

НЕКОЛЛИНЕАРНОСТЬ НАПРАВЛЕНИЙ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ И ВИХРЕВЫХ НИТЕЙ, ПРОНИКАЮЩИХ В ЖЕСТКИЙ ИЗОТРОПНЫЙ СВЕРХПРОВОДНИК

С. Е. Савельев, Л. М. Фишер

*Государственный научный центр «Всероссийский электротехнический институт»
111250, Москва, Россия*

В. А. Ямпольский

*Институт радиофизики и электроники Национальной академии наук Украины
310085, Харьков, Украина*

Поступила в редакцию 31 марта 1998 г.

Теоретически изучен процесс проникновения абрикосовских вихрей в изотропный жесткий сверхпроводник в критическом состоянии при изменении направления внешнего магнитного поля. Анализ проведен в рамках микроскопической нелокальной модели с учетом баланса сил, действующих на каждый вихревой ряд. В уравнениях силового баланса приняты во внимание силы объемного и поверхностного пиннинга, а также магнитные силы взаимодействия входящего ряда с ранее вошедшими вихрями, мейсснеровским током и изображениями вихрей. Показано, что проникновение вихрей происходит только после превышения углом поворота магнитного поля некоторого порогового значения. Установлено существенное отклонение ориентации входящих вихрей от направления внешнего магнитного поля. Обсуждается возможность наблюдения эффекта неколлинеарности.

1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема проникновения абрикосовских вихрей в объем сверхпроводника второго рода имеет многолетнюю историю. Впервые этот вопрос обсуждался в известной работе Бина и Ливингстона [1], где из термодинамических соображений было предсказано существование поверхностного барьера, который препятствует вхождению вихрей в образец. Эффекты, связанные с этим барьером, в мягких сверхпроводниках были изучены Терновским и Шехатой [2]. Позднее поверхностные барьеры различной природы, их свойства и характер проявления в разнообразных сверхпроводниках изучались многими авторами (см. обзор [3] и имеющиеся там ссылки).

Несмотря на большое число работ, некоторые аспекты проблемы входа вихрей остались без внимания исследователей. В частности, обычно рассматривалась ситуация, когда внешнее магнитное поле H изменяется только по величине и все входящие или выходящие из образца вихри имеют одинаковую ориентацию, совпадающую с направлением H . В то же время задача электродинамического описания жестких сверхпроводников в магнитном поле, меняющемся как по величине, так и по направлению, сохраняет свою актуальность уже многие годы. Так, помимо исходных работ [4-9], где изучался эффект пересечения вихрей с различной ориентацией, в последнее время появилась серия публикаций разных исследовательских групп, посвященных этому же явлению [10-

16]. В условиях, когда магнитное поле меняется по направлению, наблюдается ряд интересных эффектов, среди которых следует отметить коллапс транспортного тока под действием параллельного ему внешнего переменного магнитного поля [17, 18], а также подавление статического магнитного момента образца поперечным переменным магнитным полем [11, 19].

Ясно, что для корректного описания упомянутых и подобных им явлений требуется информация о направлении вихрей, входящих в образец при повороте внешнего поля \mathbf{H} . Может показаться, что направление вихрей, входящих в жесткий изотропный сверхпроводник, всегда совпадает с направлением \mathbf{H} . Такой вывод часто делается на основании непрерывности тангенциальной компоненты магнитной индукции на поверхности образца. Однако из условия непрерывности нельзя прийти к заключению о направлении входящих в образец вихрей. В самом деле, магнитная индукция \mathbf{B} в сверхпроводнике содержит две компоненты, одна из которых, \mathbf{B}_v , обязана своим существованием вихревой системе, а другая, \mathbf{B}_m , связана с мейсснеровским током, протекающим вблизи поверхности образца:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_v + \mathbf{B}_m. \quad (1)$$

Хорошо известно (см., например, [20]), что вихревая компонента магнитной индукции \mathbf{B}_v на границе сверхпроводника обращается в нуль, так что необходимое граничное условие удовлетворяется мейсснеровской компонентой \mathbf{B}_m . В результате ориентация вихрей у поверхности образца остается неопределенной. Эта ориентация должна находиться из других соображений. Таковыми могут быть условия силового баланса для входящего вихря или условия минимума свободной энергии Гиббса. Только в том случае, если на протяжении всей магнитной предыстории сверхпроводника направление внешнего магнитного поля сохранялось неизменным, энергетическое рассмотрение позволяет сделать вывод о совпадении ориентации как входящих, так и выходящих вихрей с направлением поля \mathbf{H} . В случае же, когда внешнее поле меняется по направлению, вопрос об ориентации входящих вихрей остается открытым. Теоретическому рассмотрению этой задачи и посвящена настоящая работа.

Мы проанализировали простейшую ситуацию, когда внешнее магнитное поле поворачивается, оставаясь параллельным поверхности сверхпроводящего полупространства. При анализе использовалась развитая в работах [21–23] микроскопическая модель критического состояния. В рамках этой модели вихревая система описывается с помощью координат отдельных рядов вихрей. Предполагается, что на каждый вихрь вне зависимости от его пространственного расположения действует сила Лоренца f_{pin} . Эта сила меняется в интервале $(-p_{pin}, p_{pin})$, где p_{pin} — постоянный феноменологический параметр. В рассматриваемой нами задаче важную роль играют нелокальные эффекты [24, 25], обусловленные нелокальной связью между магнитной индукцией и вихревой плотностью. Впервые важность учета нелокальных эффектов в задачах с меняющимся по направлению внешним магнитным полем была отмечена в работах [15, 16]. Однако в них использовался макроскопический подход к проблеме входа вихрей в сверхпроводник, в котором не рассматривались все силы микроскопической природы, действующие на входящий ряд вихрей.

