \frac{q_z^2}{2M_V}. \quad (16)$$

Уравнение для $\Psi^*(\mathbf{q}, \omega)$ отличается от (14) лишь заменой $\Psi \rightarrow \Psi^*$; $f \rightarrow f^*$ и плюса на минус перед интегральным членом в правой части. Формальное решение уравнения (14) можно находить с помощью итераций в виде ряда по степеням $\delta \mathbf{n}$. После второй итерации получаем

$$\Psi(\mathbf{q}, \omega) = G^0(\mathbf{q}, \omega) f(\mathbf{q}, \omega) + \frac{bq_s}{2M_T \sqrt{V}} \sum_{\mathbf{q}'} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} ((2\mathbf{q}_{\perp} - \mathbf{q}'_{\perp}) \delta \mathbf{n}(\mathbf{q}', \omega')) \times G^0(\mathbf{q}, \omega) G^0(\mathbf{q} - \mathbf{q}', \omega - \omega') f(\mathbf{q} - \mathbf{q}', \omega - \omega'). \quad (17)$$

Далее формальное решение (17) и аналогичное выражение для $\Psi^*(\mathbf{q}, \omega)$ подставляются в выражения (11) и (12) для вкладов в молекулярное поле, после чего проводится статистическое усреднение с учетом некоррелированности случайной силы f в пространстве и во времени:

$$\langle f(\mathbf{q}, \omega) f^*(\mathbf{q}', \omega') \rangle = \frac{2bk_B T (2\pi)^4}{V} \delta(\mathbf{q} + \mathbf{q}') \delta(\omega + \omega'). \quad (18)$$

После интегрирования δ -функций и интегрирования по частотам получаем

$$\langle \mathbf{h}^{(1)}(\mathbf{q}, \omega) \rangle = \frac{bk_B T q_s^2}{4(2\pi)^3 M_T^2} \int d\mathbf{q}' \frac{(\mathbf{q}_{\perp} - 2\mathbf{q}'_{\perp}) ((\mathbf{q}_{\perp} - 2\mathbf{q}'_{\perp}) \delta \mathbf{n}(\mathbf{q}, \omega))}{-i\omega + b(\chi^{-1}(\mathbf{q}') + \chi^{-1}(\mathbf{q} - \mathbf{q}'))} (\chi(\mathbf{q}') + \chi(\mathbf{q} - \mathbf{q}')), \quad (19)$$

$$\langle \mathbf{h}^{(2)}(\mathbf{q}, \omega) \rangle = -\frac{k_B T q_s^2}{(2\pi)^3 M_T} \int \frac{d\mathbf{q}'}{\chi^{-1}(\mathbf{q}')} \delta \mathbf{n}(\mathbf{q}, \omega). \quad (20)$$

В выражениях (19) и (20) суммирование по волновым векторам заменено интегрированием:

$$\sum_{\mathbf{q}'} \rightarrow \frac{V}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{q}'.$$

Для получения поправок к модулям Франка в выражении для $\langle \mathbf{h}_\Psi \rangle$ достаточно оставить лишь члены $\propto q^2$. Пропуская промежуточные вычисления, которые приведены в Приложении, для флуктуационного вклада в молекулярное поле $\langle \mathbf{h}_\Psi(\mathbf{q}, \omega) \rangle$ получаем выражение, совпадающее по структуре с формулой (4). Можно считать, что взаимодействие директора с флуктуациями смектической упорядоченности привело к появлению комплексных добавок к модулям Франка. Таким образом, получаем

$$K_{11}(\omega) = K_{11}^0 + \frac{k_B T q_s^2 \xi_\perp^2}{24\pi \xi_\parallel} [F_1(\tilde{\omega}) + iG_1(\tilde{\omega})], \quad (21)$$

$$K_{22}(\omega) = K_{22}^0 + \frac{k_B T q_s^2 \xi_\perp^2}{24\pi \xi_\parallel} [1 + F_2(\tilde{\omega}) + iG_2(\tilde{\omega})], \quad (22)$$

$$K_{33}(\omega) = K_{33}^0 + \frac{k_B T q_s^2 \xi_\parallel}{24\pi} [1 + F_2(\tilde{\omega}) + iG_2(\tilde{\omega})]. \quad (23)$$

