

ДИНАМИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ УЛЬТРАКОРОТКИХ ИМПУЛЬСОВ СВЕТА С ТОНКОПЛЕНЧНЫМИ ПЛАНАРНЫМИ РЕЗОНАТОРНЫМИ СТРУКТУРАМИ

В. А. Горячев, С. М. Захаров*

*Институт высокопроизводительных вычислительных систем
Российской академии наук
117872, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 30 марта 1998 г.

Построена теория когерентного взаимодействия последовательности ультракоротких импульсов света с тонкопленочными планарными структурами типа резонаторов Фабри–Перо, заполненных резонансными атомами. Численно анализируется динамика прохождения одиночных импульсов света. В приближении малых «площадей» получены аналитические решения задачи четырехволнового смещения полей, разнесенных во времени. Показано, что динамические эффективности преобразования полей падающих волн в наведенное резонаторной структурой поле когерентного отклика (фотонного эха) могут превышать аналогичные величины в случае объемного возбуждения резонансной среды. Отмечаются отличительные особенности возникновения сигналов фотонного эха при взаимодействии с резонаторной структурой при произвольных значениях «площадей» возбуждающих импульсов света.

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время возник интерес к исследованию нелинейно-оптических свойств тонкопленочных резонаторных структур [1–10]. В фундаментальном плане планарные резонаторные структуры представляют собой пример простейшей физической системы, допускающей модельное рассмотрение при возникновении разнообразного круга физических явлений, таких как оптические би- и мультистабильности, самопульсации света, солитонный режим прохождения ультракоротких импульсов света, генерация когерентного излучения, динамический хаос. С другой стороны, имеется и практический интерес к подобным структурам, обусловленный возможностями их применения в элементной базе оптоэлектроники.

Ранее детально было рассмотрено взаимодействие одиночных ультракоротких импульсов света с тонкопленочными резонаторными структурами, заполненными резонансными атомами, и было показано, что в нестационарных условиях, когда характерная длительность импульса света много меньше времени необратимой (поперечной релаксации) поляризации и времени жизни резонансных атомов в возбужденном состоянии (продольная релаксация), может наблюдаться би- и мультистабильный характер прохождения ультракороткого импульса через резонаторные структуры [11, 12]. При этом важным параметром, описывающим неоднозначные нелинейно-оптические свойства резонаторных структур, была «площадь» ультракороткого импульса света. Вместе

*E-mail: administrator@mail.ivvs.ru

с тем было показано, что свойство аномального прохождения «солитоноподобных» импульсов света через тонкий слой является следствием существования в задаче интеграла движения, определяемого видом основных динамических уравнений [11].

Бистабильные свойства состояний возникают при достаточно большой плотности атомов внутри резонатора или при значительных коэффициентах отражения зеркал. В противоположном случае образуется своеобразный диссипативный механизм потерь энергии поля внутри резонатора при переотражениях на границах. Данные свойства (бистабильность состояний системы и своеобразная диссипативность среды) заметно отличаются от условий взаимодействия ультракоротких импульсов света с протяженными объемными резонансными средами. Поэтому представляется целесообразным изучение особенностей протекания различных когерентных процессов, обычно характерных для объемных сред, в случае возбуждения резонаторных структур, включая эффекты фотонного эха. При этом важным моментом является последовательный учет границ резонансной среды и образование стоячих волн.

Впервые задача формирования сигналов фотонного эха возбуждающими импульсами света в виде стоячих волн рассматривалась в работе [13] и относилась к газовым резонансным средам. Основное обнаруженное свойство двухимпульсного фотонного эха в газовой резонансной среде состояло в возникновении сигналов многократного фотонного эха, что в конечном счете было обусловлено своеобразным проявлением механизма неоднородного уширения. Известно, что причиной неоднородного уширения в газовой резонансной среде является эффект Доплера, причем движущийся атом «воспринимает» поле световой волны с измененной на величину $k v$ частотой (k — волновой вектор световой волны, а v — тепловая скорость атома) [14, 15]. В результате пространственного движения атомы, характеризующиеся определенной величиной расстройки ϵ , попадают в области с измененными фазовыми соотношениями в поле стоячей волны, что и является причиной появления многократного эха. Аналогичные явления также имеют место в пространственно разнесенных световых пучках [16]. Существенно также, что при доплеровском механизме неоднородного уширения возникает своеобразная асимметрия при усреднении по расстройкам ϵ , поскольку атомы с тем или иным знаком величины ϵ движутся в противоположных направлениях. В этом состоит принципиальное отличие механизма неоднородного уширения в газовой резонансной среде по сравнению с твердотельными средами, где неоднородное уширение обусловлено, как правило, неоднородностями кристаллического поля и носит локальный характер. В результате такие особенности проявления фотонного эха в газовой резонансной среде как многократное эхо, в твердотельной среде могут возникать лишь при значительных параметрах нелинейности.

В настоящей работе теоретически рассмотрены динамические особенности взаимодействия последовательности ультракоротких импульсов света с тонкопленочными резонаторными структурами конечной толщины в виде резонансных атомов, помещенных в резонатор Фабри–Перо. На основе численного моделирования динамических процессов показана возможность возникновения в тонкослойных резонаторных структурах следующих явлений: а) самоиндуцированной прозрачности, приводящей к разбиению 4π -импульса на последовательность двух 2π -импульсов с различной динамикой временного поведения и временами запаздывания (подобное разбиение зависит от параметров резонатора и длительности входного сигнала); б) образования инверсной населенности в системе атомов на частотах близких к атомному резонансу; в) возникновения многократного фотонного эха с избыточной задержкой, близкой к времени жизни фотонов

в резонаторе. Показано, что временные свойства сигналов фотонного эха будут определяться в том числе переходными процессами, связанными с установлением поля в резонаторе и конечным временем жизни фотонов в резонаторе. Кроме того, обнаружено, что динамическая эффективность при голографическом формировании нестационарных изображений, формируемых резонаторными структурами в момент возникновения сигналов фотонного эха, может существенно превышать аналогичную величину в случае объемного возбуждения резонансной среды. Обсуждается круг возможных практических приложений отмеченных особенностей.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МЕТОДЫ ИХ РЕШЕНИЙ

Под ультракороткими импульсами света, взаимодействующими с планарными тонкопленочными резонаторными структурами, как и в работах [11, 12], мы будем понимать импульсы, длительности которых δ удовлетворяют следующим неравенствам:

$$T_2^* \ll 2Ln_0/c \ll \delta \ll T_2 \approx \gamma_{\perp}^{-1} \ll T_1 \approx \gamma_{\parallel}^{-1}, \quad (1)$$

где T_2^* и T_2 — времена обратимой и необратимой релаксации поляризации в резонансной среде, T_1 — время релаксации населенности, а $2Ln_0/c$ — время распространения света в резонаторе в прямом и обратном направлениях.