Основной результат настоящей работы состоит в том, что направления вектора \mathbf{H} и проникающих в изотропный массивный образец вихрей могут сильно различаться. Вихри начинают проникать в жесткий сверхпроводник, после того как угол поворота внешнего поля превысит некоторый пороговый угол $\theta_{in} \ll 1$. Угол между входящим

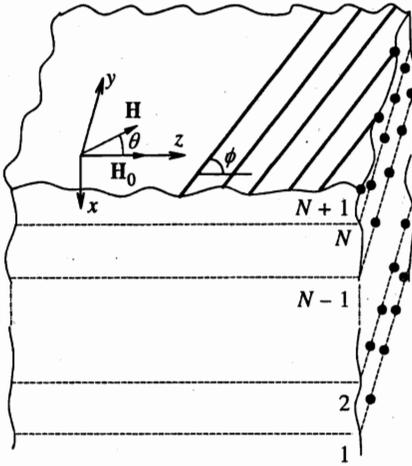


Рис. 1. Геометрия задачи

рядом вихрей и внешним полем оказывается значительно большим чем θ_{in} . Более того, при некоторых значениях параметров задачи величина этого угла может достигать величины порядка $\pi/2$. Проанализированы зависимости угла θ_{in} и относительной ориентации входящих вихрей от величины внешнего магнитного поля и других параметров задачи. Показано, что с ростом H пороговый угол уменьшается по закону $1/H$, в то время как угол наклона входящих вихрей стремится к постоянной величине.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. УРАВНЕНИЯ МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Рассмотрим проникновение абрикосовских вихрей в жесткий сверхпроводник, занимающий полупространство $x > 0$. Предполагается, что вначале внешнее магнитное поле, направленное вдоль оси z , монотонно возрастало от нуля до значения $H_0 \gg H_{c1}$, а затем было повернуто в плоскости zy на угол θ (соответствующий вектор мы будем обозначать \mathbf{H}). Здесь H_{c1} — первое критическое поле сверхпроводника. Геометрия задачи показана на рис. 1. На этом же рисунке схематически изображены вихревые ряды, вошедшие в образец до поворота внешнего магнитного поля. Эти ряды пронумерованы от единицы до N . Как уже упоминалось, все вихри в рядах ориентированы вдоль оси z .

Зададимся вопросом, какова может быть реакция рассматриваемой системы на поворот внешнего магнитного поля. В принципе, вихревой системе энергетически выгодно повернуться вслед за внешним полем на тот же угол θ . Именно этот процесс происходит в мягком сверхпроводнике. В случае жестких сверхпроводников ситуация кардинально меняется. Наличие сил пиннинга препятствует изменению ориентации вихревой системы. Действительно, момент магнитных сил, действующий на каждый вихрь, пропорционален длине вихря L , в то время как момент сил пиннинга пропорционален квадрату длины. Сравнение этих моментов показывает, что при выполнении неравенства

$$L \gg cH_0/2\pi J_c, \quad (2)$$

т. е. в достаточно длинных образцах с достаточно большой критической плотностью

тока J_c поворот вихревой системы оказывается невозможным. В принципе, в некоторой области у краев образца, куда проникает y -компонента магнитного поля, вихри изгибаются, т. е. у вихрей появляется конечная проекция на ось y . Простая оценка [26] показывает, что размер этой области имеет порядок $cH_0/2\pi J_c$ и согласно неравенству (2) составляет малую долю длины L . Ниже это неравенство, которое в данной задаче может служить определением жесткого массивного сверхпроводника, мы будем считать выполненным.

А. Свободная энергия Гиббса

Таким образом, единственная возможность изменения ориентации вихрей в массивном жестком сверхпроводнике связана с проникновением в образец новых вихрей, направление которых не совпадает с осью z , и последующими пересечениями вихрей с разными направлениями. В результате пересечения длинные вихри разрезаются на короткие сегменты, которые уже могут менять свою ориентацию [10, 27]. Для определения условий входа новых вихрей при повороте внешнего магнитного поля и нахождения угла ϕ наклона этих вихрей к оси z необходимо привлечение силовых или энергетических соображений. При этом следует учитывать магнитное взаимодействие входящего ряда вихрей со своим изображением [1], имеющейся вихревой решеткой, мейсснеровскими токами, а также взаимодействие вихрей с объемными и поверхностными центрами пиннинга. Эту задачу будем решать в рамках микроскопического подхода, развитого в работах [22–25], поскольку возникает необходимость проследить последовательное вхождение вихревых рядов в образец. В таком подходе аккуратно учитываются нелокальные эффекты, связанные с дальнедействием магнитного взаимодействия вихрей, простирающегося на расстояния порядка лондоновской глубины проникновения λ . Для нахождения магнитных сил, действующих на каждый вихревой ряд, рассчитаем электромагнитную часть G_{em} свободной энергии Гиббса. Соответствующие громоздкие расчеты приведены в Приложении. Здесь же выпишем только окончательный результат:

$$G_{em}(x_1, x_2, \dots, x_N, x_{N+1}) = \cos \phi \operatorname{sh} \frac{x_{N+1}}{\lambda} \frac{\Phi_0^2}{4\pi b \lambda} \sum_{j=1}^N \exp\left(-\frac{x_j}{\lambda}\right) + \\ + \cos(\phi - \theta) \frac{H_0 \Phi_0}{4\pi} \left[\exp\left(-\frac{x_{N+1}}{\lambda}\right) - 1 \right] + G_s(x_{N+1}) + \frac{\Phi_0^2}{16\pi b \lambda} \left[1 - \exp\left(-\frac{2x_{N+1}}{\lambda}\right) \right] + \\ + \frac{\Phi_0^2}{16\pi b \lambda} \sum_{i,j=1}^N \left[\exp\left(-\frac{|x_i - x_j|}{\lambda}\right) - \exp\left(-\frac{x_i + x_j}{\lambda}\right) \right] + \frac{H_0 \Phi_0}{4\pi} \cos \theta \sum_{i=1}^N \left[\exp\left(-\frac{x_i}{\lambda}\right) - 1 \right]. \quad (3)$$

Здесь Φ_0 — квант магнитного потока, b — расстояние между вихрями в ряду, x_1, x_2, \dots, x_N — координаты вихревых рядов, проникших в образец до начала поворота внешнего магнитного поля, x_{N+1} — координата вихревого ряда, угол ϕ наклона которого по отношению к оси z мы собираемся вычислить. На рис. 1 входящему ряду присвоен номер $N + 1$. Первые четыре слагаемые в формуле (3) описывают взаимодействие входящего ряда со всеми остальными вихрями, мейсснеровским током и своим изображением. При этом третье слагаемое $G_s(x_{N+1})$ связано с короткодействующей частью энергии взаимодействия с изображением, которая ответственна за существование барьера Бина–Ливингстона, а четвертое — с дальнедействующей частью этой энергии. Осталь-

ные слагаемые учитывают взаимодействия рядов с номерами от 1 до N друг с другом и с их изображениями, а также с меиснеровским током.

В. Уравнение силового баланса для вихрей в объеме образца

С помощью энергии (3) нетрудно получить уравнения силового баланса для каждого ряда вихрей. Для этого следует приравнять силу пиннинга и взятую с обратным знаком производную от G_{em} по координате ряда. Для вихрей с номерами от 1 до N имеем

$$f_{pin}^{(n)} = -\frac{\partial G_{em}}{\partial x_n} = \frac{\Phi_0^2}{8\pi b\lambda^2} \left[\sum_{j=n+1}^N \exp\left(\frac{x_j - x_n}{\lambda}\right) - \sum_{j=1}^{n-1} \exp\left(\frac{x_n - x_j}{\lambda}\right) - \sum_{j=1}^N \exp\left(-\frac{x_j + x_n}{\lambda}\right) \right] + \frac{H_0\Phi_0}{4\pi\lambda} \cos\theta \exp\left(-\frac{x_n}{\lambda}\right), \quad 1 \leq n \leq N, \quad (4)$$

где сила пиннинга $f_{pin}^{(n)}$ может принимать любое значение между $-p_{pin}$ и p_{pin} . Величина p_{pin} представляет собой феноменологический параметр теории. Этот параметр будем полагать не зависящим от координат во всем объеме $x > 0$.

С. Уравнение силового баланса для входящего ряда вихрей

Для входящего ряда вихрей уравнение силового баланса принимает вид:

$$p_{sh}^{sur} = -\frac{\Phi_0^2}{8\pi b\lambda^2} \left[2 \cos\phi \sum_{j=1}^N \exp\left(-\frac{x_j}{\lambda}\right) + 1 \right] + \frac{H_0\Phi_0}{4\pi\lambda} \cos(\theta - \phi). \quad (5)$$

Здесь p_{sh}^{sur} представляет сумму силы поверхностного пиннинга, которая не меньше объемной силы p_{pin} и короткодействующей части силы взаимодействия входящего ряда со своим изображением, полученной дифференцированием слагаемого $G_s(x_{N+1})$ в выражении для энергии Гиббса (3). Сила p_{sh}^{sur} существенно зависит от качества поверхности образца, и ее естественно рассматривать как второй феноменологический параметр теории. В пределе идеальной поверхности этот параметр может достигать величины порядка $p_{sh}^{sur} \sim \Phi_0^2/16\pi^2\xi\lambda^2$, где ξ — длина когерентности. Такая поверхностная сила определяет максимальную высоту барьера Бина-Ливингстона. В реальных сверхпроводниках эта сила существенно ослаблена вследствие шероховатостей поверхности, термоактивационных эффектов и др. [3].

В уравнении (5) помимо короткодействующей силы p_{sh}^{sur} присутствует также дальнедействующая поверхностная сила, получаемая дифференцированием по x_{N+1} четвертого слагаемого в (3). Этой силе соответствует единица в квадратных скобках правой части (5). Обе поверхностные силы не зависят от углов θ и ϕ . Поэтому удобно объединить эти члены в одно слагаемое $p^{sur} = p_{sh}^{sur} + \Phi_0^2/8\pi b\lambda^2$. С учетом нового обозначения уравнение (5), выражающее условие входа нового ряда вихрей в образец, переписывается в виде

$$p^{sur} = F_{mag}(\phi, \theta) = -\frac{\Phi_0^2}{4\pi b\lambda^2} \cos\phi \sum_{j=1}^N \exp\left(-\frac{x_j}{\lambda}\right) + \frac{H_0\Phi_0}{4\pi\lambda} \cos(\theta - \phi). \quad (6)$$

Анализ системы уравнений силового баланса (4), (6) является довольно сложной процедурой. Поэтому вначале рассмотрим микроскопическую картину входа вихрей в образец при увеличении внешнего магнитного поля, не меняющегося по направлению, и лишь затем вернемся к задаче о повороте вектора \mathbf{H} .