Здесь K_{ii}^0 ($i = 1, 2, 3$) — «затраченные» значения модулей Франка, в которых не учтено взаимодействие директора с флуктуациями параметра порядка. Для корреляционных длин используются обычные обозначения:

$$\xi_\perp = (2AM_T)^{-1/2}, \quad (24)$$

$$\xi_\parallel = (2AM_V)^{-1/2}. \quad (25)$$

Зависимость модулей Франка от приведенной частоты $\tilde{\omega}$, где

$$\tilde{\omega} = \omega \tau_\Psi = \omega \frac{1}{2bA}, \quad (26)$$

определяется функциями:

$$F_1(\tilde{\omega}) = \frac{24}{5\tilde{\omega}^3} \left[-\frac{5}{2}\tilde{\omega} + \tilde{\omega} \sqrt{2\sqrt{1+\tilde{\omega}^2}+2} + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{16}\tilde{\omega}^2 \right) \sqrt{2\sqrt{1+\tilde{\omega}^2}-2} \right], \quad (27)$$

$$G_1(\tilde{\omega}) = \frac{24}{5\tilde{\omega}^3} \left[-1 + \frac{5}{4}\tilde{\omega}^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{16}\tilde{\omega}^2 \right) \sqrt{2\sqrt{1+\tilde{\omega}^2}+2} - \tilde{\omega} \sqrt{2\sqrt{1+\tilde{\omega}^2}-2} \right], \quad (28)$$

$$F_2(\tilde{\omega}) = \frac{8}{5\tilde{\omega}^3} \left[-\frac{5}{2}\tilde{\omega} + \tilde{\omega} \sqrt{2\sqrt{1+\tilde{\omega}^2}+2} + \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{16}\tilde{\omega}^2 \right) \sqrt{2\sqrt{1+\tilde{\omega}^2}-2} \right] - 1, \quad (29)$$

$$G_2(\tilde{\omega}) = \frac{8}{5\tilde{\omega}^3} \left[-1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{16}\tilde{\omega}^2 \right) \sqrt{2\sqrt{1+\tilde{\omega}^2}+2} - \tilde{\omega} \sqrt{2\sqrt{1+\tilde{\omega}^2}-2} \right]. \quad (30)$$

Из (27)–(30) вытекает, что в пределе $\omega \rightarrow 0$ выполнены равенства:

$$F_1(0) = G_1(0) = F_2(0) = G_2(0) = 0, \quad (31)$$

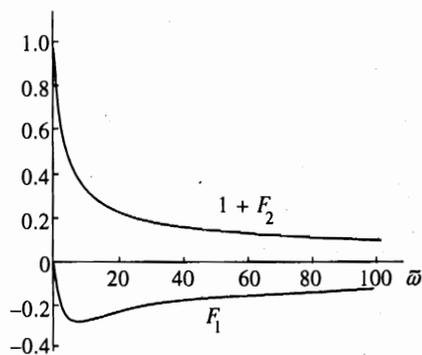


Рис. 1

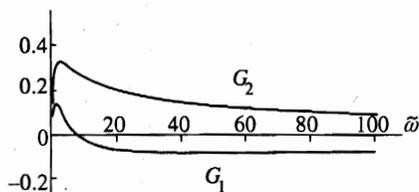


Рис. 2

поэтому в статическом случае получаем известный результат [6–9]:

$$K_{11}(\omega = 0) = K_{11}^0, \quad (32)$$

$$K_{22}(\omega = 0) = K_{22}^0 + k_B T q_s^2 \xi_{\perp}^2 / 24\pi \xi_{\parallel}, \quad (33)$$

$$K_{33}(\omega = 0) = K_{33}^0 + k_B T q_s^2 \xi_{\parallel} / 24\pi. \quad (34)$$

