

## МАГНИТОЭКСИТОННОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА В НЕОДНОРОДНЫХ КВАЗИДВУМЕРНЫХ СИСТЕМАХ

Ю. Е. Лозовик<sup>a\*</sup>, А. М. Рувинский<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Институт спектроскопии Российской академии наук  
142092, Троицк, Московская обл., Россия

<sup>b</sup> Московский государственный институт стали и сплавов  
117936, Москва, Россия

Поступила в редакцию 25 марта 1998 г.

Рассмотрена задача об экситонном поглощении в квазидвумерных неоднородных системах в сильном поперечном магнитном поле  $H$ . Предполагается, что случайное гауссово поле («белый шум»), порознь действующее на электрон и дырку, обусловлено 1) флуктуацией толщины квантовой ямы или 2) флуктуацией концентрации компонентов твердого раствора замещения. Задача о магнитоэкситоне в случайном гауссовом поле типа белого шума сводится к задаче о движении одной частицы в зависящем от  $H$  эффективном поле с эффективной магнитной массой (зависящей от  $H$  и характеристик квантовых ям) в поле цветного шума с модифицированной по сравнению с исходным белым шумом корреляционной функцией. В этом приближении рассмотрена задача о магнитоэкситоне в одной и в связанных квантовых точках. В приближении когерентного потенциала вычислен коэффициент экситонного поглощения для случайных полей первого и второго типов в одиночной и связанных квантовых ямах. В области сильных магнитных полей коэффициент поглощения убывает с ростом  $H$  в согласии с экспериментом.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время электронно-дырочные ( $e-h$ ) системы в низкоразмерных полупроводниковых структурах вызывают повышенный интерес [1–9] в связи с существенным влиянием электронно-дырочного взаимодействия на оптические и транспортные свойства квантовых точек, проволок, ям и сверхрешеток, обнаруживающих очень интересные коллективные эффекты. Например, в системе пространственно разделенных квантовых ям была предсказана сверхтекучесть  $e-h$ -пар, которая может проявляться в существовании незатухающих электрических токов в каждой из ям [10]. В этих системах существуют также интересные эффекты увлечения квазичастиц одного слоя квазичастицами другого (см., например, [11] и цитированную там литературу). Притяжение электрона и дырки, расположенных в различных квантовых ямах, приводит к появлению пространственно-непрямых экситонов. Вероятность туннельной рекомбинации непрямого экситона может быть малой вследствие слабого перекрытия волновых функций электрона и дырки. Включение расталкивающего электрического поля перпендикулярно слоям тоже уменьшает перекрытие волновых функций, а значит, и скорость рекомбинации. Время жизни непрямого экситона существенно зависит от магнитного поля [3] и в области низких температур ( $T < 1$  К) и сильных магнитных полей ( $H > 7$  Тл) определяется процессами рассеяния экситона на поверхностных террасах

\*E-mail: lozovik@isan.troitsk.ru

квантовых ям [12]. В этом режиме изменение магнитного поля приводит к сильному уменьшению пика экситонной фотолюминесценции [3]. Фазовая диаграмма и сверхтекучесть в системе непрямых экситонов и магнитоэкситонов изучались в работах [13] (см. также цитированную там литературу).

Целью настоящей работы является рассмотрение оптических свойств составной квазичастицы — экситона в случайных двумерных статических полях в сильном поперечном магнитном поле. Такие случайные поля в основном реализуются в квантовых ямах вблизи границ раздела и могут быть обусловлены 1) флуктуацией толщины ямы или 2) флуктуацией поверхностной концентрации компонентов твердого раствора. Задача об экситонном поглощении в отсутствие магнитных полей  $H$  рассматривалась в [14–16], а в [16] — задача о локализации экситона в случайных полях. Однако для магнитоэкситонов имеется существенное усложнение задачи даже в отсутствие внешних полей, связанное с неразделяющимися координатами центра масс и относительного движения магнитоэкситона. Мы обходим эту трудность с помощью введения эффективного уравнения Шредингера для магнитоэкситона в поле медленно меняющегося внешнего поля.

В разд. 2 будет получено эффективное уравнение Шредингера для движения магнитоэкситона как целого в поле внешнего потенциала. В разд. 3 это приближение используется для решения задачи об экситоне в одной и в связанных квантовых точках. В разд. 4 мы рассчитаем коэффициент поглощения магнитоэкситона в одиночной квантовой яме в приближении когерентного потенциала. Аналогичные методы будут применены для расчета магнитоабсорбции в связанных квантовых ямах (разд. 5). В разд. 6 мы рассмотрим спектральные свойства магнитоэкситона, взаимодействующего со случайным полем локальных флуктуаций концентраций компонентов твердого раствора типа  $A^{III}B^V$  в одиночной квантовой яме.

## 2. ДВИЖЕНИЕ МАГНИТОЭКСИТОНА ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ (МЕТОД ЭФФЕКТИВНОЙ МАГНИТНОЙ МАССЫ)

Уравнение Шредингера, описывающее движение магнитоэкситона во внешнем поле  $V(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) = V_e(\mathbf{r}_e) + V_h(\mathbf{r}_h)$ , имеет вид

$$\left[ \frac{1}{2m_e} \left( \frac{\hbar}{i} \nabla_e + \frac{e}{c} \mathbf{A}_e \right)^2 + \frac{1}{2m_h} \left( \frac{\hbar}{i} \nabla_h - \frac{e}{c} \mathbf{A}_h \right)^2 + V_e(\mathbf{r}_e) + V_h(\mathbf{r}_h) - \frac{e^2}{\epsilon \sqrt{D^2 + (\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h)^2}} \right] \Psi(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) = E \Psi(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h), \quad (1)$$

где  $\mathbf{r}_{e,h}$  — двумерные векторы электрона ( $e$ ) и дырки ( $h$ ) вдоль соответствующих квантовых ям;  $e$  и  $h$  расположены в одной или в различных пространственно разделенных квантовых ямах (эти случаи соответствуют прямому или непрямому экситону),  $\mathbf{A} = [\mathbf{H}\mathbf{r}]/2$  — векторный потенциал магнитного поля в симметричной калибровке,  $D$  — расстояние между квантовыми ямами электрона и дырки,  $\epsilon = (\epsilon_1 + \epsilon_2)/2$ ,  $\epsilon_{1,2}$  — диэлектрические проницаемости сред, окружающих квантовые ямы электрона и дырки. Ищем волновую функцию  $\Psi$  в виде ряда по собственным волновым функциям  $\Phi_{hmp}(\mathbf{R}, \mathbf{r})$  магнитоэкситона в упорядоченной системе [17–19]:

$$\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \sum_{nmp} a_{nmp} \Phi_{nmp}(\mathbf{R}, \mathbf{r}), \quad (2)$$