Отметим при этом, что связь δ с временем жизни фотона в резонаторе

$$\tau_c = -\frac{2Ln_0}{c \ln(R_1 R_2)} \approx \frac{2Ln_0}{c(1 - R_1 R_2)}$$

может быть произвольной в силу выполнения неравенства $2Ln_0/c \ll \delta$ (1) и условия

$$1 - R_1 R_2 \ll 1,$$

где $R_{1,2}$ — коэффициенты отражения зеркал. Отметим также, что неравенство $T_2^* \ll 2Ln_0$ (1) означает, что на спектральной ширине $(T_2^*)^{-1}$ всей неоднородно-уширенной линии может укладываться произвольное число продольных мод резонатора.

Основная система уравнений, описывающая взаимодействие ультракоротких импульсов света с резонаторными структурами с двухуровневыми резонансными атомами в качестве основы, были получены ранее в работе [11]. В приближениях, сформулированных выше, а также в условиях отсутствия фазовой модуляции внешнего поля и «настроенного» резонатора она имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{\tau}_c}{2} \frac{d}{dt} E_+ + E_+ - C' \langle V_{\epsilon}^+ \rangle &= E_0'(t), \\ \frac{dU_{\epsilon}^+}{dt} + \epsilon V_{\epsilon}^+ &= 0, \\ \frac{dV_{\epsilon}^+}{dt} - \epsilon U_{\epsilon}^+ &= \frac{|d_{12}|^2}{\hbar} n_{\epsilon} E_+, \\ \frac{dn_{\epsilon}}{dt} &= -\frac{1}{\hbar} (R_2 + 1) E_+ V_{\epsilon}^+, \end{aligned} \quad (2)$$

где E_+ — медленная амплитуда электрического поля световой волны в резонаторе, бегущей в прямом по отношению к падающей волне направлении, U_ϵ^+ и V_ϵ^+ — действительная и мнимая части медленной амплитуды дипольного момента P_ϵ^+ , n_ϵ — инверсия резонансных атомов, причем

$$\begin{aligned}
 P_\epsilon^+ &= (U_\epsilon^+ + iV_\epsilon^+) \exp(i\varphi), \\
 \tilde{\tau}_c &= \left(1 + \sqrt{R_1 R_2}\right)^2 \tau_c, \quad E_0'(t) = \frac{\sqrt{1 - R_1}}{1 - \sqrt{R_1 R_2}} E_0(t), \\
 C' &= \frac{2\pi\omega L N_0 (1 + \sqrt{R_1 R_2})}{c n_0 (1 - \sqrt{R_1 R_2})},
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

d_{12} — приведенный матричный элемент дипольного момента резонансного перехода, N_0 — концентрация резонансных атомов внутри резонаторной структуры, n_0 — нерезонансное значение показателя преломления, c — скорость света, а угловые скобки означают усреднение по элементам расстройки $\epsilon = \omega_{21} - \omega$ с весовой функцией $G(\epsilon)$, определяющей форму неоднородно-уширенной линии:

$$\langle V_\epsilon^+ \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon G(\epsilon) V_\epsilon^+.$$

Некоторые особенности решений, относящихся к одиночным ультракоротким импульсам света, рассматривались в работах [11, 12]. В общем случае система (2) описывает нестационарную и нелинейную по полю задачу взаимодействия ультракороткого импульса с резонаторной структурой, решение которой, по-видимому, возможно лишь численными методами.

Запишем теперь систему (2) в виде удобном для последующего численного интегрирования. Для этой цели, как и в [12], введем безразмерные переменные, являющиеся функциями безразмерного времени $\tau = t/T_2^*$:

$$\begin{aligned}
 e(\tau) &= \frac{|d_{12}| T_2^* \sqrt{1 + R_2} E_+}{\hbar}, \quad e_0(\tau) = \frac{|d_{12}| T_2^* \sqrt{1 + R_2} E_0'}{\hbar}, \\
 v(\tau, x) &= \frac{\sqrt{1 + R_2} V_\epsilon^+}{|d_{12}|}, \quad u(\tau, x) = \frac{\sqrt{1 + R_2} U_\epsilon^+}{|d_{12}|}, \quad n(\tau, x) = n_\epsilon, \\
 x &= \epsilon T_2^*, \quad \tau_0 = \tau_c / T_2^*.
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Тогда основная система (2) примет вид

$$\begin{aligned}
 \tau_0 \dot{e} + e(\tau) &= e_0 - CY(\tau), \\
 \dot{v} - xv(\tau, x) &= n(\tau, x)e(\tau), \\
 \dot{u} + xv(\tau, x) &= 0, \\
 \dot{n} &= -v(\tau, x)e(\tau),
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

где параметр C определяется выражением

$$C = \frac{\alpha_0 L (1 + \sqrt{R_1 R_2})}{2(1 - \sqrt{R_1 R_2})}, \quad (6a)$$

$$\alpha_0 = \frac{4\pi^2 \omega |d_{12}|^2 N_0 G(0)}{\hbar c n_0}, \quad (6b)$$

α_0 — коэффициент поглощения слабого сигнала, функция $Y(t)$ учитывает неоднородное уширение уровней энергии:

$$Y(\tau) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} g(x) v(\tau, x) dx, \quad (7)$$

а точка означает дифференцирование по времени.

Отметим, что при численном моделировании форма линии выбиралась симметричной по расстройкам, в частности, в виде $g(x) = g(0) \exp(-x^2)$, а частота электромагнитного поля считалась совпадающей с центром спектральной линии.

Система (5), (7) при начальных условиях $e(-\infty) = v(-\infty, x) = u(-\infty, x) = 0$, $n(-\infty, x) = -1$ описывает эволюцию во времени электромагнитного поля световой волны, взаимодействующей с резонаторной структурой, при заданном входном воздействии $e_0(\tau)$. Отметим, что при отсутствии отражения на границах резонаторной структуры ($R_1 \rightarrow 0$, $R_2 \rightarrow 0$) $\tau_0 \rightarrow 0$ и система (5) описывает прохождение ультракороткого импульса через тонкую пленку резонансных атомов.

Особенности выбора метода численного интегрирования системы (5) и построение связанного с ним алгоритма обсуждаются в Приложении.

В задаче формирования фотонного эха, возникающего в резонаторных структурах под воздействием последовательности из нескольких ультракоротких импульсов света, важным приближением является так называемое приближение «малых площадей». При этом резонансная среда, помещенная в резонатор, может играть роль динамической голограммы и в момент возникновения фотонного эха формировать изображения, функционально связанные с исходными изображениями возбуждающих полей.

