

О МАГНИТНОМ ПОЛЕ, ГЕНЕРИРУЕМОМ В ПЛАЗМЕ КОРОТКИМ ЛАЗЕРНЫМ ИМПУЛЬСОМ С КРУГОВОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ

Л. М. Горбунов, Р. Р. Рамазашвили*

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
117924, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 27 января 1998 г.

Рассмотрена генерация квазистатического магнитного поля коротким лазерным импульсом с круговой поляризацией в разреженной холодной однородной плазме. Показано, что имеются два физических механизма, ответственных за генерацию различных компонент магнитного поля. Один из них связан с действием пондеромоторных сил и определяет генерацию азимутальной компоненты магнитного поля. Другой механизм аналогичен обратному эффекту Фарадея (ОЭФ) в неоднородной плазме, и он обуславливает генерацию аксиальной и радиальной компонент магнитного поля. При умеренных интенсивностях излучения все компоненты магнитного поля пропорциональны квадрату интенсивности. Пространственная структура магнитного поля существенно зависит от формы импульса и плотности плазмы.

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы достигнут значительный прогресс в генерации субпикосекундных лазерных импульсов с энергией в десятки джоулей и интенсивностью излучения 10^{18} – 10^{20} Вт/см². Распространяясь в плазме, такие импульсы возбуждают плазменные колебания, в электрическом поле которых возможно ускорение электронов до высокой энергии (см. обзор [1]). Наряду с квазистатическим электрическим полем, возникновение которого связано с разделением зарядов в плазме, лазерный импульс генерирует квазистатические вихревые токи и магнитные поля. Этот вопрос в последнее время стал привлекать внимание особенно для лазерных импульсов с круговой поляризацией, где возможен обратный эффект Фарадея (ОЭФ). В работе [2] в рамках теории возмущений относительно параметра $a = v_E/c < 1$ (v_E и c — средняя скорость движения электрона в поле лазерного излучения и скорость света соответственно) было найдено, что в холодной однородной бездиссипативной плазме ОЭФ возникает в квадратичном приближении. Однако в работе [3] при тех же ограничениях, что и в [2], было показано, что независимо от поляризации излучения лазерный импульс генерирует квазистатическое магнитное поле только в четвертом порядке по параметру a . В работах [4, 5] аксиальное магнитное поле, генерируемое в плазме лазерным импульсом из-за ОЭФ, было рассмотрено без использования теории возмущений по параметру a . Однако результаты этих работ противоречат друг другу. Так, согласно [4] в пределе $a < 1$ магнитное поле оказывается пропорциональным a^2 , что соответствует результату работы [2]. Согласно [5] при $a < 1$ магнитное поле пропорционально a^4 , что согласуется с работой [3]. В работе [5] указана та ошибка, которая привела авторов работ [2, 4] к существенному

*E-mail: gorbun@sci.lebedev.ru

завышению ОЭФ. Однако как в [2, 4], так и в [5] обсуждается только магнитное поле, связанное с ОЭФ, в то время как имеются и другие физические механизмы, которые в определенных условиях приводят к генерации более сильного магнитного поля.

В данной работе, используя теорию возмущений относительно параметра a , мы систематически рассмотрим все компоненты магнитного поля, которые короткий лазерный импульс с круговой поляризацией генерирует в холодной однородной бездиссипативной плазме. Мы покажем, что квазистатические вихревые токи и магнитные поля возникают только в четвертом приближении относительно a . При этом имеются два типа токов и магнитных полей. Один тип (азимутальное магнитное поле, аксиальная и радиальная компоненты тока) генерируется лазерным импульсом независимо от его поляризации и существует не только внутри импульса, но и позади него в области кильватерного поля [3]. Другой тип (азимутальный ток, аксиальная и радиальная компоненты магнитного поля) генерируется только лазерным импульсом с круговой поляризацией (ОЭФ). Такое магнитное поле в продольном направлении локализовано внутри импульса. Абсолютные значения всех трех компонент магнитного поля зависят как от размеров импульса, так и от плотности плазмы. ОЭФ может проявиться только для достаточно длинных и узких импульсов, распространяющихся в относительно плотной плазме. Эти вопросы обсуждаются в статье на примере импульса конкретной формы.

2. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

При рассмотрении распространения короткого лазерного импульса в плазме используем систему уравнений Максвелла для электрического \mathbf{E} и магнитного \mathbf{B} полей совместно с системой релятивистских гидродинамических уравнений для холодной электронной жидкости (см., например, [2]):

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} en\mathbf{v}, \quad (2.2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi e(n - n_0), \quad (2.3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{p} = e\mathbf{E} + \frac{e}{c}[\mathbf{v}\mathbf{B}], \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div}(n\mathbf{v}) = 0, \quad (2.6)$$

где n , \mathbf{v} и \mathbf{p} — концентрация, скорость и импульс электронов соответственно, причем $\mathbf{p} = m\mathbf{v}\gamma$, где $\gamma = \sqrt{1 + (\mathbf{p}/mc)^2}$ — релятивистский фактор. Ионы плазмы предполагаются неподвижными, однозарядными и имеющими однородную концентрацию n_0 .