На бесконечной частоте ($\omega \rightarrow \infty$) флуктуационные поправки исчезают:

$$F_1 + iG_1 \rightarrow 0, \quad 1 + F_2 + iG_2 \rightarrow 0.$$

На рис. 1, 2 приведены зависимости функций F_1 , F_2 , G_1 , G_2 от приведенной частоты $\tilde{\omega}$, определяющие закон частотной дисперсии модулей Франка. Упругие постоянные заметно меняются при изменении приведенной частоты в диапазоне $1 \leq \tilde{\omega} \leq 100$. В НЖК вблизи точки $N - A$ -перехода это соответствует изменению частоты в мегагерцовом диапазоне. При более низких частотах можно пользоваться статическими поправками к модулям Франка.

Отсутствие флуктуационной поправки к модулю K_{11} в статическом случае является следствием инвариантности свободной энергии (7) по отношению к одинаковому повороту директора и перпендикулярных ему смектических слоев. Появление частотной дисперсии у модуля Франка K_{11} связано с тем, что на частотах, имеющих порядок обратного времени релаксации смектического параметра порядка, флуктуационно образующаяся смектическая структура не успевает перестраиваться перпендикулярно быстро меняющемуся локальному директору, что и приводит в динамике к потере вращательной инвариантности свободной энергии и к возникновению флуктуационной поправки к модулю K_{11} .

3. РАСПРОСТРАНЕНИЕ СДВИГОВЫХ ВОЛН В ОРИЕНТИРОВАННЫХ НЕМАТИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ

Следует ожидать, что при достаточно быстрых малых отклонениях локального директора от среднего направления преимущественной ориентации, когда характерная

частота изменения директора по порядку величины совпадает с обратным временем релаксации смектического параметра порядка или превышает его, флуктуационно образующиеся смектические слои будут перпендикулярны среднему направлению директора, поскольку они не будут успевать перестраиваться в соответствии с изменениями локального директора. При подобных деформациях поля директора свободная энергия (7) не будет оставаться неизменной, даже если изменения директора будут пространственно однородны. Вследствие этого возникает возвращающая сила, которая будет препятствовать в том числе и пространственно-однородным отклонениям поля директора от направления n_0 . Появление подобного релаксационного механизма может существенно отразиться на спектре собственных мод нематиков, в первую очередь, на характере распространения сдвиговых волн на ультразвуковых частотах.

Прежде чем оценить величину этой возвращающей силы, отметим, что рассматривается диапазон изменения температуры, в котором флуктуации относительно малы. А именно, потребуем, чтобы флуктуационная поправка к теплоемкости [11],

$$\Delta C_{fl} = \frac{k_B T^2 M_T \sqrt{M_V}}{4\sqrt{2} \pi \sqrt{A}} \left(\frac{\partial A}{\partial T} \right)^2, \quad (35)$$

была мала по сравнению с ее скачком в точке перехода [23]:

$$\Delta C_{N-A} = \frac{T}{2B} \left(\frac{\partial A}{\partial T} \right)^2, \quad (36)$$

где B — коэффициент при $|\Psi|^4$ в разложении (7). Таким образом, в приближении среднего поля диапазон рассматриваемых температур определяется условием

$$\frac{k_B^2 T^2 M_T^2 M_V B^2}{8\pi^2 a_0} \ll \frac{T - T_{N-A}}{T_{N-A}} \ll 1. \quad (37)$$

Как отмечалось в [24], такой интервал температур существует и он расширяется по мере приближения к трикритической точке вдоль линии $N - A$ -переходов.