Рассмотрим теперь решения системы (2) в этих условиях. Данное приближение состоит в том, что под действием света с «площадью» $\theta < 1$, где

$$\theta = \left| \frac{d_{12}}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} E(t) dt \right|,$$

изменением инверсной заселенности в резонансной среде можно пренебречь.

Из системы (2) можно получить общее решение для активной составляющей дипольного момента:

$$V_{\varepsilon}^{+}(t) = \frac{|d_{12}|^2}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} E_{+}(t') n_{\varepsilon}(t') \cos[\varepsilon(t - t')] dt'. \quad (8)$$

При $n_{\varepsilon}(t') \approx -1$, а также при выполнении условия $\delta \gg T_2^*$ в выражении (8) можно положить

$$\int_0^{\infty} \cos(\varepsilon\tau) d\tau = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\varepsilon\tau) d\tau = \pi \delta(\varepsilon),$$

тогда

$$\langle V_{\varepsilon}^{+}(t) \rangle = -\frac{|d_{12}|^2}{\hbar} \pi G(0) E_{+}(t), \quad (9)$$

и уравнение для поля внутри резонатора принимает простой линейный вид:

$$\frac{\tilde{\tau}_c}{2} \dot{E}_{+} + (1 + C) E_{+} = E'_{0}, \quad (10)$$

где параметр C по-прежнему определяется выражением (6).

Нахождение решения уравнения (10) не составляет труда:

$$E_{+}(t) = \frac{2}{\tilde{\tau}_c} \int_0^{\infty} d\tau E'_{0}(t - \tau) \exp \left[-\frac{2(1 + C)\tau}{\tilde{\tau}_c} \right]. \quad (11)$$

При условии, что $\delta \gg \tilde{\tau}_c/2(1 + C)$, решение (11) заметно упрощается:

$$E_{+}(t) = E'_{0}(t)/(1 + C). \quad (12)$$

В этом случае поле внутри резонатора квазистационарно «следит» за внешним полем, поскольку при выполнении последнего неравенства зависимостью амплитуды E'_{0} электрического поля от τ в (11) можно пренебречь.

Отметим, что выражение (12) дает установившееся значение амплитуды электрического поля прямой волны в резонаторе:

$$E_{+} = \frac{\sqrt{1 - R_1} E_0}{(1 - \sqrt{R_1 R_2})(1 + C)},$$

и при $R_1 \sim R_2 \sim 1$ эта величина может значительно превышать амплитуду поля падающей волны (даже в случае $C > 1$). При этом, хотя $\alpha_0 L < 1$,

$$E_{+} \sim \frac{E_0}{\sqrt{1 - R}(1 + C)}, \quad C \sim \frac{\alpha_0 L}{1 - R}. \quad (13)$$

Данный результат определяется исключительно свойствами резонатора и может иметь существенное значение в задаче формирования сигналов фотонного эха подобными структурами.

3. РАЗБИЕНИЕ ОДИНОЧНЫХ УЛЬТРАКОРОТКИХ ИМПУЛЬСОВ РЕЗОНАТОРНОЙ СТРУКТУРОЙ

Рассмотрим теперь динамику взаимодействия одиночных ультракоротких импульсов с резонаторной структурой на примере прохождения импульсов света сквозь тонкий планарный слой резонансных атомов. В протяженной среде, состоящей из резонансных атомов, хорошо известен эффект разбиения импульсов с площадью θ целой и кратной 2π ($\theta = 2\pi m$, $m = 1, 2, \dots$) на отдельные 2π -импульсы [17]. Форма таких импульсов сохраняется при распространении, как и в прозрачной среде, а задержка Δt на длине L пропорциональна их длительности δ ($\Delta t = \alpha_0 L \delta / 2$), где α_0 — коэффициент поглощения. В условиях рассматриваемой задачи наблюдение подобного эффекта может

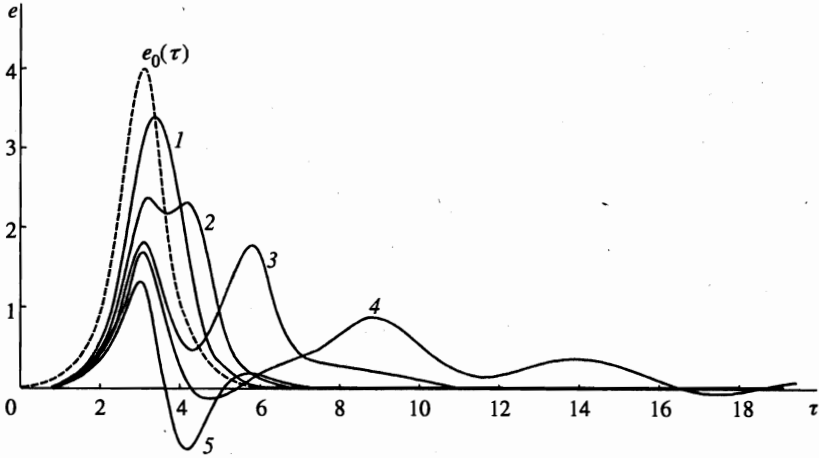


Рис. 1. Временные зависимости отклика резонатора $e(\tau)$ на односолитонный 2π -импульс $e_0(\tau)$ (штриховая кривая) с длительностью $\delta = 0.5$ при параметрах резонатора $\tau_0 = 0.1$ и $C = 1.0, 2.0, 2.8, 3.0, 4.0$ (сплошные линии 1, 2, 3, 4, 5)

оказаться затруднительным по двум причинам: во-первых, из-за малости L (в силу неравенства (1) $2Ln_0/c \ll \delta$) и, во-вторых, из-за трансформации отдельного 2π -импульса в два субимпульса примерно одинаковой площади с запаздыванием $\Delta\tau$, связанным с параметрами резонатора (временем жизни фотонов в резонаторе или параметром пленки [12, 18]).

В качестве примера на рис. 1 изображены временные зависимости $e(\tau)$ прошедшего резонаторную структуру поля одиночного ультракороткого импульса света «солитонopodobного» вида на входе $e_0(\tau) = (2/\delta) \operatorname{sech}(\tau/\delta)$ с площадью 2π и $\delta = 0.5$ при разных значениях параметра нелинейности C резонаторной структуры и $\tau_0 = 0.1$.

На рис. 2 и 3 приведены результаты расчетов $e(\tau)$ при разных значениях C и τ_0 для импульса $e_0(\tau)$ с площадью $\theta_0 = 4\pi$.