Из уравнений (2.5) и (2.1) для величины $\mathbf{\Omega} = \text{rot } \mathbf{p} + (e/c)\mathbf{B}$, называемой обобщенным вихрем, следует уравнение

$$\frac{\partial \mathbf{\Omega}}{\partial t} = \text{rot}[\mathbf{v}\mathbf{\Omega}]. \quad (2.7)$$

Согласно (2.7) поток обобщенного вихря через произвольную поверхность, ограниченную контуром, движущимся вместе с жидкостью, постоянен (см. например, [6]). Поэтому величина $\mathbf{\Omega}$ в данной точке равна нулю при условии, что она была равна нулю в этой точке до прихода в нее лазерного импульса и, следовательно,

$$\mathbf{B} = -\frac{c}{e} \text{rot } \mathbf{p}. \quad (2.8)$$

Подставив (2.8) в (2.5), найдем для напряженности электрического поля:

$$\frac{e\mathbf{E}}{mc} = e\nabla\gamma + \frac{1}{mc} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t}. \quad (2.9)$$

Согласно уравнению (2.3) концентрация электронов равна

$$\frac{n - n_0}{n_0} = \frac{c}{\omega_p^2} \nabla \left(\frac{\partial}{\partial t} \frac{\mathbf{p}}{mc} + c\nabla \sqrt{1 + \left(\frac{\mathbf{p}}{mc}\right)^2} \right), \quad (2.10)$$

где $\omega_p = \sqrt{4\pi n_0 e^2 / m}$ — плазменная частота электронов, определяемая через концентрацию ионов.

Взяв производную по времени от уравнения (2.9) и используя соотношения (2.2), (2.8) и (2.10), найдем уравнение, содержащее только безразмерный импульс электронов $\mathbf{q} = \mathbf{p}/mc$ [7]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{q}}{\partial t^2} + c^2 \text{rot rot } \mathbf{q} + \frac{\omega_p^2 \mathbf{q}}{\sqrt{1 + q^2}} = -c \frac{\partial}{\partial t} \nabla \sqrt{1 + q^2} - \\ - \frac{c\mathbf{q}}{\sqrt{1 + q^2}} \left(\text{div} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + c\Delta \sqrt{1 + q^2} \right). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Ниже мы будем интересоваться приближением слабой нелинейности, когда скорость движения электронов мала по сравнению со скоростью света. Это ограничение эквивалентно условию $|q| < 1$ и позволяет нам искать решение уравнения (2.11) в виде степенного ряда:

$$\mathbf{q} = \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon^n \mathbf{q}_n,$$

где ϵ — малый параметр. Разлагая входящие в уравнение (2.11) выражения в ряды по ϵ и собирая слагаемые с одинаковыми степенями малого параметра, мы получаем цепочку уравнений для величин \mathbf{q}_n .

В первом приближении ($n = 1$) согласно (2.11) имеем

$$\frac{\partial^2 \mathbf{q}_1}{\partial t^2} + c^2 \text{rot rot } \mathbf{q}_1 + \omega_p^2 \mathbf{q}_1 = 0. \quad (2.12)$$

Согласно теореме Гельмгольца [8] вектор \mathbf{q}_1 может быть разложен на две части ($\mathbf{q}_1 = \mathbf{q}_1^l + \mathbf{q}_1^{tr}$) такие, что $\text{div } \mathbf{q}_1^{tr} = 0$ и $\text{rot } \mathbf{q}_1^l = 0$. Для вихревой части \mathbf{q}_1^{tr} уравнение (2.12) имеет вид

$$\frac{\partial^2 \mathbf{q}_1^{tr}}{\partial t^2} - c^2 \Delta \mathbf{q}_1^{tr} + \omega_p^2 \mathbf{q}_1^{tr} = 0. \quad (2.13)$$

Для безвихревой (потенциальной) части \mathbf{q}_1^l уравнение (2.12) принимает вид

$$\frac{\partial^2 \mathbf{q}_1^l}{\partial t^2} + \omega_p^2 \mathbf{q}_1^l = 0. \quad (2.14)$$

В частности, уравнения (2.13) и (2.14) описывают соответственно поперечные и продольные волны, которые в линейном приближении в однородной среде распространяются независимо друг от друга.

Лазерный импульс, распространяющийся в немагнитной плазме, в линейном приближении следует трактовать как поперечную электромагнитную волну с медленно изменяющейся амплитудой. Поэтому \mathbf{q}_1 есть вихревой вектор, и $\text{div } \mathbf{q}_1 = 0$. Для упрощения записи ниже мы опускаем значок «tr».

Имея в виду условие $\text{div } \mathbf{q}_1 = 0$ во втором приближении ($n = 2$), мы находим из (2.11)

$$\frac{\partial^2 \mathbf{q}_2}{\partial t^2} + c^2 \text{rot rot } \mathbf{q}_2 + \omega_p^2 \mathbf{q}_2 = -\frac{c}{2} \nabla \frac{\partial q_1^2}{\partial t}. \quad (2.15)$$

Поскольку в правой стороне уравнения (2.15) стоит потенциальный вектор, его решение удовлетворяет условию $\text{rot } \mathbf{q}_2 = 0$. Согласно (2.8) это означает, что магнитное поле второго приближения \mathbf{B}_2 равно нулю ($\mathbf{B}_2 = 0$).

Таким образом, в однородной холодной бездиссипативной плазме вихревое электромагнитное поле не генерирует какого-либо магнитного поля во втором приближении [3]. Этот вывод противоречит результатам работ [2, 4], в которых был получен квадратичный обратный эффект Фарадея для лазерных импульсов с круговой поляризацией. Причина, приведшая авторов работ [2, 4] к неверным результатам, указана в работе [5] и состоит в игнорировании условия $\text{div } \mathbf{q}_1 = 0$.

Квазистатическое магнитное поле второго порядка генерируется при учете таких факторов, которые не существенны для коротких лазерных импульсов, распространяющихся в разреженной плазме (столкновения и тепловое движение электронов, неоднородность плазмы, невихревое высокочастотное поле). По этому поводу см., например, обзорные статьи [9, 10].