3. ПРОНИКНОВЕНИЕ ВИХРЕЙ В ЖЕСТКИЙ СВЕРХПРОВОДНИК ПРИ УВЕЛИЧЕНИИ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Применим систему уравнений (4), (6) для анализа входа вихревых рядов в жесткий сверхпроводник при увеличении внешнего магнитного поля. В дальнейшем удобно использовать следующие безразмерные переменные:

$$p = \frac{8\pi b\lambda^2}{\Phi_0^2} p_{pin}, \quad p_s = \frac{8\pi b\lambda^2}{\Phi_0^2} p^{sur} > 1 + p, \quad f_{mag}(\phi, \theta) = \frac{8\pi b\lambda^2}{\Phi_0^2} F_{mag}(\phi, \theta),$$

$$h = \frac{2b\lambda H_0}{\Phi_0}, \quad \zeta_n = x_n/\lambda. \quad (7)$$

Полагая в (4) и (6) $\phi = 0$ и $\theta = 0$, перепишем анализируемую систему в новых переменных:

$$p = \sum_{j=n+1}^N \exp(\zeta_j - \zeta_n) - \sum_{j=1}^{n-1} \exp(\zeta_n - \zeta_j) - \sum_{j=1}^N \exp(-\zeta_j - \zeta_n) + h \exp(-\zeta_n),$$

$$p_s = f_{mag} = -2 \sum_{j=1}^N \exp(-\zeta_j) + h. \quad (8)$$

Эта система, содержащая $N + 1$ уравнение, определяет x -координаты вошедших N рядов вихрей и значение поля $h = h^{(N+1)}$, при котором в образец проникает следующий $(N + 1)$ -ый ряд. При $N = 0$ она позволяет легко найти значение поля $h^{(1)}$, при котором в сверхпроводник входит первый вихревой ряд.

Из второго уравнения системы непосредственно следует $h^{(1)} = p_s$, или в размерных единицах,

$$H_0^{(1)} = p_s^2 H_{c1} > H_{c1}.$$

Столь же просто найти значение поля $h^{(2)}$:

$$h^{(2)} = \sqrt{p_s^2 + 4p}.$$

В общем случае, когда в образце имеется N вихревых рядов, требуется анализировать сложную нелинейную задачу. Удивительно, что она допускает точное аналитическое решение [21]. Поле входа очередного $(N + 1)$ -го ряда было найдено в работе [23]:

$$h^{(N+1)} = \sqrt{p_s^2 + 4Np}. \quad (9)$$

В этой же работе была вычислена магнитная сила $f_v(h)$, действующая со стороны уже вошедших вихрей на входящий новый вихревой ряд (первое слагаемое в правой части второго уравнения системы (8)):

$$f_v(h) = -2 \sum_{j=1}^N \exp(-\zeta_j) = \sqrt{h^2 - 4pN} - h. \tag{10}$$

Здесь число N вошедших рядов определяется формулой

$$N = \left[\frac{h^2 - p_s^2}{4p} \right] + 1, \tag{11}$$

квадратные скобки обозначают операцию взятия целой части числа.

Из приведенного рассмотрения следует, что вихри входят в образец при определенных дискретных значениях внешнего магнитного поля. Вход очередного N -го ряда происходит при таких значениях поля $h = h^{(N)}$, когда действующая на этот ряд магнитная сила f_{mag} в уравнении (8) превышает силу p_s взаимодействия с поверхностью. Магнитная сила определяется током J_v присутствующих в образце вихрей (первое слагаемое в правой части уравнения (8)) и мейсснеровским током J_m (второе слагаемое). Здесь J_v и J_m — токи, порождающие вихревую и мейсснеровскую компоненты магнитной индукции в (1). Непосредственно после входа N -го ряда условие силового баланса в (8) нарушается, поскольку к магнитной силе добавляется сила со стороны только что вошедшего ряда, который «запирает» образец от входа следующего $(N + 1)$ -го ряда вихрей. Далее с ростом поля h условия для входа новых вихрей постепенно улучшаются, поскольку увеличивается сила со стороны мейсснеровского тока. При значении магнитного поля $h = h^{(N+1)}$ магнитная сила достигает такой величины, что условие силового баланса вновь оказывается выполненным и в образец входит $(N + 1)$ -ый ряд. На рис. 2 представлен фрагмент зависимости магнитной силы f_{mag} от безразмерного поля h , найденной с помощью (8), (10) и (11) при фиксированных значениях параметров p и p_s . Скачки на кривой соответствуют входу очередного ряда вихрей при достижении f_{mag} значения p_s .