Оценим возвращающую силу, действующую на директор, при его малых быстрых пространственно однородных отклонениях от направления n_0 . Для этого рассмотрим неисчезающий в пределе $q = 0$ вклад $\langle h_{\Psi 0} \rangle$ в усредненное по флуктуациям молекулярное поле:

$$\langle h_{\Psi 0}(\mathbf{q}, \omega) \rangle = -\frac{\gamma}{\tau_0} \delta \mathbf{n}(\mathbf{q}, \omega), \quad (38)$$

где γ — вращательная вязкость, а τ_0 имеет смысл времени релаксации директора к направлению n_0 :

$$\tau_0^{-1} = \frac{k_B T q_s^2}{(2\pi)^3 \gamma M_T} \left(\int \frac{d\mathbf{q}'}{\chi^{-1}(\mathbf{q}')} - \frac{2b}{M_T} \int \frac{d\mathbf{q}'(q'_z)^2}{\chi^{-1}(\mathbf{q}')(-i\omega + 2b\chi^{-1}(\mathbf{q}'))} \right). \quad (39)$$

Прежде всего отметим, что величина τ_0^{-1} слабо зависит от частоты и имеет один и тот же порядок на нулевой и бесконечной частотах. При оценке τ_0^{-1} по порядку величины положим для простоты $\omega = 0$ и пренебрежем различием между ξ_{\parallel} и ξ_{\perp} . Кроме того, следует отметить отсутствие у τ_0^{-1} критической зависимости от температуры. Как видно из (39), приближения Орнштейна—Цернике для корреляционной функции недостаточно

для сходимости интегралов в (39), поэтому, пользуясь тем, что в рассматриваемой системе есть естественный характерный размер — межслоевое расстояние в смектической A -фазе, — выполним интегрирование в (39) до верхнего предела q_m , считая $q_m \sim q_s$. Тогда получаем следующую оценку для τ_0^{-1} :

$$\tau_0^{-1} = \frac{k_B T q_s^2 q_m}{3\pi^2 \gamma} \left(1 - \frac{1}{1 + q_m^2 \xi_{\perp}^2} \right). \quad (40)$$

Как следует из (40), вблизи точки $N - A$ -перехода становится конечным время релаксации однородных искажений поля директора. Используя типичные для жидких кристаллов значения параметров [15, 25–27]:

$$\xi_{\perp} \sim 2 \cdot 10^{-8} \left[\frac{T - T_{NA}}{T_{NA}} \right]^{-0.5} \text{ см}, \quad \tau_{\Psi} \sim 10^{-9} \left[\frac{T - T_{NA}}{T_{NA}} \right]^{-1} \text{ с}, \quad q_m \sim q_s \sim 2 \cdot 10^7 \text{ см}^{-1},$$

получаем оценку $\tau_0 \sim 10^{-(7+8)}$ с. Для частоты изменения директора должно выполняться условие $\omega \geq \tau_{\Psi}^{-1}$.

Найдем изменения в спектре сдвиговых мод НЖК. Если ввести обозначения v_t и n_t соответственно для компонент скорости и директора, лежащих в плоскости xy и перпендикулярных волновому вектору \mathbf{q} , а v_l и n_l — для компонент, одновременно лежащих в плоскости xy и в плоскости векторов \mathbf{p}_0 , \mathbf{q} , то уравнения для v_t и n_t отделятся от остальных уравнений системы уравнений движения НЖК [28]. Выпишем их в линейном приближении с учетом члена (38):

$$\left[\omega + i \left(\frac{K_t q^2}{\gamma} + \frac{1}{\tau_0} \right) \right] n_t + \frac{\lambda + 1}{2} q_z v_t = 0, \quad (41)$$

$$\left(\omega + i \frac{\eta_t q^2}{\rho} \right) v_t + \frac{(\lambda + 1)\gamma}{2\rho} \left(\frac{K_t q^2}{\gamma} + \frac{1}{\tau_0} \right) q_z n_t = 0. \quad (42)$$