Из полученных результатов видно, что по мере увеличения параметров резонатора τ_0 и C входной 4π -импульс распадается вначале на два последовательных импульса, второй из которых имеет меньшую площадь, а затем происходит разбиение и оставшегося в начальной части сигнала. Сравнивая амплитуды и времена относительного запаздывания этих субимпульсов с амплитудами и временами импульсов, возникающих в результате трансформации одиночного 2π -импульса, можно заключить, что в начале роста параметров τ_0 и C происходит выделение запаздывающего π -импульса, обусловленного разбиением одного из двух составляющих входной сигнал 2π -импульсов. По мере дальнейшего увеличения значений τ_0 этот запаздывающий импульс удаляется на «большие времена» и перестает наблюдаться в пределах рассмотренных временных интервалов. Для 4π -импульса в начальной части отклика становится заметным выделение двух субимпульсов. Их суммарная площадь оказывается примерно равной 3π . Вторым субимпульсом при увеличении коэффициента нелинейности C образует за собой отрицательную «полуволну», характерную для π -импульса.

По результатам расчетов временных зависимостей «откликов» рассматриваемой резонансной структуры можно получить времена запаздывания отдельных субимпульсов. Для сравнения можно привести оценочные величины времен запаздывания $\Delta\tau$, полу-

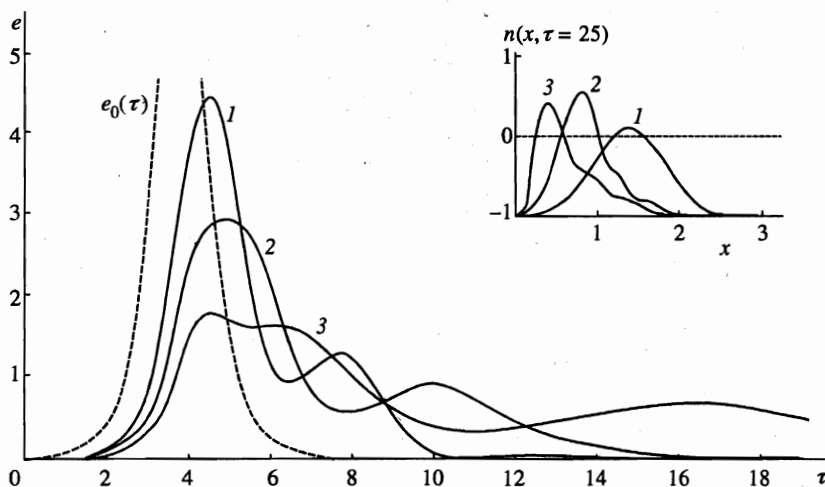


Рис. 2. Временные зависимости откликов резонатора $e(\tau)$, вызванных входным 4π -импульсом (штриховая кривая) с длительностью $\bar{\delta} = 0.5$ при параметрах резонатора $C = 2$ и $\tau_0 = 1, 2, 4$, и спектры населенности $n(x, \tau = 25)$ внутрирезонаторных атомов (сплошные линии 1, 2, 3)

ченные путем обобщения на случай $\tau_0 \neq 0$ аналитического выражения для $\Delta\tau$ в тонкой пленке при отсутствии отстройки частоты светового импульса от центра спектральной линии [18]:

$$\Delta\tau = \tau_0 + (\tau_0 + \bar{\delta}) \ln \left[\frac{(\bar{\delta}^{-1} + 1 + C)}{(\bar{\delta}^{-1} + 1 - C)} \right]. \quad (14)$$

Введение параметра τ_0 связано с тем, что запаздывающий отклик системы испытывает дополнительное смещение и увеличение длительности в резонаторе по сравнению с солитоноподобным откликом тонкой пленки. Следует заметить, что при получении соотношения (14) также использовался несмещенный спектр неоднородного уширения. Однако логарифмической расходимости выражения (14) при $C \rightarrow \bar{\delta}^{-1} + 1$ в результатах расчета не наблюдается. Расходимость выражения (14) устраняется при наличии отстройки частоты света от центра спектральной линии неоднородного уширения. Поэтому можно допустить, что резонатор в отличие от тонкой пленки вносит своеобразное смещение в спектр неоднородного уширения атомных уровней. Подобная особенность возможна из-за связи двух резонансных систем (атомов и резонатора) через поле светового импульса и проявляется в спектрах населенности $n(\tau, x)$ атомных уровней.

Результаты расчета этой характеристики системы в различных случаях приведены на вставках к рис. 2 и 3. Из представленных результатов видно, что в рассматриваемой задаче спектры инверсной населенности имеют эффективные максимумы при $x \sim 1$. Подобная особенность с учетом симметрии исходных уравнений по знаку переменной x есть проявление известного эффекта «выжигания провалов» в спектре неоднородного уширения резонансных уровней. Характерная величина спектрального провала оказывается зависящей как от времени жизни τ_0 фотонов в резонаторе (рис. 2), так и от длительности $\bar{\delta}$ импульса светового поля (рис. 3) и по порядку величины равна $\bar{\delta}^{-1}$.

При некоторых значениях параметров резонатора и входного импульса возникают положительные значения инверсии $n(\tau, x)$ порядка единицы (см. варианты $C = 3$,

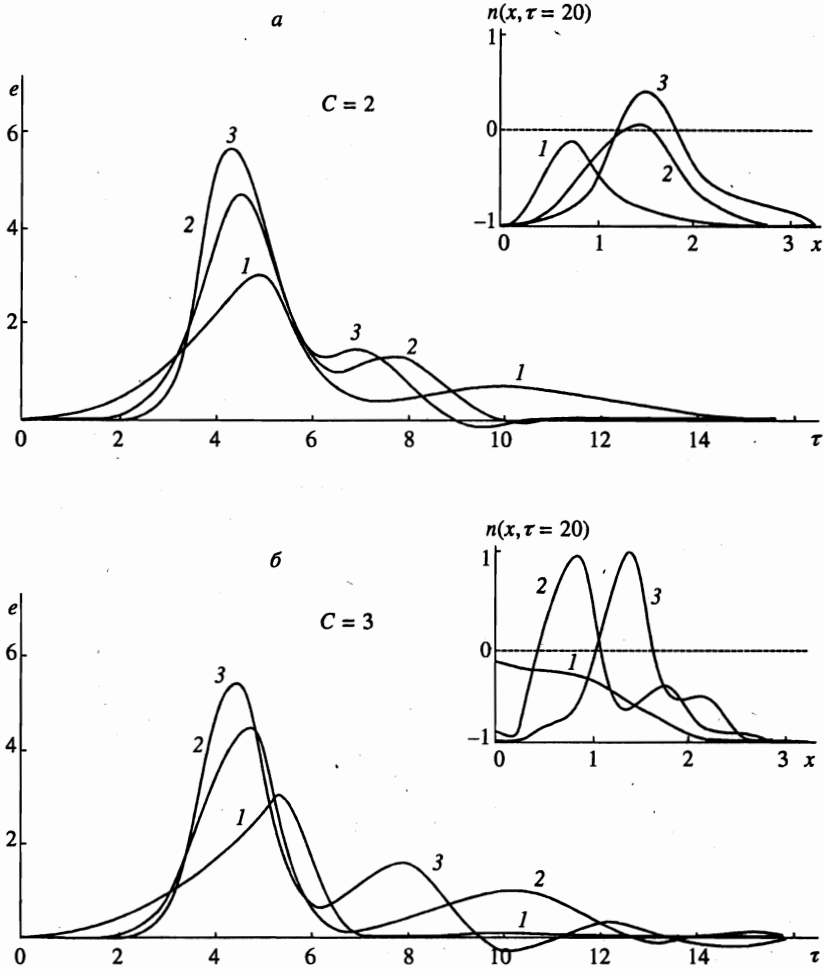


Рис. 3. Временные зависимости откликов резонатора $e(\tau)$, вызванные 4π -импульсами различной длительности $\tilde{\delta} = 1.0, 0.5, 0.33$ (линии 1, 2, 3) при параметрах резонатора $\tau_0 = 1.0$ и $C = 2$ (а), $C = 3$ (б), и спектры населенности $n(x, \tau = 20)$ атомов резонатора