где  $\mathbf{R} = (m_e \mathbf{r}_e + m_h \mathbf{r}_h)/M$ ,  $M = m_e + m_h$ ,  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h$ ,  $P$  — сохраняющийся в однородных системах магнитный импульс экситона,  $n, m$  — магнитоэкситонные квантовые числа. В случае сильного магнитного поля, пренебрегая в (2) переходами между различными уровнями Ландау магнитоэкситона, вызванными рассеянием экситона на плавном потенциале  $V(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h)$ , и недиагональными матричными элементами кулоновского взаимодействия, умножая обе части уравнения (1) на  $\Phi_p^*$  ( $\Phi_p$  — волновая функция магнитоэкситона на нижнем уровне Ландау) и интегрируя по  $\mathbf{R}, \mathbf{r}$ , получим

$$a_p E(P) + \sum_{p'} V_{pp'} a_{p'} = E a_p, \quad (3)$$

где  $E(P)$  — спектр магнитоэкситона на нижнем уровне Ландау [17–19]. Закон дисперсии магнитоэкситона  $E(P)$  при достаточно малых магнитных импульсах является квадратичным, как это следует из инвариантности эффективного гамильтониана для  $\Phi_{nmp}$  относительно поворотов и аналитичности  $E(P)$  при  $P = 0$  [20]. Более того, на нижнем уровне Ландау точка  $P = 0$  является минимумом. При  $Pl/\hbar \ll 1$  имеем

$$E(P) = \frac{1}{2} \hbar \omega_c - \mathcal{E}(0, D) + \frac{P^2}{2M_{exc}}, \quad (4)$$

где  $l = \sqrt{\hbar c/eH}$  — магнитная длина,  $\omega_c = eH/\mu c$  — циклотронная частота,  $\mu = m_e m_h / (m_e + m_h)$  — приведенная масса экситона в плоскости квантовой ямы,  $\mathcal{E}(P, D)$  — закон дисперсии магнитоэкситона на нижнем уровне Ландау,  $M_{exc}$  — эффективная масса магнитоэкситона, зависящая от магнитного поля  $H$  и расстояния между квантовыми ямами  $D$ , здесь  $M_{exc} \sim 2^{3/2} \epsilon \hbar^2 / e^2 l \sqrt{\pi}$  при  $D \ll l$  и  $M_{exc} \sim D^3 \epsilon \hbar^2 / e^2 l^4$  при  $D \gg l$  [17–19].

Матричный элемент потенциала  $V(\mathbf{r}_{e,h})$  в обкладках  $\langle n = m = 0, \mathbf{P} |$  и  $\langle n = m = 0, \mathbf{P}' |$  имеет вид

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{P}' | V_{e,h}(\mathbf{r}) | \mathbf{P} \rangle &= \frac{1}{S} \exp\left(-\frac{l^2}{4\hbar^2} (\mathbf{P}' - \mathbf{P})^2\right) V_{e,h}(\mathbf{P}' - \mathbf{P}) \exp\left(\pm \frac{i l^2}{2\hbar^2 H} \mathbf{H}[\mathbf{P}\mathbf{P}']\right) = \\ &= \frac{1}{S} \tilde{V}_{e,h}(\mathbf{P}' - \mathbf{P}) \exp\left(\pm \frac{i l^2}{2\hbar^2 H} \mathbf{H}[\mathbf{P}\mathbf{P}']\right), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $S$  — площадь квантовой ямы. Введем оператор  $E(-i\hbar\nabla)$ , такой что

$$E(-i\hbar\nabla) \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{P}\mathbf{R}\right) = E(P) \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{P}\mathbf{R}\right). \quad (6)$$

Умножим уравнение (3) на  $\exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{P}\mathbf{R}\right)$  и просуммируем по  $\mathbf{P}$ . Уравнение (3) приводится к виду

$$\begin{aligned} E(-i\hbar\nabla)F(\mathbf{R}) + \frac{1}{S} \sum_{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2} a_{\mathbf{P}_1} \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{P}_1 \mathbf{R}\right) \left[ \tilde{V}_e(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2) \exp\left(\frac{i l^2}{2\hbar^2 H} \mathbf{H}[\mathbf{P}_2 \mathbf{P}_1]\right) + \right. \\ \left. + \tilde{V}_h(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2) \exp\left(-\frac{i l^2}{2\hbar^2 H} \mathbf{H}[\mathbf{P}_2 \mathbf{P}_1]\right) \right] = EF(\mathbf{R}), \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$F(\mathbf{R}) = \sum_p a_p \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{P}\mathbf{R}\right). \quad (8)$$

Используя замену  $\mathbf{P} \rightarrow -i\hbar\nabla$ , второе слагаемое в (7) удобно переписать в виде

$$\begin{aligned} & \sum_p a_p \left[ \exp\left(\frac{l^2}{2\hbar H} \mathbf{H}[\mathbf{P}\nabla]\right) \tilde{V}_e(\mathbf{R}) \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{P}\mathbf{R}\right) + \right. \\ & \left. + \exp\left(-\frac{l^2}{2\hbar H} \mathbf{H}[\mathbf{P}\nabla]\right) \tilde{V}_h(\mathbf{R}) \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{P}\mathbf{R}\right) \right]. \quad (9) \end{aligned}$$

Суммируя по  $\mathbf{P}$ , напомним (9) в виде

$$\lim_{R' \rightarrow R} \left[ \exp\left(-\frac{il^2}{2H} \mathbf{H}[\nabla_{R'} \nabla_R]\right) \tilde{V}_e(\mathbf{R}) + \exp\left(\frac{il^2}{2H} \mathbf{H}[\nabla_{R'} \nabla_R]\right) \tilde{V}_h(\mathbf{R}) \right] F(\mathbf{R}'). \quad (10)$$

При  $R' \ll \hbar/l$  и с учетом (4) оператор (6) можно представить в виде ряда по степеням  $-i\hbar\nabla$ :

$$E(-i\hbar\nabla) = \frac{1}{2} \hbar\omega_c + \mathcal{E}(0, D) - \frac{\hbar^2}{2M_{exc}} \Delta. \quad (11)$$

Подставляя (10) и (11) в (7), получим эффективное уравнение Шредингера для магнитоэкситона:

$$\begin{aligned} & -\frac{\hbar^2}{2M_{exc}} \Delta F(\mathbf{R}) + \lim_{R' \rightarrow R} \left[ \exp\left(-\frac{il^2}{2H} \mathbf{H}[\nabla_{R'} \nabla_R]\right) \tilde{V}_e(\mathbf{R}) + \right. \\ & \left. + \exp\left(\frac{il^2}{2H} \mathbf{H}[\nabla_{R'} \nabla_R]\right) \tilde{V}_h(\mathbf{R}) \right] F(\mathbf{R}') = \mathcal{E} F(\mathbf{R}), \quad (12) \end{aligned}$$

где  $\mathcal{E} = E - \hbar\omega_c/2 - \mathcal{E}(0, D)$ ,  $F(\mathbf{R})$  — огибающая функция магнитоэкситона в поле эффективного потенциала. Пределы применимости уравнения (12) для огибающей функции  $F$  определяются, как и в случае применимости выражения (3), неравенствами

$$\hbar\omega_c \gg E_{exc}, \quad \hbar\omega_c \gg \sqrt{\langle V_{e,h}^2 \rangle_{av}},$$

где  $E_{exc}$  — энергия связи магнитоэкситона в идеальной системе, зависящая от магнитного поля и толщины барьера  $D$  между квантовыми ямами электрона и дырки:  $E_{exc} \sim e^2/l\epsilon\sqrt{\pi/2}$  при  $D \ll l$  и  $E_{exc} \sim e^2/\epsilon D$  при  $D \gg l$  [17–19];  $\langle \dots \rangle_{av}$  — усреднение по флуктуациям случайного поля.