Расстояние по оси абсцисс между скачками магнитной силы определяется формулой (9). В размерных переменных интервал по магнитному полю ΔH между скачками можно представить в следующем виде:

$$\Delta H \simeq 2H_b \sqrt{H_{c1}/H_0}. \tag{12}$$

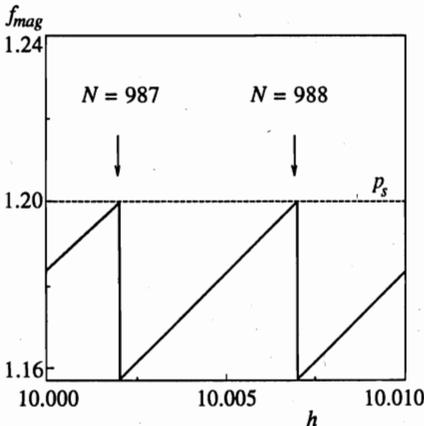


Рис. 2. Зависимость магнитной силы, действующей на входящий ряд вихрей, от безразмерного внешнего магнитного поля h , рассчитанная при $p = 0,025$, $p_s = 1,2$. Стрелки указывают значения поля h , при которых в образец входит очередной ряд вихрей

Здесь $J_c = c\rho_{pin}/\Phi_0$ — критическая плотность тока, $H_b = 4\pi J_c \lambda / c$ — величина так называемого нелокального барьера [24, 25]. В обычной локальной теории критического состояния жестких сверхпроводников, в которой лондоновская глубина проникновения считается самым малым пространственным масштабом, этим малым барьером пренебрегают. В нелокальной же теории такой барьер определяет интервал изменения внешнего магнитного поля, внутри которого вихревая система в сверхпроводнике остается неподвижной. В выражении (12) поле H_b умножается на малый параметр теории $\sqrt{H_{c1}/H_0}$. Поэтому дискретный характер проникновения вихрей в жесткий сверхпроводник едва ли можно обнаружить экспериментально даже в идеально приготовленном образце. Это означает, что для описания входа вихрей в сверхпроводник при увеличении внешнего магнитного поля вполне достаточно макроскопической локальной теории, в которой пренебрегается пространственным масштабом λ и интервалом ΔH магнитного поля. В то же время процесс входа вихрей при повороте внешнего магнитного поля может быть описан только в рамках микроскопической теории. Дело состоит в том, что, как будет показано в следующем разделе, ориентация входящего ряда вихрей при повороте поля \mathbf{H} весьма чувствительна к положению величины H_0 внутри интервала ΔH (12).

4. ПРОНИКНОВЕНИЕ ВИХРЕЙ В ЖЕСТКИЙ СВЕРХПРОВОДНИК ПРИ ПОВОРОТЕ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

С помощью описанного выше микроскопического подхода рассмотрим проникновение вихрей в сверхпроводник при повороте внешнего магнитного поля. Анализ будет проводиться на основе общей системы уравнений (4), (6). При повороте поля \mathbf{H} в вихревой системе, вообще говоря, могут произойти два типа изменений. Во-первых, уменьшение магнитной силы за счет множителя $\cos\theta$ в последнем слагаемом уравнения (4) может привести к нарушению силового баланса и выходу вихрей из объема сверхпроводника. Во-вторых, может начаться проникновение в образец вихрей новой ориентации. Проанализируем, какой из этих процессов начинается раньше, т. е. при меньших значениях угла θ . Если предположить, что выход вихрей начинается раньше входа, то с помощью уравнения (4) можно вычислить пороговый угол θ_{out} начала выхода для ближайшего к поверхности (самого чувствительного к изменению внешнего поля) N -го ряда вихрей. Напомним, что сила пиннинга $f_{pin}^{(n)}$ в уравнении (4) может принимать произвольное значение в интервале $-p_{pin} < f_{pin}^{(n)} < p_{pin}$, компенсируя изменения магнитной силы в правой части того же уравнения. Поэтому силовой баланс нарушается только при уменьшении магнитной силы на величину $2p_{pin}$. В результате получаем уравнение для порогового угла θ_{out} , которое в безразмерных переменных (7) имеет вид

$$1 - \cos(\theta_{out}) = \frac{2p \exp(x_N/\lambda)}{h_*} \quad (13)$$

Отсюда следует, что $\theta_{out} > 2(p/h)^{1/2}$. Этот результат означает, что при углах $\theta < 2(p/h)^{1/2}$ положения всех вихрей в объеме образца остаются неизменными. Как будет показано ниже, вход новых вихрей начинается при углах θ_{in} , значительно меньших θ_{out} . Поэтому анализ процесса входа мы будем проводить, считая все ранее вошедшие вихри неподвижными.

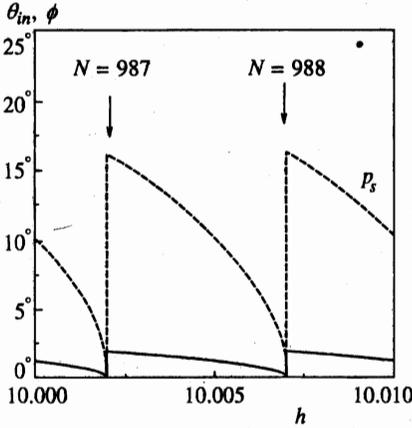


Рис. 3

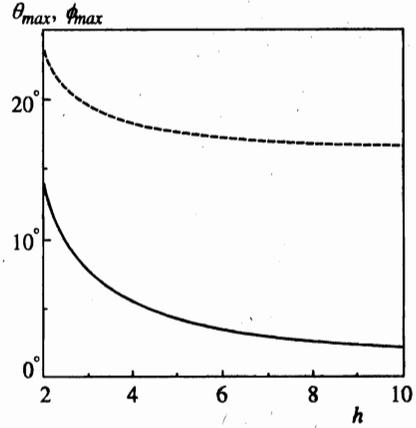


Рис. 4

Рис. 3. Зависимости порогового угла θ_{in} (сплошные кривые) и угла ϕ наклона вихрей входящего ряда (штриховые кривые) от безразмерного внешнего магнитного поля h , рассчитанные при $p = 0,025, p_s = 1, 2$