При учете условия $\text{rot } \mathbf{q}_2 = 0$ уравнение (2.15) преобразуется к виду

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_p^2 \right) \mathbf{q}_2 = -\frac{c}{2} \frac{\partial}{\partial t} \nabla q_1^2. \quad (2.16)$$

В третьем приближении ($n = 3$) из уравнения (2.11) находим

$$\frac{\partial^2 \mathbf{q}_3}{\partial t^2} + c^2 \text{rot rot } \mathbf{q}_3 + \omega_p^2 \mathbf{q}_3 = -c \nabla \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2) + \mathbf{q}_1 \left(\frac{1}{2} (\omega_p^2 - c^2 \Delta) q_1^2 - c \nabla \frac{\partial q_2}{\partial t} \right), \quad (2.17)$$

где Δ — оператор Лапласа. Уравнение (2.17) позволяет исследовать генерацию третьей гармоники (для коротких лазерных импульсов этот вопрос обсуждался, например, в

работах [11]), а также квадратичные поправки в дисперсионном соотношении для лазерного излучения.

Для интересующего нас вопроса о генерации магнитного поля необходимо найти величину $\text{div } \mathbf{q}_3$, уравнение для которой согласно (2.17) имеет вид

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_p^2\right) \text{div } \mathbf{q}_3 = \mathbf{q}_1 \nabla \left(\frac{1}{2}(\omega_p^2 - c^2 \Delta) q_1^2 - c \nabla \frac{\partial \mathbf{q}_2}{\partial t}\right) - c \frac{\partial}{\partial t} \Delta(\mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2). \quad (2.18)$$

Не представляет большого труда написать уравнение для величины \mathbf{q}_4 . Однако мы ограничимся здесь только уравнением для $\text{rot } \mathbf{q}_4$, поскольку эта величина (см. (2.8)) пропорциональна магнитному полю четвертого порядка ($\mathbf{B}_4 = -(mc^2/e) \text{rot } \mathbf{q}_4$):

$$\frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} - c^2 \Delta \mathbf{B} + \omega_p^2 \mathbf{B} = 4\pi c \text{rot}(\mathbf{j}_4^{(1)} + \mathbf{j}_4^{(2)}), \quad (2.19)$$

где мы опустили индекс «4» у магнитного поля ($\mathbf{B}_4 \equiv \mathbf{B}$) и записали ток четвертого порядка в виде двух слагаемых. Первое из них определяет ток, направленный вдоль вектора \mathbf{q}_2 , и имеет вид

$$\mathbf{j}_4^{(1)} = -\frac{mc}{4\pi e} \mathbf{q}_2 \left(\frac{1}{2}(\omega_p^2 - c^2 \Delta) q_1^2 - c \frac{\partial}{\partial t} \nabla \mathbf{q}_2\right). \quad (2.20)$$

Направление тока $\mathbf{j}_4^{(2)}$ определяется вектором \mathbf{q}_1 :

$$\mathbf{j}_4^{(2)} = -\frac{mc}{4\pi e} \mathbf{q}_1 \left((\omega_p^2 - c^2 \Delta)(\mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2) - c \frac{\partial}{\partial t} \nabla \mathbf{q}_3\right). \quad (2.21)$$

Имея в виду общее выражение для плотности тока

$$\mathbf{j} = en\mathbf{v} = ecn_0 \mathbf{q} \frac{n/n_0}{\gamma} \quad (2.22)$$

и вводя обозначение $g = n/n_0\gamma$, запишем ток четвертого порядка еще в одном виде:

$$\mathbf{j}_4 = ecn_0(\mathbf{q}_2 g_2 + \mathbf{q}_1 g_3), \quad (2.23)$$

где величины g_2 и g_3 определяют возмущения отношения плотности электронов к релятивистскому фактору γ во втором и третьем приближениях соответственно:

$$g_2 = \frac{1}{\omega_p^2} \left[c \frac{\partial}{\partial t} \text{div } \mathbf{q}_2 - \frac{1}{2}(\omega_p^2 - c^2 \Delta) q_1^2 \right], \quad (2.24)$$

$$g_3 = \frac{1}{\omega_p^2} \left[c \frac{\partial}{\partial t} \text{div } \mathbf{q}_3 - (\omega_p^2 - c^2 \Delta)(\mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2) \right]. \quad (2.25)$$

Выражения (2.20), (2.24) и (2.25) можно в общем виде привести к виду, более удобному для анализа. Имея в виду отсутствие каких-либо возмущений в данной точке плазмы до прихода в нее лазерного импульса ($t \rightarrow -\infty$), решение уравнения (2.16) запишем в виде

$$\mathbf{q}_2(\mathbf{r}, t) = -\frac{c}{2\omega_p^2} \nabla \frac{\partial \phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad (2.26)$$

где

$$\phi = \omega_p \int_{-\infty}^t dt' \sin [\omega_p(t - t')] q_1^2(t', \mathbf{r}). \quad (2.27)$$

Подставив выражение (2.26) в формулы (2.24) и (2.25), найдем

$$g_2 = -\frac{1}{2\omega_p^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_p^2 - c^2 \Delta \right) \phi, \quad (2.28)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_p^2 \right) g_3 = -c \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{q}_1 \nabla g_2) + \left(c^2 \Delta - \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \omega_p^2 \right) (\mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2). \quad (2.29)$$

При этом ток (2.20) с помощью формул (2.26) и (2.28) можно записать в виде [3]

$$\mathbf{j}_4^{(1)} = e c n_0 \left(\frac{c}{2\omega_p^2} \nabla \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \frac{1}{2\omega_p^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_p^2 - c^2 \Delta \right) \phi. \quad (2.30)$$

3. КВАЗИСТАЦИОНАРНЫЙ НЕЛИНЕЙНЫЙ ВИХРЕВОЙ ТОК

Для величины $\mathbf{q}_1(\mathbf{r}, t)$, характеризующей лазерный импульс в линейном приближении, используем выражение

$$\mathbf{q}_1(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} [\mathbf{a}(\mathbf{r}, t) \exp(-i\omega t + ikz) + \text{c.c.}], \quad (3.1)$$

где принято, что импульс распространяется вдоль оси z , ω и k — частота и волновое число, связанные, согласно уравнению (2.13), дисперсионным соотношением $k^2 c^2 = \omega^2 - \omega_p^2$, \mathbf{a} — комплексная амплитуда (огибающая), которая предполагается медленно изменяющейся как во времени (на масштабе $2\pi/\omega$), так и в пространстве (на масштабе $2\pi/k$).