Характерной длиной изменения огибающей функции и эффективного потенциала  $\tilde{V}_{e,h}$  является корреляционная длина  $L$  потенциала  $V(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h)$ . В настоящей работе мы будем рассматривать случай  $L \gg r_{exc}$  ( $r_{exc}$  — средний размер экситона), т. е. плавный поверхностный потенциал, который, как показано в [21] с помощью сканирующей туннельной микроскопии, реализуется на границах интенсивно исследуемых структур AlGaAs—GaAs. Более строго условие плавности случайного потенциала можно выразить в виде [22]

$$r_{exc} \sqrt{\langle \nabla V^2 \rangle_{av}} \ll E_{exc}. \quad (13)$$

При условии, что корреляционная длина случайного потенциала превышает средний размер  $l$  магнитоэкситона, экспоненты в (10) можно разложить в ряд. В этом случае выражение (10) принимает вид

$$\begin{aligned} & (\tilde{V}_e(\mathbf{R}) + \tilde{V}_h(\mathbf{R})) F(\mathbf{R}) + \frac{il^2}{2H} [\mathbf{H}, \nabla_R(\tilde{V}_e(\mathbf{R}) - \tilde{V}_h(\mathbf{R}))] \nabla_R F(\mathbf{R}) - \\ & - \frac{l^4}{8} \left( \frac{\partial^2 F(\mathbf{R})}{\partial X^2} \frac{\partial^2 (\tilde{V}_e(\mathbf{R}) + \tilde{V}_h(\mathbf{R}))}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 F(\mathbf{R})}{\partial Y^2} \frac{\partial^2 (\tilde{V}_e(\mathbf{R}) + \tilde{V}_h(\mathbf{R}))}{\partial X^2} - \right. \\ & \left. - 2 \frac{\partial^2 F(\mathbf{R})}{\partial X \partial Y} \frac{\partial^2 (\tilde{V}_e(\mathbf{R}) + \tilde{V}_h(\mathbf{R}))}{\partial X \partial Y} \right) + \dots \end{aligned} \quad (14)$$

Второе слагаемое в (14) в рамках метода эффективной магнитной массы экситона играет роль дипольного взаимодействия магнитоэкситона с внешним эффективным электрическим полем (случайным в рассматриваемом случае). Действительно, дипольный момент магнитоэкситона на нижнем уровне Ландау определяется выражением

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{d} \rangle &= e \langle \mathbf{r} \rangle = e \sum_p |a_p|^2 \frac{l^2}{\hbar H} [\mathbf{H} \mathbf{P}] = \\ &= \frac{c}{SH^2} \sum_{p_1, p_2} a_{p_1}^* a_{p_2} \int \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \mathbf{P}_1 \mathbf{R}\right) \frac{\hbar}{i} [\mathbf{H} \nabla] \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{P}_2 \mathbf{R}\right) d\mathbf{R} = \\ &= \int F^*(\mathbf{R}) \frac{c\hbar}{iH^2} [\mathbf{H} \nabla] F(\mathbf{R}) d\mathbf{R}, \end{aligned} \quad (15)$$

т.е.  $(c\hbar/iH^2) [\mathbf{H} \nabla]$  играет роль оператора эффективного дипольного момента в пространстве огибающих функций  $F(\mathbf{R})$ . Аналогично нетрудно показать, что матричный элемент второго слагаемого в (14), вычисленный в обкладках огибающей функции  $F(\mathbf{R})$  при условии  $V(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) = e(\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h)\mathbf{E}$ , совпадает со средним оператора дипольного взаимодействия экситона с квазиоднородным (на размере экситона, см. (13)) электрическим полем  $\mathbf{E}$  в обкладках исходных волновых функций (2). Роль второго слагаемого ясно видна на примере экситона в квантовой точке, рассматриваемом в следующем разделе. В случайном поле среднее значение дипольного момента  $\mathbf{d}$  магнитоэкситона со средним значением магнитного импульса, равным нулю (для экситона в минимуме  $E(\mathbf{P})$  при  $\mathbf{P} = 0$ ), равно нулю.

Оставляя выражения нулевого порядка по параметру  $l/L$ , получим уравнение Шредингера вида

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2M_{exc}} \Delta + V_{eff}(\mathbf{R}) \right) F(\mathbf{R}) = \mathcal{E} F(\mathbf{R}), \quad (16)$$

где

$$V_{eff}(\mathbf{R}) = \frac{1}{\pi l^2} \int \exp\left(-\frac{(\mathbf{R} - \mathbf{r})^2}{l^2}\right) [V_e(\mathbf{r}) + V_h(\mathbf{r})] d\mathbf{r}. \quad (17)$$

Эффективное уравнение Шредингера (16) для магнитоэкситона инвариантно относительно замен  $t \rightarrow -t$ ,  $F \rightarrow F^*$  в отличие (при  $m_h \neq m_e$ ) от уравнений (1) и (12).

Действительно, уравнение (16) рассматривает движение магнитоэкситона как движение электрически нейтральной композитной частицы. В силу электронейтральности отсутствует явное взаимодействие с магнитным полем, приводящее к нарушению симметрии по отношению к обращению времени в (1), (12). Неявное взаимодействие с магнитным полем сказывается в перенормировке эффективной массы магнитоэкситона и в изменении корреляционной функции внешнего случайного поля. Учет в (16) слагаемых первого или более высоких порядков по малому в сильных магнитных полях параметру  $l/L$ , описывающих влияние рассеяния магнитоэкситона как целого на внутренние степени свободы, приводит при  $m_h \neq m_e$  к нарушению симметрии  $t \rightarrow -t$ ,  $F \rightarrow F^*$  (это обстоятельство следует учесть при рассмотрении слабой локализации магнитоэкситонов, ср. [16]). В следующем разделе будет показано, что учет слагаемых линейного и квадратичного порядка по параметру  $l/L$  приводит к перенормировке эффективной массы магнитоэкситона и к появлению в гамильтониане выражения, соответствующего поляризации экситона во внешнем поле.