В этих уравнениях используются те же обозначения для материальных постоянных НЖК, что и в [28, 29], а K_t и η_t определяются соотношениями

$$K_t = K_{22} \frac{q_{\perp}^2}{q^2} + K_{33} \frac{q_z^2}{q^2}, \quad (43)$$

$$\eta_t = \eta_1 \frac{q_{\perp}^2}{q^2} + \frac{\eta_3}{2} \frac{q_z^2}{q^2}. \quad (44)$$

Рассмотрим тот случай, когда молекулярное поле в основном определяется релаксационным членом, т. е.

$$\frac{1}{\tau_0} \gg \frac{K_t q^2}{\gamma}. \quad (45)$$

Используя типичные для НЖК значения параметров: $K_t \sim 10^{-6}$ дин, $\gamma \sim (0.1 \div 1)$ Пз, $\tau_0 \sim (10^{-8} \div 10^{-7})$ с, получаем следующую оценку для длины волны неоднородности:

$$l \gg 2 \cdot 10^{-5} \text{ см}.$$

Приравнивая нулю определитель системы (41), (42), получаем уравнение для собственных частот:

$$\omega^2 + i \left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{\eta_i q^2}{\rho} \right) \omega - \frac{1}{\tau_0} \left(\frac{\eta_i q^2}{\rho} + \frac{(\lambda + 1)^2 \gamma q_z^2}{4\rho} \right) = 0. \quad (46)$$

Из (46) следует, что при соблюдении условия

$$\frac{1}{\tau_0} \approx \frac{\eta_i q^2}{\rho}, \quad (47)$$

т. е. для $l \sim 10^{-4}$ см, решение дисперсионного уравнения (46) имеет вид

$$\omega_{1,2} = \pm c_t q - i \frac{1}{\tau_0}, \quad (48)$$

где

$$c_t = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho \tau_0}} \frac{\lambda + 1}{2} |\cos \theta|, \quad (49)$$

а θ — угол между направлением распространения сдвиговой волны \mathbf{q} и вектором \mathbf{n}_0 . Из (48) и (49) вытекают оценки скорости и коэффициента затухания первой пары сдвиговых волн: $c_t \sim 3 \cdot 10^3$ см/с, $1/\tau_0 \sim 10^7$ с $^{-1}$. При длине волны $l \sim 2\pi \sqrt{\eta_i \tau_0 / \rho} \sim 10^{-4}$ см в НЖК с не очень большой вращательной вязкостью ($\gamma \sim 0.1$ Пз), что соответствует $1/\tau_0 \sim 10^7$ с $^{-1}$, сдвиговая волна может распространяться, так как ее амплитуда за один период изменится в $\exp(-l/c_t \tau_0) \approx 0.7$ раз.

Из уравнений для компонент v_z , v_l , n_i при выполнении условия поперечности колебаний, $q_z v_z + q_l v_l = 0$, нетрудно аналогично получить дисперсионное уравнение для еще одной пары сдвиговых мод:

$$\omega^2 + i \left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{\eta_l q^2}{\rho} \right) \omega - \frac{1}{\tau_0} \left(\frac{\eta_l q^2}{\rho} + \frac{\Lambda_l^2 \gamma q^2}{\rho} \right) = 0, \quad (50)$$

где

$$\eta_l = (\eta_1 + \eta_2 - 2\eta_4 + \eta_5) \frac{q_z^2 q_l^2}{q^4} + \frac{\eta_3}{2} \frac{(q_z^2 - q_l^2)^2}{q^4}, \quad (51)$$

$$\Lambda_l = \frac{\lambda + 1}{2} \frac{q_z^2}{q^2} + \frac{1 - \lambda}{2} \frac{q_l^2}{q^2}. \quad (52)$$

Отсюда следует, что при выполнении условия:

$$1/\tau_0 \approx \eta_l q^2 / \rho, \quad (53)$$

возможно решение дисперсионного уравнения, соответствующее распространяющейся сдвиговой волне:

$$\omega_{3,4} = \pm c_l q - i \frac{1}{\tau_0}, \quad (54)$$

где

$$c_l = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho\tau_0}} \frac{\lambda \cos(2\theta) + 1}{2}. \quad (55)$$