В первом приближении по пространственным и временным производным из уравнения (2.13) для огибающей \mathbf{a} следует

$$\frac{\partial \mathbf{a}}{\partial t} + v_g \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial z} = 0, \quad (3.2)$$

где $v_g = c^2 k / \omega$ — групповая скорость импульса. Решением уравнения (3.2) является произвольная функция переменной $\xi = -z + v_g t$, представляющей аксиальную переменную в системе координат, движущейся вместе с импульсом, и переменной r_{\perp} , определяющей координату в плоскости, перпендикулярной оси z . Иными словами, уравнение (3.2) описывает распространение импульса неизменной формы. В действительности, благодаря таким линейным эффектам как дифракция и дисперсия, которым отвечает учет вторых пространственных и временных производных от медленно изменяющейся амплитуды \mathbf{a} , а также благодаря нелинейным эффектам изменяются как форма импульса, так и его энергия. Если длина лазерного импульса мала по сравнению с тем расстоянием, на котором изменяются его форма и энергия (так называемое квазистатическое приближение [1]), то при рассмотрении нелинейного воздействия импульса на

плазму можно пренебречь этим изменением. Поэтому при расчете магнитного поля мы считаем, что такие характеристики импульса как его ширина, длительность и энергия заданы (приближение заданного импульса).

Используя (3.1), найдем

$$q_1^2 = \frac{1}{2}|\mathbf{a}|^2 + \frac{1}{4}[\mathbf{a}^2 \exp(-2i\omega t + 2ikz) + \text{c.c.}], \quad (3.3)$$

где первое слагаемое медленно изменяется как в пространстве, так и со временем, а второе характеризует вторую гармонику лазерного излучения.

Имея в виду лазерное излучение как с круговой, так и с линейной поляризациями, возьмем \mathbf{a} в виде

$$\mathbf{a}(\mathbf{r}, t) = a_0(\mathbf{r}, t)(\mathbf{e}_x + i\lambda\mathbf{e}_y) + \mathbf{e}_z a_z, \quad (3.4)$$

где $\mathbf{e}_{x,y,z}$ — орты соответственно в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения импульса (xy) и вдоль оси распространения (z), a_0 — скалярная комплексная амплитуда в плоскости (xy), a_z — аксиальная компонента огибающей, которая согласно уравнению $\text{div} \mathbf{q}_1 = 0$ выражается через a_0 с помощью соотношения

$$a_z \simeq \frac{1}{ik} \left(\frac{\partial a_0}{\partial x} + i\lambda \frac{\partial a_0}{\partial y} \right).$$

Величина λ равна нулю для линейно поляризованного излучения и плюс или минус единице для излучения с круговой поляризацией (знак определяет направление вращения вектора поляризации).

Подставляя формулу (3.4) в выражение (3.3), мы учтем, что $|a_z| \ll |a_0|$. В результате, пренебрегая малыми слагаемыми, пропорциональными квадрату отношения длины волны лазерного излучения λ_0 к поперечному размеру импульса r_L , получим

$$q_1^2 = \frac{1}{2}(1 + \lambda^2)|a_0|^2 + \frac{1}{4}(1 - \lambda^2)[a_0^2 \exp(-2i\omega t + 2ikz) + \text{c.c.}]. \quad (3.5)$$

Из выражения (3.5) следует, что для лазерного излучения с круговой поляризацией вторая гармоника отсутствует. (В действительности она мала по параметру $(\lambda_0/r_L)^2$.)

Заметим, что интенсивность излучения пропорциональна $\langle q_1^2 \rangle$, где скобки обозначают усреднение по времени. Введем величину

$$I = \frac{1}{2}(1 + \lambda^2)|a_0|^2,$$

характеризующую безразмерную интенсивность. Очевидно, что при заданной амплитуде $|a_0|$ интенсивность для линейно поляризованного излучения в два раза меньше, чем для циркулярно поляризованного.

Согласно определению (2.27) величина ϕ с помощью формулы (3.5) может быть записана в виде

$$\phi = \phi_0 + \phi_2,$$

где

$$\phi_0 = \omega_p \int_{-\infty}^t dt' \sin[\omega_p(t - t')] I(\mathbf{r}, t'), \quad (3.6)$$

$$\phi_2 = \frac{1 - \lambda^2}{4} \omega_p \int_{-\infty}^t dt' \sin[\omega_p(t - t')] [a_0^2(\mathbf{r}, t') \exp(-2i\omega t' + 2ikz) + \text{c.c.}]. \quad (3.7)$$

Под интегралом в формуле (3.7) стоит произведение быстро меняющейся функции $\exp(\pm 2i\omega t')$ и медленно изменявшихся функций. Проведя интегрирование по частям, можно представить функцию ϕ_2 в виде ряда по степеням ω^{-1} . Первые два члена ряда имеют вид

$$\phi_2 = \frac{1 - \lambda^2}{16} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left\{ - \left(a_0^2 - \frac{i}{\omega} \frac{\partial a_0^2}{\partial t} \right) \exp(-2i\omega t + 2ikz) + \text{c.c.} \right\}. \quad (3.8)$$

Наиболее просто найти квазистационарную часть тока (2.30), которая может возникать от квадратичных относительно ϕ_0 членов, а также, в случае линейно поляризованного излучения, от квадратичных членов относительно ϕ_2 . В работе [3] показано, что вклад в квазистационарный ток от вторых гармоник в $(\omega_p/\omega)^2$ раз меньше, чем от нулевых гармоник. В пренебрежении такими малыми слагаемыми квазистационарная часть тока (2.30) равна [3]

$$\langle \mathbf{j}_4^{(1)} \rangle = \frac{en_0 c^2}{4\omega_p^2} \left(\nabla \frac{\partial \phi_0}{\partial t} \right) \left(I - \frac{c^2}{\omega_p^2} \Delta \phi_0 \right), \quad (3.9)$$

где скобки указывают на то, что ток медленно изменяется со временем на интервале ω^{-1} .