Следовательно, уравнение Шредингера (16) применимо для магнитоэкситонов в слабых внешних полях  $V_e(\mathbf{r})$  и  $V_h(\mathbf{r})$ , корреляционные длины которых значительно превышает размер магнитоэкситона.

### 3. СПЕКТРЫ ПРЯМОГО И НЕПРЯМОГО МАГНИТОЭКСИТОНОВ В КВАНТОВЫХ ТОЧКАХ

Для того чтобы прояснить характер используемого далее приближения (16), рассмотрим магнитоэкситон, состоящий из электрона и дырки, расположенных в одной или в различных пространственно разделенных квантовых точках. Эта задача, разумеется, имеет и самостоятельный физический интерес в связи с экспериментальным изучением экситонов в квантовых точках в магнитных полях [23].

Предположим, что электрон и дырка удерживаются в квантовых точках параболическими потенциалами  $V_{e,h}(r) = \alpha_{e,h} r^2$ . Для расчета спектра магнитоэкситона воспользуемся уравнением (12). Оно справедливо при условии, что взаимодействие магнитоэкситонов с потенциалом квантовой точки не приводит к переходам между магнитоэкситонными уровнями внутреннего движения.

Используя (12), с учетом удерживающих потенциалов получаем

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2M} \Delta + (\alpha_e + \alpha_h) R^2 + \frac{c(\alpha_h - \alpha_e)}{eH^2} \mathbf{H} \hat{\mathbf{L}} \right) F(\mathbf{R}) = E' F(\mathbf{R}), \quad (18)$$

где  $\hat{\mathbf{L}} = -i\hbar[\mathbf{R}\nabla]$  — оператор момента импульса магнитоэкситона,

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{M_{exc}(D/l)} + \frac{l^4}{2\hbar^2} (\alpha_e + \alpha_h), \quad (19)$$

$E' = \mathcal{E} - l^2(\alpha_e + \alpha_h)/2$ . Заметим, что учет удерживающих потенциалов приводит к уменьшению эффективной магнитной массы магнитоэкситона. С ростом  $H$  величина  $M$  монотонно возрастает. Подчеркнем, что выражения (18), (19) получены из «точного» уравнения (12) (а не приближенного (16)) без использования разложения по параметру отношения магнитной длины к характерному радиусу локализации  $L \sim a_0$  (см. ниже). Использование уравнения (16) привело бы к отсутствию третьего слагаемого

в (18), описывающего поляризацию экситона во внешнем поле, и к неперенормированной эффективной массе экситона.

Таким образом, для  $F(\mathbf{R})$  получаем

$$F_{nm}(\mathbf{R}) = \sqrt{\frac{n!}{2\pi(n+|m|!)}} \frac{e^{im\phi}}{a_0} \left(\frac{R}{\sqrt{2}a_0}\right)^{|m|} L_n^{|m|} \left(\frac{R^2}{2a_0^2}\right) \exp\left(-\frac{R^2}{4a_0^2}\right), \quad (20)$$

где

$$a_0 = \left(\frac{\hbar^2}{2\widetilde{M}(\alpha_e + \alpha_h)}\right)^{1/4} \quad (21)$$

— радиус локализации магнитоэкситона в квантовых точках,  $L_n^m$  — полиномы Лагерра. С ростом параметра  $D/l$  или магнитного поля  $H$  уменьшается область локализации магнитоэкситона.

Спектр (18) полностью дискретен:

$$E'_{nm} = ml^2(\alpha_h - \alpha_e) + 4\hbar\sqrt{\frac{\alpha_e + \alpha_h}{2\widetilde{M}}} \left(n + \frac{|m| + 1}{2}\right). \quad (22)$$

Увеличение  $H$  приводит к уменьшению расстояния между уровнями (22), т. е. к более тонкой структуре магнитоэкситонного поглощения на нижнем уровне Ландау внутреннего движения магнитоэкситона. Сужение тонкой структуры связано с ростом эффективной магнитной массы экситона (19) и уменьшением магнитной длины  $l$  с ростом магнитного поля (и аналогично уменьшению ширины магнитоэкситонной зоны в квантовых ямах с ростом  $H$  [19]). Такая структура экситонного поглощения наблюдалась в естественных квантовых точках в [23].

До сих пор мы обсуждали экситонный спектр, примыкающий к нижнему уровню Ландау. Аналогично, весь спектр экситона в связанных квантовых точках в сильном магнитном поле представляет собой экситонную тонкую структуру, примыкающую к более высоким уровням Ландау. Отметим лишь, что для более высоких уровней надо учесть также тонкие структуры, отвечающие экситонам в «ротонных» минимумах [17–19]. При  $D = 0$  полученные результаты находятся в хорошем согласии с численными расчетами спектра магнитоэкситона в квантовой точке [24].

Если  $\alpha_e = \alpha_h$ , уровни (22) вырождены по квантовому числу  $N = 2n + |m|$ . Каждое состояние, исключая  $(0, 0)$ , вырождено  $N + 1$ -кратно.

Приближение (18) справедливо при условии

$$\alpha_e + \alpha_h \ll \omega_c^2 \mu. \quad (23)$$

Как следует из (23), с ростом магнитного поля расширяется область применимости полученных результатов.

Вероятность рождения экситона, как известно [25, 26], определяется величиной

$$\int |\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r})|^2 \delta(\mathbf{r}) d\mathbf{R} d\mathbf{r}, \quad (24)$$

т. е. вероятностью обнаружить электрон и дырку в одном месте. Здесь мы рассматриваем изолированную квантовую точку либо рождение прямого экситона в связанных квантовых точках. Используя (2), представим (24) в виде

$$\frac{1}{2\pi l^2} \sum_p |a_p|^2 \exp\left(-\frac{P^2 l^2}{2\hbar^2}\right). \quad (25)$$

Коэффициент  $a_p$  является фурье-образом функции (20) и при  $n = m = 0$  определяется выражением

$$a_p = \sqrt{\frac{2\pi}{S}} 2a_0 \exp\left(-\frac{P^2 a_0^2}{\hbar^2}\right). \quad (26)$$

Подставляя (26) в (25), получим, что магнитоэкситонное поглощение в квантовой точке пропорционально величине

$$\frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{a_0}{l}\right)^2 \frac{1}{4a_0^2 + l^2}, \quad (27)$$

которая монотонно возрастает с ростом  $H$  в области сильных магнитных полей, что связано с пространственным сжатием волновых функций при росте  $H$ . С ростом  $\alpha_e + \alpha_h$  это возрастание замедляется.

#### 4. МАГНИТОЭКСИТОННОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА В ОДИНОЧНОЙ КВАНТОВОЙ ЯМЕ

Флуктуации толщины квантовой ямы, возникающие в процессе изготовления квантовой ямы, приводят к возникновению случайного потенциала. Взаимодействие экситона и такого случайного поля при условии малости этих флуктуаций по сравнению со средней шириной ямы и для достаточно плавных флуктуаций имеет вид [12, 27, 28]

$$V(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) = \bar{\alpha}_e [\xi_1(\mathbf{r}_e) - \xi_2(\mathbf{r}_e)] + \bar{\alpha}_h [\xi_1(\mathbf{r}_h) - \xi_2(\mathbf{r}_h)], \quad (28)$$

где  $\bar{\alpha}_{e,h} = \partial E_{e,h}^{(0)} / \partial d$ ,  $d$  — толщина квантовой ямы,  $E_{e,h}^{(0)}$  — нижние уровни энергии электрона и дырки в валентной зоне и в зоне проводимости,  $\xi_{1,2}(\mathbf{r})$  — флуктуации толщины ямы на верхней и нижней поверхностях. Будем считать, что флуктуации на разных поверхностях статистически независимы, в то время как на одной поверхности описываются гауссовой корреляционной функцией

$$\langle \xi_i(\mathbf{r}_1) \xi_j(\mathbf{r}_2) \rangle = g_i \delta_{ij} \delta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1), \quad (29)$$

где  $g_i$  — величина, пропорциональная квадрату амплитуды флуктуации  $i$ -ой поверхности [12, 27, 28].

Коэффициент экситонного поглощения можно представить в виде  $\alpha = \alpha_0 A(E)$  [25, 15], где  $\alpha_0$  — множитель, слабо зависящий от частоты  $\omega = E + E_g + E_{exc}$  ( $E_g$  — ширина запрещенной зоны, здесь  $\hbar = 1$ ), а  $A(E)$  — определяется выражением

$$A(E) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} G_1(0, E), \quad (30)$$

где  $G_1(0, E)$  — фурье-образ запаздывающей функции Грина при  $k = 0$ . Используя метод реплик, представим функцию Грина в виде функционального интеграла по бозе-полям [29, 16]:

$$G_{1,2}(E, R_1, R_2) = \lim_{N \rightarrow 0} \int D\phi_a^p \phi_1^{1,2}(R_1) \phi_1^{1,2}(R_2) e^L, \quad (31)$$

$$L = \frac{is_p}{2} \int \phi_a^p(\mathbf{r}) \left[ E_p - \frac{\nabla R^2}{2M_{exc}} - V_{eff}(\mathbf{R}) \right] \phi_a^p(\mathbf{r}) d\mathbf{r}.$$

Здесь  $\phi_a^p(\mathbf{r})$  — действительные поля и по повторяющимся индексам подразумевается суммирование, репличные индексы  $a = 1, \dots, N$ ,  $p = 1, 2$ ,  $s_1 = -s_2 = 1$ ,  $E_p = E + is_p \eta$ ,  $\eta \rightarrow 0$ . Выполнив гауссово усреднение в (31) по  $\xi_i(\mathbf{r})$ , получим

$$L = \frac{is_p}{2} \int \phi_a^p(\mathbf{R}) \left( E_p - \frac{\nabla R^2}{2M} \right) \phi_a^p(\mathbf{R}) d^2\mathbf{r} - \frac{1}{8} \int d\mathbf{R}_1 d\mathbf{R}_2 \phi_a^p(\mathbf{R}_1) \phi_a^p(\mathbf{R}_1) s_p B(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) \phi_b^q(\mathbf{R}_2) \phi_b^q(\mathbf{R}_2) s_q, \quad (32)$$

где  $B(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2) = \langle V_{eff}(\mathbf{R}_1) V_{eff}(\mathbf{R}_2) \rangle_{av}$ , эффективный потенциал  $V_{eff}$  определяется формулой (17). В результате определяющий свойства экситона коррелятор случайных полей, в отличие от полей, действующих порознь на электрон и дырку, описывают цветной (а не белый) гауссов шум:

$$B(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2) = \frac{g_1 + g_2}{2\pi l^2} (\bar{\alpha}_e + \bar{\alpha}_h)^2 \exp\left(-\frac{(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2)^2}{2l^2}\right). \quad (33)$$

Заметим, что в пределе очень сильных магнитных полей  $l \rightarrow 0$ , а следовательно,  $B(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2) \sim (g_1 + g_2)(\bar{\alpha}_e + \bar{\alpha}_h)^2 \delta(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2)$ , т.е. для магнитоэкситона восстанавливается белый шум случайного поля. Наличие симметрии  $t \rightarrow -t$  в уравнении Шредингера (16) и подавление дальнего действия характера действия случайного поля ликвидируют причины, возможно приводящие к появлению различных транспортных коэффициентов в купероне и диффузионе [30].

Вследствие трансляционной инвариантности и изотропии корреляционная функция экситона зависит только от  $|\mathbf{R}| = |\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2|$ .

Для получения эффективного потенциала, описывающего медленные флуктуации, удобно расцепить взаимодействующую часть лагранжиана с помощью билокального поля  $Q(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  (см. [29, 16]):

$$\exp(L_{int}) = \int D\hat{Q} \exp \left[ \frac{i}{2} \int d\mathbf{R}_1 d\mathbf{R}_2 \sqrt{s_p s_q} Q_{ab}^{pq} \phi_a^p(\mathbf{R}_1) \phi_b^q(\mathbf{R}_2) - \frac{1}{2} \int d\mathbf{R}_1 d\mathbf{R}_2 \text{Sp} \hat{Q}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) B^{-1}(|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2|) \hat{Q}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) \right], \quad (34)$$

$$L_{int} = -\frac{1}{8} \int d\mathbf{R}_1 d\mathbf{R}_2 \phi_a^p(\mathbf{R}_1) \phi_a^p(\mathbf{R}_1) s_p B(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) \phi_b^q(\mathbf{R}_2) \phi_b^q(\mathbf{R}_2) s_q.$$

Введем производящий функционал

$$Z[J] = \int D\hat{Q} D\phi_a^p \exp \left( L[\hat{Q}, \phi] + \int J_{ab}^{pq}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) \phi_a^p(\mathbf{R}_1) \phi_b^q(\mathbf{R}_2) d\mathbf{R}_1 d\mathbf{R}_2 \right), \quad (35)$$

где  $J_{ab}^{pq}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = J_{ba}^{qp}(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1)$ . Тогда выражение для функции Грина есть

$$\left. \frac{\delta Z[J]}{\delta J_{11}^{pp}} \right|_{J=0} = i s_p G_p(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2), \quad (36)$$

или (см. [16])

$$\langle G_p(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2) \rangle_{av} = -2B^{-1}(R_1 - R_2) \langle Q_{11}^{pp}(R_1, R_2) \rangle, \quad (37)$$

где  $\langle \dots \rangle$  — функциональный интеграл по полю  $Q$ .