Рис. 4. Зависимости углов θ_{max} (сплошная кривая) и ϕ_{max} (штриховая линия) от безразмерного внешнего магнитного поля h , рассчитанные при $p = 0,025, p_s = 1, 2$

Перепишем в безразмерных переменных уравнение силового баланса (6) для входящего ряда вихрей с учетом соотношения (10):

$$p_s = f_v \cos \phi + h \cos(\phi - \theta_{in}), \quad f_v = \sqrt{h^2 - 4pN} - h < 0. \tag{14}$$

Это уравнение содержит два неизвестных угла ϕ и θ_{in} . Для их нахождения необходимо дополнительное уравнение. Его можно легко получить, если учесть, что первым в образец входит вихревой ряд с такой ориентацией ϕ , при которой действующая на него вталкивающая магнитная сила имеет наибольшее значение. Приравняв нулю производную по ϕ от правой части (14), получаем недостающее второе уравнение:

$$f_v \sin(\phi) + h \sin(\phi - \theta_{in}) = 0. \tag{15}$$

Уже из этого равенства видно, что угол ϕ входящего ряда не совпадает с углом θ_{in} , $\phi > \theta_{in}$.

Систему (14), (15) можно разрешить относительно переменных ϕ и $\phi - \theta_{in}$. После простых алгебраических преобразований получаем

$$\cos \phi = \frac{h^2 - f_v^2 - p_s^2}{2(-f_v)p_s}, \quad \cos(\phi - \theta_{in}) = \frac{h^2 - f_v^2 + p_s^2}{2hp_s}. \tag{16}$$

В общем случае (для произвольного h из интервала $(h^{(N)}, h^{(N+1)})$) выражения для ϕ и θ_{in} довольно громоздки. Поэтому мы приводим на рис. 3 результат численного расчета зависимостей этих углов от значения безразмерного магнитного поля h . Видно, что величина порогового угла поворота вектора \mathbf{N} и ориентация входящих вихрей весьма

чувствительны к тому, на каком именно значении внутри интервала ($h^{(N)}$, $h^{(N+1)}$) был остановлен рост внешнего магнитного поля до начала его поворота. Характерные значения угла ϕ существенно превышают угол поворота θ_{in} . Углы ϕ и θ_{in} достигают наибольших значений ϕ_{max} и θ_{max} в крайних левых точках интервалов $h^{(N)} < h < h^{(N+1)}$, а затем монотонно убывают до нуля (в этом легко убедиться и с помощью аналитического рассмотрения выражений (16)). Высоты максимумов ϕ_{max} и θ_{max} уменьшаются с увеличением h (с увеличением числа рядов, вошедших в образец до начала поворота внешнего поля). Зависимости $\phi_{max}(h)$ и $\theta_{max}(h)$ изображены на рис. 4. Видно, что $\theta_{max}(h)$ монотонно уменьшается до нуля, тогда как $\phi_{max}(h)$ стремится к некоторой постоянной величине. В результате отношение $\phi_{max}(h)/\theta_{max}(h)$ неограниченно возрастает.

Такой характер поведения $\phi_{max}(h)$ и $\theta_{max}(h)$ для любых допустимых значений феноменологических параметров p и p_s следует непосредственно из анализа уравнений (9)–(11) и (16). Нетрудно убедиться, что при малом превышении поля h над значением $h^{(N)}$ величина f_v равна $(p_s^2 - 4p)^{(1/2)} - h$. Поэтому из выражений (16) получаем

$$\cos \phi_{max} = \frac{h\sqrt{p_s^2 - 4p} - p_s^2 + 2p}{p_s \left(h - \sqrt{p_s^2 - 4p} \right)}, \quad (17)$$

$$\cos(\phi_{max} - \theta_{max}) = \frac{h\sqrt{p_s^2 - 4p} + 2p}{hp_s}. \quad (18)$$

При больших значениях поля, $h \gg p_s$, справедливы асимптотики

$$\phi_{max}(h) \simeq \arcsin(2\sqrt{p}/p_s), \quad \theta_{max}(h) \simeq 2\sqrt{p}/h, \quad h \gg p_s. \quad (19)$$

Заметим, что величина $\theta_{max}(h)$ оказывается в $(h)^{1/2} \gg 1$ меньше порогового угла θ_{out} (13) выхода вихрей при повороте внешнего поля.

5. ОБСУЖДЕНИЕ

Самым важным результатом работы является установление интересной особенности проникновения вихрей в объем сверхпроводника при повороте внешнего магнитного поля. Направления входящих вихрей и внешнего магнитного поля оказываются неколлинеарными. Различие в углах зависит от внешних параметров и может быть весьма существенным. Так, согласно формуле (19), оно в сильных полях h при $p \sim p_s$ достигает значения порядка $\pi/2$. При этом непрерывность тангенциальной компоненты магнитного поля не нарушается, поскольку поле вихрей на границе всегда равно нулю, а непрерывность обеспечивается мейсснеровской компонентой поля.