Для линейно поляризованного лазерного импульса квазистационарная часть тока (2.21) рассмотрена в [3], где показано, что она в $(\omega_p/\omega)^2$ раз меньше, чем ток (3.9). В случае круговой поляризации, как будет показано ниже, медленно изменяющаяся часть тока (2.21) существенно больше.

Как следует из формул (3.5) и (3.7), при круговой поляризации отсутствуют вторые гармоники величин q_2 и g_2 и уравнение (2.29) принимает вид

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_p^2 \right) g_3 = -c \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{q}_1 \nabla g_{20}) + \left(c^2 \Delta - \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \omega_p^2 \right) (\mathbf{q}_1 \mathbf{q}_{20}), \quad (3.10)$$

где g_{20} и \mathbf{q}_{20} — нулевые гармоники соответствующих величин.

В пренебрежении производными от этих величин и при учете соотношения (2.13) уравнение (3.10) принимает вид

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_p^2 \right) g_3 = -c (\nabla g_{20}) \frac{\partial \mathbf{q}_1}{\partial t}. \quad (3.11)$$

Имея в виду неравенство $\omega \gg \omega_p$, пренебрежем вторым членом в левой стороне уравнения (3.11) и запишем его в виде

$$\frac{\partial g_3}{\partial t} = -c \mathbf{q}_1 \nabla g_{20}. \quad (3.12)$$

Фактически уравнение (3.12) отражает тот факт, что высокочастотные возмущения плотности электронов третьего порядка (g_3) возникают из-за высокочастотного движения электронов со скоростью $c\mathbf{q}_1$ в неоднородной плазме. Причем неоднородность плазмы создана лазерным импульсом и квадратично зависит от амплитуды излучения (g_{20}).

Решив уравнение (3.12), найдем для квазистатической части второго слагаемого в формуле (2.23), соответствующего току (2.21):

$$\langle j_4^{(2)} \rangle = \frac{i\epsilon n_0 c^2}{8\omega} \left[\nabla \left(\frac{|a_0|^2}{2} - \frac{c^2}{\omega_p^2} \Delta \phi_0 \right) [\mathbf{a}^* \mathbf{a}] \right]. \quad (3.13)$$

Очевидно, что ток (3.13) отличен от нуля только для циркулярно поляризованной волны, где $[\mathbf{a}^* \mathbf{a}] \neq 0$.

4. КВАЗИСТАТИЧЕСКОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА С КРУГОВОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ

Рассмотрим осесимметричный лазерный импульс, для которого величина I зависит только от переменных $\xi = ct - z$ и r . Примем для определенности, что

$$I = I_0 f_1(\xi) f_2(r), \quad (4.1)$$

где величина I_0 характеризует максимальную безразмерную интенсивность излучения, а функции f_1 и f_2 определяют изменение интенсивности соответственно в продольном и поперечном направлениях. В соответствии с определением (4.1) функция (3.6) преобразуется к виду

$$\phi_0 = 2f_2(r) I_0 \varphi(\xi), \quad (4.2)$$

где

$$\varphi(\xi) = \frac{k_p}{2} \int_{-\infty}^{\xi} d\xi' \sin [k_p(\xi - \xi')] f_1(\xi'), \quad (4.3)$$

где $k_p = \omega_p/c$ — характерное волновое число. Заметим, что функция (4.3) отлична от нуля не только в области лазерного импульса, но и позади него, где она определяет кильватерное поле [12].

Для циркулярно поляризованного излучения имеются все три компоненты вихревого квазистационарного тока. Две из них, определяемые формулой (3.9), не связаны с поляризацией излучения и с помощью выражения (4.2) они могут быть представлены в виде

$$\langle j_z \rangle = -ec n_0 \frac{\partial^2 \varphi(\eta)}{\partial \eta^2} f_2(\rho) \varphi(\eta) [(1 - \Delta_\rho) f_2(\rho)] I_0^2, \quad (4.4)$$

$$\langle j_r \rangle = ec n_0 \frac{\partial^2 \varphi(\eta)}{\partial \eta} \frac{\partial f_2}{\partial \rho} \varphi(\eta) [(1 - \Delta_\rho) f_2] I_0^2, \quad (4.5)$$

где опущены индексы «4» и «1» у тока и введены безразмерные продольная и поперечная координаты $\eta = k_p \xi$, $\rho = k_p r$, а Δ_ρ — поперечная часть лапласиана.

Имея в виду те же изменения в обозначениях и координатах, преобразуем азимутальный угол (3.13) с помощью формул (4.1) и (4.2) к виду

$$\langle j_\varphi \rangle = ec n_0 \frac{\omega_p}{2\omega} I_0^2 \lambda f_1(\eta) \varphi(\eta) f_2(\rho) \frac{\partial}{\partial \rho} [(1 - \Delta_\rho) f_2]. \quad (4.6)$$

По отношению к другим компонентам ток (4.6) содержит малый множитель $\omega_p/2\omega$ и отличен от нуля только в области импульса, где отличны от нуля функции $f_1(\eta)$ и $f_2(\rho)$.