Лагранжиан в (35) квадратичен по  $\phi_a^p$ , поэтому прямым интегрированием получаем

$$L[\hat{Q}] = -\frac{1}{2} \text{Sp} \ln \left[ \hat{s} \left( E - \frac{\nabla_R^2}{2M_{exc}} \right) \delta(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2) + \tilde{Q} \right] - \\ - \frac{1}{2} \int d\mathbf{R}_1 d\mathbf{R}_2 \text{Sp} \tilde{Q}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) B^{-1}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) \tilde{Q}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2), \quad (38)$$

где  $\hat{s}_{ab}^{pq} = s_p \delta_{pq} \delta_{ab}$ ,  $\tilde{Q}_{ab}^{pq} = \sqrt{s_p s_q} \hat{Q}_{ab}^{pq}$ .

Найдем стационарную траекторию лагранжиана. Она удовлетворяет уравнению

$$\frac{\delta L}{\delta Q} = 0. \quad (39)$$

Ищем решение этого уравнения в виде

$$\tilde{Q}_{ab}^{pq} = \delta_{pq} \delta_{ab} Q_a^p. \quad (40)$$

Уравнение для  $Q_a^p$  в седловом приближении есть

$$G_p^0(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = -2B^{-1}(|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2|) Q_a^p(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2), \quad (41)$$

где

$$G_p^0(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = \langle \mathbf{R}_1 | \frac{1}{E - \nabla_R^2 / 2M_{exc} + Q_a^p} | \mathbf{R}_2 \rangle. \quad (42)$$

Уравнения (41), (42) определяют функцию Грина в седловом приближении. Седловое приближение, как известно, эквивалентно приближению когерентного потенциала. Оно позволяет самосогласованно найти эффективный потенциал рассеяния  $-Q$  с помощью самосогласованной процедуры (41), (42). Приближение когерентного потенциала дает не только хорошие качественные, но и количественные результаты для расчета спектров [31].

Из-за трансляционной инвариантности и изотропии решение интегрального уравнения относительно  $Q_p$  будет зависеть только от  $|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2|$ . Переходя к фурье-представлению из (41), получаем:

$$Q_p(\mathbf{k}) = -\frac{1}{2} \int G_p^0(\mathbf{q}) B(|\mathbf{k} - \mathbf{q}|) \frac{dq}{(2\pi)^2}. \quad (43)$$

В пределе  $g_i \rightarrow 0$  величина  $\text{Im} Q_p$  является малой, поэтому аналогично [29, 16] можно сделать замену

$$\text{Im} G_p^0(q) \rightarrow -\pi \delta \left( E - \frac{q^2}{2M_{exc}} \right). \quad (44)$$

Подставляя (44) в (43) и используя для мнимой части функцию Грина в приближении когерентного потенциала, находим

$$\text{Im } G_p^0(k) = \frac{\text{Im } Q_p(k)}{(E - k^2/2M_{exc})^2 + [\text{Im } Q_p(k)]^2}, \quad (45)$$

где

$$\text{Im } Q_p(k) = \frac{\pi}{2} \int \delta \left( E - \frac{q^2}{2M_{exc}} \right) B(|\mathbf{k} - \mathbf{q}|) \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2},$$

или

$$\text{Im } Q_p(k) = \frac{1}{2} B_0 M_{exc} \pi l^2 \exp \left( -\frac{1}{2} k^2 l^2 - M_{exc} E l^2 \right) I_0 \left( k l^2 \sqrt{2M_{exc} E} \right), \quad (46)$$

где  $B_0$  — предэкспоненциальный фактор (33).

Возвращаясь к (30), получим выражение для коэффициента экситонного поглощения в приближении когерентного потенциала:

$$A(E) = \frac{1}{2\pi} \frac{M_{exc} B_0 \pi l^2 \exp(-M_{exc} E l^2)}{E^2 + (M_{exc} B_0 \pi l^2 / 2)^2 \exp(-2M_{exc} E l^2)}. \quad (47)$$

Максимум поглощения приходится на область малых энергий  $M_{exc} E l^2 \ll 1$ . При условии  $d^2 \ll a_{e,h} l$  ( $a_{e,h}$  — эффективные боровские радиусы электрона и дырки в плоскости квантовой ямы) коэффициент разложения энергии размерного квантования электронов и дырок по флуктуациям толщин квантовых ям имеет, очевидно, вид  $\tilde{\alpha}_{e,h} = -\pi^2 / m_{e,h} d^3$ , где  $d$  — средняя толщина ямы (см. [27]). Поэтому входящая в (47) величина  $B$  (амплитуда коррелятора случайных полей, см. (33)) ведет себя как  $1/d^6$ . В результате коэффициент поглощения при  $E = 0$  есть

$$A(0) = \frac{4}{\pi^5} \frac{d^6 \mu_z^2}{(g_1 + g_2) M_{exc}}, \quad (48)$$

где  $\mu_z = m_{ze} m_{zh} / (m_{ze} + m_{zh})$ . С ростом  $H$  коэффициент поглощения (48) убывает как  $1/\sqrt{H}$ , так как магнитная масса экситона  $M_{exc}$  возрастает с ростом  $H$  как  $\sqrt{H}$ . Полуширина линии поглощения возрастает с ростом амплитуды  $g$  случайного поля.

Рассчитаем  $A(E)$  в области больших и отрицательных энергий  $E$ . В этой области энергий плотность состояний отлична от нуля лишь благодаря сравнительно маловероятным конфигурациям случайного поля. В силу макроскопической однородности области, содержащие большие отрицательные флуктуации потенциала, должны быть удалены друг от друга на расстояния, существенно большие, чем их собственные размеры, и, кроме того,  $\int V_{eff} d\mathbf{r} = 0$ . Таким образом, типичные реализации (оптимальные флуктуации), ответственные за возникновение спектра в области больших и отрицательных энергий  $E$ , должны иметь вид достаточно глубоких ям, разделенных областями, где потенциал принимает свои типичные значения

$$\langle V_{eff} \rangle_{av} \pm \sqrt{\langle V_{eff}^2 \rangle_{av} - \langle V_{eff} \rangle_{av}^2} = \pm \sqrt{\langle V_{eff}^2 \rangle_{av}}.$$

Плотность состояний при  $E \rightarrow -\infty$  может быть рассчитана методом оптимальных флуктуаций [32] или методом перевала [33] в функциональном интеграле (32). В методе перевала основной вклад по параметру  $1/M_{exc} E l^2$  в функциональный интеграл (32),