$\tau_0 = 1$ и $\tilde{\delta} = 0.5, 0.33$ на рис. 3), характеризующие переход атомов в новое возбужденное состояние. Однако при более длительном световом импульсе ($\tilde{\delta} = 1$ в том же варианте на рис. 3) происходит «сброс» возбуждения, но обостряется максимум начальной части выходного сигнала. Указанные особенности поведения временных и спектральных откликов резонансной структуры свидетельствуют о возникновении эффекта сверхизлучения в резонаторе.

Другим примером происходящих в резонаторе нелинейных оптических явлений может служить и эффект самоиндуцированной прозрачности, сопровождающийся разбиением начальной части отклика на 4π -импульсное световое воздействие. Характерное разбиение возникает при значительном увеличении времени жизни фотонов в резонаторе (см. рис. 2).

Отмеченный эффект выражен недостаточно четко из-за малости временного сдвига и происходящего временного уширения отклика. Тем не менее по результатам расчета можно выделить линейную часть зависимости времени запаздывания Δt от параметра τ_0 резонатора и длительности входного сигнала δ , подобную зависимости Δt в протяженной среде.

Таким образом, разбиение солитоноподобных импульсов с площадью $\theta = \pi m$ ($m = 2, 3, \dots$) на последовательность из 2π - и π -импульсов при прохождении через тонкослойную резонаторную структуру происходит за счет двух эффектов самоиндуцированной прозрачности, характерных для тонкой пленки и протяженной среды. Главным отличием динамики этих процессов для рассмотренной резонаторной структуры является возможность изменения их временного масштаба за счет изменения времени жизни фотонов в резонаторе.

4. СИГНАЛЫ ФОТОННОГО ЭХА, ВОЗБУЖДАЕМЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ УЛЬТРАКОРОТКИХ ИМПУЛЬСОВ СВЕТА В РЕЗОНАТОРНОЙ СТРУКТУРЕ

При рассмотрении взаимодействия последовательности из нескольких ультракоротких импульсов света с резонаторными структурами с целью сохранения произвольных фазовых соотношений для падающих волн удобно не прибегать к представлению резонансного дипольного момента отдельного атома резонансной среды в виде действительной и мнимой частей, а использовать комплексное представление

$$P_\varepsilon^+ = (U_\varepsilon^+ + iV_\varepsilon^+) \exp(i\varphi),$$

где в условиях отсутствия фазовой модуляции $\varphi = \varphi_0$, а φ_0 — фаза падающей волны.

Заметим, что при вычислении усредненного дипольного момента резонансных атомов по возможному разбросу частот в пределах неоднородно-уширенной линии, в силу того что время T_2^* оказывается наименьшим среди всех характерных времен задачи (см. неравенство (1)), функцию $G(\varepsilon)$ можно вынести за знак интеграла:

$$\langle P_\varepsilon(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon G(\varepsilon) p_\varepsilon(t) \approx G(0) \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon p_\varepsilon(t). \quad (15)$$

Отметим также, что для простоты написания везде в дальнейшем опущен индекс «+».

Симметрия же функций по расстройкам частот приводит к равенствам

$$\int_{-\infty}^{\infty} U_\varepsilon(t) dt \equiv 0, \quad (16)$$

и в итоге

$$\langle P_\varepsilon(t) \rangle = iG(0) \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon V_\varepsilon(t). \quad (17)$$

Именно последнее обстоятельство позволяет пренебрегать явлением фазовой модуляции даже при произвольной форме спектральной линии $G(\varepsilon)$.

Решение для резонансного дипольного момента отдельного атома примет вид

$$P_\varepsilon(t) = i \frac{|d_{12}|^2}{\hbar} \int_{-\infty}^t E_+(t') n_\varepsilon(t') \cos[\varepsilon(t - t')] dt', \quad (18)$$

и в приближении малых площадей для первого ультракороткого импульса длительностью δ_1 получим

$$P_\varepsilon(\delta_1) = -i \frac{|d_{12}|^2}{\hbar} E_{+1}^F(\varepsilon), \quad (19)$$

где $E_{+1}^F(\varepsilon)$ является фурье-образом функции, описывающей медленную огибающую поля первого возбуждающего импульса света.

Дальнейшая процедура получения решения для поляризации в резонансной структуре аналогична процедуре в случае объемного возбуждения резонансной среды [19]. Действительно, к моменту начала действия второго возбуждающего импульса света t_2 из (18) и (19) можно получить в приближении $\theta < 1$ [19]

$$P_\varepsilon(t_2) = -i \frac{|d_{12}|^2}{\hbar} E_{+1}^F(\varepsilon) \exp(i\varepsilon\tau_1), \quad (20)$$

где также учтено, что длительность импульса света δ_1 много меньше интервала τ_1 между воздействующими импульсами света.

Аналогично выражение для дипольного момента резонансного атома к моменту окончания действия второго возбуждающего импульса света примет вид

$$P_\varepsilon(t_2 + \delta_2) = i \frac{|d_{12}|^4}{4\hbar^3} (R_2 + 1) E_{+2}^{F2}(\varepsilon) E_{+1}^{F*}(\varepsilon) \exp(-i\varepsilon\tau_1), \quad (21)$$

и для усредненного значения дипольного момента резонансного атома в пределах всего контура неоднородно-уширенной спектральной линии можно получить

$$\langle P_\varepsilon(t) \rangle = i \frac{|d_{12}|^4}{4\hbar^3} (R_2 + 1) \cdot 2\pi G(0) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi} E_{+2}^{F2}(\varepsilon) E_{+1}^{F*}(\varepsilon) \exp[i\varepsilon(t - 2\tau_1)]. \quad (22)$$