Аксиальная и радиальная компоненты тока (4.4) и (4.5) определяют азимутальное магнитное поле лазерного импульса, уравнение для которого согласно (2.19) приводится к виду

$$\left(\Delta_\rho - \frac{1}{\rho^2} - 1\right) \mathcal{B}_\varphi = I_0^2 \mathcal{F}_\varphi(\rho, \eta), \quad (4.7)$$

где

$$\mathcal{B} = e\mathbf{B}/mc\omega_p,$$

$$\mathcal{F}_\varphi = \left(\frac{d\varphi}{d\eta}\right)^2 \frac{df_2}{d\rho} [(1 - \Delta_\rho)f_2] - \varphi \frac{d^2\varphi}{d\eta^2} f_2 \frac{d}{d\rho} [(1 - \Delta_\rho)f_2]. \quad (4.8)$$

Азимутальный ток (4.6) ответственен за генерацию аксиальной и радиальной компонент магнитного поля, уравнения для определения которых аналогичны (4.7). Решения уравнений для всех трех компонент магнитного поля, удовлетворяющие граничным условиям

$$\mathcal{B}(\rho \rightarrow \infty) = 0, \quad \mathcal{B}_\varphi(0) = \mathcal{B}_\rho(0) = \frac{\partial \mathcal{B}_z(0)}{\partial \rho} = 0,$$

запишем в виде

$$\mathcal{B}_\varphi = I_0^2 \left\{ \left(\frac{d\varphi}{d\eta}\right)^2 G_1(\rho) - \left(\varphi \frac{d^2\varphi}{d\eta^2}\right) G_2(\rho) \right\}, \quad (4.9)$$

$$\mathcal{B}_\rho = I_0^2 \frac{d}{d\eta} (f_1 \varphi) G_3(\rho), \quad (4.10)$$

$$\mathcal{B}_z = I_0^2 f_1 \varphi G_4(\rho), \quad (4.11)$$

где

$$G_3(\rho) = -\lambda(\omega_p/2\omega)G_2(\rho),$$

$$G_1(\rho) = I_1(\rho) \int_\rho^\infty dx x K_1(x) \frac{df_2}{dx} [(1 - \Delta_x)f_2] + K_1(\rho) \int_0^\rho dx x I_1(x) \frac{df_2}{dx} [(1 - \Delta_x)f_2], \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} G_2(\rho) = & I_1(\rho) \int_\rho^\infty dx x K_1(x) f_2(x) \frac{d}{dx} [(1 - \Delta_x)f_2] + \\ & + K_1(\rho) \int_0^\rho dx x I_1(x) f_2(x) \frac{d}{dx} [(1 - \Delta_x)f_2], \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$G_4 = -\lambda \frac{\omega_p}{2\omega} \left\{ I_0(\rho) \int_{\rho}^{\infty} dx K_0(x) \frac{d}{dx} \left\{ x f_2 \frac{d}{dx} [(1 - \Delta_x) f_2] \right\} + K_0(\rho) \int_0^{\rho} dx I_0(x) \frac{d}{dx} \left\{ x f_2 \frac{d}{dx} [(1 - \Delta_x) f_2] \right\} \right\}, \quad (4.14)$$

где $I_{0,1}$, $K_{0,1}$ — функции Бесселя мнимого аргумента и функции Макдональда нулевого и первого порядка соответственно.

Для окончательного нахождения компонент магнитного поля нужно знать явный вид функций $f_1(\eta)$ и $f_2(\rho)$. Как и в работе [3], возьмем их в виде

$$f_1(\eta) = \sin^2\left(\frac{\pi\eta}{L}\right), \quad f_2(\rho) = \exp(-\alpha^2\rho^2), \quad (4.15)$$

где $0 < \eta < L$, L — длина импульса в единицах k_p^{-1} , $\alpha^2 = 2(k_p r_L)^{-2}$, r_L — эффективная ширина импульса.

Выражения для функций $G(\rho)$ можно представить в относительно простом виде в двух предельных случаях: при $\alpha \gg 1$ (узкий импульс) и $\alpha \ll 1$ (широкий импульс). Мы рассмотрим ниже широкий импульс, для которого

$$G_1 \simeq G_2 \simeq -2\alpha^2\rho \exp(-2\alpha^2\rho^2), \quad G_3 \simeq \lambda \frac{\omega_p}{2\omega} 2\alpha^2\rho \exp(-2\alpha^2\rho^2), \quad (4.16)$$

$$G_4 \simeq \lambda \frac{\omega_p}{2\omega} 4\alpha^2(1 - 2\alpha^2\rho^2) \exp(-2\alpha^2\rho^2).$$

Зависимость компонент магнитного поля от продольной координаты η определяется функцией (4.3), которая согласно (4.15) принимает вид

$$\varphi(\eta) = \frac{1}{2(\kappa_L^2 - 1)} \left[\kappa_L^2 \sin^2(\eta/2) - \sin^2\left(\frac{\kappa_L\eta}{2}\right) \right], \quad (4.17)$$

где $\kappa_L = 2\pi/L$. Ограничимся рассмотрением длинного импульса ($\kappa_L^2 < 1$), когда $\varphi(\eta) \simeq (1/2)f_1(\eta)$.