Физическая причина неколлинеарности направления входящих вихрей внешнему полю тесно связана с взаимодействием вихревой системы с поверхностью сверхпроводника. Поэтому может вызвать удивление тот факт, что с ростом параметра p_s , характеризующего это взаимодействие, величина эффекта не усиливается, а наоборот, существенно уменьшается. Действительно, из асимптотик (19) видно, что оба угла $\phi_{max}(h)$ и $\theta_{max}(h)$ с ростом p_s уменьшаются, приближаясь друг к другу. Этот результат естественно объясняется в рамках микроскопической нелокальной модели критического состояния. При больших значениях параметра $p_s \gg p$ входящие в образец вихри, преодолев все поверхностные препятствия, испытывают нескомпенсированное воздействие

магнитной силы со стороны мейсснеровских токов (движению вихрей препятствует малая объемная сила пиннинга p вместо p_s). В результате после проникновения вихри сразу же «проваливаются» глубоко в образец на расстояния порядка λ — формируется так называемая безвихревая область [22, 23]. В итоге роль слагаемого f_v , связанного с магнитной силой со стороны уже вошедших вихрей на вновь входящий ряд, в силовом балансе (14), а следовательно и в уравнении (15), ослабляется. Поэтому задача о входе вихрей в такой ситуации становится похожей на проблему входа вихрей в меняющемся по направлению магнитном поле [1, 2], т. е. входящие вихри оказываются практически коллинеарными внешнему полю.

Полученные в настоящей работе результаты представляют интерес не только с точки зрения физической картины входа вихрей, но и могут сыграть принципиальную роль в решении общей проблемы кинетического описания вихревой системы сверхпроводника в меняющемся по направлению внешнем магнитном поле. Такое описание проводилось недавно в работах [10–12]. В них предполагалось, что в каждой точке образца присутствуют вихри с небольшим угловым разбросом. В то же время из настоящей работы следует, что уже при довольно малых изменениях направления внешнего магнитного поля в образец проникают, вообще говоря, вихри любых ориентаций. Это означает, что полученные в [10–12] уравнения описывают поведение вихревой системы только в тех частях образца, где вследствие многократных пересечений угловой разброс вихрей нивелируется, т. е. на больших расстояниях от границ сверхпроводника. Данную работу можно рассматривать как первый шаг на пути формулировки корректных граничных условий к уравнениям теории [10–12].

В заключение обсудим вопрос о возможности экспериментального наблюдения сильного углового разброса направлений проникающих в сверхпроводник вихрей при малом наклоне внешнего магнитного поля. Если поместить образец, имеющий форму параллелепипеда, в магнитное поле, направленное вдоль его длины, а затем отклонить направление \mathbf{H} в плоскости наибольшей грани образца на малый угол $\theta > \theta_{in}$, то с помощью техники декорирования можно пытаться наблюдать выход коров вихрей на боковую поверхность на больших расстояниях от торцов параллелепипеда. Подобное наблюдение явилось бы прямым подтверждением развитой выше теории.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 97-02-16399) в рамках Государственной программы по направлению «Сверхпроводимость», проект 96046.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Энергия Гиббса скрещенных рядов вихрей

Рассмотрим энергию Гиббса для вихрей в лондоновском приближении

$$G_{em} = \frac{1}{8\pi} \int dx dy [\mathbf{B}^2 + \lambda^2 (\text{rot } \mathbf{B})^2 - 2\mathbf{H}\mathbf{B}].$$

Мейсснеровская \mathbf{B}_m и вихревая \mathbf{B}_v компоненты магнитной индукции \mathbf{B} удовлетворяют уравнениям и граничным условиям:

$$\mathbf{B}_m + \lambda^2 \text{rot rot } \mathbf{B}_m = 0, \quad \mathbf{B}_m(x=0) = \mathbf{H},$$

$$\mathbf{V}_v + \lambda^2 \text{rot rot } \mathbf{V}_v = \Phi_0 \sum_i \mathbf{e}_i \delta(x - x_i) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta \left[y - \left(k - \frac{i}{2} \right) b \right] \equiv \Phi_0 \mathbf{n}, \quad \mathbf{V}_v(x=0) = 0.$$

Здесь \mathbf{e}_i — единичный вектор вдоль направления вихря, индекс i нумерует ряды вихрей, а k — вихрь в данном ряду. Учтено, что вихри расположены в узлах треугольной решетки. Проводя простые преобразования и опуская члены, не содержащие координат вихревых рядов, получаем

$$G_{em} = \frac{1}{8\pi} \int dx dy (\Phi_0 \mathbf{V}_v \mathbf{n} - 2\mathbf{H} \mathbf{V}_v). \quad (\text{П.1})$$

Запишем вихревую компоненту магнитного поля в виде суперпозиции полей, создаваемых отдельными вихревыми рядами и их изображениями:

$$\mathbf{V}_v = \sum_i \mathbf{e}_i B_i, \quad (\text{П.2})$$

где

$$B_i \mathbf{e}_i + \lambda^2 \text{rot rot}(B_i \mathbf{e}_i) = \Phi_0 \mathbf{e}_i \delta(x - x_i) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta \left[y - \left(k - \frac{i}{2} \right) b \right]. \quad (\text{П.3})$$

Поле $B_i(x, x_i)$, создаваемое i -ым вихревым рядом, определяется суммой функций Макдональда. Можно показать (см. [28]), что B_i имеет быстро затухающую часть, меняющуюся на масштабах меньших b , и компоненту, экспоненциально убывающую на длине $\lambda \gg b$:

$$\begin{aligned} B_i = & \frac{\Phi_0}{2b\lambda} \left[\exp \left(-\frac{|x - x_i|}{\lambda} \right) - \exp \left(-\frac{x + x_i}{\lambda} \right) \right] - \\ & - \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda^2} \ln \left[1 - 2 \exp \left(-\frac{2\pi|x - x_i|}{b} \right) \cos \frac{2\pi(y - y_i)}{b} + \exp \left(-\frac{4\pi|x - x_i|}{b} \right) \right] + \\ & + \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda^2} \ln \left[1 - 2 \exp \left(-\frac{2\pi(x + x_i)}{b} \right) \cos \frac{2\pi(y - y_i)}{b} + \exp \left(-\frac{4\pi(x + x_i)}{b} \right) \right], \quad (\text{П.4}) \end{aligned}$$

где $y_i = 0$ для четных и $y_i = b/2$ для нечетных i .