Скорости распространения сдвиговых волн c_t и c_l существенно зависят от направления распространения, причем при $\lambda = 1$, т. е. для НЖК, состоящих из стержнеобразных молекул, эти скорости почти совпадают. Сдвиговые моды, становящиеся вблизи точки $N - A$ -перехода распространяющимися, являются своего рода предвестниками второго звука, существующего в смектиках A .

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение обсудим возможность экспериментального наблюдения полученных результатов. В обычно используемых геометриях опытов по наблюдению акустооптического эффекта оптическое пропускание зависит от величины модуля Франка K_{33} [4]. Как следует из (23), вблизи точки $N - A$ -перехода K_{33} существенно зависит от частоты ультразвука и, меняя ее, можно обнаружить связанные с этой зависимостью изменения оптического пропускания и размеров темных и светлых полос или колец. Как следует из выражения (21), наиболее интересную частотную зависимость имеет модуль Франка K_{11} . На низких и высоких частотах величина K_{11} не зависит от близости к точке фазового перехода, однако на ультразвуковых частотах должно наблюдаться заметное уменьшение этого модуля Франка. Пока, к сожалению, не удалось найти экспериментальные данные, чувствительные по отношению к изменению K_{11} на ультразвуковых частотах.

Что касается сдвиговых волн в окрестности точки $N - A$ -перехода, то скорость их примерно на порядок меньше скорости второго звука в смектической A -фазе. Причем в нематической фазе могут распространяться и поперечные волны со смещениями в направлении, перпендикулярном плоскости векторов \mathbf{p}_0 и \mathbf{q} . Следует отметить, что в соответствии с (47) и (53) эти волны являются распространяющимися лишь в достаточно узком диапазоне длин волн. В смектической A -фазе такие волны являются чисто затухающими. Частоты этих волн попадают в мегагерцовый диапазон, поэтому из-за пренебрежения частотной зависимостью в выражении (39) формулы (49) и (55) для скоростей сдвиговых волн следует рассматривать в качестве оценочных. Точный учет частотной зависимости в (39) приводит при тех же качественных выводах к слишком громоздким выражениям, которые здесь не приводятся.

В заключение хочу поблагодарить А. Ю. Валькова и В. П. Романова за интерес к работе и полезные обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В формуле (19) для $\langle \mathbf{h}^{(1)}(\mathbf{q}, \omega) \rangle$ оставим лишь члены, содержащие множители $\sim q^2$. Обозначим их вклад в усредненное молекулярное поле через $\langle \delta \mathbf{h}_\Psi \rangle$, тогда

$$\langle \delta \mathbf{h}_\Psi \rangle = \frac{bk_B T q_s^2}{M_T^2 (2\pi)^3} \int d\mathbf{q}' \frac{\mathbf{q}'_\perp (\mathbf{q}'_\perp \delta \mathbf{n}(\mathbf{q}, \omega))}{[-i\omega + 2b\chi^{-1}(\mathbf{q}')] \chi^{-1}(\mathbf{q}')} \times$$

$$\times \left\{ - \left(\frac{\chi(\mathbf{q}')}{2} + b [-i\omega + 2b\chi^{-1}(\mathbf{q}')]^{-1} \right) \left(\frac{q_{\perp}^2}{2M_T} + \frac{q_z^2}{2M_V} \right) + 2\chi^2(\mathbf{q}') \left[\frac{\mathbf{q}_{\perp}\mathbf{q}'_{\perp}}{2M_T} + \frac{q_z q'_z}{2M_V} \right]^2 \right\}. \quad (\text{П.1})$$