Таким образом, в области лазерного импульса с круговой поляризацией, ширина и длина которого больше, чем c/ω_p , компоненты квазистатического магнитного поля равны

$$\mathcal{B}_\varphi = -2I_0^2\alpha^2\kappa_L\rho \exp(-2\alpha^2\rho^2) \sin^2(\kappa_L\eta), \quad (4.18)$$

$$\mathcal{B}_\rho = I_0^2\lambda \frac{\omega_p}{2\omega} \alpha^2\kappa_L\rho \exp(-2\alpha^2\rho^2) \sin(\kappa_L\eta) \sin^2\left(\frac{\kappa_L\eta}{2}\right), \quad (4.19)$$

$$\mathcal{B}_z = I_0^2\lambda \frac{\omega_p}{\omega} \alpha^2(1 - 2\alpha^2\rho^2) \exp(-2\alpha^2\rho^2) \sin^4\left(\frac{\kappa_L\eta}{2}\right). \quad (4.20)$$

Как следует из формул (4.18)–(4.20), азимутальная и радиальная компоненты магнитного поля обращаются в нуль на оси импульса ($\rho = 0$), в то время как аксиальная компонента отлична от нуля. Если сравнивать максимальные значения различных компонент

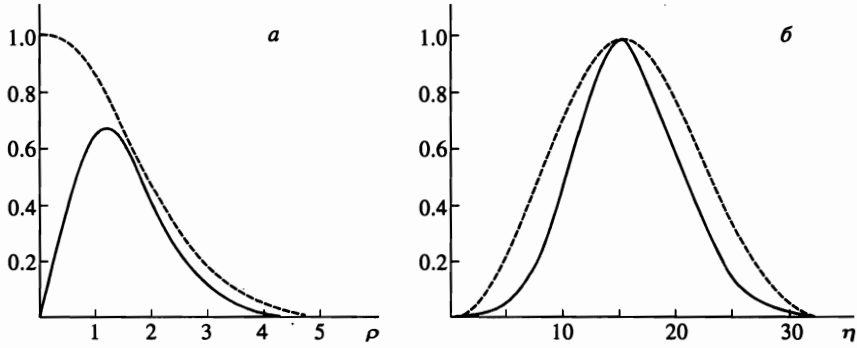


Рис. 1. Зависимость безразмерной азимутальной плотности тока от поперечной координаты ρ (а) и продольной координаты η (б) для широкого ($\alpha^2 = 0.2$) и длинного ($\kappa_L = 0.2$) импульса. Пунктиром показана форма лазерного импульса в соответствующем направлении

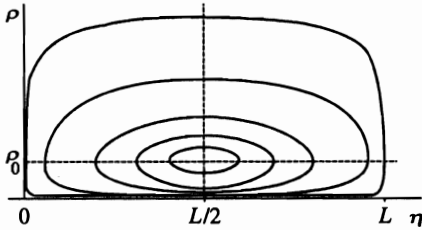


Рис. 2. Силовые линии магнитного поля, возникающего благодаря круговой поляризации излучения при $\alpha^2 = 0.2$, $\kappa_L = 0.2$

магнитного поля, то из формул (4.18)–(4.20) следует, что только для достаточно длинных импульсов, когда выполняется неравенство $\kappa_L^2 < (\omega_p/\omega)\alpha$, эффекты, связанные с круговой поляризацией излучения, становятся преобладающими.

Отметим, что за генерацию радиальной и аксиальной компонент магнитного поля ответственен азимутальный ток (4.6). В рассматриваемом случае достаточно широкого и длинного лазерного импульса с формой, определяемой выражениями (4.15), этот ток имеет вид

$$-(j_\varphi) \left[\lambda e c n_0 I_0^2 \alpha^2 \frac{\omega_p}{2\omega} \right]^{-1} \simeq \sin^4 \left(\frac{\kappa_L \eta}{2} \right) \rho \exp(-2\alpha^2 \rho^2). \quad (4.21)$$

На рис. 1 показаны зависимость безразмерного азимутального тока (4.21) от продольной (η) и поперечной (ρ) координат для $\alpha^2 = 0.2$ и $\kappa_L = 0.2$. Ток достигает максимального значения в точке с координатами $\eta_0 = \pi/\kappa_L$ и $\rho_0 = 1/2\alpha$.

На рис. 2 при тех же параметрах α^2 и κ_L показаны силовые линии магнитного поля, генерируемого током (4.21), которые согласно формулам (4.18) и (4.19) определяются уравнением

$$\rho^2 \exp(-2\alpha^2 \rho^2) \sin^4 \left(\frac{\eta \kappa_L}{2} \right) = C, \quad (4.22)$$

где C — некоторая произвольная постоянная, изменяющаяся в пределах от 0 до $(2\alpha^2 e)^{-1}$. Направление силовых линий определяется направлением вращения вектора поляризации.

Отметим, что $\rho = 0$ выражение (4.20) совпадает с полученным в работе [5], если в последнем перейти к пределу $|a_0| < 1$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, при распространении короткого лазерного импульса с круговой поляризацией в холодной, однородной, бездиссипативной плазме, имеются два механизма, ответственных за возбуждение квазистатического магнитного поля (это обстоятельство отмечалось в работе [13]). Один из них не связан с поляризацией излучения и определяется действием пондеромоторных сил. Именно он ведет к генерации азимутального магнитного поля, которое возникает не только внутри импульса, но и позади него в области кильватерного поля [3]. Второй механизм связан с круговой поляризацией излучения и он ответственен за генерацию азимутального квазистационарного тока и аксиальных и радиальных компонент магнитного поля. В этом случае его можно интерпретировать как обратный эффект Фарадея.