Для определения амплитуды поля сигнала фотонного эха в соответствующий момент времени возникновения тогда справедливо уравнение

$$\frac{\tilde{\tau}_c}{2} \dot{E}_+ + E_+ = CF(t), \quad (23)$$

где C по-прежнему определяется выражением (6), а $F(t)$ определяет временную форму отклика (сигнала двухимпульсного фотонного эха):

$$F(t) = \frac{|d_{12}|^2}{2\hbar^3} (R_2 + 1) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi} E_{+2}^{F2}(\varepsilon) E_{+1}^{F*}(\varepsilon) \exp[i\varepsilon(t - 2\tau_1)]. \quad (24)$$

5. СРАВНЕНИЕ СО СЛУЧАЕМ ОБЪЕМНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ РЕЗОНАНСНОЙ СРЕДЫ

Из полученного выражения для функции $F(t)$, определяющего временную форму отклика в резонаторных структурах, следует, что временные свойства сигналов фотонного эха в приближении $\delta \gg \tilde{\tau}_c/2(1+C)$ во многом аналогичны таковым для случая объемного возбуждения резонансной среды. Действительно, в зависимости от соотношений между длительностями возбуждающих импульсов света из (24) можно увидеть, что в общем случае $F(t)$ описывается функцией типа свертки исходных возбуждающих полей ($\delta_1 \sim \delta_2$) либо является «зеркальным во времени» отображением формы первого возбуждающего импульса ($\delta_1 \ll \delta_2$).

Определим теперь динамическую эффективность как отношение интенсивности резонансного отклика в момент возникновения $t \sim 2\tau_1$ к интенсивности возбуждающего импульса света. Из выражений (13) и (24) в приближении $\delta \gg \tilde{\tau}_c/2(1+C)$ для динамической эффективности резонаторной структуры, работающей в режиме прохождения (индекс d) и отражения (индекс r), можно получить

$$\eta_d \cong \frac{(1-R_1)^3(1-R_2)(1+R_2)^2}{4(1-\sqrt{R_1R_2})^6(1+C)^6} C^2\theta^4, \quad (25)$$

$$\eta_r \cong \frac{(1-R_1)^4R_2(1+R_2)^2}{4(1-\sqrt{R_1R_2})^6(1+C)^6} C^2\theta^4, \quad (26)$$

где характерная величина θ с точностью до порядка является «площадью» второго возбуждающего импульса света.

Интересно эти результаты количественно сравнить с результатами для случая объемного возбуждения резонансной среды. Для амплитуды фотонного эха в данном случае будет справедливо выражение, которое можно получить из работы [19]:

$$E_e \simeq \frac{\alpha_0 L}{4} \frac{|d_{12}|^2}{\hbar^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi} E_2^2(\varepsilon) E_1^*(\varepsilon) \exp[-i\varepsilon(t-2\tau_1)]. \quad (27)$$

Тогда для эффективности преобразования в объемном случае также с точностью до порядка получим

$$\eta_V \simeq \frac{(\alpha_0 L)^2}{16} \theta^4, \quad (28)$$

где θ также характеризует «площадь» второго возбуждающего импульса света. При этом для относительной эффективности возбуждения будут справедливы соотношения

$$\frac{\eta_d}{\eta_V} \simeq \frac{4(1-R_1)^3(1-R_2)(1+R_2)^2 C^2}{(1-\sqrt{R_1R_2})^6(1+C)^6(\alpha_0 L)^2}, \quad (29)$$

$$\frac{\eta_r}{\eta_V} \simeq \frac{4(1-R_1)^4 R_2(1+R_2)^2 C^2}{(1-\sqrt{R_1R_2})^6(1+C)^6(\alpha_0 L)^2}.$$

Отметим, что выражение (28) можно получить из (25) и (26), положив $R_{1,2} \ll 1$. Очевидно, что при этом резонаторная структура ничем не отличается от объемной резонансной среды длиной L , меньшей величины обратного коэффициента поглощения слабого сигнала α_0 ($\alpha_0 L \ll 1$).

Оценим полученные выражения для случая $R_1 = R_2 \approx 1$:

$$\frac{\eta_d}{\eta_V} = \frac{\eta_r}{\eta_V} = \eta_0 \approx \frac{16C^2}{(1 - R^2)(1 + C)^6(\alpha_0 L)^2}.$$

Примечательно, что в случае $C < 1$ относительная эффективность есть

$$\eta_0 \approx \frac{16}{(1 - R)^4} \gg 1,$$

и, таким образом, резонаторная структура в качестве преобразующего элемента гораздо более эффективна, чем обычная объемная резонансная среда. Аналогично в обратном предельном случае $C > 1$ относительная эффективность составляет

$$\eta_0 \approx \frac{16(1 - R)^2}{(\alpha_0 L)^6} \approx \frac{16}{C^6(1 - R)^4}$$

и также может превышать единицу.

6. СИГНАЛЫ ФОТОННОГО ЭХА, ВОЗБУЖДАЕМЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ УЛЬТРАКОРОТКИХ ИМПУЛЬСОВ С ПРОИЗВОЛЬНЫМИ ПЛОЩАДЯМИ

При произвольных значениях площадей возбуждающих импульсов света получение решения основной системы уравнений оказывается возможным лишь методом численного интегрирования. Ранее было рассмотрено взаимодействие одиночных ультракоротких импульсов света с тонкослойными резонаторными структурами в условиях возможного наблюдения бистабильного характера прохождения световых импульсов с площадью θ_0 , близкой к критической θ'_0 [12]. Временное поведение откликов на разных ветвях выходной характеристики системы отличается наличием (при $\theta_0 > \theta'_0$) или отсутствием (при $\theta_0 < \theta'_0$) запаздывающего импульса, время запаздывания которого $\Delta\tau$ зависит как от времени жизни фотонов в резонаторе τ_0 , так и от параметра нелинейности C . В таких условиях представляет интерес рассмотреть случай прохождения через резонаторную структуру последовательности из двух ультракоротких импульсов света и возникновения сигналов фотонного эха с учетом различий в состояниях среды резонатора, образующихся после прохождения первоначального импульса той или иной площади θ_0 .

Существенной особенностью при рассмотрении двухимпульсного фотонного эха в резонаторной структуре является, на наш взгляд, своеобразный механизм неоднородного уширения атомных уровней в рассматриваемой резонаторной структуре при сравнительно большом значении суммарной площади входных импульсов ($\theta_0^{(1)} + \theta_0^{(2)} > \theta_0$). Под воздействием первого импульса происходит возмущение среды резонатора и возникает инверсия населенности атомных уровней $n(\tau, x) > 0$ на частотах, сравнимых с обратным временем неоднородного уширения ($x = \varepsilon T_2^* \leq 1$). Возникшее возмущение может привести к усилению отклика резонаторной структуры на второй импульс.