Заменяя переменную интегрирования,

$$\frac{\mathbf{q}'_{\perp}}{\sqrt{2M_T A}} = \mathbf{k}_{\perp}, \quad \frac{q'_z}{\sqrt{2M_V A}} = k_z, \quad (\text{П.2})$$

получаем

$$\langle \delta h_{\Psi} \rangle = \frac{k_B T q_s^2}{(2\pi)^3} \sqrt{\frac{2M_V}{A}} \left\{ - \left(\frac{q_{\perp}^2}{2M_T} + \frac{q_z^2}{2M_V} \right) \int d\mathbf{k} \frac{\mathbf{k}_{\perp} (\mathbf{k}_{\perp} \delta \mathbf{n}(\mathbf{q}, \omega))}{(k^2 + 1 - i\tilde{\omega})(k^2 + 1)} \left(\frac{1}{k^2 + 1 - i\tilde{\omega}} + \frac{1}{k^2 + 1} \right) + \int d\mathbf{k} \frac{\mathbf{k}_{\perp} (\mathbf{k}_{\perp} \delta \mathbf{n}(\mathbf{q}, \omega))}{(k^2 + 1 - i\tilde{\omega})(k^2 + 1)^3} \left[\frac{2}{M_T} (\mathbf{q}_{\perp} \mathbf{k}_{\perp})^2 + \frac{2}{M_V} (q_z k_z)^2 \right] \right\}. \quad (\text{П.3})$$

Отсюда для компоненты флуктуационного вклада в молекулярное поле получаем

$$\langle \delta h_{\Psi x}(\mathbf{q}, \omega) \rangle = - \frac{k_B T q_s^2}{\pi^2} \sqrt{\frac{2M_V}{A}} \left[\left(\frac{I_1(\tilde{\omega}) + I_2(\tilde{\omega})}{12M_T} - \frac{I_3(\tilde{\omega})}{5M_T} \right) (q_x^2 + q_y^2) + \left(\frac{I_1(\tilde{\omega}) + I_2(\tilde{\omega})}{12M_T} - \frac{I_3(\tilde{\omega})}{15M_V} \right) q_z^2 \right] \delta n_x(\mathbf{q}, \omega) + \frac{k_B T q_s^2}{\pi^2} \sqrt{\frac{2M_V}{A}} \frac{2I_3(\tilde{\omega})}{15M_T} q_x q_y \delta n_y(\mathbf{q}, \omega), \quad (\text{П.4})$$

где введены обозначения:

$$I_1(\tilde{\omega}) = \int_0^{\infty} \frac{k^4 dk}{(k^2 + 1 - i\tilde{\omega})(k^2 + 1)^2} = \frac{\pi}{2\tilde{\omega}^2} [1 + \tilde{\omega} H_1(\tilde{\omega}) - H_2(\tilde{\omega})] + i \frac{\pi}{2\tilde{\omega}^2} \left[H_1(\tilde{\omega}) + \tilde{\omega} H_2(\tilde{\omega}) - \frac{3}{2} \tilde{\omega} \right], \quad (\text{П.5})$$

$$I_2(\tilde{\omega}) = \int_0^{\infty} \frac{k^4 dk}{(k^2 + 1 - i\tilde{\omega})^2 (k^2 + 1)} = \frac{\pi}{2\tilde{\omega}^2} \left[-1 + \frac{1}{2} \tilde{\omega} H_1(\tilde{\omega}) + H_2(\tilde{\omega}) \right] + i \frac{\pi}{2\tilde{\omega}^2} \left[-H_1(\tilde{\omega}) + \frac{1}{2} \tilde{\omega} H_2(\tilde{\omega}) \right], \quad (\text{П.6})$$