Быстрозатухающей компонентой поля можно пренебречь всегда за исключением случая, когда рассматривается взаимодействие входящего ряда со своим изображением. Такое взаимодействие приводит к дополнительному вкладу G_s в энергию Гиббса, определяющему поверхностный барьер. Подставляя соотношения (П.2)–(П.4) в (П.1), получаем выражение для энергии Гиббса:

$$\begin{aligned} G_{em}(x_1, x_2, \dots, x_N, x_{N+1}) = & \frac{\Phi_0^2}{16\pi b\lambda} \sum_{i,j=1}^{N+1} \cos(\phi_i - \phi_j) \left[\exp \left(-\frac{|x_i - x_j|}{\lambda} \right) - \right. \\ & \left. - \exp \left(-\frac{x_i + x_j}{\lambda} \right) \right] + \frac{H_0 \Phi_0}{4\pi} \sum_{i=1}^{N+1} \cos(\phi_i - \theta) \left[\exp \left(-\frac{x_i}{\lambda} \right) - 1 \right] + G_s(x_{N+1}). \quad (\text{П.5}) \end{aligned}$$

Здесь H_0 и θ — модуль вектора \mathbf{H} и угол его наклона к оси z , ϕ_i — угол наклона вихрей в i -ом ряду. Если учесть, что все вихри ориентированы вдоль оси z и только $(N+1)$ -ый ряд отклонен на угол ϕ , то из (П.5) получаем формулу (3).

Литература

1. C. P. Bean and J. D. Livingston, *Phys. Rev. Lett.* **12**, 14 (1964).
2. Ф. Ф. Терновский, Л. Н. Шехара, *ЖЭТФ* **62**, 2297 (1972).
3. E. H. Brandt, *Rep. Progr. Phys.* **58**, 1456 (1995).
4. R. Gauthier and M. A. R. LeBlanc, *IEEE Trans. Magn.* **MAG-13**, 560 (1977).
5. E. H. Brandt, J. R. Clem, and D. G. Walmsley, *J. Low Temp. Phys.* **37**, 43 (1979).
6. E. H. Brandt, *J. Low Temp. Phys.* **39**, 41 (1980).
7. J. R. Clem, *J. Low Temp. Phys.* **38**, 353 (1980).
8. J. R. Clem, *Physica* **107B**, 453 (1981).
9. R. Boyer, G. Fillion, and M. A. R. LeBlanc, *J. Appl. Phys.* **51**, 1692 (1980).
10. И. Ф. Волошин, А. В. Калинов, С. Е. Савельев и др., *ЖЭТФ* **111**, 1071 (1997).
11. L. M. Fisher, A. V. Kalinov, S. E. Savel'ev, et al., *Physica C* **278**, 169 (1997).
12. С. Е. Савельев, Л. М. Фишер, В. А. Ямпольский, *ЖЭТФ* **112**, 936 (1997).
13. S. K. Hasanain, Sadia Manzoor, and A. Amirabadizadeh, *Supercond. Sci. Technol.* **8**, 519 (1995).
14. F. Pérez-Rodríguez, A. Pérez-González, J. R. Clem, G. Gandolfini, and M. A. R. LeBlanc, *Phys. Rev. B* **56**, 3473 (1997).
15. G. D'Anna, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1924 (1996).
16. G. D'Anna, *Phys. Rev. B* **54**, R780 (1996).
17. I. V. Baltaga, L. M. Fisher, N. V. Il'in et al., *Phys. Lett. A* **148**, 213 (1990).
18. I. V. Baltaga, N. M. Makarov, V. A. Yampol'skii et al., *ФНТ* **21**, 411 (1995).
19. L. M. Fisher, A. V. Kalinov, I. F. Voloshin et al., *Sol. State Commun.* **97**, 833 (1996).
20. В. В. Шмидт, Г. С. Мкртчян, *УФН* **112**, 459 (1974).
21. В. В. Брыксин, С. Н. Дороговцев, *ЖЭТФ* **102**, 1025 (1992).
22. В. С. Горбачев, С. Е. Савельев, *ЖЭТФ* **109**, 1387 (1996).
23. С. Е. Савельев, В. С. Горбачев, *ЖЭТФ* **110**, 1032 (1996).
24. И. Ф. Волошин, В. С. Горбачев, С. Е. Савельев и др., *Письма в ЖЭТФ* **59**, 55 (1994).
25. L. M. Fisher, V. S. Gorbachev, S. E. Savel'ev et al., *Physica C* **245**, 231 (1995).
26. K. Funaki, M. Noda, and K. Yamafuji, *Jap. J. Appl. Phys.* **21**, 1580 (1982).
27. J. R. Clem, *Phys. Rev. B* **26**, 2463 (1982).
28. В. В. Шмидт, *ЖЭТФ* **61**, 398 (1971).