определяющий функцию Грина, дают инстантоны. Инстантонный вклад в плотность состояний при больших  $E$  является асимптотически точным и в одномерных системах совпадает с результатом, полученным методом оптимальных флуктуаций. Этот вклад определяется поведением корреляционной функции  $B(\mathbf{R})$  в области  $R \ll l$ . Поэтому, ограничиваясь низшей степенью  $\mathbf{R}$  в разложении  $B(\mathbf{R})$  по  $\mathbf{R}$ , получим

$$B(R) \approx B_0 \left( 1 - \frac{R^2}{2l^2} \right). \quad (49)$$

Используя выражение для функции Грина в инстантонном приближении, полученное в [33], находим коэффициент экситонного поглощения

$$A(E) = \frac{E^2 l}{(\bar{\alpha}_e + \bar{\alpha}_h)^3 (g_1 + g_2)^{3/2}} \exp \left( - \frac{2\pi l^2 E^2}{(\bar{\alpha}_e + \bar{\alpha}_h)^2 (g_1 + g_2)} \right). \quad (50)$$

## 5. МАГНИТОЭКСИТОННОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА В СВЯЗАННЫХ КВАНТОВЫХ ЯМАХ

Взаимодействие экситона, электрон и дырка которого находятся в различных пространственно разделенных квантовых ямах, со случайным полем, обусловленным флуктуациями толщин ям электрона и дырки, имеет вид [12]

$$V(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) = \bar{\alpha}_e [\xi_1(\mathbf{r}_e) - \xi_2(\mathbf{r}_e)] + \bar{\alpha}_h [\xi_3(\mathbf{r}_h) - \xi_4(\mathbf{r}_h)], \quad (51)$$

где  $\bar{\alpha}_{e,h} = \partial E_{e,h}^{(0)} / \partial d_{e,h}$ ,  $d_{e,h}$  — средние толщины квантовых ям электрона и дырки,  $\xi_1$  и  $\xi_2$  ( $\xi_3$  и  $\xi_4$ ) — флуктуации толщин ям электрона (дырки) соответственно на верхней и нижней поверхностях ям (условие применимости (51) аналогично обсуждавшемуся в связи с (28)).

По-прежнему считаем, что флуктуации на разных поверхностях квантовых ям статистически независимы, в то время как на одной поверхности описываются гауссовой корреляционной функцией (29). Это возможно при условии, что расстояние  $D$  между ямами электрона и дырки больше флуктуации толщин этих ям на ближайших поверхностях (противоположный случай реализуется в двойных квантовых ямах).

Корреляционная функция эффективного потенциала имеет вид

$$B(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2) = \frac{\bar{\alpha}_e^2 (g_1 + g_2) + \bar{\alpha}_h^2 (g_3 + g_4)}{2\pi l^2} \exp \left( - \frac{(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2)^2}{2l^2} \right). \quad (52)$$

Коэффициент поглощения при  $E = 0$  есть

$$A(0) = \frac{4}{\pi^5 M(\mathcal{D})} \left( \frac{g_1 + g_2}{m_{ze}^2 d_e^6} + \frac{g_3 + g_4}{m_{zh}^2 d_h^6} \right)^{-1}, \quad (53)$$

где

$$M(\mathcal{D}) = \frac{2^{3/2} \epsilon \hbar^2}{e^2 l \sqrt{\pi}} \left[ (1 + \mathcal{D}^2) \exp \left( \frac{\mathcal{D}^2}{2} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{\mathcal{D}}{\sqrt{2}} \right) - \mathcal{D} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right]^{-1} \quad (54)$$

— эффективная масса непрямого магнитоэкситона в состоянии  $n = m = 0$  в связанной квантовой яме (см. [18, 19]),  $\mathcal{D} = D/l$ . По причинам, указанным в разд. 4,  $A(0)$  убывает с ростом магнитного поля как  $1/\sqrt{H}$  при  $\mathcal{D} \ll 1$  и как  $1/H^2$  при  $\mathcal{D} \gg 1$  в согласии с экспериментально наблюдаемым уменьшением пика люминесценции [3]. С ростом  $\mathcal{D}$  величина пика уменьшается.

При  $M(\mathcal{D})l^2|E| \gg 1$  в инстантонном приближении коэффициент магнитоэкситонного поглощения имеет вид:

$$A(E) = \frac{E^2 l}{[\tilde{\alpha}_e^2(g_1 + g_2) + \tilde{\alpha}_h^2(g_3 + g_4)]^{3/2}} \exp\left(-\frac{2\pi l^2 E^2}{[\tilde{\alpha}_e^2(g_1 + g_2) + \tilde{\alpha}_h^2(g_3 + g_4)]}\right). \quad (55)$$

Заметим, что параметр  $M(\mathcal{D})l^2$  является немонотонной функцией  $H$  и  $D$  в силу возрастания эффективной массы (54) и уменьшения магнитной длины  $l$  с ростом магнитного поля. Так, при  $D > 0.7a^*$  ( $a^*$  — боровский радиус экситона) он возрастает с ростом  $H$  в области сильных магнитных полей и убывает при  $D < 0.7a^*$ . Следовательно, увеличение  $H$  при  $D < 0.7a^*$  может привести к изменению типа поглощения от (55) к (53), а при  $D > 0.7a^*$  с ростом магнитного поля уменьшается энергия  $|E|$ , начиная с которой справедливо инстантонное приближение.

## 6. МАГНИТОЭКСИТОННОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА В ТВЕРДЫХ ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ РАСТВОРАХ

Потенциал взаимодействия экситона со случайным полем  $\xi(\mathbf{r})$  локальной флуктуации концентрации двухкомпонентного раствора имеет вид [14–16]

$$\hat{V}(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) = \beta_e \xi(\mathbf{r}_e) - \beta_h \xi(\mathbf{r}_h), \quad (56)$$

где

$$\beta_e = \frac{1}{N} \frac{\partial E_c}{\partial x}, \quad \beta_h = \frac{1}{N} \frac{\partial E_v}{\partial x},$$

$x$  — средняя доля узлов атомов А,  $E_c$  — дно зоны проводимости,  $E_v$  — потолок валентной зоны,  $N$  — концентрация узлов решетки, в которых могут находиться либо атомы сорта А, либо атомы сорта В,  $\xi(\mathbf{r})$  — избыточная концентрация одного из компонентов твердого раствора. Гауссова случайная функция  $\xi(\mathbf{r})$  удовлетворяет соотношению [15]

$$\langle \xi(\mathbf{r}_1) \xi(\mathbf{r}_2) \rangle = Nx(1-x)\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2). \quad (57)$$

Используя (17) и (57), получаем корреляционную функцию эффективного потенциала

$$B(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2) = \frac{(\beta_e - \beta_h)^2}{2\pi l^2} g \exp\left(-\frac{(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2)^2}{2l^2}\right), \quad (58)$$

где  $g = Nx(1-x)$ . При  $\beta_e = \beta_h$  корреляционная функция обращается в нуль. Учет в (57) отклонений случайного поля от гауссовского распределения вида [22]

$$\sum_{\alpha, \beta=x, y} b_{\alpha\beta} \frac{\partial^2 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)}{\partial r_{1\alpha} \partial r_{2\beta}}$$

не меняет результата ( $B(\mathbf{R}) = 0$  при  $\beta_e = \beta_h$ ). Слабое взаимодействие возникает лишь при учете виртуальных переходов на другие уровни Ландау (см. [34]).