Решения системы уравнений (5), иллюстрирующие указанные особенности возникновения фотонного эха в резонаторных структурах, в случае $\theta_0 = 1.4\pi$, $\theta_0 = 0.9\pi$, длительности импульсов $\bar{\delta} = 0.57$ и времени их относительной задержки $\tau_1 = 15.0$ при параметрах резонаторной структуры $\tau_0 = 0.5$ и $C = 2.0$ представлены на рис. 4. В нижней части рисунка приведены временные зависимости входного сигнала $e_0(\tau)$ и отклика

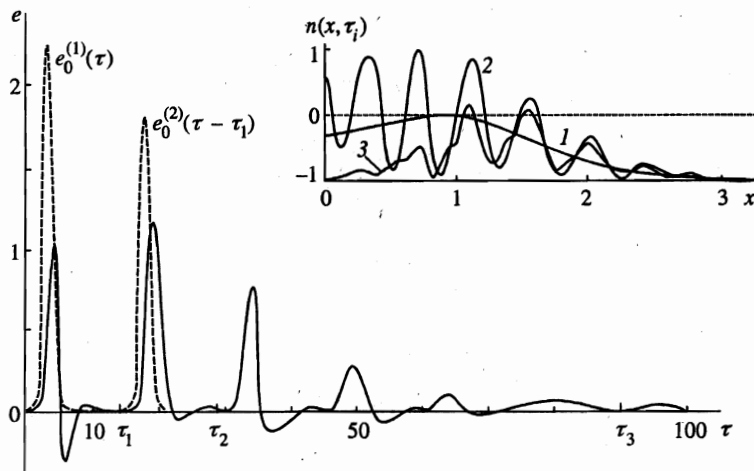


Рис. 4. Отклик резонаторной структуры $e(\tau)$ и спектры населенности $n(x, \tau_i)$ в различные моменты времени $\tau_1 = 14$, $\tau_2 = 28$, $\tau_3 = 90$ (сплошные линии 1, 2, 3) при двукратном входном импульсном воздействии $e_0(\tau) = e_0^{(1)}(\tau) + e_0^{(2)}(\tau - \tau_1)$ (штриховые линии) на резонаторную структуру с параметрами $C = 2.0$, $\tau_0 = 0.5$

системы $e(\tau)$, в верхней — спектральные распределения инверсной населенности $n(\tau, x)$ в различные моменты времени $\tau_{1,2,3} = 14, 28$, и 90 от начала первого импульса.

Из представленных результатов видно, что первый прошедший импульс возмущает состояние атомов среды в достаточно широкой частотной области вокруг атомного резонанса. После прохождения второго импульса в резонаторной структуре возникают своеобразные осцилляции в спектре инверсной заселенности с периодом Δx , равным обратной величине временного интервала τ_1 между возбуждающими импульсами ($\Delta x \sim \tau^{-1}$). Подобный эффект связан с появлением своеобразной «спектральной решетки» и играет существенную роль при формировании сигналов стимулированного фотонного эха под действием трех возбуждающих импульсов света. В данном же случае первый максимальный по амплитуде импульс фотонного эха устраняет основную часть инверсной населенности атомных уровней, возникшую в результате первоначального возмущения. Последующая генерация затухающих в своей последовательности импульсов многократного фотонного эха продолжает процесс релаксации возмущения резонаторной структуры.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты свидетельствуют о том, что резонаторные структуры при возбуждении сигналов фотонного эха могут проявлять временные свойства, аналогичные свойствам объемных резонансных сред. При этом временная форма откликов может повторять в прямом (стимулированное фотонное эхо) или «зеркально обращенном» (обычное двухимпульсное фотонное эхо) во времени направлении форму одного из возбуждающих импульсов света либо определяться функцией типа свертки медленных огибающих полей. Явление многократного фотонного эха, присущее газовым

резонансным средам при возбуждении импульсами света с «малыми площадями» в виде стоячих волн, в резонаторных структурах с твердотельными резонансными средами не возникает. Данное явление характерно для резонаторных структур при возбуждении импульсами света с произвольными площадями $\theta \sim 1$. С другой стороны, резонаторные структуры в сравнении с объемными средами могут быть гораздо более эффективными. Особенно важным это свойство представляется для голографических систем, формирующих и преобразующих двумерные изображения. В динамической голографии резонансных сред, таким образом, появляется возможность расширения динамического диапазона, что может быть использовано как в аналоговых, так и в цифровых системах обработки изображений.

В заключение авторы выражают признательность Э. А. Маныкину и В. Н. Белобородову за полезное обсуждение ряда затронутых вопросов, а также В. П. Загонову за предложенный подход к численному решению задачи.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Особенности метода численного интегрирования

При выборе метода численного интегрирования системы уравнений (5) с заданными начальными условиями и произвольной функцией источника $e_0(\tau)$ необходимо было удовлетворить сразу двум существенным требованиям, предъявляемым к численным алгоритмам и вытекающим, по сути дела, из рассматриваемой физической модели. С одной стороны, существование областей неустойчивости решения исходной нелинейной системы дифференциальных уравнений требовало выбора устойчивой разностной схемы решения этих уравнений в широком временном интервале. С другой стороны, интегральный характер определяемого отклика $e(\tau)$ и интегралов $\theta(\theta_0)$ требовал высокой точности самих решений $e(\tau)$, $v(\tau, x)$, $u(\tau, x)$ и $n(\tau, x)$. Кроме того, применение численного метода для исследования поведения физических характеристик рассматриваемой системы накладывало значительные ограничения на объем вычислительных процедур и время счета.

Предварительный анализ существующих численных методик показал предпочтительность выбора для решения поставленной задачи метода «квазианалитической интерполяции» [20], приводящего к простой смешанной схеме построения вычислительной процедуры с гарантированной точностью. Такой метод позволял учесть специфику решаемой системы уравнений, определяемой интегральным характером нелинейности. В определенном смысле исходная система уравнений оказывается квазилинейной. Использование этой особенности задачи, решаемой методом квазианалитической интерполяции, давало возможность при численной аппроксимации максимально использовать аналитические вычисления и тем самым сократить объем операций, характерных для общих стандартных алгоритмов решения систем нелинейных дифференциальных уравнений.

Суть выбранного метода состоит в том, что решения задачи Коши для дифференциальных уравнений ищутся при линейной интерполяции входящих в уравнения функций на шаге разностной сетки. В указанном подходе к решению системы (5) уравнение пересчета величины поля e_{i-1} на верхний i -ый временной слой, полученное из первого

уравнения системы, имеет вид

$$e_i = e_{i-1}p + (h/\tau_0)(C_1F_{i-1} + C_2F_i),$$

где $i = 1, 2, 3, \dots, I$; h — шаг по времени, $F_i = e_{0i} - CY_i$, $e_0 = e(\tau_0) = 0$; $p = \exp(h/\tau_0)$; $C_1 = (\Delta - p)\tau_0/h$; $C_2 = \Delta - C_1$; $\Delta = (1 - p)\tau_0/h$ — константы задачи.