$$I_3(\tilde{\omega}) = \int_0^{\infty} \frac{k^6 dk}{(k^2 + 1 - i\tilde{\omega})(k^2 + 1)^3} = \frac{\pi}{2\tilde{\omega}^3} \left[\frac{5}{2} \tilde{\omega} - (1 - \tilde{\omega}^2) H_1(\tilde{\omega}) - 2\tilde{\omega} H_2(\tilde{\omega}) \right] + i \frac{\pi}{2\tilde{\omega}^3} \left[1 - \frac{15}{8} \tilde{\omega}^2 + 2\tilde{\omega} H_1(\tilde{\omega}) - (1 - \tilde{\omega}^2) H_2(\tilde{\omega}) \right], \quad (\text{П.7})$$

$$H_1(\bar{\omega}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{1 + \bar{\omega}^2} - 1}, \quad (\text{П.8})$$

$$H_2(\bar{\omega}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{1 + \bar{\omega}^2} + 1}, \quad (\text{П.9})$$

а приведенная частота $\bar{\omega}$ определяется формулой (26). Сравнивая выражение (П.4) с формулой (4), находим вклады (21)–(23).

Литература

1. П. Ж. Де Жен, *Физика жидких кристаллов*, Мир, Москва (1977).
2. С. Чандрасекар, *Жидкие кристаллы*, Мир, Москва (1980).
3. Т. С. Lubensky, *J. Chim. Phys.* **80**, 31 (1983).
4. А. П. Капустин, О. А. Капустина, *Акустика жидких кристаллов*, Наука, Москва (1986).
5. А. Ю. Вальков, В. П. Романов, А. Н. Шалагинов, *УФН* **164**, 149 (1994).
6. P. G. de Gennes, *Sol. St. Commun.* **10**, 753 (1972).
7. F. Jahng and F. Brochard, *J. de Phys.* **35**, 301 (1974).
8. B. S. Andereck and B. R. Patton, *Phys. Rev. E* **49**, 1393 (1994).
9. J.-H. Chen and T. C. Lubensky, *Phys. Rev. A* **14**, 1202 (1976).
10. W. L. McMillan, *Phys. Rev. A* **9**, 1720 (1974).
11. F. Kiry and P. Martinoty, *J. de Phys.* **39**, 1019 (1978).
12. J. Swift and B. Mulvaney, *J. de Phys. Lett.* **40**, 287 (1979).
13. Kh. A. Hossain, J. Swift, J.-H. Chen, and T. C. Lubensky, *Phys. Rev. B* **19**, 432 (1972).
14. J. Swift and B. Mulvaney, *Phys. Rev. B* **22**, 4523 (1980).
15. V. P. Romanov and S. V. Ul'yanov, *Phys. Rev. E* **55**, 5623 (1997).
16. S. Bhattacharya, B. K. Sarma, and J. V. Ketterson, *Phys. Rev. Lett.* **40**, 1582 (1978).
17. S. Bhattacharya, B. K. Sarma, and J. V. Ketterson, *Phys. Rev. B* **23**, 2397 (1981).
18. С. В. Пасечник, В. А. Баландин, *ЖЭТФ* **83**, 195 (1982).
19. Orsay Liquid Crystal Group, *J. Chem. Phys.* **51**, 816 (1969).
20. А. П. Леванюк, *ЖЭТФ* **49**, 1304 (1965).
21. B. S. Andereck and J. Swift, *Phys. Rev. A* **25**, 1084 (1982).
22. В. П. Романов, С. В. Ульянов, *Акуст. журн.* **37**, 386 (1991).
23. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, ч. 1, Наука, Москва (1976).
24. М. А. Анисимов, *Критические явления в жидкостях и жидких кристаллах*, Наука, Москва (1987).
25. I. Haller, H. Huggins, H. R. Liliental, and T. R. McGuire, *J. Chem. Phys.* **77**, 950 (1973).
26. E. Kuss, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **47**, 71 (1978).
27. Н. И. Алексеев, В. П. Романов, С. В. Ульянов, *Акуст. журн.* **34**, 398 (1988).
28. Е. И. Кац, В. В. Лебедев, *Динамика жидких кристаллов*, Наука, Москва (1988).
29. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория упругости*, Наука, Москва (1987).