Коэффициент поглощения при  $E = 0$  есть

$$A(0) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^2 l}{\epsilon \hbar^2 g} \frac{1}{(\beta_e - \beta_h)^2}. \quad (59)$$

С ростом  $H$  коэффициент поглощения (59) убывает как  $1/\sqrt{H}$ .

Коэффициент магнитоэкситонного поглощения в квантовой яме на основе раствора  $A^{\text{III}}B^{\text{V}}$  в инстантонном приближении имеет вид

$$A(E) = \frac{E^2 l}{|\beta_e - \beta_h|^3 g^{3/2}} \exp\left(-\frac{2\pi l^2 E^2}{(\beta_e - \beta_h)^2 g}\right). \quad (60)$$

## 7. ВЫВОДЫ

Рассчитан коэффициент магнитоэкситонного поглощения в одиночной квантовой яме и в связанных квантовых ямах с учетом квазидвумерных случайных полей, обусловленных флуктуациями толщин квантовых ям или флуктуациями концентраций компонентов твердого раствора замещения. Увеличение дисперсии случайного поля приводит к уменьшению пика линии поглощения и к ее уширению. Аналогичное изменение кривой поглощения происходит при увеличении расстояния между связанными квантовыми ямами, в которых находятся электрон и дырка. В области сильных магнитных полей максимум пика уменьшается с ростом магнитного поля в согласии с экспериментом [3]. Рассчитаны спектры прямого и непрямого магнитоэкситонов в одной и в связанных квантовых точках.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, INTAS и программой «Физика твердотельных наноструктур». Один из авторов (А. М. Р.) был поддержан программой «Соросовские аспиранты» фонда Дж. Сороса ISSEP.

## Литература

1. T. Fukuzawa, E. E. Mendez, and J. M. Hong, Phys. Rev. Lett. **64**, 3066 (1990).
2. L. V. Butov, V. D. Kulakovskii, G. E. W. Bauer, A. Forchel, and D. Grützmacher, Phys. Rev. B **46**, 12765 (1992).
3. L. V. Butov, A. Zrenner, G. Abstreiter, G. Böhm, and G. Weimann, Phys. Rev. Lett. **73**, 304 (1994).
4. J.-P. Cheng, J. Kono, B. D. McCombe, I. Lo, W. C. Mitchel, and C. E. Stutz, Phys. Rev. Lett. **74**, 450 (1995).
5. U. Sivan, P. M. Solomon, and H. Strikman, Phys. Rev. Lett. **68**, 1196 (1992).
6. L. V. Butov, A. Zrenner, G. Abstreiter, A. V. Petinova, and K. Eberl, Phys. Rev. B **52**, 12153 (1995).
7. M. Bayer, V. B. Timofeev, F. Faller, T. Gutbrod, and A. Forchel, Phys. Rev. B **54**, 8799 (1996).
8. А. И. Филин, В. Б. Тимофеев, С. И. Губарев, Д. Биркедель, Дж. М. Хван, Письма в ЖЭТФ **65**, 623 (1997).

9. В. Б. Тимофеев, А. В. Ларионов, П. С. Дорожкин, М. Байер, А. Форхел, Ж. Страка, Письма в ЖЭТФ **65**, 840 (1997).
10. Ю. Е. Лозовик, В. И. Юдсон, Письма в ЖЭТФ **22**, 274 (1975); ЖЭТФ **71**, 738 (1976).
11. Ю. Е. Лозовик, М. В. Никитков, ЖЭТФ **111**, 1107 (1997).
12. Ю. Е. Лозовик, А. М. Рувинский, ФТП **32**, 596 (1998), Yu. E. Lozovik and A. M. Ruvinsky, Phys. Scripta **58**, 90 (1998).
13. Ю. Е. Лозовик, О. Л. Берман, ЖЭТФ **111**, 1879 (1997); Ю. Е. Лозовик, О. Л. Берман, В. Г. Цветус, Письма в ЖЭТФ **66**, 332 (1997).
14. С. Д. Барановский, А. Л. Эфрос, ФТП **12**, 2233 (1978).
15. Н. Н. Аблязов, М. Э. Райх, А. Л. Эфрос, ФТТ **25**, 353 (1983).
16. Ж. С. Геворкян, Ю. Е. Лозовик, ФТТ **27**, 1800 (1985).
17. И. В. Лернер, Ю. Е. Лозовик, ЖЭТФ **78**, 1167 (1980).
18. Ю. Е. Лозовик, А. М. Рувинский, ФТТ **39**, 2220 (1997).
19. Ю. Е. Лозовик, А. М. Рувинский, ЖЭТФ **112**, 1791 (1997); Yu. E. Lozovik and A. M. Ruvinsky, Phys. Lett. A **227**, 271 (1997).
20. Yu. E. Lozovik, submitted to Physica E.
21. D. Bimberg, J. Christen, T. Fukunaga, H. Nakashima, D. E. Mars, and J. N. Miller, J. Vac. Sci. Technol. **5**, 1191 (1987); M. Tanaka and H. Sakaki, J. Cryst. Growth **81**, 153 (1987).
22. В. Л. Бонч-Бруевич, И. П. Звягин, Р. Кайпер, А. Г. Миронов, Р. Эндерлайн, Б. Эссер, в сб. *Электронная теория неупорядоченных полупроводников*, Наука, Москва (1981), с. 350.
23. A. Zrenner, L. V. Butov, M. Hagn, G. Abstreiter, G. Böhm, and G. Weimann, Phys. Rev. Lett. **72**, 3382 (1994).
24. V. Halonen, T. Chakraborty, and P. Pietiläinen, Phys. Rev. B **45**, 5980 (1992).
25. R. J. Elliott and R. Loudon, J. Phys. Chem. Sol. **15**, 196 (1960).
26. Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, ЖЭТФ **53**, 717 (1967).
27. P. K. Basu and P. Ray, Phys. Rev. B **44**, 1844 (1991).
28. A. B. Dzyubenko and G. E. W. Bauer, Phys. Rev. B **51**, 14524 (1995).
29. S. John and M. J. Stephen, Phys. Rev. B **28**, 6358 (1983).
30. P. I. Arseyev and A. B. Dzyubenko, Phys. Rev. B **52**, R2261 (1995).
31. R. J. Elliott, J. A. Krumhansl, and P. L. Leath, Rev. Mod. Phys. **46**, 465 (1974).
32. B. I. Halperin and M. Lax, Phys. Rev. **148**, 722 (1966); Phys. Rev. **153**, 802 (1967).
33. S. John and M. J. Stephen, J. Phys. C **17**, L559 (1984).
34. A. B. Dzyubenko and Yu. E. Lozovik, J. Phys. A **24**, 415 (1991).