Из представленного видно, что схема пересчета относится к комбинированной схеме Эйлера. Погрешности явной и неявной частей по модулю близки (пропорциональны $(h/\tau_0)^2$), но по знаку различны. Поэтому для $h < \tau_0$ $C_1 \sim C_2$ и погрешности данной схемы могут оказаться меньшими, чем, например, в методе Рунге–Кутты с аналогичным порядком аппроксимации. Формулы расчета величин $(v, u, n)_{i,m}$ по $(v, u, n)_{i-1,m}$ (для каждой m -ой спектральной компоненты со значением $x = mh_x$, где $m = 1, 2, \dots, M$, h_x — шаг по частоте) получаются из трех последних уравнений системы (5). После соответствующих вычислений интегралов при кусочно-линейной интерполяции подынтегральных функций и аналитического решения системы алгебраических уравнений можно получить

$$v_{i+1}(x) = \left\{ v_i(x) - \frac{hx}{2} u_i(x) - \frac{n_i(x)h}{6} (2e_i + e_{i+1}) \right\} \frac{1}{Z},$$

$$v_{i+1}(x) = v_{i+1}(x) + \frac{hx}{2} [v_{i+1}(x) + v_i(x)],$$

$$n_{i+1}(x) = n_i(x) + \frac{h}{6} [v_{i+1}(x)(2e_{i+1} + e_i) + v_i(x)(2e_i + e_{i+1})],$$

$$Z = 1 + \left(\frac{hx}{2} \right)^2 + \frac{h}{6} (2e_i + e_{i+1})^2.$$

Расчет интеграла $Y(\tau)$ при найденных значениях $v_{i,m} = v(\tau_i, x_m)$ (см. формулу (7)) может проводиться простейшим методом, например методом трапеций, так как возникающие в спектре функции $v(\tau, x)$ осцилляции эффективно «гасятся» в интеграле экспоненциальным множителем $g(x)$.

При решении полученной дискретной задачи требуется определение значения интеграла $Y_i = Y(\tau_i)$ на верхнем i -ом уровне каждого слоя. Для этого в алгоритме расчета организована итерационная процедура, уточняющая вычисления величины Y_i^l ($l = 1, 2, \dots, L$), первоначально найденного приближенно по значению $Y_i^0 = Y_{i-1}^l$. Сходимость последующих вычислений Y_i^{l+1} по значениям Y_i^l обеспечивается малостью шага дискретизации задачи h в сравнении с безразмерным параметром τ_0 . Как показали численные эксперименты, при шаге дискретизации задачи, обеспечивающем приемлемую точность вычислений искомых функций в интервале безразмерной переменной τ до нескольких десятков единиц, достаточным числом итераций L оказываются $L = 2$ или 3.

Тестирование методики расчета отклика $e(\tau)$ резонаторной структуры на входное воздействие проводилось для нескольких вариантов, допускающих аналитические решения. В частности, проведены расчеты для случая «пустого» резонатора Фабри–Перо ($C = 0$), варианта с малой «площадью» входного сигнала и случая прохождения «солитона» через тонкую пленку, когда время жизни фотона в резонаторе исчезающе мало

($\tau_0 \rightarrow 0$) [18]. Результаты численных расчетов на вложенных равномерных сетках показали равномерную сходимость погрешности расчета функции $e(\tau)$ при уменьшении величины шага h и устойчивость результатов к ошибкам начальных данных, возникающих из-за конечности сдвига начальной точки интегрирования уравнений.

Следует отметить, что в типичном варианте расчета с «солитоноподобным» 2π -импульсом $e_0(\tau)$ ($\delta = 0.5$) для резонатора с $\tau_0 = 0.1$ и параметром нелинейности $C = 2$ на временном интервале $\tau = [-3, 10]$ абсолютная ошибка вычислений $e(\tau)$ при шаге сетки $h = 0.05$ и $h_x = 0.1$ для $L = 3$ оценивается величиной < 0.03 ($\leq 3\%$ от максимума функции). При этом время счета по реализованной программе для РС АТ-286 составляет несколько десятков секунд. Более детально точностные характеристики подобного метода решения дифференциальных уравнений рассмотрены в [21].

Литература

1. L. A. Lugiato and C. Oldano, Phys. Rev. A **37**, 3897 (1988).
2. L. A. Lugiato and L. M. Narducci, Z. Phys. B **71**, 129 (1988).
3. M. Haelterman, G. Vitrant, and R. Reinisch, J. Opt. Soc. Amer. B **7**, 1309; 1319 (1990).
4. К. С. Но and G. Indebetouw, Appl. Opt. **30**, 2437 (1991).
5. Ю. А. Логвин, А. М. Самсон, ЖЭТФ **102**, 472 (1992); Yu. A. Logvin and A. M. Samson, Opt. Commun. **84**, 99 (1991).
6. T. Perchel and F. Lederer, Phys. Rev. B **46**, 7632 (1992).
7. Н. А. Иванова, А. С. Рубанов, А. Л. Толстик, Изв. РАН **57**, 149 (1993); N. A. Ivanova, A. S. Rubanov, and A. L. Tolstik, Proc. SPIE **1807**, 157 (1993).
8. Э. Ванас, Письма в ЖТФ **19**, 25 (1993).
9. L. A. Lugiato, Phys. Rev. A **49**, 2049 (1994).
10. V. Pierro and I. M. Pinto, Phys. Lett. A **185**, 14 (1994).
11. С. М. Захаров, ЖЭТФ **108**, 829 (1995).
12. В. А. Горячев, С. М. Захаров, КЭ **24**, 251 (1997).
13. J.-L. Le Gouet and P. R. Berman, Phys. Rev. A **20**, 1105 (1979).
14. А. И. Алексеев, А. М. Башаров, В. Н. Белобородов, ЖЭТФ **79**, 787 (1980).
15. А. И. Алексеев, А. М. Башаров, ЖЭТФ **80**, 1361 (1981); КЭ **8**, 182 (1981).
16. С. Н. Багаев, А. С. Дычков, В. П. Чеботаев, Письма в ЖЭТФ **26**, 591 (1977).
17. S. L. McCall and E. L. Hahn, Phys. Rev. **183**, 457 (1969).
18. В. И. Рупасов, В. И. Юдсон, ЖЭТФ **93**, 494 (1987).
19. С. М. Захаров, Э. А. Манькин, ЖЭТФ **91**, 1289 (1986).
20. Р. П. Федоренко, *Введение в вычислительную физику*, Наука, Москва (1994).
21. Г. Д. Васильков, В. П. Загонов, *Дифференциальные уравнения* **19**, 1146 (1983).