На рис. 3 представлена схема, иллюстрирующая физический механизм возникновения азимутального квазистатического тока в радиально неоднородной плазме. Сплошной линией показана линия постоянной плотности электронов в отсутствие импульса. Маленькие штриховые окружности изображают траектории электронов в поле циркулярно поляризованной волны, распространяющейся поперек градиента неоднородности (перпендикулярно плоскости рисунка). Точками показаны мгновенные положения электронов, стрелками — скорости их движения. Штриховая линия, соединяющая электроны, есть линия постоянной плотности электронов в некоторый момент времени. В случае нарастающей при увеличении радиуса плотности плазмы в заштрихованных областях со знаками плюс и минус плотность электронов понижена и повышена по отношению к той, которая была в отсутствие излучения. При этом, как видно из рис. 3, в области с пониженной плотностью имеется компонента мгновенной скорости электронов, направленная по часовой стрелке, а в области с повышенной плотностью — направленная против часовой стрелки. Мгновенный азимутальный ток

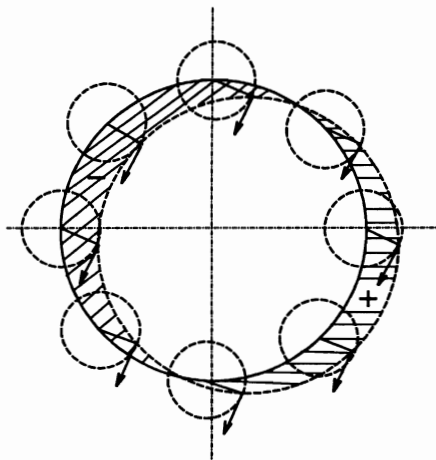


Рис. 3. Рисунок, иллюстрирующий генерацию квазистационарного азимутального тока циркулярно поляризованным излучением в радиально неоднородной плазме

электронов, определяемый произведением быстропеременной скорости на быстропеременное возмущение концентрации электронов, имеет один и тот же знак вдоль всей окружности. Это значит, что ток имеет постоянную, не зависящую от времени азимутальную компоненту.

В рассмотренном примере начальная невозмущенная импульсом плотность электронов плазмы предполагалась неоднородной. Поэтому квазистационарный ток, определяемый произведением двух быстропеременных величин, пропорционален квадрату амплитуды высокочастотного излучения. Однако в рассматривавшейся выше задаче начальная плотность плазмы была однородна. Медленно изменяющееся со временем перераспределение электронов и, следовательно, неоднородность плазмы возникала из-за действия пондеромоторных сил. Поэтому сам радиальный градиент плотности был пропорционален квадрату амплитуды лазерного излучения, и медленный азимутальный ток — четвертой степени амплитуды соответственно.

Как уже отмечалось в работе [3], азимутальное магнитное поле, возникающее не только внутри импульса, но и в области кильватерного поля, может влиять на фокусировку ускоряемых в кильватерной волне электронов. Однако ОЭФ может проявляться только внутри лазерного импульса, где происходит возбуждение кильватерной волны. Можно думать, что при $|a_0| \sim 1$ циклотронная частота электронов станет соизмерима с плазменной частотой и это отразится на возбуждении кильватерной волны. Однако исследование этого вопроса лежит вне рамок рассматриваемого нами приближения $|a_0| < 1$.

При $|a_0| > 1$ можно опереться на результаты численных расчетов. Для аксиальной компоненты магнитного поля такие результаты представлены в работе [3]. Там показано, что при $|a_0| = 2$, $\alpha^2 = 5 \cdot 10^{-2}$ и $L = 10$ максимальное значение безразмерного магнитного поля $eB_\varphi / mc\omega_p$ составляет 0.1. Для плазмы с концентрацией электронов 10^{18} см^{-3} ($\omega_p = 5.64 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$) этим параметрам отвечают радиус фокального пятна 30 мкм, длительность импульса 175 фс и энергия импульса около 5 Дж. При этом максимальное магнитное поле B_φ достигает величины 350 кГс. Для того чтобы другие компоненты магнитного поля B_r и B_z , возникающие благодаря обратному эффекту Фарадея, стали соизмеримы с B_φ , нужно увеличить длительность лазерного импульса до 1.4 пс и соответственно энергию импульса до 42 Дж. Все эти параметры достижимы на имеющихся установках.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 97-02-16537).

Литература

1. E. Esarey, P. Sprangle, J. Krall, and A. Ting, IEEE Trans. PS, **24**, 252 (1996).
2. В. Ю. Быченко, В. И. Демин, В. Т. Тихончук, ЖЭТФ **105**, 118 (1994).
3. L. M. Gorbunov, P. Mora, and T. M. Antonsen Jr., Phys. Rev. Lett. **76**, 2495 (1996); Phys. Plasmas **4**(12), 4358 (1997).
4. V. Ya. Beyeakov and V. T. Tikhonchuk, Laser Part. Beams. **14**, 52 (1996).
5. V. I. Berezhiani, S. M. Mahajan, and N. L. Shatashvili, Phys. Rev. E **55**, 995 (1997).
6. Н. Е. Кочин, И. А. Кибель, Н. В. Розе, Теоретическая гидромеханика, Физматгиз, Москва (1963).
7. V. I. Berezhiani and I. G. Murusidze, Phys. Lett. **148**, 338 (1990).

8. Н. Е. Кочин, *Векторное исчисление и начала тензорного исчисления*, ОНТИ ГТН, Москва (1934).
9. И. В. Соколов, УФН **161**, 175 (1991).
10. Yu. M. Aliev, V. Yu. Bychenkov, M. S. Jovanovic, and A. A. Frolov, *J. Plasma Physics* **48**, 167 (1992).
11. P. Sprangle, E. Esarey, and A. Ting, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2011 (1990); J. M. Rax and N. J. Fisch, *ibid.* **69**, 772 (1992); W. B. Mori, C. D. Decker, and W. P. Leemans, *IEEE Trans., Plasma Sci.* **21**, 1 (1993); E. Esarey et al., *ibid.* **21**, 95 (1993); B. Sken, W. Yu, P. Sprangle, G. Zeng, and Z. Xu, *Phys. Plasmas* **2**, 4631 (1995).
12. Л. М. Горбунов, В. И. Кирсанов, ЖЭТФ **93**, 509 (1987).
13. T. Lehner, *Phys. Scripta* **49**, 704 (1994).